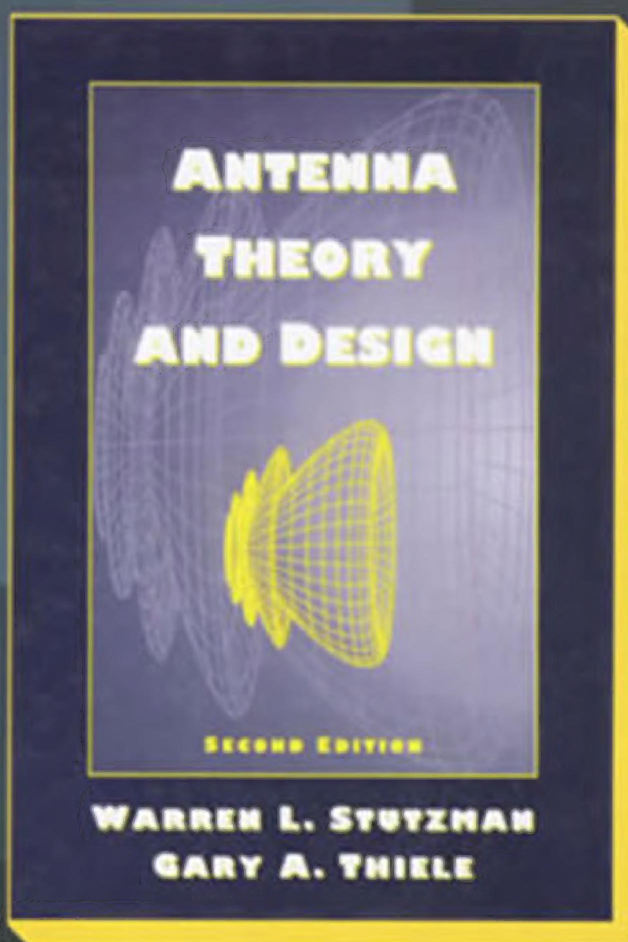
TURING 图灵电子与电气工程丛书

WILEY

天线理论与设计（第2版）

Antenna Theory and Design (Second Edition)

[美] Warren L. Stutzman
Gary A. Thiele 著
朱守正 安同一 译



人民邮电出版社
POSTS & TELECOM PRESS

书在版编目（CIP）数据

理论与设计 /（美）斯塔兹曼（Stutzman, W. L.），（美）蒂尔（Thiele, G. A.）著；
正译. —北京：人民邮电出版社，2006.10
灵电子与电气工程丛书）

N 7-115-15055-9

天… Ⅱ. ①斯… ②蒂… ③朱… Ⅲ. 天线—基本知识 Ⅳ. TN82

版本图书馆 CIP 数据核字（2006）第 084590 号

内容提要

本书是 W. L. Stutzman 和 G. A. Thiele 所著《天线理论与设计》第 2 版的中译本。原作者都曾 IEEE-AP 学会主席，在天线领域造诣颇深。

本书是一本教科书，包括天线基础、天线技术和常用天线设计三方面内容。侧重于原理的说天线系统的评估和设计技术。其特色是不过分依赖数学，突出材料的实用性，详细介绍计算学的天线应用。该书已广泛地用于美国的大学教学，也被实践工程师们普遍使用。国内的学校也在使用本书作为参考。

本书是一本很好的本科生、研究生天线教科书，也可供教师和工程技术人员参考。

图灵电子与电气工程丛书

天线理论与设计（第 2 版）

◆ 著 ［美］Warren L. Stutzman Gary A. Thiele
译 朱守正 安同一
责任编辑 舒 立

◆ 人民邮电出版社出版发行 北京市崇文区夕照寺街 14 号
邮编 100061 电子函件 315@ptpress.com.cn
网址 http://www.ptpress.com.cn
北京铭成印刷有限公司印刷
新华书店总店北京发行所经销

◆ 开本：700×1000 1/16
印张：39.5
字数：819 千字 2006 年 10 月第 1 版
印数：1–5 000 册 2006 年 10 月北京第 1 次印刷

著作权合同登记号 图字：01-2006-1272 号

ISBN 7-115-15055-9/TN·2818

定价：69.00 元

读者服务热线：(010)88593802 印装质量热线：(010)67129223

版权声明

Original edition, entitled *Antenna Theory and Design* (*Second Edition*) by Warren L. tutzman, Gary A. Thiele, ISBN 0-471-02590-9, published by Wiley Publishing, Inc.

版权声明

译 者 序

本书是 W. L. Stutzman 和 G. A. Thiele 合著《天线理论与设计》一书第 2 版的中译本。两位作者都曾担任 IEEE 的天线与传播学会的主席，在天线领域与计算电磁学领域有相当高的造诣。本书是很好的介绍天线理论和技术的图书，自 1981 年首版以来，广泛地用作美国大学的天线教科书，而且被工程师广泛使用。译者在 1984 年开始接触该书的第 1 版，并多次在研究生的天线教学中参考该书。这次有机会将其译成中文，介绍给更多的中国读者，感到非常荣幸。

本书的第 2 版根据天线技术的发展和应用的需要，对第 1 版的内容进行了修改与扩展，介绍了天线的若干新领域，增加了微带天线、系统中的天线与天线测量等内容，对计算电磁学部分作了较大的扩展。因此全书既保持了第 1 版的简明性，又更贴近天线领域的新进展。

本书是很具特色的天线教科书。其特点是强调原理的理解及分析和天线系统设计技术的推演；没有特别依赖数学而是直接给出必需的算式；基础内容的处理使其可在分析实际天线中直接使用；介绍了大量实际应用的天线形式；尤其与众不同的是对天线分析和设计的有力工具——计算电磁学方法作了相当详细的阐述，并提供了不少实例。

这是一本很好的天线教科书。主要内容包括天线基础和定义，天线阵理论，线天线，谐振天线，宽带天线，口径天线，天线综合，系统中的天线与天线测量，矩量法、时域有限差分法、几何绕射理论和物理绕射理论等在天线中的运用。

根据作者的介绍以及译者多年来在教学中对该书的使用体会，本书可用于多种教学安排：全书可作为硕士生的天线课教程；其第 1 ~ 6 章可用于本科生的天线课程，加上第 7、8、9 章的一部分作为教学参考；第 10 ~ 12 章可单独作为学习计算电磁学方法的教材。当然本书也可作为从事无线领域工作的工程师的参考书。

本书由朱守正和安同一教授合译。安同一翻译了本书的第 1 ~ 5、7 章和第 6 章的 1 ~ 3 节，以及前言、附录和索引；朱守正翻译了第 8 ~ 12 章，以及第 6 章的 4 ~ 7 节。在翻译的过程中得到了高新筑、翁轶峰、安彤、吴有丽、朱玮、安奕、何国荣、王志清、高新镇等的帮助，在此谨表谢意。

由于时间仓促、水平有限，译稿难免存在不妥之处，恳请读者指正。

译 者
2006 年 4 月

译者序

本书是 W. L. Stutzman 和 G. A. Thiele 合著《天线理论与设计》一书第2版的中译本。两位作者都曾担任 IEEE 的天线与传播学会的主席，在天线领域与计算电磁学领域有相当高的造诣。本书是系统的介绍天线理论和技术的图书，自1981年首版以来，广泛地用作美国大学的天线教科书，而且被工程界广泛使用。译者在1984年开始接触该书的第1版，并多次在研究生的天线教学中作参考读本。这次有机会将其译成中文，介绍给更多的中国读者，感到非常荣幸。

本书的第2版根据天线技术的发展和应用的需要，对第1版的内容进行了修改与扩展，介绍了天线的若干新领域，增加了微带天线、系统中的天线与天线测量等内容，对计算电磁法部分作了较大的扩展。因此全书既保持了第1版的简明性，又更贴近天线领域的新进展。

本书最具特色的是其编排方式，其特点是强调概念性的理解及分析和天线系统设计技术的深度；在前的部分重点放在推导出必需的公式；基础内容的处理使其可在各种实际天线中直接使用；介绍了大量实际应用的天线形式；尤其与众不同的是对天线分析和设计的有力工具——计算电磁学方法作了相当详细的阐述，并提供了不少实例。

这是一本很好的天线教科书，主要内容包括天线基础和定义、天线阵理论、线天线、谐振天线、宽带天线、口径天线、天线综合、系统中的天线与天线测量、矩量法、有限差分法、几何绕射理论和物理绕射理论在天线中的运用。

根据作者的介绍以及译者多年来在教学中对该书的使用体会，本书可用于多种教学安排：一学期本科生或研究生的天线课程：其中1～6章可用于本科生的天线课程，加上第7、8、9章的一部分作为教学参考；第10～12章可单独作为有关计算电磁学方法的教材。当然，本书也可作为天线领域工作的工程师的参考书。

本书由朱守正和安同一教授合译。安同一翻译了本书的第1～5章和第6章的1～3节，以及前言、附录和索引；朱守正翻译了第6～12章（第11及第6章的4～7节）。在翻译的过程中得到了黄毓敏、徐铁峰、安彤、吴有丽、宋祥、崔亮、杨国梁、朱志远、郑军等的帮助，在此谨表谢意。

由于时间紧促，水平有限，译稿中难免存在不妥之处，恳请读者指正。

译 者

2006年4月

前言

自从本书第1版于1981年出版以来，天线的应用领域（主要在无线通信方面）有了很大扩展。此外，近年来天线中重要的新领域已经显露头角。本书第2版已扩展到了包括天线的若干新领域。覆盖了微带天线（5.8节），还增加了系统中的天线与天线测量（第9章）。此外，天线阵的处理（第3章）、宽带天线（第6章）和口径天线（第7章）有了扩展。而且，自第1版写成后，计算电磁学（CEM）有了很大进展，其部分原因是由于采用了更加复杂的天线和天线系统。第2版将第10章中的矩量法作了扩展，在第11章中介绍了时域有限差分（FD-TD）法用于天线的简要处理方法，在第12章高频方法中加进了物理绕射理论（PTD）。第2版的目标是既要保持第1版的简明性，同时又要增加现代内容。

本书是一本教科书，它已广泛地用于大学教学。因此，其首要目的是强调原理的理解及分析和设计天线系统的技术的推演。本书论及的基础知识和天线都有现成的参考手册进行补充。我们发现，不仅学生，而且专业工程师也在广泛使用第1版。这是由于材料的实用性和基础内容的处理可直接用于实际天线的分析。本书的第1~6章和第9章可以反映出这一点，这几章没有特别依赖数学，很少使用微积分。

本书从三方面考察了天线：天线基础、天线技术和常用天线设计。开头四章强调天线基础。由于学生可能对天线接触很少，第1章中介绍了许多天线基础。从麦克斯韦方程组导出天线理论，同时对天线如何辐射给出了物理解释。对四种类型的天线单元（电小天线、谐振天线、宽带天线和口径天线）作了介绍。天线学科有自己的术语体系，与其他工程领域不同，所以第1章包含了许多天线术语的定义。第2章分析了简单的辐射系统（如偶极子）以巩固第1章学过的原理，并为读者进一步分析天线系统（如第3章的天线阵）提供了基础。在本书中早早地论及天线阵，为的是运用基本的数学工具，介绍天线上的电流分布与其空间辐射特性之间的关系。此外，天线阵如今已广泛地运用于实践中。在第4章中讨论线源天线，由它引导出天线的连续形式，它紧接着天线（天线阵）的离散处理。

第5~7章详细地介绍常用天线单元。第5章综述了实践中常用的谐振天线单元，包括振子天线、八木天线和微带贴片天线。第6章论述宽带天线，诸如螺旋线天线、螺旋天线和对数周期天线。第7章讨论了口径天线。这些章节着重于运用第1~4章介绍的基础弄懂工作原理并提出了一些设计指导。如果合适，会给出数值模型、实验模型或基于理论公式的计算。此外，为便于估计性能参数，还往往给出经验公式。

为了主瓣赋形和低旁瓣应用，在第8章中讨论天线阵综合和连续天线。第9章讨

论天线作为部件在系统中的应用,还介绍了天线的测量。

正如前述,第 10 ~ 12 章介绍计算电磁学(CEM)方法,用于计算简单天线单元以及大而复杂的天线系统。此处和全书其他部分一样,没有列出实际的程序语句。多种多样的计算环境和高水平的数学应用软件包,使得这样做不合适也不必要。某些关键的计算和可视化天线软件包可以在万维网(World Wide Web)上找到(见附录 G)。

为了学习本书,必须了解所需的知识背景。并不是要求读者完全掌握下述科目,但接触过它们是很有好处的。就像在工程和物理中通常要求的那样,假定读者已学过电磁学的基本课程。要用到常用数学,包括复数、三角、矢量代数和主要的坐标系统(直角、柱、球)。矢量运算在许多场合要用到,标量积分也经常用到。

本书可方便地用于多种教学安排,包括入门水平和高级水平。作为第一类课程,本书用于高年级选修课或研究生的入门课。一学期的导论课通常包括第 1 ~6 章。对硕士课程,可加上第 7、8、9 章的一部分。在一季的高年级课程中,可省略第 3、4、5 章的后面部分。第二类课程可专注于先进设计、综合与系统,使用第 7、8、9 章。另外,第二类课程也可以专攻计算方法,使用第 10 ~12 章。

为了帮助读者和准备进一步自学,本书包含了一些特色。术语的定义根据 IEEE 的标准定义。每章的末尾给出的参考文献都注明出处,以利于进一步阅读。此外,附录 H 中的文献目录按技术内容分类列出文献来源。附录还给出了有关无线电频谱方面的知识、材料的数据和一些重要的数学关系。

作者感谢许多为第 2 版提供有益帮助的人们。全部书稿的审阅者们(其中有两位还是第 1 版的审阅者)为本书的安排和若干技术问题提供了实质性的帮助。在草稿的课堂试讲中许多学生提供了关键的修改意见。此外,要特别感谢那些给予评阅的人,包括 Keith Carver(5.8 和 6.2 节)、David Jackson(5.8 节)、Ahmad Safaai-Jazi(6.2 和 8.4 节)、David Olver(第 11 章)、Buck Walter(4.4 和 10.12 节)、Gerald Ricciardi(5.8 节)、Marco Terada(7.6 节)和 Krish Pasala(12.15 节)。作者之一(Gary Thiele)向他的儿子 E. T. Thiele 特别表示感谢,因为在很长一段时间里,他与作者在 FD-TD 方面进行了有价值的讨论,而且他审阅了第 11 章,得出了其中若干图解说明中的数据。

最后,意识到在我们准备两个版本期间,我们的夫人 Claudia 和 Jo Ann 长时间受到了忽视,孩子们 Darren 和 Dana 以及Eric、Scott和 Brad 也一样,特此致歉。

Warren L. Stutzman

Gary A. Thiele

目　录





第1章 天线基础与定义

1.1 绪论

人类之间的通信最早是用声音,通过讲话来实现。有了长距离通信的愿望后,出现了诸如鼓之类的装置。然后,又出现了一些可视的手段如信号旗、烟火等。当然,这些"光通信器件"应用了电磁谱的光部分。只是到人类历史非常近代的时候,通过使用无线电,才将可见光区域以外的电磁谱用于通信。

无线电天线是任何无线电系统的基本部件。天线是一台装置,它为辐射和接收无线电波提供了手段。换言之,它提供了从传输线上的导波到"自由空间"波的转换(在接收时正好相反)。这样,信息可以在异地间传输而不需任何中介结构。携带此信息的电磁波的可能频率则构成电磁频谱(无线电频段在附录A中给出)。电磁频谱是人类最巨大的自然资源之一,而天线已经是利用这一资源的装置。下面讨论天线技术的简史[1~4]和天线的使用。

也许,最早的辐射实验是1842年由有线电报的发明者普林斯顿大学的J.亨利(Henry)完成的。他在楼上的房间里从电路中"扔出一个火花",并观察到位于地下室的指针被接收电路中的电流所磁化。这个实验又扩展到间隔1km。亨利还致力于闪电研究,在他家的屋顶上装了个竖直导线。这些实验标志着线天线的出现。

1875年爱迪生观察到电报键能够阻隔辐射在此基础上,1885年,他获得了一个通信系统的专利,其中采用了顶加载的竖直天线。

天线的理论基础基于麦克斯韦方程组。1864年,J.C.麦克斯韦(1831—1879)在英国皇家学会发表了这篇论文,它把电力与磁力统一成单一的电磁理论。麦克斯韦还预言,光可以用电磁学来解释,光与电磁扰动二者以同样的速度行进。

1887年,德国物理学家H.赫兹(1857—1894)从实验上证明了麦克斯韦的断言,即电磁作用通过空气传播。赫兹发现,通过适当尺寸达到谐振的带有空气间隙的单个小环,可以产生火花而测得电扰动。赫兹研究的电扰动的主源,由两个处于同一平面的金属板组成,每块板都用导线和电感线圈相连。这种早期天线,有点类似于2.1节描述的电容板天线,称为"赫兹振子"。赫兹还建成了环天线。在获得更定向辐射需求的驱动下,他又发明了反射器天线。1888年,他用锌片制作了一个抛物柱面反射器天线,见图1-1a。它由沿着焦线放置的振子馈电,工作在455MHz。

意大利发明家G.马可尼(1874—1937)为了最早的电码发送,于1895年建立了一个微波抛物柱面反射器,工作在1.2GHz。但是,他随后的工作却在更低频段以扩大通

加。这个趋势使天平在向使用无线电系统倾斜。电缆通信系统与无线电通信系统在未来都会使用,其选择取决于具体的应用。为了高可靠性,电缆与无线电二者都能用,以提供多样性。

正如我们将看到的,天线不可能像通常在电子学中发生的那样,小型化到被芯片所取代。虽然长期使用的天线类型将一直沿用到遥远的未来,但新的应用还是需要发明新天线系统。例如,更多通信要求导致了个人通信系统(PCS)的问世。从此每个人不用受导线连接的约束,只要带一个小无线电,可以在地球上任何地方使用。电子电气工程师协会(IEEE)新技术方向委员会提出的电技术7个重大挑战性课题,第一个就是"使任何人,在世界上任何地方,在任何时刻,能不接电线或电缆就用通信手段按自己的意愿与外界联系"。"无线"社会只有通过天线才有可能。可以确信,天线的未来一定灿烂辉煌。

本章的下面两节将阐述天线工作的基本原理并概述实际可能遇到的天线类型。第1章的余下部分将用于介绍理论基础与本书要用到的术语。

参考文献可以在每章的末尾找到其出处。此外,在附录H可以找到完整的参考文献。按其论题范围列出了约150本书,有助于学生进一步寻找详细资料。在本书中,尽量遵循IEEE对天线术语的定义(附录H中参考文献1)。

1.2 天线如何辐射

天线的数学推导对工程设计而言是必需的,但在此之前先解释一下辐射原理也是有益的。辐射是电磁场中的扰动从扰动源传播开去,因此,波动所携带的总功率,在无耗媒质中不随径向距离而改变。这个扰动是由一个时变电流源产生的,而电流源还有一个变速的电荷分布伴随着。所以,我们的讨论从单个变速电荷的辐射开始。

考虑单个电荷匀速沿图1-2中z向运动。在到达A点前,静电场力线从电荷出发,沿径向延伸到无穷远,并且随着电荷的运动而运动。在A点电荷开始加速(例如,速度增加),直至到达B点。然后,它又等速继续前进。该静电场(常常称为库仑场)从电荷出发,沿径向离开电荷。图1-2中半径r_A的圆以外的径向电场力线发自处于A点的电荷。半径为r_B的圆,其圆心在加速时间段Δt末尾电荷所在点B。在r_B以内,电场力线从B点沿径向延伸出去。两圆之间的距离等于光在Δt时间内所行进的距离,即$\Delta r = r_B - r_A = \Delta tc$。由于电荷运动的速度小于光速,则$\Delta z \ll \Delta r$,两圆几乎同心。图1-2中表示的距离$\Delta z$,相对于$\Delta r$,经过了放大,以便看清楚。在$\Delta r$区域内的电场力线被连接起来,这是由于在无电荷处电场力线必须连续。明显地,这是场结构被扰动的区域之一。此扰动是由于电荷加速所致,它的结束时间比图1-2所表达的时刻早r_B/c。这一扰动向外扩散,而且具有一个横向分量E_t。当扰动向无穷远传播的同时,该横向分量持续存在。

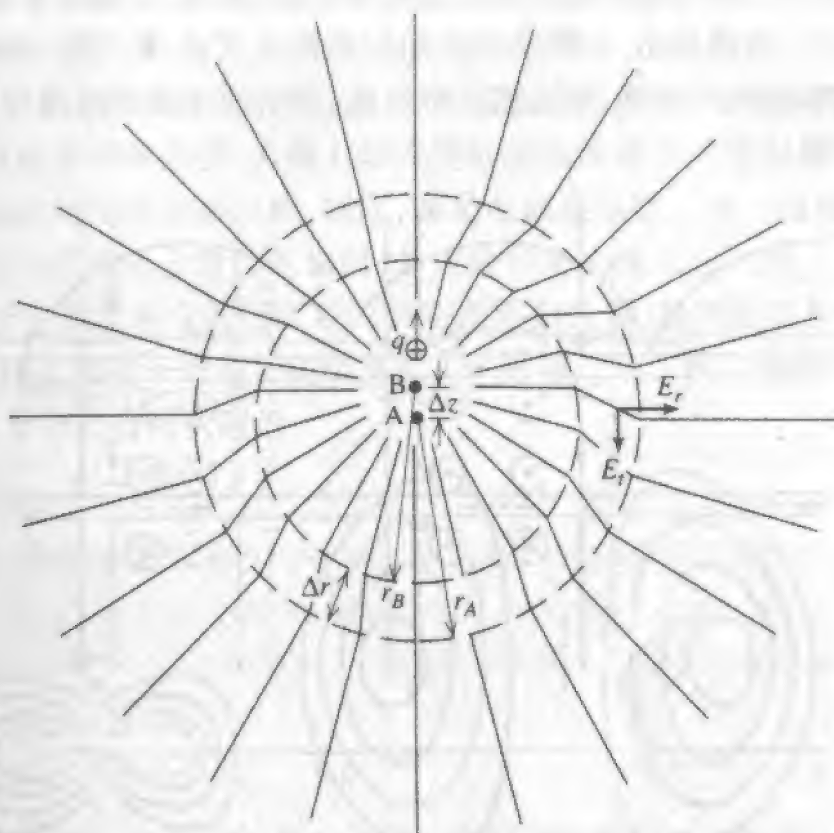


图 1-2 说明一个被加速的电荷粒子是怎样辐射的。电荷 q 沿 $+z$ 方向匀速运动直至 A 点($t=0$ 时刻),此后,它加速到达 B 点($t=\Delta t$ 时刻),再保持匀速。此处所示的电场力线是电荷通过 B 点后 r_B/c 时刻的

5

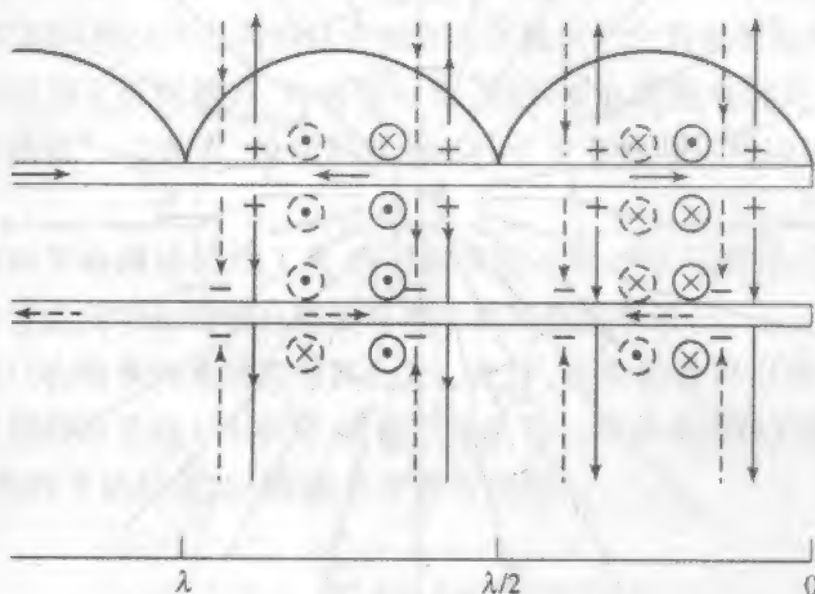
这个例子说明辐射是一种扰动。它可以直接类比于将一颗石子丢进平静的湖中所激起的瞬态波动,在石子消失以后很长时间内,从受击点出发的湖表面的扰动不停地沿径向传播开去。如果电荷被往返加速(即振荡),一个有规律的扰动就建立起来,而辐射也就会持续。设计出天线就是用以支持电荷振荡。

在加速运动电荷的例子中,很明显,辐射具有方向性。图 1-2 中,在垂直于电荷加速度的方向上扰动最大,而在本章中我们将会看到垂直于直线天线方向产生最大辐射。

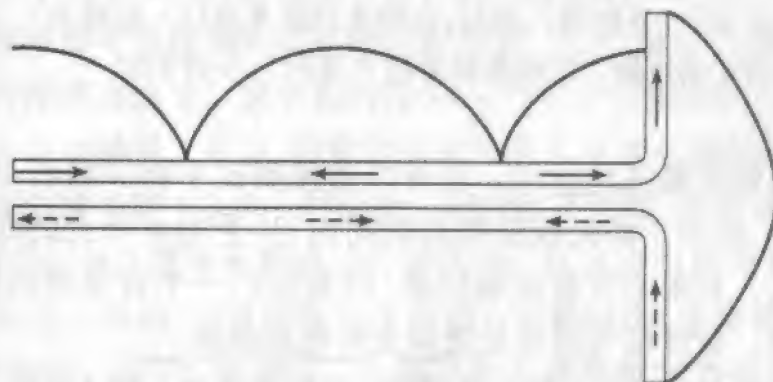
现在来解释一个实际天线是怎样工作的。为此,先从图 1-3 的开路传输线着手,导线上有一个驻波图,导线终端的电流幅度为零,离开终端每半个波长都是零点。两导线上的电流方向相反,如图 1-3a 中箭头所示。在传输线中,导线导引着波,而由电场及磁场显露的能量则存在于环绕导体的区域中。电场从导线上的电荷出发或终止,并且与导线垂直。磁场则环绕导线。注意,所有的场在导线之间增强,在其他地方抵消。

6

对于导线之间距离远小于一个波长的情况，都是这样，而且，通常也是这种情况。如果导线终端向外弯曲如图1-3b所示，导线之间增强的场就暴露在空间。注意，在两半的垂直线上，这里每段为四分之一波长，电流不再像传输线中那样方向相反，而是都向上。实际上，偶极子上的电流是如图所示近似于正弦，不过，传输线上的电流已不再是纯驻波。因为，与开路端相比，天线呈现的阻抗匹配有了改善。图1-3b是对电流峰值条件的情况。随着时间的推移，电流振荡将出现，产生的扰动将沿线传播开去，很像单个电荷被加速那样。



(a) 示出了电流、电荷和场的开路传输线。电场用实线表示。磁场用箭头表示，实线表示由顶端导线产生，虚线表示由底端导线产生



(b) 终端向外弯曲的传输线所产生的半波振子的峰值电流

图1-3　从开路传输线向振子天线的演进

与振荡偶极子的电荷分布相关联的场随时间的变化如图1-4[7]所示。这与具有相等相反分离电荷的静电偶极子类似。这里电荷分布以频率f振荡。当处于终端的电荷分布振荡时，电流在电荷之间流动且处处均匀。这就是1.6节的理想偶极子。在图1-4中，频率f的振荡电流（周期$T=1/f$）比时刻$t=0$早开启$1/4T$。向上流动的电流在偶极

子的上半部分造成了电荷过剩，在下半部分造成了电荷短缺。在 $t=0$ 时刻出现了电荷峰值，如图 1-4a 所示，并在偶极子对半间产生一个电压。偶极子顶部的正电荷被底部的负电荷所吸引，产生了电流。在 $t=T/4$ 时刻电流最大，见图 1-4b，此时，电荷被中和，也没有电荷让电力线终止，在偶极子附近就形成了电力线的闭环。在下一个 1/4T 内，负电荷累积在偶极子顶端，如图 1-4c 所示。邻近偶极子处场最强，且正交于偶极子上的振荡电荷，恰如单个加速电荷时所见。当时间继续前进，电力线脱离了偶极子，在空间形成闭环。从电流的观点看，天线上的传导电流转换成由天线附近的纵向场与天线以外的环形场组成的空间位移电流，因此，满足电流连续性。这一过程继续进行，通过对半径方向是横向的电场分量产生辐射，并传播到离天线很远的地方。在 1.6 节将看到(振荡)偶极子的数学解会得出成功的辐射所需的性质：场随距离按 $1/r$ 递减。与之不同的是，一个静电偶极子的电场随距离的 $1/r^3$ 递减。从天线发出的场的时空行为在 11.8 节与 11.9 节中还会再次碰到。

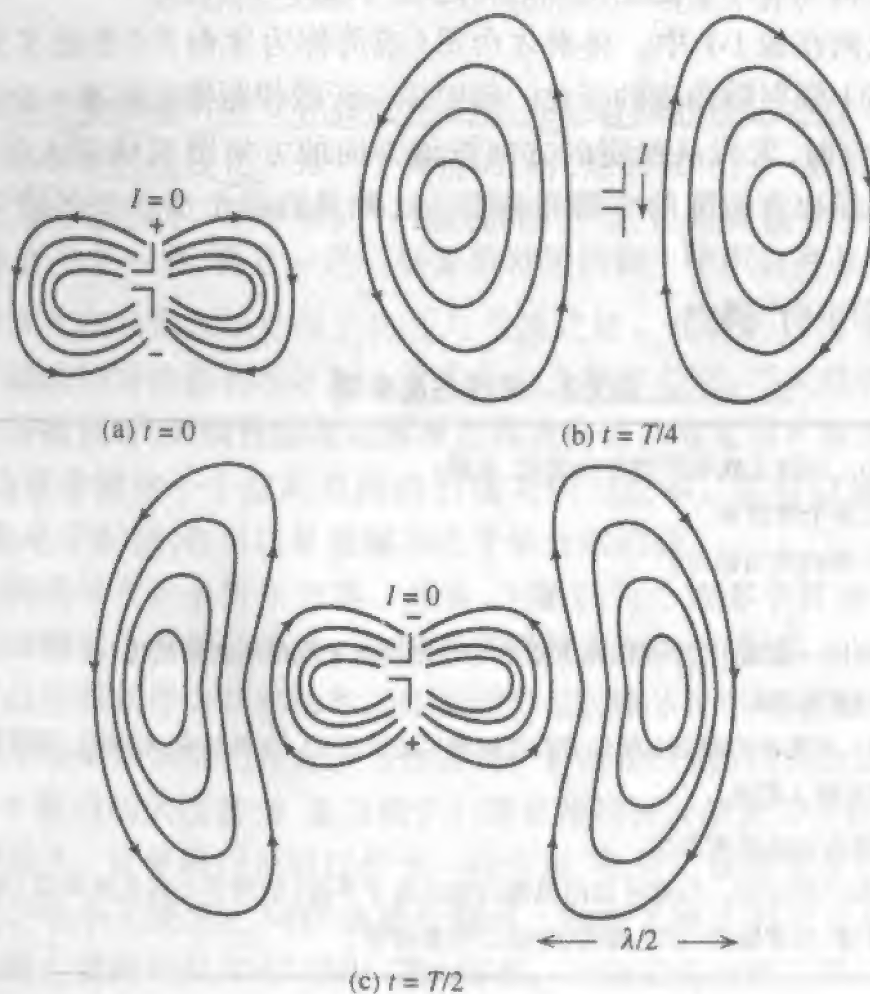


图 1-4 各时刻振荡偶极子的电场。振荡频率为 f，周期 $T=1/f$

天线的作用是把传输结构上的导波转换成自由空间波。图 1-3 说明了两条平行线的传输线向一个半波振子天线馈电。IEEE 官方对天线的定义是:"发射或接收系统中,经设计用于辐射或接收电磁波的部分。"大多数天线是互易器件,发射时的行为与接收时相同。天线用作发射还是接收,根据实际情况需要而定。用于接收状态,天线用于接收来波,将其引向连接着传输线的公共馈点。在某些情况,天线像透镜聚焦光波那样聚焦无线电波。在所有情况下,天线具有方向特性,即电磁功率密度从天线辐射出去,其强度与天线所成角度有关。

本节介绍评估天线的参数,然后讨论四种类型的天线。这里给出简单综述之后,在本章的余下部分将更加详细地定义并推导这些参数。

天线性能参数列在表 1-1 中。辐射方向图(或简称为方向图)给出了天线发射时离天线固定的距离上辐射随角度的变化。辐射以与天线相距固定距离 r 处的功率密度 S 来定量表示。接收时,天线从给定的方向按该方向的方向图值响应入射波。图 1-5 中典型的方向图显示出方向图的主瓣和旁瓣。这种具有单个窄主瓣的定向天线用于点对点通信中。在某些应用中主瓣的形状很重要。另一方面,在一个平面里具有恒定辐射的全向天线则用于广播中。

表 1-1　天线性能参数

- 辐射方向图 $F(\theta,\phi)$:围绕天线辐射的角向变化,包括:
  - 定向的、单个或多个窄波束
  - 全向的(在一个面内均匀辐射)
  - 主波束赋形
- 方向性 D:在距天线同一距离上,方向图最大点的功率密度与平均功率密度之比
- 增益 G:被天线上的损耗减弱了的方向性
- 极化:当天线发射时,所发射的瞬态电场矢量随时间变化的轨迹图。天线极化:线极化、圆极化、椭圆极化
- 阻抗 Z_A:天线终端的输入阻抗

带宽:重要性能参数合格的频率范围
- 扫描:辐射方向图在空间运动。扫描可以由机械运动或电子手段(如调节天线电流相位)来完成
- 系统考虑:尺寸、重量、功率输送、雷达截面、环境工作条件等

一个天线本质上是一个空间放大器,而方向性则表示一个天线的辐射功率密度的峰值,比辐射功率围绕天线均匀分布时的功率密度大多少。图 1-5 示出了一个实际天线的辐射方向图,并与一个各向同性的空间分布作比较,也参见图 1-20。很明显,通过天线可以达到空间增强。增益 G 是由于天线上的损耗而减小了的方向性。

第三个参数极化描述一个天线所辐射的电场的矢量特性,将在 1.10 节详细讨论。

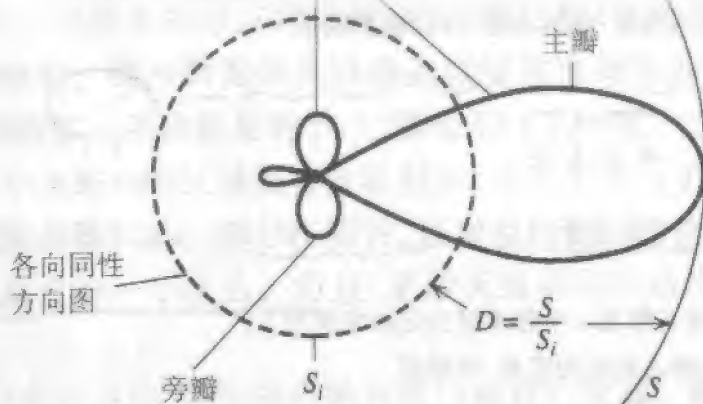


图 1-5　辐射方向图 $F(\theta,\phi)$ 与方向性 D 的说明。对实际天线和各向同性天线，在同一距离处的功率密度分别是 S 和 S_i

瞬态电场矢量的尖端随时间变化描绘出的图决定着波的极化。直导线天线辐射出的波具有平行于导线的线极化。另一个流行的极化是圆极化。一般情况，极化是椭圆极化。双极化天线能在同一频率和同一物理链路上，通过正交极化分别携带信息，使通信容量加倍。

天线的输入阻抗是天线终端上电压与电流之比。通常的目标是使天线的输入阻抗与所接传输线的特性阻抗相匹配。带宽是一个频率范围，当天线的性能由一个或几个性能参数所衡量时，天线性能在此频率范围内合格。参见第 6 章关于通用的带宽定义。最后，通常希望在一个空间范围内扫描天线的主瓣。这可以通过移动天线来实现，既可以是电子扫描，也可以是机械与电子结合的扫描。

参数值的选择有许多折中方案。通常，不牺牲一个或多个其他参数的水平，就不可能显著地改善某个参数的性能。这正是天线技术面临的挑战。

天线可以按照其作为频率函数的性能而分成四类。下面将按此介绍，使得在学习天线时能较早地掌握其共同特点。当你遇到一种新的天线时，先尝试确定它属于哪类天线。图 1-6 列出的天线类型，是按照它们通常使用时所处的频谱范围来排列的，频段表可参阅附录 A。这里的讨论可以作为一种综述，并且应该随着你的天线知识的积累而随时参阅。电小天线用在 VHF 或更低频率。谐振天线主要用于从 HF 到低 GHz 频率。广播天线主要用于从 VHF 到中 GHz 频率。口径天线主要用于 UHF 和更高频率。

电小天线（或简称为小天线）在尺度上远小于一个波长。回顾一下电磁学，波长 λ 通过光速 c 与频率 f 相联系，即 $\lambda=c/f$。电小天线结构简单且其特性对结构的细节不敏感。轿车上调幅（AM）接收用的竖直单极子就是一个很好的例子。它约 0.003λ 长，在水平面内具有近乎全向的方向图。这就是通常希望的特性，但它的输入电阻低、输入电抗高是严重的缺点。而且，由于结构上的欧姆损耗，小天线的效率低。

谐振天线很流行，尤其当需要在窄频带内结构简单而输入阻抗好时。它具有宽的

主瓣和低的或中等的(几个分贝)增益。半波振子就是突出的例子。

· 电小天线:天线结构的尺度远小于一个波长 λ。

性质:低方向性;低输入电阻;高输入电抗;低辐射效率

例子:



短振子



小环

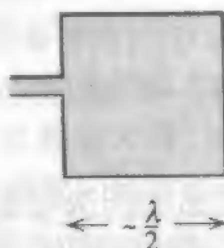
· 谐振天线:该天线很好地工作在一个频率或选定的窄频带上。

性质:增益低到中等;输入阻抗为实数;窄频带

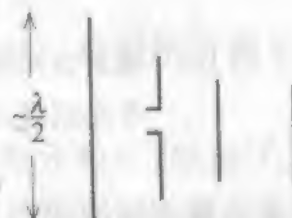
例子:



半波振子



微带贴片



八木天线

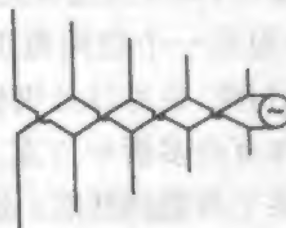
· 宽带天线:在很宽的频率范围内,方向图、增益和阻抗保持合格且近乎恒定,并且具有这样的特征:具有周长一个波长或延伸半波长的有效辐射区。它在天线上的位置随频率而改变。

性质:低到中等的增益;恒定增益;实数输入阻抗;宽带

例子:



螺旋形天线



对数周期振子阵

· 口径天线:具有一个物理口径(开放的),波可通过它流通。

性质:高增益;增益随频率升高而增加;中等带宽

例子:



喇叭天线



反射器天线

图 1-6　天线的类型

许多应用需要天线工作在宽频带。当在上下工作频率超过 2:1 的带宽比上测量一个或多个参数(方向图、增益和/或阻抗)时,宽带天线具有合格的性能。宽带天线以一个有效辐射区来表征。在馈点的原点发出传播波(或行波)无辐射地行进到有效辐射区,大部分功率在此辐射。圆形的宽带天线的有效辐射区周长为一个波长,且产生圆极化。图 1-6 中说明的螺旋天线就是例子,它能有 20:1 的带宽。由线元或直边做的宽带天线,其上延展约半个波长的区域是有效辐射区,且产生平行于线元的线极化辐射。由于在给定频率,宽带天线只有一部分在辐射,其增益很低。增益虽低,但是几乎不随频率变化,这也可能是它的一个优点。而且,宽带天线的行波状态就意味着它的输入阻抗值是实数。

口径天线具有一个开放口,传播的电磁波可以通过它流通。喇叭天线是一个很好的例子,它充当着"漏斗"的作用,把波引向连接的波导。此口径常常是一维或多维长达几个波长。方向图常常具有窄主瓣,导致高增益。对一个固定的物理口径尺寸,方向图主瓣随频率的提高而变窄。带宽中等(达 2:1)。

1.4 电磁学基础

本节和下节给出辐射问题的电磁场原理和麦克斯韦方程解的简要回顾。关于这些论题,任何电磁场教科书都可以参考。

基本的电磁场方程是①

$$\nabla \times \mathscr{E} = -\frac{\partial \mathscr{B}}{\partial t} \tag{1-1}$$

$$\nabla \times \mathscr{H} = -\frac{\partial}{\partial t}\mathscr{D} + \mathscr{J}_T \tag{1-2}$$

$$\nabla \cdot \mathscr{D} = \rho_T(t) \tag{1-3}$$

$$\nabla \cdot \mathscr{B} = 0 \tag{1-4}$$

$$\nabla \cdot \mathscr{J}_T = -\frac{\partial}{\partial t}\rho_T(t) \tag{1-5}$$

其中前 4 个微分方程经常称作麦克斯韦方程组,而最后一个称为连续性方程。两个旋度方程加上连续性方程等价于旋度方程加散度方程。在时变场问题中,旋度方程加连续性方程是最方便的表达式。微分方程组中每一个方程都有相应的积分形式。

如果 $\rho_T(t)$ 和 $\mathscr{J}_T(t)$ 在辐射频率 ω 上随时间按正弦变化,则场也按正弦变化,通常称为时谐场。如果相量场可作如下表示②

$$\mathscr{E} = \mathrm{Re}(\boldsymbol{E}e^{j\omega t}), \quad \mathscr{H} = \mathrm{Re}(\boldsymbol{H}e^{j\omega t}), \quad 等 \tag{1-6}$$

① 时变量用手写体表示,如 $\mathscr{E} = \mathscr{E}(x, y, z, t)$。

② 某些作者用 $e^{-j\omega t}$,将造成随后推导中符号的不同。

其中,相量 $\boldsymbol{E}$、$\boldsymbol{D}$、$\boldsymbol{H}$、$\boldsymbol{B}$、ρ_T 和 $\boldsymbol{J}_T$ 仅仅是空间坐标的复量函数(即不显示出对时间的依赖),这些基本的电磁方程及它们的解会可观地简化。利用式(1-6)对式(1-1)~(1-5)中的电磁量的相量定义,并略去方程两边都出现的因子 $e^{j\omega t}$,得

$$\nabla \times \boldsymbol{E} = -j\omega \boldsymbol{B} \tag{1-7}$$

$$\nabla \times \boldsymbol{H} = j\omega \boldsymbol{D} + \boldsymbol{J}_T \tag{1-8}$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{D} = \rho_T \tag{1-9}$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{B} = 0 \tag{1-10}$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{J}_T = -j\omega \rho_T \tag{1-11}$$

式(1-1)~(1-5)中的时间导数已经被式(1-7)~(1-11)的 $j\omega$ 因子所取代,而且时变电磁量已被相应的相量所取代。这一过程类似于网络方程的求解,那里依赖于时间的微分方程经过拉普拉斯变换,其时间导数被 $j\omega$(或 s)所取代。式(1-7)~(1-10)常常称为麦克斯韦方程的时谐形式,因为它们用于正弦变化(即时谐)场。

如果出现多于一个频率的情况,待从式(1-7)~(1-11)解出作为辐射频率 ω 函数的相量后,经过反变换就可以得到场量的时变形式。这又与求解网络问题时所用的程序类似。幸运的是,在天线问题中通常没有必要这么做,因为信号的带宽常常很小。典型的情况是载频伴随着某种形式的调制,在载频周围给出一些分散的频率。为便于分析,我们使用一个等于载频的频率。因此,本书后面所有的内容(第11章除外)都假定是时谐场情形。

总电流密度 $\boldsymbol{J}_T$ 由外加电流(源电流)$\boldsymbol{J}$ 和一个传导电流项 $\sigma\boldsymbol{E}$(它由外加电流感应产生)组成:

$$\boldsymbol{J}_T = \sigma \boldsymbol{E} + \boldsymbol{J} \tag{1-12}$$

外加电流密度所起的作用是一个已知量。十分常见的是假设天线上有一个电流密度,只要涉及场方程,它总是一个已知量。电流密度 $\sigma\boldsymbol{E}$ 是源 $\boldsymbol{J}$ 建立的场在邻近的导体上感应而流动的电流密度,在场方程解出 $\boldsymbol{E}$ 后即可计算出。除电导率 σ 外,材料特性还由介电常数 ε 和磁导率 μ 来表征①,

$$\boldsymbol{D} = \varepsilon \boldsymbol{E} \tag{1-13}$$

和

$$\boldsymbol{B} = \mu \boldsymbol{H} \tag{1-14}$$

现在重新写出场方程,准备求解。将式(1-12)和式(1-13)代入式(1-8)可得

$$\nabla \times \boldsymbol{H} = j\omega\left(\varepsilon + \frac{\sigma}{j\omega}\right)\boldsymbol{E} + \boldsymbol{J} = j\omega\varepsilon'\boldsymbol{E} + \boldsymbol{J} \tag{1-15}$$

其中,已经定义 $\varepsilon' = \varepsilon - j(\sigma/\omega)$。对天线问题,通常解出天线周围空气中的场,那里 $\sigma = 0$,$\varepsilon' = \varepsilon$。因此,在随后的推导中,就用 ε 代替 ε'。不过,电导率不为零时,可用 $\varepsilon' = \varepsilon - j(\sigma/\omega)$ 代替 ε。还要注意,$\boldsymbol{E}$ 和 $\boldsymbol{H}$ 是天线中主要感兴趣的场。它们被恰当地称

① 一般而言,ε 和 μ 可以是复数,但在大多数天线问题中,它们可近似看作实数。

为电场强度和磁场强度，单位分别是 V/m 和 A/m。为简洁起见，简称为电场和磁场。

对应于电流密度源 $\boldsymbol{J}$，令 ρ 为电荷源。然后，将式(1-12)～(1-14)用于式(1-7)，将式(1-9)用于式(1-11)，并重复式(1-15)，则有(见习题1.4.2，推导式(1-18))

$$\nabla\times\boldsymbol{E}=-\mathrm{j}\omega\mu\boldsymbol{H} \tag{1-16}$$

$$\nabla\times\boldsymbol{H}=\mathrm{j}\omega\varepsilon\boldsymbol{E}+\boldsymbol{J} \tag{1-17}$$

$$\nabla\cdot\boldsymbol{E}=\frac{\rho}{\varepsilon} \tag{1-18}$$

$$\nabla\cdot\boldsymbol{H}=0 \tag{1-19}$$

$$\nabla\cdot\boldsymbol{J}=-\mathrm{j}\omega\rho \tag{1-20}$$

这些是由电流密度源 $\boldsymbol{J}$ 和电荷密度源 ρ 显式表达的时谐电磁场方程组。有时，引入一个假想的磁流密度 $\boldsymbol{M}$ 比较方便。则式(1-16)变成

$$\nabla\times\boldsymbol{E}=-\mathrm{j}\omega\mu\boldsymbol{H}-\boldsymbol{M} \tag{1-21}$$

磁流源作为等效源替代复杂的电场很有用。

在满足边界条件之前，电磁场基本方程组的求解尚未完成。时谐场中一组充分的边界条件是

$$\hat{\boldsymbol{n}}\times(\boldsymbol{H}_2-\boldsymbol{H}_1)=\boldsymbol{J}_s \tag{1-22}$$

$$(\boldsymbol{E}_2-\boldsymbol{E}_1)\times\hat{\boldsymbol{n}}=\boldsymbol{M}_s \tag{1-23}$$

其中，电表面流 $\boldsymbol{J}_s$ 和磁表面流 $\boldsymbol{M}_s$ 在两种结构参数为 ε_1、μ_1、σ_1 和 ε_2、μ_2、σ_2 的均匀媒质间的边界上流动。仅当使用等效磁流层时，$\boldsymbol{M}_s$ 才不等于零。垂直于边界面的单位矢量 $\hat{\boldsymbol{n}}$ 的方向从媒质1指向媒质2。与单位垂直矢量的叉积构成对边界的切向分量，相关方程可以写成

$$H_{\tan 2}=H_{\tan 1}+J_s \tag{1-24}$$

$$E_{\tan 2}=E_{\tan 1}+M_s \tag{1-25}$$

这些边界条件是由式(1-17)和式(1-21)的积分形式得出。如果一边是导电体，边界条件就变成

$$H_{\tan}=J_s \tag{1-26}$$

$$E_{\tan}=0 \tag{1-27}$$

磁场强度的切向边界条件在图1-7中作了说明，有一般情形的，也有媒质1是完纯导体的。重要的是要注意到，在边界条件方程组中，所有场量都是边界上的值，而且方程组要施加到边界上每一个点。

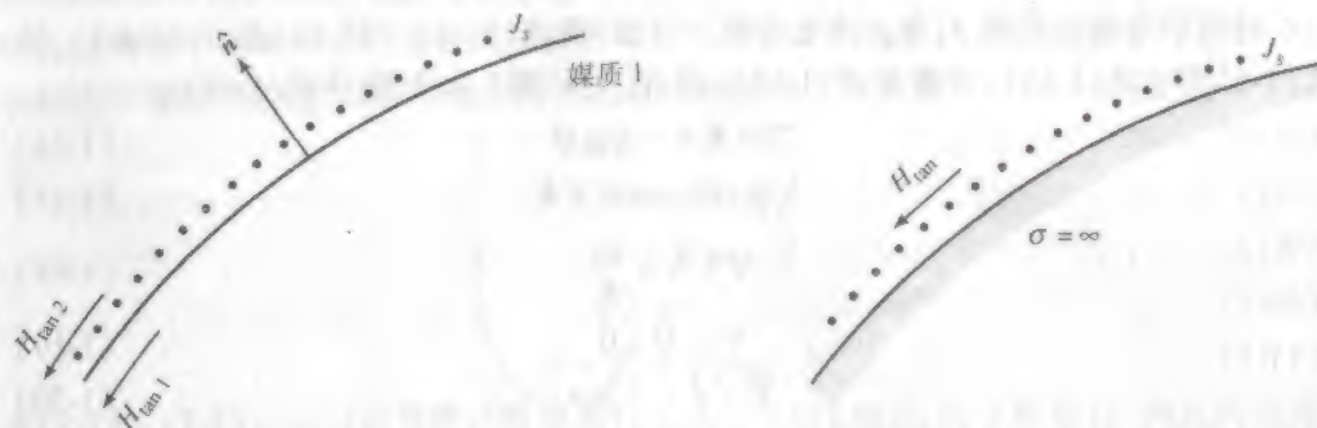
14

还可以从麦克斯韦旋度方程导出能量守恒方程，或称为坡印廷定理。考虑被一个封闭面 s 包围的体积 v。源供给体积 v 的功率 P_s 等于 s 面流出的功率 P_f、v 内耗散的时间平均功率 $P_{d_{av}}$ 加上 v 内储存的时间平均功率的总和：

$$P_s=P_f+P_{d_{av}}+\mathrm{j}2\omega(W_{m_{av}}-W_{e_{av}}) \tag{1-28}$$

从封闭面 s 流出的复功率可由下式求得

$$P_f=\frac{1}{2}\oint_s\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{H}^*\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{s} \tag{1-29}$$



（a）一般情形 （b）一边媒质是完纯导体

图 1-7 磁场强度的边界条件

其中 $\mathrm{d}\boldsymbol{s}=\mathrm{d}s\hat{\boldsymbol{n}}$，$\hat{\boldsymbol{n}}$ 是垂直于表面且从表面外指的单位矢量。注意，$\boldsymbol{E}$ 和 $\boldsymbol{H}$ 是峰值相量而不是均方根值，这导致功率表示式中出现 1/2。积分号内的被积函数被定义为坡印廷矢量

$$\boldsymbol{S}=\frac{1}{2}\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{H}^* \tag{1-30}$$

这是一个功率密度，单位是 $\mathrm{W/m^2}$。由封闭面 s 包围的体积 v 中的时间平均耗散功率是

$$P_{d_{av}}=\frac{1}{2}\iiint_v \sigma|E|^2\mathrm{d}v \tag{1-31}$$

储存的时间平均磁能是

$$M_{m_{av}}=\frac{1}{2}\iiint_v \frac{1}{2}\mu|H|^2\mathrm{d}v \tag{1-32}$$

储存的时间平均电能是

$$W_{e_{av}}=\frac{1}{2}\iiint_v \frac{1}{2}\varepsilon|E|^2\mathrm{d}v \tag{1-33}$$

如果并不确切地知道源的功率，它可以从体电流密度按下式算出：

$$P_s=-\frac{1}{2}\iiint_v \boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{J}^*\,\mathrm{d}v \tag{1-34}$$

如果使用磁流密度，前面方程式中的被积函数还要加上一项 $\boldsymbol{H}^*\cdot\boldsymbol{M}$。

从式(1-29)可见，复坡印廷矢量 $\frac{1}{2}\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{H}^*$ 沿封闭面 s 的积分给出流出 s 表面的总复功率。假定复坡印廷矢量代表一点上的复功率密度，单位为 $\mathrm{W/m^2}$。则通过任何表面 s（不一定要闭合）的复功率，可以通过复坡印廷矢量沿该表面的积分求得。我们对实功率（即复功率的实部，它代表电场强度和磁场强度同相的部分）特别感兴趣。流过表面 s 的实功率为

$$P=\mathrm{Re}\left(\iint_s \boldsymbol{S}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{s}\right)=\frac{1}{2}\mathrm{Re}\left(\iint_s \boldsymbol{E}\times\boldsymbol{H}^*\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{s}\right) \tag{1-35}$$

平均功率流的参考方向就是由 $d\boldsymbol{s}(=ds\hat{\boldsymbol{n}})$ 所含的单位法向矢量 $\hat{\boldsymbol{n}}$ 的方向。

1.5 关于辐射问题的麦克斯韦方程组的解

本节阐述在麦克斯韦方程组的基础上找出天线的辐射场的过程。本书随后的天线分析将以这些关系式为基础，不必再回到麦克斯韦方程组。

天线问题包括求解外加电流分布 $\boldsymbol{J}$ 所产生的场。最简单的处理方法是在求解过程中得到该电流分布。本书中许多地方都会讨论如何求得电流分布，不过，目前假定电流分布已知而希望确定场 $\boldsymbol{E}$ 和 $\boldsymbol{H}$。前节已经提到，我们仅需处理麦克斯韦方程组的两个旋度方程式(1-16)和式(1-17)。这是两个耦合的一阶线性微分方程。它们之所以是耦合的，是因为未知函数 $\boldsymbol{E}$ 和 $\boldsymbol{H}$ 在两个方程中都出现。因此，这两个方程必须同时求解。为了简化从已知的 $\boldsymbol{J}$ 求解 $\boldsymbol{E}$ 和 $\boldsymbol{H}$，引进标量位函数 Φ 和矢量位函数 $\boldsymbol{A}$。

注意式(1-19)，$\boldsymbol{H}$ 的散度为零，可以引进矢量位。

$$\nabla \cdot \boldsymbol{H}=0 \tag{1-36}$$

因此，矢量场 $\boldsymbol{H}$ 仅有旋度，从而通常称为螺线场。因为它仅有旋度，它可以表示成某个矢量函数的旋度如下：

$$\boxed{\boldsymbol{H}=\frac{1}{\mu}\nabla \times \boldsymbol{A}} \tag{1-37}$$

16

其中 $\boldsymbol{A}$ 是(磁)矢量位。更精确地说，式(1-37)之所以能成立，是因为它满足恒等式(1-36)，即对任何 $\boldsymbol{A}$，由式(C-9)有 $\nabla \cdot \nabla \times \boldsymbol{A} \equiv 0$。$\boldsymbol{A}$ 的旋度由式(1-37)定义，但完整地定义 $\boldsymbol{A}$，还需要确定它的散度。

标量位的引进要将式(1-37)代入式(1-16)，得到

$$\nabla \times (\boldsymbol{E}+\mathrm{j}\omega \boldsymbol{A})=0 \tag{1-38}$$

圆括号中的表示式是一个电场，而且由于其旋度为零，它是一个保守场，行为如同静电场。(电)标量位由下式定义

$$\boldsymbol{E}+\mathrm{j}\omega \boldsymbol{A}=-\nabla \Phi \tag{1-39}$$

因为该定义恒等地满足式(1-38)，即对任何 Φ，由(C-10)有 $\nabla \times \nabla \Phi \equiv 0$。求解式(1-39)得总电场

$$\boldsymbol{E}=-\mathrm{j}\omega \boldsymbol{A}-\nabla \Phi \tag{1-40}$$

这可能是一个熟知的结果。

现在，场 $\boldsymbol{E}$ 和 $\boldsymbol{H}$ 已根据式(1-37)与式(1-40)由位函数来表示。如果位函数已知，就可能得到场。下面讨论位函数的求解。将式(1-37)代入式(1-17)可得

$$\nabla \times \boldsymbol{H}=\frac{1}{\mu}\nabla \times \nabla \times \boldsymbol{A}=\mathrm{j}\omega\varepsilon \boldsymbol{E}+\boldsymbol{J} \tag{1-41}$$

利用(C-17)的矢量恒等式

$$\nabla \times \nabla \times \boldsymbol{A} \equiv \nabla(\nabla \cdot \boldsymbol{A})-\nabla^2 \boldsymbol{A} \tag{1-42}$$

和在式(1-41)中应用式(1-40),得

$$\nabla(\nabla \cdot \boldsymbol{A}) - \nabla^2 \boldsymbol{A} = -\mathrm{j}\omega\mu\varepsilon(-\mathrm{j}\omega \boldsymbol{A} - \nabla \Phi) + \mu \boldsymbol{J} \tag{1-43}$$

或

$$\nabla^2 \boldsymbol{A} + \omega^2\mu\varepsilon \boldsymbol{A} - \nabla(\mathrm{j}\omega\mu\varepsilon\Phi + \nabla \cdot \boldsymbol{A}) = -\mu \boldsymbol{J} \tag{1-44}$$

如前所述,$\boldsymbol{A}$ 的散度还有待确定。一种方便的选择可能是消去式(1-44)中的第三项。这就是洛仑兹条件(也许归功于 L.洛仑兹比 H.洛仑兹更合适[8])。

$$\nabla \cdot \boldsymbol{A} = -\mathrm{j}\omega\mu\varepsilon\Phi \tag{1-45}$$

这样,式(1-44)就简化成

$$\boxed{\nabla^2 \boldsymbol{A} + \omega^2\mu\varepsilon \boldsymbol{A} = -\mu \boldsymbol{J}} \tag{1-46}$$

选择式(1-45)导致了变量的去耦,即式(1-46)仅含有 $\boldsymbol{A}$ 而不含 $\boldsymbol{\Phi}$。这就是矢量波动方程。这是一个微分方程,在给定外加流 $\boldsymbol{J}$ 后,就能够求解 $\boldsymbol{A}$。随后就可以方便地由式(1-37)和式(1-47)找出场

$$\boldsymbol{E} = -\mathrm{j}\omega \boldsymbol{A} - \mathrm{j}\frac{\nabla(\nabla \cdot \boldsymbol{A})}{\omega\mu\varepsilon} \tag{1-47}$$

该方程由式(1-40)和式(1-45)得到。注意,只需要知道 $\boldsymbol{A}$ 即可。在矢量波动方程之外,还有一个比较麻烦的方法是求解标量波动方程

$$\nabla^2 \Phi + \omega^2\mu\varepsilon\Phi = -\frac{\rho}{\varepsilon} \tag{1-48}$$

式(1-48)的推导将留作习题。如果采用这种方法,$\boldsymbol{E}$ 将由式(1-40)求得。注意,式(1-48)中的 ρ 由连续性方程(1-20)与式(1-46)中的 $\boldsymbol{J}$ 相联系。

矢量波动方程(1-46)通过分解成三个标量方程来求解。先利用式(C-18)将 $\boldsymbol{A}$ 分解成直角坐标分量:

$$\nabla^2 \boldsymbol{A} = \hat{x}\,\nabla^2 A_x + \hat{y}\,\nabla^2 A_y + \hat{z}\,\nabla^2 A_z \tag{1-49}$$

之所以用直角坐标,是因为单位矢量的直角分量本身不是坐标的函数,可从拉普拉斯算子中提出。这种特性为直角坐标系统所特有。虽然 $\boldsymbol{A}$ 总是被分解成直角坐标分量,但 $\boldsymbol{A}$ 的每个分量的拉普拉斯算子却由适合于问题几何形状的坐标系来表达。求解的过程是将式(1-49)代入(1-46)并令直角分量相等。

$$\begin{aligned}\nabla^2 A_x + \beta^2 A_x &= -\mu J_x \\ \nabla^2 A_y + \beta^2 A_y &= -\mu J_y \\ \nabla^2 A_z + \beta^2 A_z &= -\mu J_z\end{aligned} \tag{1-50}$$

其中,$\beta^2 = \omega^2\mu\varepsilon$。实常数

$$\beta = \omega\sqrt{\mu\varepsilon} \tag{1-51}$$

理解为平面波的相位常数。

式(1-50)中三个方程的形式是完全一样的。解出其中一个方程,另外两个就容易求解。首先求出点源的解。然后,这个单位脉冲响应解可以用来形成一般的解,只要

把任意源看作点源的集合。点源的微分方程是

$$\nabla^2\psi + \beta^2\psi = -\delta(x)\delta(y)\delta(z) \tag{1-52}$$

其中 ψ 是对原点处点源的响应，而 $\delta(\ )$ 是单位脉冲函数或狄拉克 δ 函数（见附录F.1）。尽管点源的尺度无限小，它相关的电流却有方向。这是因为在解决实际问题时，点源代表电流的一小部分，而电流是具有方向的。如果点源取 z 向，则

$$\psi = A_z \tag{1-53}$$

由于除了原点外，点源处处为零，离开原点处式(1-52)变成

$$\nabla^2\psi + \beta^2\psi = 0 \tag{1-54}$$

18

这是复标量波动方程也称为亥姆霍兹方程。由于球对称，就写出球坐标拉普拉斯算子，而 ψ 只依赖于径向。式(1-54)的两个解是 $\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta r}/r$ 和 $\mathrm{e}^{+\mathrm{j}\beta r}/r$。它们分别对应于向外和向内沿径向传播的波。物理上有意义的解是从点源传出去的波。算出比例常数（见习题1.5.2），可得点源的解

$$\psi = \frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta r}}{4\pi r} \tag{1-55}$$

这是式(1-52)的解，其幅度和相位随离开处于原点的点源的距离 r 而变。如果点源处于任意指定位置，我们必须计算源的位置与观察点 P 之间的距离 R（见图1-8）。于是

$$\psi = \frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta R}}{4\pi R} \tag{1-56}$$

点源的解实际上就是理想偶极子天线的解的起点，下一节将详细讨论。

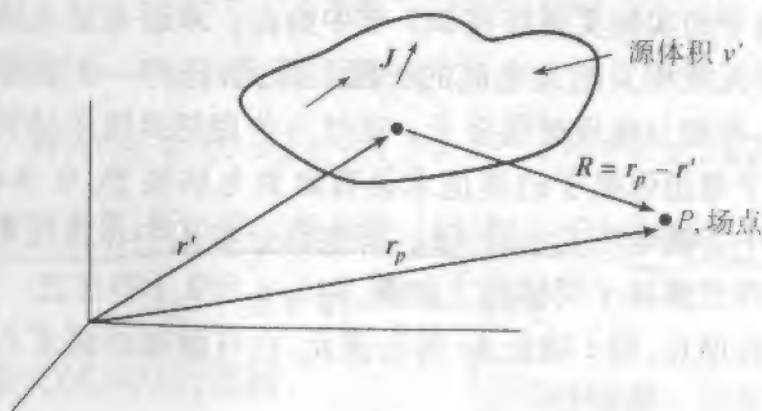


图1-8 用于求解辐射问题的矢量

对一任意的 z 向电流密度，其矢量位也沿 z 向。如果考虑到源是点源的集合，按分布电流 J_z 加权，其响应 A_z 是式(1-56)点源响应的总和。这可表示成包围源体积 v' 的积分

$$A_z = \iiint_{v'} \mu J_z \frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta R}}{4\pi R}\mathrm{d}v' \tag{1-57}$$

对 x 和 y 向分量，类似的方程也成立。因而，总的解是全部分量的和，为

$$A = \iiint_{v'} \mu J \frac{e^{-j\beta R}}{4\pi R} dv' \tag{1-58}$$

这就是矢量波动方程(1-46)的解。其几何结构如图1-8所示。所示坐标系统用于描述源点和场点。r'是坐标原点到源点的矢量，r_P是坐标原点到场点P的矢量。矢量R是源点到场点的矢量，由$r_P - r'$给出。该几何结构是标准的，将用于此。

我们可以简单地小结一下，从电流分布J找出其所产生场的步骤。首先，从式(1-58)求出A。H场可由式(1-37)求出。E场可由式(1-47)求出，但往往从式(1-17)求E场更简单。即在源区，用

$$E = \frac{1}{j\omega\varepsilon}(\nabla \times H - J) \tag{1-59}$$

如果场点移动到远离源，即如果在P点的$J=0$，则用

$$E = \frac{1}{j\omega\varepsilon}\nabla \times H \tag{1-60}$$

1.6　理想偶极子

本节将利用上节讲的原理来求出无限小电流元的场。我们将术语**理想偶极子**用于指电尺寸小到满足$\Delta z \ll \lambda$的、幅度均匀的电流。之所以说它理想，是因为在整个辐射元范围里，电流的大小和相位都是均匀的。在现实中实现这样的不连续电流是困难的，近似的理想偶极子的实际实现将在2.1节中给出。术语*电流元*通常用于理想偶极子，把它作为与实际天线相关的大电流的一段。因此，任何一个实际天线可以先分解成许多连续电流丝，再细分成理想偶极子。通过这些理想偶极子的贡献的总和可求出来自天线的场。用于理想偶极子的其他术语有*赫兹电偶极子*、*电偶极子*、*无限小振子*和*对称振子*。一个中心馈电的电小线天线，其电流分布从中心到线末端渐变成零。这种*短振子天线*具有理想偶极子同样的方向图，在1.9和2.1节将进一步讨论。

考虑一个中心在原点，沿z轴长Δz的电流元，它有恒等的幅度I。这时，矢量位的体积分式(1-58)简化成一维积分①

$$A = \hat{z}\mu I \int_{-\Delta z/2}^{\Delta z/2} \frac{e^{-j\beta R}}{4\pi R} dz' \tag{1-61}$$

长度Δz与波长及距离R相比非常小，如图1-9所示。因为长度Δz非常小，从电流元到

---

① 式(1-61)的结果也可以由下式表达偶极子上的电流密度而得到，

$$J = I\delta(x')\delta(y')\hat{z} \quad 其中 \quad -\frac{\Delta z}{2} < z' < \frac{\Delta z}{2}$$

将其代入式(1-58)得到：

$$A = \hat{z}\mu I \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x')dx' \int_{-\infty}^{\infty} \delta(y')dy' \int_{-\Delta z/2}^{\Delta z/2} \frac{e^{-j\beta R}}{4\pi R}dz'$$

随之得式(1-61)。

场点的距离 R 近似地等于源点到场点的距离 r。以 r 代替 R 代入式(1-61)，积分成为

$$A = \frac{\mu I e^{-j\beta r}}{4\pi r}\Delta z\hat{z} \tag{1-62}$$

该式对点电流元严格成立，但对小($\Delta z \ll \lambda$ 与 $\Delta z \ll R$)而有限的均匀电流元只是近似正确。前节已推导点源的矢量位 A_z，见式(1-55)，其中 $I\Delta z = 1$。有许多电流源时，只要在式(1-61)的被积函数的分母中简单地以 r 代替 R，不过通常不能在指数中做这样的替换。

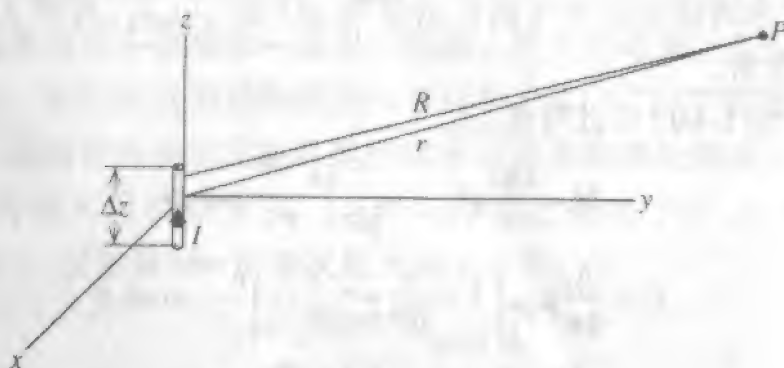


图1-9 理想偶极子。电流 I 是均匀的，$\Delta z \ll \lambda, R \approx r$

现在直接来计算理想偶极子建立的电磁场。磁场可从式(1-37)求出为

$$H = \frac{1}{\mu}\nabla \times A = \frac{1}{\mu}\nabla \times (A_z\hat{z}) \tag{1-63}$$

如果应用矢量恒等式(C－16)，前一方程变成

$$H = \frac{1}{\mu}(\nabla A_z)\times\hat{z} + \frac{1}{\mu}A_z(\nabla\times\hat{z}) = \frac{1}{\mu}(\nabla A_z)\times\hat{z} \tag{1-64}$$

因为常矢量的旋度等于零，所以第二项为零。以式(1-62)代入式(1-64)有

$$H = \nabla\left(\frac{I\Delta z e^{-j\beta r}}{4\pi r}\right)\times\hat{z} \tag{1-65}$$

应用球坐标的梯度式(C－33)，得到

$$H = \frac{I\Delta z}{4\pi}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{e^{-j\beta r}}{r}\right)\hat{r}\times\hat{z}$$

$$= \frac{I\Delta z}{4\pi}\left[\frac{-j\beta e^{-j\beta r}}{r} - \frac{e^{-j\beta r}}{r^2}\right]\hat{r}\times\hat{z} \tag{1-66}$$

根据式(C－3)，有

$$\hat{r}\times\hat{z} = \hat{r}\times(\hat{r}\cos\theta - \hat{\theta}\sin\theta) = -\hat{\phi}\sin\theta \tag{1-67}$$

将式(1-67)代入式(1-66)，得到

$$H = \frac{I\Delta z}{4\pi}\left[\frac{j\beta}{r} + \frac{1}{r^2}\right]e^{-j\beta r}\sin\theta\,\hat{\phi} \tag{1-68}$$

电场可以从式(1-60)得到

$$E = \frac{I\Delta z}{4\pi}\left[\frac{j\omega\mu}{r} + \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\frac{1}{r^2} + \frac{1}{j\omega\varepsilon r^3}\right]e^{-j\beta r}\sin\theta\,\hat{\boldsymbol{\theta}}$$

$$+\frac{I\Delta z}{2\pi}\left[\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\frac{1}{r^2} + \frac{1}{j\omega\varepsilon}\frac{1}{r^3}\right]e^{-j\beta r}\cos\theta\,\hat{\boldsymbol{r}} \tag{1-69}$$

这里 β 由式(1-51)给出，且与波长有如下关系

$$\beta = \omega\sqrt{\mu\varepsilon} = \frac{2\pi}{\lambda} \tag{1-70}$$

注意，若偶极子周围的媒质是空气或自由空间，$\beta = \omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}$，其中 ε_0 和 μ_0 是自由空间的磁导率和介电常数。

方程(1-68)与(1-69)可以写成

$$\boldsymbol{H} = \frac{I\Delta z}{4\pi}j\beta\left(1 + \frac{1}{j\beta r}\right)\frac{e^{-j\beta r}}{r}\sin\theta\,\hat{\boldsymbol{\phi}} \tag{1-71a}$$

$$\boldsymbol{E} = \frac{I\Delta z}{4\pi}j\omega\mu\left[1 + \frac{1}{j\beta r} - \frac{1}{(\beta r)^2}\right]\frac{e^{-j\beta r}}{r}\sin\theta\,\hat{\boldsymbol{\theta}}$$

$$+\frac{I\Delta z}{2\pi}\eta\left[\frac{1}{r} - j\frac{1}{\beta r^2}\right]\frac{e^{-j\beta r}}{r}\cos\theta\,\hat{\boldsymbol{r}} \tag{1-71b}$$

如果 βr 足够大（即 $\beta r \gg 1$，或 $r \gg \lambda$，因为 $\beta = 2\pi/\lambda$），则具有负 $j\beta r$ 指数的项均远小于1，从而式(1-71)简化为

$$\boldsymbol{E} = \frac{I\Delta z}{4\pi}j\omega\mu\frac{e^{-j\beta r}}{r}\sin\theta\,\hat{\boldsymbol{\theta}} \tag{1-72a}$$

$$\boldsymbol{H} = \frac{I\Delta z}{4\pi}j\beta\frac{e^{-j\beta r}}{r}\sin\theta\,\hat{\boldsymbol{\phi}} \tag{1-72b}$$

这些是离偶极子远距离处理想偶极子的场。这些电场分量与磁场分量的比值是

$$\frac{E_\theta}{H_\phi} = \frac{\omega\mu}{\beta} = \frac{\omega\mu}{\omega\sqrt{\mu\varepsilon}} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} = \eta \tag{1-73}$$

其中 $\eta = \sqrt{\mu/\varepsilon}$ 是媒质的特征阻抗（对自由空间，$\eta_0 = 376.7\Omega \approx 120\pi\Omega$）。这是平面波的一个特性。而且，正如我们将看到的，在远离任何天线处，其场都以这种方式相联系。

在式(1-30)中应用式(1-72)的场，得到包围理想偶极子的半径为 r 的球流出的总功率流的表达式：

$$\boldsymbol{S} = \frac{1}{2}\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{H}^*$$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{I\Delta z}{4\pi}\right)^2 j\omega\mu\frac{e^{-j\beta r}}{r}\sin\theta\,\hat{\boldsymbol{\theta}}\times(-j\beta)\frac{e^{+j\beta r}}{r}\sin\theta\,\hat{\boldsymbol{\phi}}$$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{I\Delta z}{4\pi}\right)^2\omega\mu\beta\frac{\sin^2\theta}{r^2}\hat{\boldsymbol{r}} \tag{1-74}$$

其值是实数，方向沿径向，二者都有辐射的特征。利用式(1-29)得到，包围理想偶极子的半径为 r 的球流出的复功率流为

$$P_f = \iint S \cdot \mathrm{d}s = \frac{1}{2}\left(\frac{I\Delta z}{4\pi}\right)^2 \omega\mu\beta \int_0^{2\pi} \mathrm{d}\phi \int_0^{\pi} \sin^3\theta \, \mathrm{d}\theta$$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{I\Delta z}{4\pi}\right)^2 \omega\mu\beta 2\pi \frac{4}{3}$$

$$= \frac{\omega\mu\beta}{12\pi}(I\Delta z)^2 \tag{1-75}$$

这是一个实量,而实功率代表耗散功率。这种耗散意味着功率从源传播开去。事实上,通过半径为 r 的球输出的平均功率,如式(1-35)所示,可以取式(1-75)的实部得到,其结果不变。此耗散功率不依赖于 r,如果我们在 r 更大的球面上积分,仍得到相同的总功率流出该球面。我们把这类功率称为辐射功率。式(1-72)中的场称为辐射场。

式(1-71)这个场的普遍表示式在离理想偶极子任意距离处都成立,而且对某些应用及了解偶极子的输入阻抗很重要。当距离很靠近偶极子时,$\beta r \ll 1$,或 $r \ll \lambda$,式(1-71)的每个分量中,仅需保留 r 负幂次最大的主要项:

$$H^{nf} = \frac{I\Delta z \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta r}}{4\pi r^2}\sin\theta\,\hat{\boldsymbol{\phi}} \tag{1-76a}$$

$$E^{nf} = -\mathrm{j}\eta\frac{I\Delta z}{4\pi\beta}\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta r}}{r^3}\sin\theta\,\hat{\boldsymbol{\theta}} - \mathrm{j}\eta\frac{I\Delta z}{2\pi\beta}\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta r}}{r^3}\cos\theta\,\hat{\boldsymbol{r}} \tag{1-76b}$$

这些场称为天线的近场。实际上,式(1-76a)的磁场按 $1/r^2$ 变化,是一个稳态或慢振荡短电流的场,即一个感应场。式(1-76b)的电场按 $1/r^3$ 变化,是相距 Δz 的电荷 $+q$ 和 $-q$ 构成的一个静电或准静态偶极子的场。注意,电场分量 E_θ^{nf} 和 E_r^{nf} 是同相的,但与磁场分量 H_ϕ^{nf} 相位差 90°,表明为无功功率。在复矢量坡印廷表达式(1-30)中应用这些近场可直接说明这一点:

$$S^{nf} = \frac{1}{2}[E_\theta^{nf} H_\phi^{nf*}\,\hat{\boldsymbol{r}} - E_r^{nf} H_\phi^{nf*}\,\hat{\boldsymbol{\theta}}]$$

$$= -\frac{\mathrm{j}\eta}{2\beta}\left(\frac{I\Delta z}{4\pi}\right)^2 \frac{1}{r^5}(\sin^2\theta\,\hat{\boldsymbol{r}} - \sin 2\theta\,\hat{\boldsymbol{\theta}}) \tag{1-77}$$

注意,此功率密度矢量是虚数,因此没有时间平均辐射功率流。与此相反,辐射场是同相的,很易导出其给出了实数坡印廷矢量,见式(1-72)和式(1-74)。虚功率密度对应于驻波而不是与辐射相关的行波,表示能量的储藏,就像任何电抗性器件那样。式(1-76)中电场与磁场间有 90°相位关系,表明能量在这些场之间随时间而互相交换。即在某个瞬间靠近偶极子的电场很强,接近最大电荷区;过了 $1/4T$,能量储存在磁场内,主要靠近偶极子的中心,该处电流最大。

近场中的虚功率密度由天线输入阻抗的电抗分量表现出来。如果天线结构上的欧姆损耗可以忽略,输入阻抗的实部就代表辐射。天线阻抗将在 1.9 节进一步讨论。与辐射相关的功率密度到处都存在,而且穿越过近场。当 $\theta = 90°$ 时,式(1-74)得到的辐射功率密度和式(1-77)得到的近场功率密度,二者都最大。对理想偶极子,最大辐射功率和最大无功功率相等的距离是 $r = 1/2\pi$。即在该半径以内,无功功率为主。该

区域有时称为辐射球。

离天线距离很远处称为远场区，全部是辐射功率。远场更有一个特征，即围绕天线的角向分布(即辐射方向图)与离天线的距离无关。场区以及离天线多远距离是远场起点，将在1.7.3节中进一步讨论。

1.7 辐射方向图

在1.3节中已简单介绍过，方向图是天线周围辐射电平的角向变化。这也许是天线的最重要的特性。本节中将给出与方向图有关的几个定义并提出计算辐射方向图的一般步骤。

1.7.1 辐射方向图基础

辐射方向图(天线方向图)是一个天线的辐射(远场)特性的图像表达。我们已经看到辐射场随离开天线的距离作反比变化，即 $1/r$。不过，它随观察角(θ,ϕ)的变化却与天线有关。

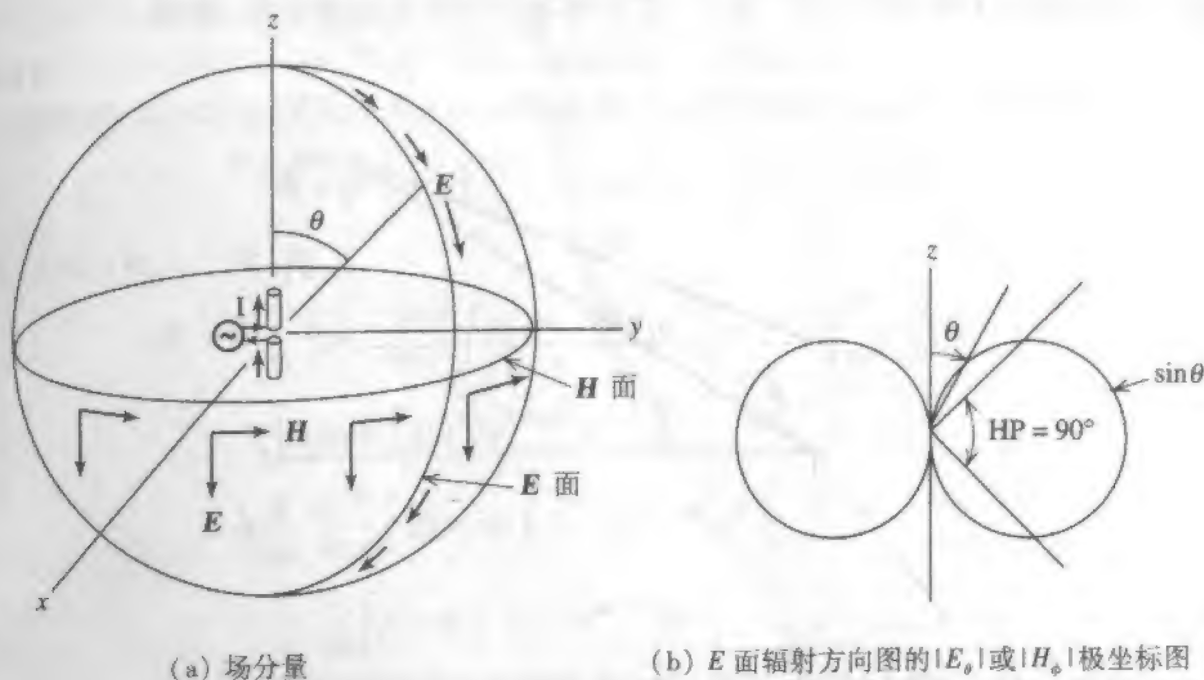
通过考察理想偶极子能理解辐射方向图。图1-10a示出在远场区半径为 r 的球面上，一个理想偶极子辐射的场。场矢量的长度和指向按式(1-72)确定，这里表示的是场达到峰值的时刻。E_θ和H_ϕ沿球面的角向变化是 $\sin\theta$。一电场探测天线沿球表面移动，其方向与E_θ平行，将得到正比于 $\sin\theta$ 的输出，见图9-7。任何包含 z 轴的平面具有相同的辐射方向图，因为场不随 ϕ 变化。从这些平面之一得到的方向图称为*E面方向图*，因为它包含电矢量。在与 E 面垂直并切割测试天线的平面(此处是 xy 平面)上得到的方向图称为*H面方向图*，因为它包含磁场H_ϕ。E面和H面方向图通常称为*主平面方向图*。理想偶极子的E面和H面方向图示于图1-10b和图1-10c。这些图是极坐标图，原点到曲线的距离正比于场强，它们经常称为极坐标方向图或极坐标图形。

以立体图切去一块表示的理想偶极子的完整方向图示于图1-10d。该立体辐射方向图像一个中间无孔的“炸面圈(doughnut)”。它通常称为*全向方向图*，因为它在 xy 平面里是均匀的。在地基应用中，全向辐射面是水平的全向天线非常流行。当涉及新天线时，读者应尝试将三维的完整方向图可视化。

1.7.2 线电流的辐射

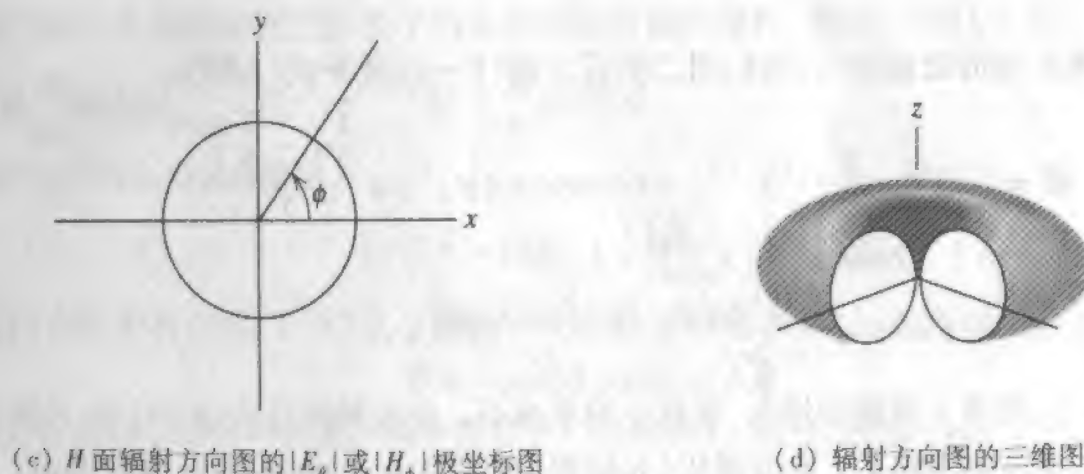
如果已知天线上的电流分布，一般可以用处理理想偶极子的类似方法计算出辐射方向图。首先求出式(1-58)中的矢量位。作为一个简单的例子，考虑处在原点附近的沿 z 轴的电流丝。许多天线可以用这种**线源**来建模，直导线天线就是一个好例子。此时，矢量位仅有 z 向分量，矢量位的积分是一维的①。

① 结果也可在式(1-57)中用 $J_z(r')=I(z')\delta(x')\delta(y')$ 得到，且 $dv'=dx'dy'dz'$。



(a) 场分量

(b) E 面辐射方向图的 $|E_\theta|$ 或 $|H_\phi|$ 极坐标图



(c) H 面辐射方向图的 $|E_\theta|$ 或 $|H_\phi|$ 极坐标图

(d) 辐射方向图的三维图

图 1-10 理想偶极子的辐射

$$A_z = \mu \int I(z') \frac{e^{-j\beta R}}{4\pi R} dz' \tag{1-78}$$

25

由于源的对称性，可以预期辐射场不随 ϕ 而变化。这是因为当观察者围绕源移动时，r 和 z 是恒定的，源看起来一样。结果，辐射场也不变。因此，为简单起见，我们将观察点局限在固定 ϕ 值的 yz 平面（$\phi=90°$），示于图 1-11。由图 1-11 可见，

$$r^2 = y^2 + z^2 \tag{1-79}$$

$$z = r\cos\theta \tag{1-80}$$

$$y = r\sin\theta \tag{1-81}$$

如果我们将图 1-8 的一般几何结构用到此处，$\boldsymbol{r}_p = \boldsymbol{r} = y\hat{\boldsymbol{y}} + z\hat{\boldsymbol{z}}$，而 $\boldsymbol{r}' = z'\hat{\boldsymbol{z}}$，就导致 $\boldsymbol{R} = \boldsymbol{r}_p - \boldsymbol{r}' = y\hat{\boldsymbol{y}} + (z-z')\hat{\boldsymbol{z}}$，则

$$R = \sqrt{y^2 + (z-z')^2} = \sqrt{y^2 + z^2 - 2zz' + (z')^2} \tag{1-82}$$

将式(1-79)和式(1-80)代入式(1-81)，把全部场点坐标变成球坐标，得到

$$R=\{r^2+[-2r\cos\theta z'+(z')^2]\}^{1/2} \tag{1-83}$$

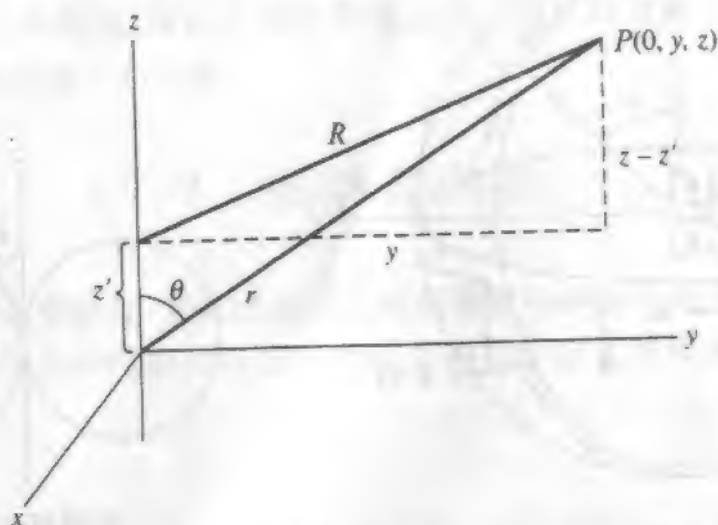


图1-11　计算沿 z 轴的线源的场所用的几何结构

为了导出 R 的近似表式，我们用二项式定理(F-4)展开式(1-83)：

$$\begin{aligned}R&=(r^2)^{1/2}+\frac{1}{2}(r^2)^{-1/2}[-2r\cos\theta z'+(z')^2]+\frac{\frac{1}{2}\left(-\frac{1}{2}\right)}{2}(r^2)^{-3/2}\\&\quad\cdot[-2r\cos\theta z'+(z')^2]^2+\cdots\\&=r-z'\cos\theta+\frac{(z')^2\sin^2\theta}{2r}+\frac{(z')^3\sin^2\theta\cos\theta}{2r^2}+\cdots\end{aligned} \tag{1-84}$$

如果 z' 比 r 小，随着 z' 指数的增大，级数中的项减小。在辐射积分式(1-78)中，R 表达式的不同近似程度都用到了。令分母中(它仅影响幅度)

$$R\approx r \tag{1-85}$$

之所以能这么做，是因为在远场，r 远大于天线尺寸，故 $r\gg z'\geqslant z'\cos\theta$。在相位项 $-\beta R$ 中，当计算线源上各点到观察点的距离时，必须更加精确。

26

积分式(1-78)将沿线源所有各点的贡献加起来。虽然各点产生的波的幅度基本一样，如果程差达到几分之一波长，相位也会不同。因此，我们在式(1-78)分母 R 的级数式(1-84)中取头两项，得到

$$R\approx r-z'\cos\theta \tag{1-86}$$

将远场近似式(1-85)和式(1-86)用于式(1-78)可得

$$A_z=\mu\int I(z')\frac{e^{-j\beta(r-z'\cos\theta)}}{4\pi r}dz'=\mu\frac{e^{-j\beta r}}{4\pi r}\int I(z')e^{j\beta z'\cos\theta}dz' \tag{1-87}$$

其中积分区包括整个线源。此式可以看作傅里叶变换型积分，见4.3节。其次，从式(1-37)可确定磁场：

$$\boldsymbol{H}=\frac{1}{\mu}\nabla\times\boldsymbol{A}=\frac{1}{\mu}\nabla\times(A_z\hat{z})$$

$$= \frac{1}{\mu}\nabla \times (-A_z\sin\theta\,\hat{\boldsymbol{\theta}} + A_z\cos\theta\,\hat{\boldsymbol{r}}) \tag{1-88}$$

其中用过式(C-3)。因为 A_z是 r 及 θ 的函数,用球坐标旋度式(C-35),有

$$\boldsymbol{H} = \hat{\boldsymbol{\phi}}\frac{1}{\mu}\frac{1}{r}\left[\frac{\partial}{\partial r}(-rA_z\sin\theta) - \frac{\partial}{\partial\theta}(A_z\cos\theta)\right] \tag{1-89}$$

将式(1-87)代入上式,得

$$\begin{aligned}\boldsymbol{H} &= \hat{\boldsymbol{\phi}}\frac{1}{\mu}\left\{\mu\frac{-\sin\theta}{4\pi r}\int I(z')\mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta z'\cos\theta}\mathrm{d}z'\frac{\partial}{\partial r}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta r} - \frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta r}}{4\pi r^2}\frac{\partial}{\partial\theta}\right.\\ &\quad\left.\cdot\left[\mu\cos\theta\int I(z')\mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta z'\cos\theta}\mathrm{d}z'\right]\right\}\\ &= \hat{\boldsymbol{\phi}}\frac{1}{\mu}\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta r}}{4\pi r}\left\{\mathrm{j}\beta\mu\sin\theta\int I(z')\mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta z'\cos\theta}\mathrm{d}z'\right.\\ &\quad\left.-\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial\theta}\left[\mu\cos\theta\int I(z')\mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta z'\cos\theta}\mathrm{d}z'\right]\right\}\end{aligned} \tag{1-90}$$

式中第一项对第二项的比具有 βr 的量级。如果 $\beta r \gg 1$,第二项远小于第一项而略去,恰如我们在 1.6 节中对理想偶极子的远场近似所做的那样,则式(1-90)变成

$$\boldsymbol{H} = \hat{\boldsymbol{\phi}}\frac{\mathrm{j}\beta}{\mu}\sin\theta\,\mu\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta r}}{4\pi r}\int I(z')\mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta z'\cos\theta}\mathrm{d}z' = \frac{\mathrm{j}\beta}{\mu}\sin\theta A_z\hat{\boldsymbol{\phi}} \tag{1-91}$$

电场可由式(1-47)求得为

$$\boldsymbol{E} = -\mathrm{j}\omega\boldsymbol{A} - \mathrm{j}\frac{\nabla(\nabla\cdot\boldsymbol{A})}{\omega\mu\varepsilon} \tag{1-92}$$

在式(1-79)中利用式(1-78)且仅保留 r^{-1}次项(并假定 $\beta r \gg 1$),得到远场近似式

$$\boldsymbol{E} = -\mathrm{j}\omega A_\theta\hat{\boldsymbol{\theta}} = \mathrm{j}\omega\sin\theta\,A_z\hat{\boldsymbol{\theta}} \tag{1-93}$$

27

注意,此结果只是式(1-92)第一项中相对于 $\hat{\boldsymbol{r}}$ 是横向的一部分,因为 $-\mathrm{j}\omega\boldsymbol{A} = -\mathrm{j}\omega(-A_z\sin\theta\hat{\boldsymbol{\theta}} + A_z\cos\theta\hat{\boldsymbol{r}})$。对 z 向源这是一个重要结果,而且不限于线源。

来自 z 向线源(更一般地,z 向电流源)的辐射场是 H_ϕ 和 E_θ,且由式(1-91)和(1-93)确定。现在,仅留的问题是计算 A_z,一般情况下,它由式(1-57)给出,在线源情况下由式(1-87)给出。A_z的计算是天线分析的焦点。这里暂停一下,先进一步考察远场区的特性,然后再回到上述论题。

由式(1-91)和式(1-93)给出的辐射场分量的比得到

$$E_\theta = \frac{\omega\mu}{\beta}H_\phi = \frac{\omega\mu}{\omega\sqrt{\mu\varepsilon}}H_\phi = \eta H_\phi \tag{1-94}$$

其中,$\eta = \sqrt{\mu/\varepsilon}$是媒质的特征阻抗。因此,辐射场相互垂直,而且都垂直于传播方向 $\hat{\boldsymbol{r}}$,其大小由式(1-94)相联系。这些正是熟知的平面波的性质。这些性质对于一般形式的"横电磁(TEM)波"也成立,TEM 波的电场和磁场对传播方向都是横向的。一般地,有限天线的辐射是 TEM 波的特例,称为"球面波",它从天线直接向外沿径向传播,而且该辐射场没有径向分量。球面波的行为也是由场表达式中的因子 $\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta r}/4\pi r$ 所表征,见式(1-91)。相位因子 $\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta r}$表明是从原点向外沿径向传播的行波,而幅度依赖于 $1/r$

则导致恒定功率流,就像无限小偶极子时那样。其实,所有有限尺寸天线的辐射场相对于离天线的距离都表现出这种依赖关系。

观察辐射场行为的另一种方法是,对远场处的观察者来说,球面波看上去像平面波。之所以发生这种"局部平面波行为",是因为球面波曲率半径是如此之大,在局部区域的相位波前近似为一平面。

1.7.3 远场条件和场区

从前一节的线电流的结果很容易推广到任意有限尺寸的天线。在天线的远场,场表现出局部平面波的行为,幅度依赖于 $1/r$。本节将推导出现远场行为时离天线最小距离的条件。这里从远场近似的几何解释开始。

如果从线电流的每个点画平行线(射线),如图 1-12 所示,远场距离 R 几何上以式(1-86)与 r 相联系,该式是从 R 的表达式(1-84)中略去高次项后得到。平行线的假定仅在无穷远处才正确,不过在远场区它是很好的近似。计算辐射通常从假设平行射线开始,然后确定 R,用几何方法找出相位。由示于图 1-13 的一般源可见,

8

$$R = r - r'\cos\alpha \tag{1-95}$$

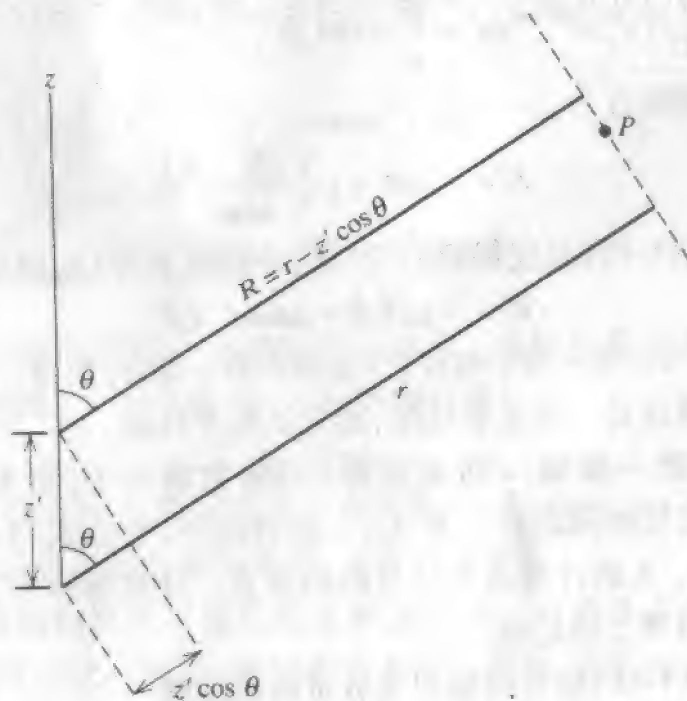


图 1-12 线源计算时远场的平行射线近似

利用点乘的定义,有

$$R = r - r'\frac{\mathbf{r}\cdot\mathbf{r}'}{rr'}$$

或

$$\boxed{R = r - \hat{\mathbf{r}}\cdot\mathbf{r}'} \tag{1-96}$$

这是辐射积分相位因子中 R 的通用近似式。注意，如果 $r'=z'\hat{z}$，恰如沿 z 轴的线源，则式(1-96)简化成式(1-86)。

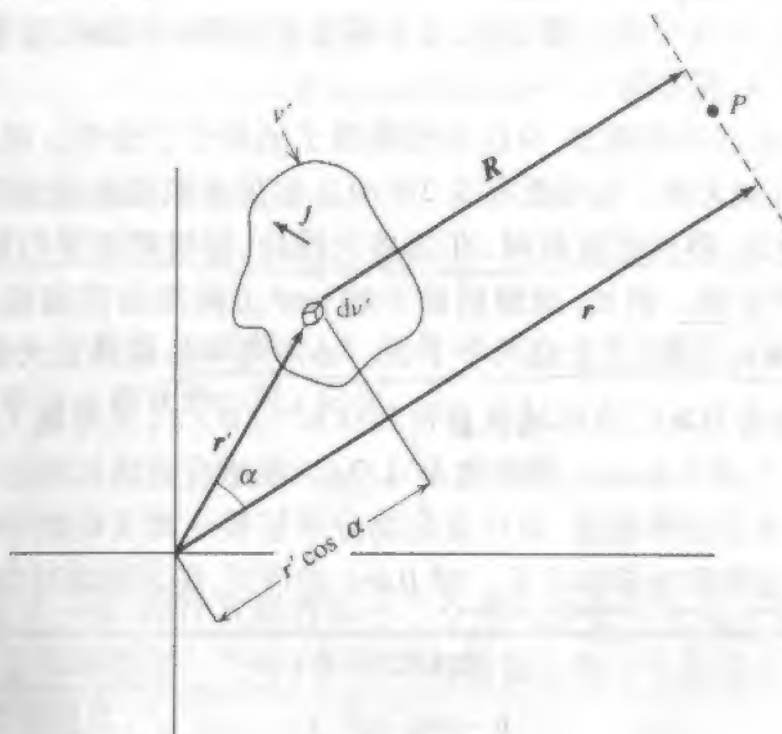


图 1-13 一般源计算时远场的平行射线近似

29

离开源多少距离算远场起点？远场起点的定义是，该处由于平行射线的近似造成的误差变得很小。远场起点距离 r_{ff} 具体取值为，当式(1-84)中略去第 3 项造成的程差达到 1/16 个波长时的 r 值。这相当于相位误差（由于略去第 3 项）为 $(2\pi/\lambda)\cdot\lambda/16=\pi/8\ \text{rad}=22.5°$。

如果线源长 D，则令式(1-84)中第 3 项的最大值等于 1/16 波长，可得 r_{ff}，这出现在 $z'=D/2$ 且 $\theta=90°$ 时

$$\frac{(D/2)^2}{2r_{ff}}=\frac{\lambda}{16} \tag{1-97}$$

求解 r_{ff} 得

$$\boxed{r_{ff}=\frac{2D^2}{\lambda}} \tag{1-98}$$

远场区为 $r\geqslant r_{ff}$，r_{ff} 称为远场距离，或瑞利距离。

远场条件可归纳如下：

$$r>\frac{2D^2}{\lambda} \tag{1-99a}$$

$$r\gg D \quad \text{远场条件} \tag{1-99b}$$

$$r\gg\lambda \tag{1-99c}$$

在幅度依赖关系用到式(1-85) $R\approx r$ 时，已提到条件 $r\gg D$。在将式(1-90)简化到式

(1-91)时,用过条件 $\beta r=(2\pi r/\lambda)\gg 1$,从而有 $r\gg\lambda$。通常,远场的开始取式(1-98)给出的距离,其中的 D 是天线的最大尺度。当天线工作在 UHF 及更高频段,这通常是充分条件。在较低频率,天线可能比波长短,为了满足式(1-99)中的所有条件,远场距离也许不得不大于 $2D^2/\lambda$,见习题1.7.4。

1.6 节中已引入场区的概念,并以理想偶极子的场作了说明。现在将推广到最大尺度为 D 的任意有限天线。远场距离是 $2D^2/\lambda$。如果天线聚焦在无限远,该区域在历史上称为夫琅禾费区,即天线发射时,在远离天线处,射线都是平行的。在远场区,辐射方向图不依赖于距离。例如,理想偶极子的 $\sin\theta$ 方向图在其远场区任何地方都有效。r_{ff} 以内区域,称为近场,又分成两个子区。感应近场区最靠近天线,此区中感应场强于辐射场。只要有 $D\gg\lambda$,该区域就延伸到 $0.62\sqrt{D^3/\lambda}$(见习题1.7.7)。1.6 节中提到,对理想偶极子,$D=\Delta z\ll\lambda$,该距离是 $\lambda/2\pi$。在感应近场区和远场区之间是辐射近场区,其中辐射场占主导地位,而且角向场分布依赖于离天线的距离。对聚焦在无限远的天线,该区有时称为菲涅耳区。对 $D\gg\lambda$ 的情况,场区距离可以总结如下表:

区　域	离天线的距离	
感应近场	$0\sim0.62\sqrt{D^3/\lambda}$	(1-100a)
辐射近场	$0.62\sqrt{D^3/\lambda}\sim2D^2/\lambda$	(1-100b)
远　　场	$2D^2/\lambda\sim\infty$	(1-100c)

1.7.4　辐射场的推导步骤

1.7.2 节中线源辐射场的推导可以推广应用于任意天线。幸运的是,分析天线时,推导过程本身不必每次重复。即对每个新的天线系统,不必重新回到麦克斯韦方程。而是代之以从线源或其推广后的结果出发,这就能简化成三步:

(1)求 $\boldsymbol{A}$。选择一个最适合于天线的几何形状的坐标系统,采用图1-8的标记。一般地,采用式(1-58)且令幅度因子中 $R\approx r$,并以式(1-96)平行射线近似来确定天线上的相位差。在这些条件下得到

$$\boldsymbol{A}=\mu\frac{e^{-j\beta r}}{4\pi r}\iiint_{v'}\boldsymbol{J}e^{j\beta\hat{r}\cdot\boldsymbol{r}'}dv' \tag{1-101}$$

对 z 向源,

$$\boldsymbol{A}=\hat{z}\mu\frac{e^{-j\beta r}}{4\pi r}\iiint_{v'}J_z e^{j\beta\hat{r}\cdot\boldsymbol{r}'}dv' \tag{1-102}$$

对 z 轴上的 z 向线源,

$$\boldsymbol{A}=\hat{z}\mu\frac{e^{-j\beta r}}{4\pi r}\int I(z')e^{j\beta z'\cos\theta}dz' \tag{1-103}$$

这就是式(1-87)。

(2)求 $\boldsymbol{E}$。一般地,用如下分量

$$\boldsymbol{E}=-j\omega\boldsymbol{A} \tag{1-104}$$

它相对于传播方向 $\hat{r}$ 是横向的。其正规化的表示式是

$$E = -j\omega A - (-j\omega A \cdot \hat{r})\hat{r} = -j\omega(A_\theta\hat{\theta} + A_\phi\hat{\phi}) \tag{1-105}$$

它来源于 A 相对于远场球面的切向分量。对 z 向源，

$$E = j\omega\sin\theta A_z\hat{\theta} \tag{1-106}$$

这就是式(1-93)

31

(3)求 H。一般地，采用平面波关系式

$$H = \frac{1}{\eta}\hat{r} \times E \tag{1-107}$$

该方程反映出一个事实，在远场区，E 和 H 的方向互相垂直，二者都与传播方向正交，而它们的幅度则由 η 相联系。对 z 向源，

$$H_\phi = \frac{E_\theta}{\eta} \tag{1-108}$$

它就是式(1-73)。

最难的一步是第一步，即计算辐射积分。全书有多处讨论此论题，但为了立即体会一下这个过程，下面将给出一个例子。该均匀线源的例子也能提供一个背景以介绍一般的方向图概念与定义。

例 1-1　均匀线源

所谓**均匀线源**是指一个直线源，其上的电流分布是恒定的。如果我们取一 z 向均匀线源，处于 z 轴上，且中心在原点，其电流为

$$I(z') = \begin{cases} I_0 & x'=0, y'=0, |z'| \leqslant \dfrac{L}{2} \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \tag{1-109}$$

其中，L 是线源的长度，见图 1-14。我们首先从式(1-103)中求出 A_z 如下

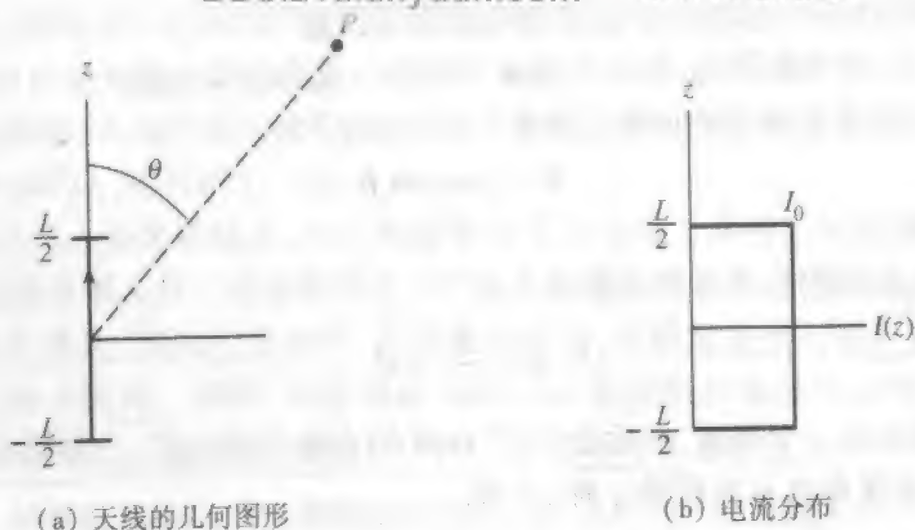
$$\begin{aligned} A_z &= \mu\frac{e^{-j\beta r}}{4\pi r}\int_{-L/2}^{L/2} I_0 e^{j\beta z'\cos\theta}dz' \\ &= \mu\frac{e^{-j\beta r}}{4\pi r}I_0\left[\frac{e^{j\beta(L/2)\cos\theta} - e^{-j\beta(L/2)\cos\theta}}{j\beta\cos\theta}\right] \\ &= \mu\frac{I_0Le^{-j\beta r}}{4\pi r}\frac{\sin[(\beta L/2)\cos\theta]}{(\beta L/2)\cos\theta} \end{aligned} \tag{1-110}$$

32

由式(1-106)知电场为

$$E = j\omega\sin\theta A_z\hat{\theta} = \frac{j\omega\mu I_0Le^{-j\beta r}}{4\pi r}\sin\theta\frac{\sin[(\beta L/2)\cos\theta]}{(\beta L/2)\cos\theta}\hat{\theta} \tag{1-111}$$

利用 $H_\phi = E_\theta/\eta$ 可以方便地求出磁场。



(a) 天线的几何图形　　(b) 电流分布

图1-14　均匀电流源(例1-1)

1.7.5　辐射方向图的定义

由于辐射方向图是中心在天线的一个球面上的变化，r 为常数，场只随 θ 和 ϕ 变化。将场的表达式归一化，令最大值为1，比较方便。对 z 向源，E 仅有 θ 分量，可按下法进行：

$$F(\theta,\phi)=\frac{E_\theta}{E_\theta(\max)} \tag{1-112}$$

其中 $F(\theta,\phi)$ 就是归一化场方向图，而 $E_\theta(\max)$ 是半径为 r 的球面上 E_θ 的最大值。

一般地，E_θ 可以是复数量，从而 $F(\theta,\phi)$ 也是复数量。在这种情况下，在归一化幅度为1的点上，令其相位为0。因为我们仅对相对的相位特性感兴趣，这样做是恰当的。当然，方向图的变化是不依赖于 r 的。

由式(1-72a)可得 z 轴上的电流元具有如下的归一化方向图

$$F(\theta)=\frac{(I\Delta z/4\pi)\mathrm{j}\omega\mu(\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta r}/r)\sin\theta}{(I\Delta z/4\pi)\mathrm{j}\omega\mu(\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta r}/r)}=\sin\theta \tag{1-113}$$

且不随 ϕ 变化。由式(1-111)和式(1-112)可得均匀线源的归一化场方向图

$$F(\theta)=\sin\theta\frac{\sin[(\beta L/2)\cos\theta]}{(\beta L/2)\cos\theta} \tag{1-114}$$

也不随 ϕ 变化。此式的第二个因子是 $\sin(u)/u$，我们将经常遇到。在 $u=0$ 处它具有最大值1，相对于 $\theta=90°$，$u=(\beta L/2)\cos\theta$。将 $\theta=90°$ 代入式(1-114)得到1，可见 $F(\theta)$ 已妥善地归一化。

一般地，归一化场方向图可以写成乘积

$$F(\theta,\phi)=g(\theta,\phi)f(\theta,\phi) \tag{1-115}$$

其中 $g(\theta,\phi)$ 是流元因子，$f(\theta,\phi)$ 是方向图因子。方向图因子来自对电流的积分，且严格地取决于电流的空间分布。元因子是该电流分布中的无限小电流元的方向图。例如，可以求得对 z 向流元，$F(\theta)=\sin\theta$。显然，对 z 向流元，流元因子也是如此，

$$g(\theta) = \sin\theta \tag{1-116}$$

其实,该因子源自式(1-93),并且可以解释成电流元在 θ 方向的投影。换言之,在 $\theta = 90°$ 处可以看到电流的最大长度,在 $\theta = 0°$ 和 $\theta = 180°$ 处看到无限小电流的端视图,它不产生辐射。因子 $\sin\theta$ 表示从观察角 θ 看到的电流大小。另一方面,方向图因子 $f(\theta,\phi)$ 表示电流分布贡献的辐射的积分效应,即当作是许多电流元组成一样。在某个特定方向的方向图值可以将从每个电流元出发到远场的平行射线的幅度和相位相加得到。远场积分式(1-101)把电流元的远场贡献加起来,经过归一化,就产生方向图因子。像这儿所做的那样来考虑,天线分析通常就更容易理解。不过,大多数天线是互易的,因此,当它用于接收时,其辐射天线完全一样,见9.4节。

33

典型的极坐标功率方向图示于图1-15。从天线各部分发出的射线以不同的幅度和相位到达远场。这是由于天线上各射线出发处的电流不同,同时也由于到达远场的路程不同所引起的相位不同。当计算辐射积分时可知,这些射线互相干涉,产生"波瓣"效应。

包含最大辐射方向的辐射瓣是**最大瓣**、**主瓣或主波束**。这是辐射方向图最强的部分,是由于天线不同部分发出的射线到达远场时该方向上比其他方向更加接近于同相的缘故。对恒相源,在与天线垂直的方向上,所有射线都同相地到达,因此方向图最大。对理想偶极子,源是如此之小,源上各处的射线基本上没有相位差,因此方向图因子是1。

对式(1-114)的 z 向均匀线源的方向图,可确定其因子为

$$g(\theta) = \sin\theta \tag{1-117}$$

和

$$f(\theta) = \frac{\sin[(\beta L/2)\cos\theta]}{(\beta L/2)\cos\theta} \tag{1-118}$$

34

对于长的线源($L \gg \lambda$),式(1-118)方向图因子比流元因子 $\sin\theta$ 尖锐得多,总的方向图就近似地是式(1-118),即 $F(\theta) \approx f(\theta)$。因此,在很多情况下,仅需处理 $f(\theta)$,它可由式(1-103)得到。如果允许波束扫描(将在1.7.6节中讨论),当方向图的最大处靠近 z 轴时,流元因子就变得很重要。

天线的辐射方向特性还常常用另一种形式的方向图即功率方向图来描述。功率方向图给出功率密度对角度的依赖关系,由坡印廷矢量的 r 分量随 θ、ϕ 的变化求得。对 z 向源,$H_\phi = E_\theta/\eta$,因此,坡印廷矢量的 r 分量为 $\frac{1}{2}E_\theta E_\phi^* = |E_\theta|^2/2\eta$,而归一化功率方向图则简单地为场方向图的幅度的平方 $P(\theta) = |F(\theta)|^2$。一般化的归一化功率方向图是

$$\boxed{P(\theta,\phi) = |F(\theta,\phi)|^2} \tag{1-119}$$

z 向电流元的归一化功率方向图是

$$P(\theta) = \sin^2\theta \tag{1-120}$$

对 z 向均匀线源则为

$$P(\theta) = \left\{\sin\theta \frac{\sin[(\beta L/2)\cos\theta]}{(\beta L/2)\cos\theta}\right\}^2 \tag{1-121}$$

方向图通常以分贝为单位作图。**重要的是要认识到,以分贝为单位的场(幅度)方**

向图与功率方向图完全一样。这可直接由定义推出。场强以分贝为单位时，

$$|F(\theta,\phi)|_{dB}=20\log|F(\theta,\phi)| \tag{1-122}$$

功率以分贝为单位时，

$$P(\theta,\phi)_{dB}=10\log P(\theta,\phi)=10\log|F(\theta,\phi)|^2=20\log|F(\theta,\phi)| \tag{1-123}$$

可见，

$$\boxed{P(\theta,\phi)_{dB}=|F(\theta,\phi)|_{dB}} \tag{1-124}$$

1.7.6　辐射方向图的参数

当用线性单位（而非分贝）作极坐标图，典型的天线功率方向图示于图1-15。它包含几个**瓣**。**主瓣**（或主波束，或主要瓣）是包含最大辐射方向的瓣。通常还有一批比主瓣小的瓣。主瓣以外的任何瓣都称为**副瓣**。副瓣由**旁瓣**与**后瓣**组成。后瓣与主瓣直接反向，有时也把与主瓣反向的半空间的瓣当作后瓣。术语旁瓣有时用来指那些靠近主瓣的副瓣，但最经常的是当作副瓣的同义语。我们将采用后一种约定。

天线的辐射通过天线方向图函数作数学表达，对场用 $F(\theta,\phi)$，对功率用 $P(\theta,\phi)$。辐射的这种角度分布可通过方向图的各种图形表达实现可视化，本节将予以讨论。图形表示也用于方向图参数的定义，这些参数普遍用于定量描述辐射方向图的特性。

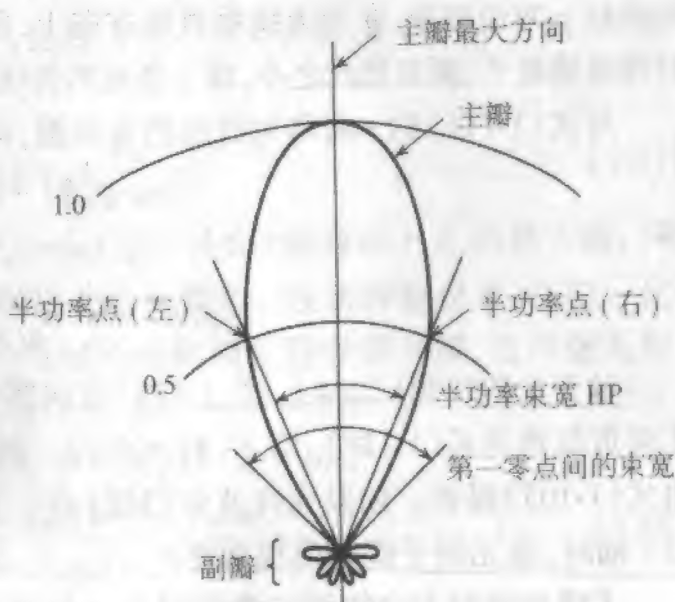


图1-15　典型的极坐标功率方向图

图1-10d的三维图给出了辐射方向图的很好的总体印象，但不可能提供定量信息。最流行的方向图作图是取方向图的剖面。通常包含 E 面与 H 面方向图，见图1-10b与图1-10c。方向图剖面常常有固定 ϕ 值，保留方向图仅为 θ 的函数，这里也假定是这种情况。典型情况下，旁瓣可正可负，见图4-1a。事实上，方向图的最普遍的形式可以是复数量。然后，我们采用场方向图的幅度 $|F(\theta)|$ 或功率方向图 $P(\theta)$。

功率集中于主瓣的程度由（相对）**旁瓣电平**来衡量，它是旁瓣方向图峰值与主瓣方向图值的比。整个方向图的最大的旁瓣电平就是**最大（相对）旁瓣电平**，往往缩写成SLL。用分贝表示时，它由下式给出

$$SLL_{dB}=20\log\frac{|F(SLL)|}{|F(\max)|} \tag{1-125}$$

其中 $|F(\max)|$ 是方向图幅度的最大值，$|F(SLL)|$ 是最高旁瓣幅度的最大值。对于归

一化方向图，$F(\max)=1$。

主瓣的宽度通过半功率束宽 HP 来描述，它是主瓣功率方向图等于最大值一半的两点间的夹角：

$$HP=|\theta_{HP\ left}-\theta_{HP\ right}| \tag{1-126}$$

其中 $\theta_{HP\ left}$ 和 $\theta_{HP\ right}$ 是主瓣最大值"左边"和"右边"归一化功率方向图值为 1/2 的两点（见图 1-15）。在场方向图 $|F(\theta)|$ 上，这些点的对应值是 $1/\sqrt{2}$。例如，当 θ 值为 $\theta_{HP\ left}=135°$ 和 $\theta_{HP\ right}=45°$ 时，理想偶极子的 $\sin\theta$ 方向图的值是 $1/\sqrt{2}$。随后，$HP=|135°-45°|=90°$，见图 1-10b。注意，HP 的定义是半功率点之间差的绝对值，记号左和右可以交换而不改变 HP 的值。在三维情况下，辐射方向图主瓣成为立体对象，半功率轮廓是一连续曲线。如果该曲线基本上是椭圆的，方向图剖面包含椭圆的长轴和短轴，就确定了 IEEE 所定义的主半功率束宽。

天线常常由它们产生的方向图来命名。各向同性天线是一种假想的天线，向所有方向均等地辐射，给出一个无变化的辐射方向图。全向天线的方向图在一个平面里无变化，图 1-10 的理想偶极子就是一例。其方向图形状像一个"炸面圈"（doughnut）。我们通常把天线称作是垂射天线或端射天线。主瓣最大点的方向垂直于天线所在平面的称为垂射天线。主瓣最大点的方向在天线所在平面内的称为端射天线。对于 z 轴上的线电流，垂射方向是 $\theta=90°$，而端射方向是 0° 和 180°。例如，理想偶极子就是一个垂射天线。对 z 向线源，可能有几种方向图。图 1-16 表出了几种 $|f(\theta)|$ 方向图。完整的三维方向图可以通过将方向图绕 z 轴旋转而想像出来。从而，由所示的 E 面方向图可以生成完整的方向图。图 1-16a 的垂射方向图称为扇形波束。图 1-16b 相应的三维端射方向图在端射方向仅有单个波瓣。这种单一波瓣称为笔形波束。注意，为了得到总方向图，上述方向图必须乘上流因子 $\sin\theta$，该因子对端射天线有显著影响。 36

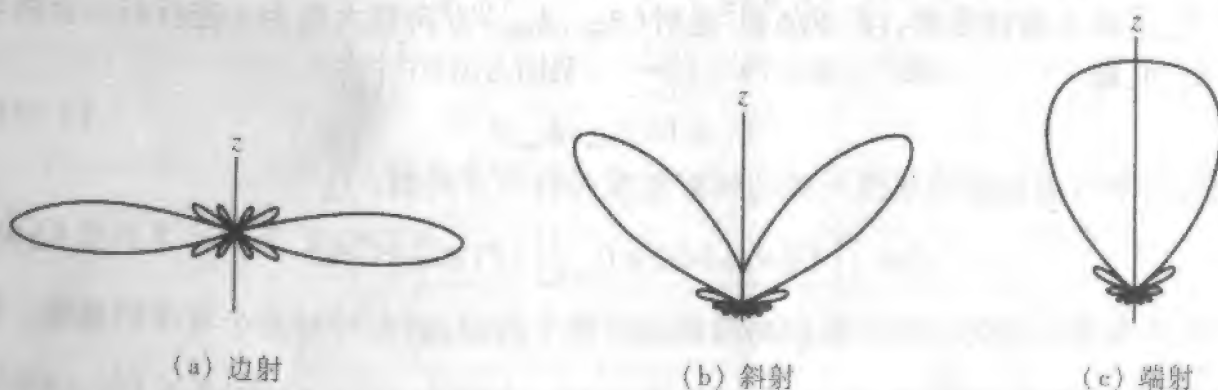


图 1-16 均匀线源方向图 $|f(\theta)|$ 的极坐标图形

1.8 方向性和增益

天线的一个非常重要的描述是，相对于其他方向，它在多大程度上把能量集中辐

射到预期的方向。天线的该特性称为方向性，如果天线效率是100%，它等于增益。功率增益通常相对于一个参考天线来表示，诸如各向同性辐射器或半波振子。

为了定义方向性，让我们先回顾一下天线的辐射功率，由式(1-29)有

$$P=\iint \boldsymbol{S}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{s}=\frac{1}{2}\mathrm{Re}\iint(\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{H}^{*})\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{s} \tag{1-127}$$

$$=\frac{1}{2}\mathrm{Re}\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}(E_\theta H_\phi^{*}-E_\phi H_\theta^{*})r^2\sin\theta\,\mathrm{d}\theta\,\mathrm{d}\phi \tag{1-128}$$

一般情况下，辐射场的θ、ϕ两个分量都有。由式(1-107)可得

$$H_\phi=\frac{E_\theta}{\eta}\quad 和\quad H_\theta=-\frac{E_\phi}{\eta} \tag{1-129}$$

将其用于式(1-128)，得到

$$P=\frac{1}{2\eta}\iint(|E_\theta|^2+|E_\phi|^2)r^2\mathrm{d}\Omega \tag{1-130}$$

其中$\mathrm{d}\Omega$ = 立体角元 = $\sin\theta\mathrm{d}\theta\mathrm{d}\phi$，见图1-17。可以通过包围天线的任意表面求出该积分，不过，为方便计，通常采用以原点为中心的球面。

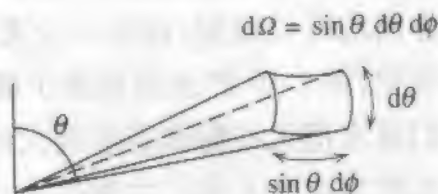


图1-17　立体角元 $\mathrm{d}\Omega$

由于辐射场的幅度变化是$1/r$，可方便地引入辐射强度。它由下式定义

$$U(\theta,\phi)=\frac{1}{2}\mathrm{Re}(\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{H}^{*})\cdot r^2\hat{\boldsymbol{r}}=S(\theta,\phi)r^2 \tag{1-131}$$

辐射强度是给定方向上单位立体角里的辐射功率，单位是每平方弧度(或立体弧度，sr)的瓦数。采用辐射强度的优点是它与距离r无关。辐射强度可以表示成

$$U(\theta,\phi)=U_m|F(\theta,\phi)|^2 \tag{1-132}$$

其中U_m是最大辐射强度，$|F(\theta,\phi)|^2$是对$(\theta_{max},\phi_{max})$方向最大值为1进行归一化的功率方向图，即

$$U_m=U(\theta_{max},\phi_{max}) \tag{1-133}$$

总辐射功率可由辐射功率绕天线的所有角度进行积分得到：

$$P=\iint U(\theta,\phi)\mathrm{d}\Omega=U_m\iint|F(\theta,\phi)|^2\mathrm{d}\Omega \tag{1-134}$$

在所有方向均匀辐射的各向同性源仅仅是个假设，但有时却是个有用的概念。各向同性源的辐射强度在整个空间是不变的，其值为U_{ave}。从而$P=\iint U_{ave}\mathrm{d}\Omega=U_{ave}\iint\mathrm{d}\Omega=4\pi U_{ave}$，因为整个空间是$4\pi$sr(见习题1.8.1)。对非各向同性源，辐射强度在整个空间不恒定，但可定义单位弧度的平均功率

$$U_{ave}=\frac{1}{4\pi}\iint U(\theta,\phi)\mathrm{d}\Omega=\frac{P}{4\pi} \tag{1-135}$$

平均辐射强度U_{ave}等于同样输入功率P时各向同性源所发射的辐射强度$U(\theta,\phi)$。

作为一个例子，再次考虑理想偶极子，可从式(1-72)与式(1-131)求得

$$U(\theta,\phi)=\frac{1}{2}\left(\frac{I\Delta z}{4\pi}\right)^2\beta\omega\mu\sin^2\theta \tag{1-136}$$

因此有

$$U_m=\frac{1}{2}\left(\frac{I\Delta z}{4\pi}\right)^2\beta\omega\mu \tag{1-137}$$

及

$$F(\theta,\phi)=\sin\theta \tag{1-138}$$

对理想偶极子，由总辐射功率可导出平均辐射强度

$$U_{ave}=\frac{P}{4\pi}=\frac{(\beta\omega\mu/12\pi)(I\Delta z)^2}{4\pi}=\frac{1}{3}\left(\frac{I\Delta z}{4\pi}\right)^2\beta\omega\mu$$

$$=\frac{2}{3}U_m \quad 理想偶极子 \tag{1-139}$$

因此，对理想偶极子，$U_m=1.5U_{ave}$，这意味着在最大辐射方向，辐射强度比同样功率的各向同性源时强50%。

方向性。方向性的定义是在给定方向上的辐射强度与平均辐射强度之比，或

$$D(\theta,\phi)=\frac{U(\theta,\phi)}{U_{ave}} \tag{1-140}$$

如果将分子和分母各除以r^2，可得到功率密度比。所以，方向性也就是在某个方向的给定距离r处功率密度与平均功率密度之比

$$D(\theta,\phi)=\frac{U(\theta,\phi)/r^2}{U_{ave}/r^2}=\frac{\frac{1}{2}\mathrm{Re}(\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{H}^*)\cdot\hat{\boldsymbol{r}}}{P/4\pi r^2} \tag{1-141}$$

将式(1-135)的U_{ave}代入式(1-141)得

$$D(\theta,\phi)=\frac{U(\theta,\phi)}{\frac{1}{4\pi}\iint U(\theta,\phi)\mathrm{d}\Omega}=\frac{|F(\theta,\phi)|^2}{\frac{1}{4\pi}\iint|F(\theta,\phi)|^2\mathrm{d}\Omega}$$

$$=\frac{4\pi}{\Omega_A}|F(\theta,\phi)|^2 \tag{1-142}$$

其中Ω_A是波束立体角，它定义为

$$\boxed{\Omega_A=\iint|F(\theta,\phi)|^2\mathrm{d}\Omega} \tag{1-143}$$

此结果表明，方向性完全取决于方向图的形状。波束立体角是这样一个立体角，假如单位立体角的功率（辐射强度）等于波束区的最大值，全部功率将会从该立体角里辐射出去，这可由图1-18说明。由式(1-134)和式(1-143)可见

$$P=U_m\Omega_A \tag{1-144}$$

该式也可以从图1-18b推断出。

当仅提到方向图的数值而不涉及方向时，通常就指方向图的最大值（峰值）。由式(1-140)得到最大方向性为

$$D=\frac{U_m}{U_{ave}} \tag{1-145}$$

利用式(1-135)和式(1-144)，由式(1-145)得到

$$D=\frac{U_m}{P/4\pi}=\frac{4\pi U_m}{P}=\frac{4\pi U_m}{U_m\Omega_A} \tag{1-146a}$$

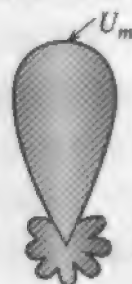
或

$$\boxed{D=\frac{4\pi}{\Omega_A}} \tag{1-146b}$$

从式(1-132)和式(1-140)也有

$$D(\theta,\phi)=\frac{U_m|F(\theta,\phi)^2|}{U_{ave}}=D|F(\theta,\phi)|^2 \tag{1-147}$$

由于$|F(\theta,\phi)|^2$的最大值是1，所以方向图的最大值是D。



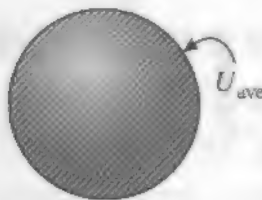
(a) 一个实际天线的辐射强度$U(\theta,\phi)$图



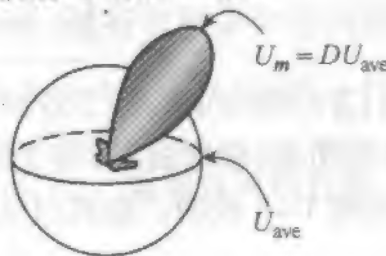
(b) 实际天线的全部辐射集中到具有恒定辐射强度的立体角Ω_A锥里，且该辐射强度等于实际方向图最大值

图1-18　天线波束立体角Ω_A

图1-19说明了方向性概念。假如辐射功率均匀分布于整个空间，辐射强度达到最大等于其平均值，示于图1-19a，即$U_m=U_{ave}$或$\Omega_A=4\pi$。因此，各向同性方向图的方向性为1。一个实际天线的辐射强度分布见图1-19b。它在$(\theta_{max},\phi_{max})$方向具有最大辐射强度$U_m=DU_{ave}$，且平均辐射强度$U_{ave}=P/4\pi$。通过把辐射功率$P$指向预期方向，可以将该方向的辐射强度比同样功率用于各向同性辐射时增加D倍。



(a) 辐射强度分布各向同性



(b) 实际天线的辐射强度

图1-19　方向性的说明

例 1-2 理想偶极子的方向性

理想偶极子的方向性可以容易地利用式(1-139)从式(1-145)算出:

$$D = \frac{U_m}{U_{ave}} = \frac{U_m}{\frac{2}{3}U_m} = \frac{3}{2} \quad \text{理想偶极子} \tag{1-148}$$

通常直接由式(1-146b)计算方向性,而且方向性的计算简化为求波束立体角。现用偶极子作说明。将式(1-138)代入式(1-143)得到

$$\Omega_A = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} |\sin\theta|^2 \sin\theta \, d\theta \, d\phi = 2\pi \frac{4}{3} = \frac{8\pi}{3} \tag{1-149}$$

从而得到同样大小的方向性

$$D = \frac{4\pi}{\Omega_A} = \frac{4\pi}{8\pi/3} = \frac{3}{2} \tag{1-150}$$

因此理想偶极子的方向性比各向同性源(方向性等于1)大50%。

例 1-3 标量全向方向图方向性

一个理想的全向天线在水平面($\theta = 90°$)内具有恒定的辐射,一旦离开该平面就很快降为零。假定在垂直平面内从水平面向外到 $\pm\pi/6$($\pm 30°$)具有恒定方向图,则方向图表示式可写成

$$F(\theta) = \begin{cases} 1 & \frac{1}{3}\pi < \theta < \frac{2}{3}\pi \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \tag{1-151}$$

由式(1-143)得方向图的立体角是

$$\begin{aligned} \Omega_A &= \iint |F(\theta,\phi)|^2 d\Omega = \int_0^{2\pi}\int_{\pi/3}^{2\pi/3} 1^2 \sin\theta \, d\theta \, d\phi \\ &= (2\pi[-\cos\theta]_{\pi/3}^{2\pi/3} = (2\pi(0.5 + 0.5) = 2\pi \end{aligned} \tag{1-152}$$

由式(1-146b)得方向性为

$$D = \frac{4\pi}{\Omega_A} = \frac{4\pi}{2\pi} = 2 \tag{1-153}$$

增益。如上所述,方向性完全由天线的辐射方向图决定。当天线用于一个系统时(比如说作为发射天线),实际上感兴趣的是,天线如何有效地把其终端接收到的可用功率转换成辐射功率以及其定向性。*功率增益*(或简称*增益*)就用来对此作定量描述,且定义成 4π 乘以给定方向的功率强度除以天线从所连接的发射机得到的净功率,即

$$G(\theta,\phi) = \frac{4\pi U(\theta,\phi)}{P_{in}} \tag{1-154}$$

41

其中 $G(\theta,\phi)$ 是增益,而 $U(\theta,\phi)$ 是考虑了天线损耗效应后在 (θ,ϕ) 方向的辐射强度,P_{in} 是天线接收的输入功率。该定义没有包括阻抗失配或极化引起的损耗,这些将在9.1节中讨论。增益的最大值就是式(1-154)的最大值,所以

$$G = \frac{4\pi U_m}{P_{in}} \tag{1-155}$$

因此,增益可以表示成 θ 和 ϕ 的函数,也可以给出某个特定方向的数值。如果既没有

指定方向，也没有给出作为 θ 和 ϕ 函数的增益值，那它就是指最大增益。

由式(1-146a)，方向性可以写成 $D=4\pi U_m/P$。与式(1-155)比较可见，最大增益与方向性间的差别仅在于所用功率值。如果全部输入功率都转换成辐射功率，方向性可以看作一个天线的增益，即 $P_{in}=P$。增益反映出这样的事实，即实际天线并没有表现出上述性质，有部分输入功率耗损在天线上了。输入功率 P_{in} 中没有转变成辐射功率的那部分被天线和附近的物体吸收了。这促使我们定义辐射效率 e_r 为

$$e_r=\frac{P}{P_{in}} \tag{1-156}$$

注意，

$$0\leqslant e_r\leqslant 1 \tag{1-157}$$

在式(1-54)中运用式(1-156)得到

$$G(\theta,\phi)=e_r\frac{4\pi U(\theta,\phi)}{P}=e_r\frac{U(\theta,\phi)}{U_{ave}}=e_rD(\theta,\phi) \tag{1-158}$$

同样，对最大增益

$$\boxed{G=e_rD} \tag{1-159}$$

因此，天线的最大增益等于其最大方向性乘以辐射效率。

该术语在文献里出现时并不一致，而且在方向性和增益的论题中经常出错。方向性与增益可以是角度的函数也可以是最大值，即 $D(\theta,\phi)$ 或 D 与 $G(\theta,\phi)$ 或 G。正式讲，在方向性作为角度的函数时才用术语"方向性增益"，但 IEEE 不再推荐使用它。如果在讨论方向性与增益时没有提供其他信息，就可以认为是指最大值。

方向性与增益的单位。因为增益是功率比，它可用分贝为单位作如下计算：

$$G_{dB}=10\ \log G \tag{1-160}$$

类似地，对方向性有

$$D_{dB}=10\ \log D \tag{1-161}$$

例如，理想偶极子以分贝为单位的方向性是

$$D_{dB}=10\ \log 1.5=1.76\ \text{dB} \qquad \text{理想偶极子} \tag{1-162}$$

增益往往用来描述天线相对于某些标准参考天线的性能。相对增益定义为，同样输入功率下，天线的最大辐射强度 U_m 与参考天线的最大辐射强度 $U_{m,ref}$ 之比，或

$$G_{ref}=\frac{U_m}{U_{m,ref}} \tag{1-163}$$

从测量观点来说，该定义是方便的。正式的增益定义采用假想的无耗各向同性天线作为参考天线。注意到该参考天线具有最大辐射强度 $P_{in}/4\pi$，因为全部输入功率都辐射了，将此取代式(1-163)中的 $U_{m,ref}$ 可得式(1-155)。

当频率在 1GHz 以下时，通常所说增益值都是相对于半波振子的。半波振子的方向性是 1.64 或 2.15dB，见 5.1 节。相对于半波振子的增益具有单位分贝$_{振子}$(dBd)。通常用单位 dBi 代替 dB 以强调用各向同性天线作参考。此外，有时也用术语绝对增

益,它是增益的同义语。作为一个数字例子,考虑一个增益为 6.1dB 的天线,其增益可用如下方式写出:

$$G=6.1\ \mathrm{dB}=6.1\ \mathrm{dBi}=3.95\ \mathrm{dBd} \tag{1-164}$$

1.9 天线阻抗、辐射效率和短振子

一个天线的输入阻抗就是呈现在天线终端的阻抗。因此,必须给天线定义适当的终端。输入阻抗可能受附近其他天线或物体的影响,但是,在这里我们假定天线是孤立的。输入阻抗包含实部和虚部

$$Z_A=R_A+\mathrm{j}X_A \tag{1-165}$$

输入电阻 R_A代表耗散,它以两种方式出现。离开天线而永不返回的功率(即辐射)是一种耗散。另外还有欧姆损耗附带加热天线结构。但对许多天线,欧姆损耗比辐射耗散小。不过,对尺寸远小于波长的电小天线,它的欧姆损耗通常较显著。输入电抗 X_A代表储存在天线近场中的功率。作为互易性的结果,天线的阻抗在接收与发射时是一样的。

首先讨论输入电阻。在天线上的平均耗散功率是

43

$$P_{\mathrm{in}}=\frac{1}{2}R_A|I_A|^2 \tag{1-166}$$

其中 I_A是输入端的电流。注意,出现了因子½,因为在时间波形中 I_A是峰值。把耗散功率分成辐射和欧姆损耗,得到

$$P_{\mathrm{in}}=P+P_{\mathrm{ohmic}}$$

$$\frac{1}{2}R_A|I_A|^2=\frac{1}{2}R_r|I_A|^2+\frac{1}{2}R_{\mathrm{ohmic}}|I_A|^2 \tag{1-167}$$

其中,相对于输入端的辐射电阻定义为

$$R_r=\frac{2P}{|I_A|^2} \tag{1-168}$$

由式(1-167)可得

$$R_A=R_r+R_{\mathrm{ohmic}} \tag{1-169}$$

其中 R_{ohmic}是与欧姆损耗有关的电阻,该损耗包括天线直接激励部分的损耗与天线结构其他部分如接地面的损耗。天线的欧姆电阻定义为

$$R_{\mathrm{ohmic}}=\frac{2P_{\mathrm{ohmic}}}{|I_A|^2}=\frac{2(P_{\mathrm{in}}-P)}{|I_A|^2} \tag{1-170}$$

$$P=\frac{1}{2}\iint_{s_{ff}}(\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{H}^*)\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{s} \tag{1-171}$$

其中 s_{ff}是远场中的表面,通常为球面,P 是实数,因为远场的功率密度 $\boldsymbol{S}=\frac{1}{2}\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{H}^*$ 是实数。

辐射电阻可以相对于天线上任何一点来定义，但是我们约定 R_r 为相对于输入端定义的辐射电阻。相对于天线上出现最大电流 I_m 的辐射电阻 R_m，可以由 I_m 取代式(1-168)中的 I_A 得到。本节讨论中心馈电的电短天线，其输入端的电流总是最大，因此有 $R_r = R_{rm}$。在5.1节中将再次讨论这一论题。

从长度 $\Delta z \ll \lambda$，且输入电流 $I_A = I$ 的理想偶极子的辐射功率由式(1-75)给出，结合式(1-168)就给出辐射电阻

$$R_r = \frac{2P}{|I_A|^2} = \frac{2}{I^2}\frac{\omega\mu\beta}{12\pi}(I\Delta z)^2 = \frac{\sqrt{\mu\omega}\sqrt{\mu}\sqrt{\varepsilon}}{\sqrt{\varepsilon}6\pi}\beta(\Delta z)^2$$

$$= \eta\frac{\beta^2}{6\pi}(\Delta z)^2 = \eta\frac{2}{3}\pi\left(\frac{\Delta z}{\lambda}\right)^2$$

$$R_r = 80\pi^2\left(\frac{\Delta z}{\lambda}\right)^2\ \Omega \qquad \text{理想偶极子} \tag{1-172}$$

对理想偶极子，由于 $\Delta z \ll \lambda$，R_r 很小。

输入功率中被辐射和欧姆损耗所耗散的那部分功率决定天线的效率。这可由1.8节引入的辐射效率 e_r 来表示。它在式(1-156)中定义为总辐射功率与天线接收的净功率之比，因此

$$e_r = \frac{P}{P_{in}} = \frac{P}{P + P_{ohmic}} \tag{1-173}$$

将式(1-167)和(1-168)代入式(1-173)得到

$$e_r = \frac{\frac{1}{2}R_r|I_A|^2}{\frac{1}{2}R_r|I_A|^2 + \frac{1}{2}R_{ohmic}|I_A|^2} = \frac{R_r}{R_r + R_{ohmic}} = \frac{R_r}{R_A} \tag{1-174}$$

其中用了式(1-169)。除了低频，趋肤深度 $\delta = \sqrt{2/\omega\mu\sigma}$ 远小于导体的半径，长度为 L 的载有轴向均匀电流的天线的欧姆电阻是

$$R_{ohmic} \approx \frac{L}{2\pi a}R_s \tag{1-175}$$

其中 L 是导线的长度，a 是导线的半径，R_s 是表面电阻：

$$R_s = \sqrt{\frac{\omega\mu}{2\sigma}} \tag{1-176}$$

对于很多天线，辐射效率接近100%。不过，电小天线的辐射效率可能是低的。所以我们来仔细看一下。

具有均匀电流的理想偶极子示于图1-20a。在现实中，直导线天线上的电流在导线终端处必须平滑地趋于零。长度 $\Delta z \ll \lambda$，称为**短振子**的中心馈电线振子上的电流分布近似为三角形，如图1-20b所示。如果短振子终端加载有金属平板等(见图2-3)，径向电流在平板边缘降为零，在振子的垂直部分的电流近似均匀，这就允许采用理想振子的模型。在2.1节中将进一步讲到短振子。

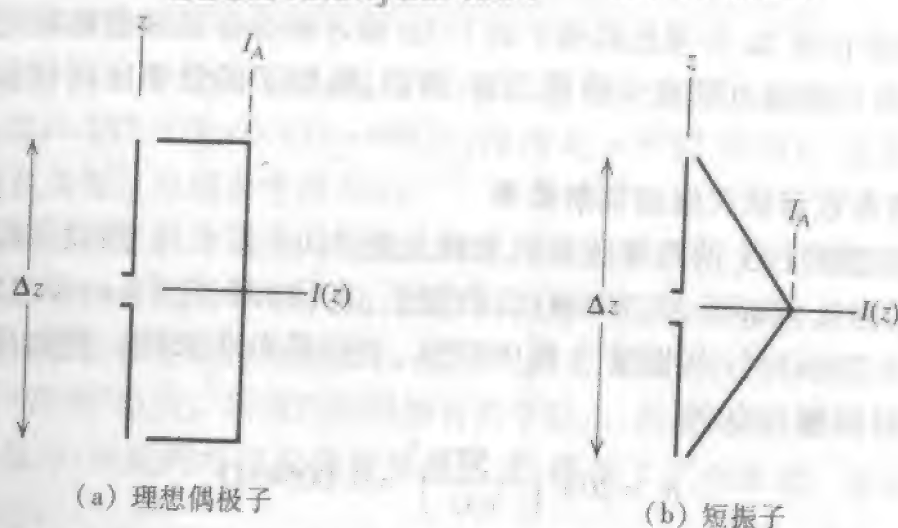


图 1-20 带电流分布的理想偶极子与短振子；$\Delta z \ll \lambda$。I_A是每个天线的中间端口处的输入电流

45

1.6 节中曾做过理想偶极子方向图的计算，那里假定，从导线上各点发出的各射线，由于不同程差引起的幅度与相位差可略去不计。由于短振子也满足 $\Delta z \ll \lambda$，方向图也将同理想偶极子的辐射方向图一样为 $\sin\theta$。而且，理想偶极子和短振子具有同样的方向性值 1.5，因为方向图的形状完全决定了方向性。

短振子的三角形电流分布导致其等效长度等于其物理长度的一半。这是由于等效长度正比于电流与距离关系曲线下的面积（示于图 1-20），它来自积分公式（1-103），且对于短振子有 $\exp(j\beta z'\cos\theta) \approx 1$。辐射场也同样正比于等效长度。由于辐射电阻正比于远区电场平方的积分，而理想偶极子与短振子的方向图又相同，所有辐射电阻正比于等效长度的平方。短振子上三角形电流的面积只有均匀电流面积的一半，所以，辐射电阻只有理想偶极子的四分之一。式（1-172）除以 4 得到

$$R_r = 20\pi^2\left(\frac{\Delta z}{\lambda}\right)^2 \Omega \qquad \text{短振子} \tag{1-177}$$

短振子的欧姆电阻也比理想偶极子小。求短振子的欧姆电阻，先确定欧姆损耗引起的耗散功率，这在天线上任何一点处都正比于电流的平方。事实上，一般而言，总耗散功率可通过导线天线上电流平方的积分得到，同时考虑到式（1-170），可得到

$$R_{\text{ohmic}} = \frac{2P_{\text{ohmic}}}{|I_A|^2} = \frac{1}{|I_A|^2}\frac{R_s}{2\pi a}\int_{-L/2}^{L/2}|I(z)|^2 dz \tag{1-178}$$

很容易证明，对长度 $L=\Delta z$ 的均匀电流，上式化为式（1-175）。图 1-20b 的短振子三角形电流可以写成沿导线位置的函数

$$I(z) = I_A\left(1-\frac{2|z|}{\Delta z}\right),\ |z| \leqslant \frac{\Delta z}{2} \tag{1-179}$$

用此式代入式（1-178）得

$$R_{\text{ohmic}} = \frac{\Delta z}{2\pi a}\frac{R_s}{3} \qquad \text{短振子} \tag{1-180}$$

注意，此值是同样长度 Δz 的理想偶极子的1/3。由于短振子的辐射电阻是理想偶极子的1/4，辐射电阻比欧姆电阻减少得更厉害，所以，短振子的效率比同样长度的理想偶极子的低。

例1-4 调幅汽车收音机天线的辐射效率

大多数装在保险杠上的汽车收音机天线长约31in(英寸)。假设保险杠成为单极子天线的镜面，构成62in($L=1.575$m)长的振子，直径1/8英寸($a=0.159$cm)。工作频率1MHz($\lambda=300$m)时，电长度为0.00525λ，表示是电小天线。假如采用短振子模型，由式(1-177)得辐射电阻

$$R_r=20\pi^2\left(\frac{1.575}{300}\right)^2=0.00545\Omega \tag{1-181}$$

在式(1-176)中代入钢的电导率(见附录B.1)，得到

$$R_s=\sqrt{\frac{4\pi\times10^{-7}\cdot2\pi\times10^6}{2\cdot2\times10^6}}=1.40\times10^{-3}\Omega \tag{1-182}$$

由式(1-180)得欧姆电阻为

$$R_{\text{ohmic}}=\frac{L}{2\pi a}\frac{R_s}{3}=\frac{1.575}{2\pi\cdot1.59\times10^{-3}}\frac{1.40\times10^{-3}}{3}=0.0736\Omega \tag{1-183}$$

由式(1-174)、(1-181)和(1-183)得

$$e_r=\frac{R_r}{R_r+R_{\text{ohmic}}}=\frac{0.00545}{0.00545+0.0736}=6.7\% \tag{1-184}$$

上例的效率6.7%属于低的。广播应用中接收天线的低效率可以由效率高的高功率长天线来弥补。因此，成本和复杂性集中到少数发射台，而允许接收天线简单与廉价。

除降低效率外，天线的欧姆损耗还有另一个不良影响。像电子系统中的任何电阻元件一样，天线上的欧姆损耗也是噪声源。当信号弱时，这对接收来说可能是个麻烦。对1MHz左右或以下的频率，外部噪声(主要是闪电)很严重，而且总是存在。天线获取的外部噪声正比于天线辐射电阻而且通常大于内部欧姆电阻产生的噪声。9.2节中将进一步讨论天线噪声。

现在转向输入阻抗的电抗部分。与构成输入阻抗实部的辐射功率相比，输入阻抗的电抗部分代表近场储存的功率。这种特性与电路理论中的复负载阻抗很类似。电小天线(即远小于波长)具有高输入电抗和小的辐射电阻。例如，短振子具有电容性电抗，而电小环天线具有感性电抗。从低频电路理论可预期这个结果。短振子的电抗近似为[9]

$$X_A=-\frac{120}{\pi\frac{\Delta z}{\lambda}}\left[\ln\left(\frac{\Delta z}{2a}\right)-1\right]\Omega \qquad \text{短振子} \tag{1-185}$$

对其短振子，此式给出大容抗。短振子的总输入阻抗是 $R_r+R_{\text{ohmic}}+jX_A$，其中 X_A 前面已经给出，R_r 由式(1-177)给出，R_{ohmic} 则由式(1-180)给出。

例 1-5 调幅汽车收音机天线的输入电抗

现在回到例 1-4 并计算输入阻抗的电抗分量。在式(1-185)中采用 $\Delta z/\lambda = 0.00525$ 和 $\Delta z/2a = 157.5/2 \times 0.159 = 495.3$，得到 $X_A = -37.870\Omega$。这是很大的容抗，导致严重的阻抗失配。也请参考图 5-6。

为了将功率从发射机传送到天线或从天线传送到接收机，天线阻抗很重要。例如为使接收天线处来的传输功率最大化，接收机的输入阻抗应该与天线阻抗共轭匹配(电阻相等，电抗数值相等而符号相反)。接收机具有实数阻抗，典型值为 50Ω，因此必须用匹配网络“调掉”电抗。采用匹配网络有两个缺点：匹配网络(如可调线圈)中的欧姆损耗降低了效率；匹配网络仅提供窄频段匹配，降低了工作频宽。阻抗匹配技术将在 5.3 节中讨论。

1.10 天线极化

一个单色电磁波随时间作正弦变化，在一个观察点，它由频率、振幅、相位与极化来表征。头三个是熟悉的参数，但学生和实际工程师们常常对极化不太了解。一个天线的极化，就是当天线发射时，在给定方向辐射的波的极化。本节先讨论一个电磁波可能的极化，然后从波的极化直接转向天线极化。参考文献[10]中有关于波与天线极化的完整讨论。

有限尺寸辐射器辐射波的波前(等相面)在小的观察区变成近似于平面。平面波的极化是在某个观察点上瞬态电场的轨迹图。图 1-21 的竖直线极化波就是一例，它显示出某一固定时刻电场的空间变化。随时间推移，在固定点的电场(ε_x)沿一竖直线往返振荡。对一个纯极化波，一般来说轨迹图是椭圆的。如图 1-21 所示，磁场的时间空间变化与电场变化相似，只不过磁场垂直于电场。波可能有非周期行为，但我们不考虑这类随机极化波成分，因为它不可能由天线产生。

48

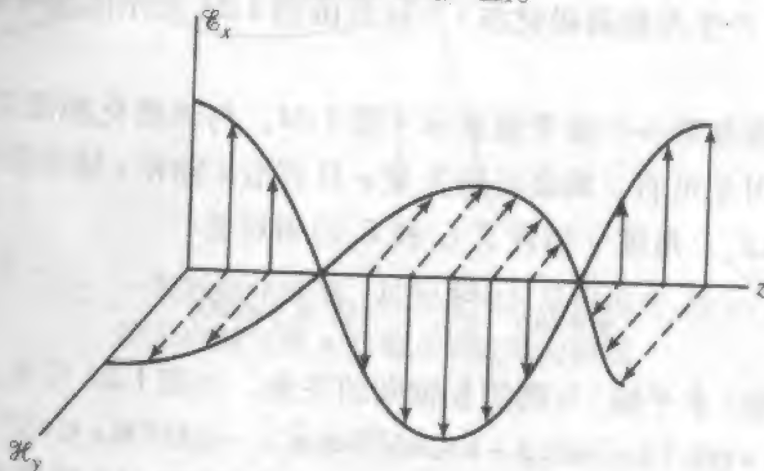
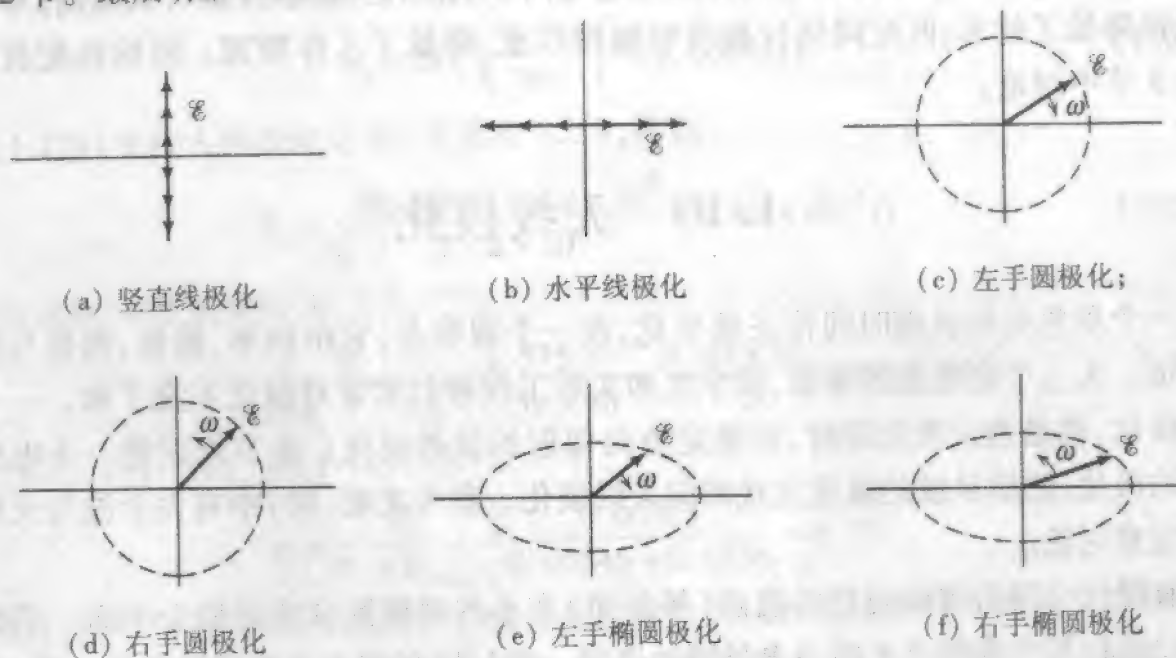


图 1-21 在一固定时刻，线(竖直)极化波的电场(实线)与磁场(虚线)的空间行为(见参考文献[10])

椭圆极化有几种重要的特殊情况。如果电场矢量沿直线往返运动，就是线极化，见图1-21a和图1-21b。理想偶极子或任意线电流的电场就是一例。如果电场矢量的长度恒定而绕圆圈旋转，就是圆极化。以角频率 ω 沿两个方向之一旋转，且以旋转方向命名。如果波朝观察者方向行进，且顺时针旋转，这是*左旋圆极化*。左手法则适用：左手拇指指向传播方向，弯曲的手指就是瞬态场 ε 的旋转方向。如果是逆时针旋转，就是*右旋圆极化*。左旋和右旋圆极化波示于图1-22c和图1-22d。螺旋线天线产生圆极化波，其旋转方向与螺旋线的旋转方向一致。例如，右旋螺旋线产生右旋圆极化波，见6.2节。最后，图1-22e和图1-22f示出最一般的左手和右手方向的*椭圆极化*。



(a) 竖直线极化　　(b) 水平线极化　　(c) 左手圆极化；

(d) 右手圆极化　　(e) 左手椭圆极化　　(f) 右手椭圆极化

图1-22　若干波极化状态。波为迎面而来

圆极化的重要的特殊情况的时空行为很难可视化。图1-23提供了一个左手圆极化波的空间透视图。当矢量图形沿 $+z$ 轴旋转前进时，在固定点的电场表现出在 xy 平面内作顺时针旋转（产生左旋圆极化波）。这可由图1-23所示固定平面中的矢量时序来说明。

一般的极化椭圆并带一个参考轴系示于图1-24。与该极化椭圆关联的波沿 $+z$ 方向传播。旋转方向可左可右。瞬态电场矢量 ε 具有沿 x 轴和 y 轴的分量 ε_x 和 ε_y。这些分量的峰值为 E_1 和 E_2。角度 γ 描述了 E_1 和 E_2 的相对值

$$\gamma = \tan^{-1}\frac{E_2}{E_1}, \qquad 0° \leqslant \gamma \leqslant 90° \tag{1-186}$$

椭圆的倾角 τ 是 x 轴（水平轴）与椭圆长轴间的夹角。由图1-24可见，空间角 ε 是

$$\varepsilon = \cot^{-1}(-AR), \quad 1 \leqslant |AR| \leqslant \infty, \quad -45° \leqslant \varepsilon \leqslant 45° \tag{1-187}$$

其中椭圆轴比 $|AR|$ 是长轴电场分量与短轴电场分量之比。AR 的符号对右旋为正，对左旋为负。轴比常常以分贝为单位，用 $20\log|AR|$ 表示。

图1-24所示波的瞬态电场可写成（为简单起见，设 $z=0$）

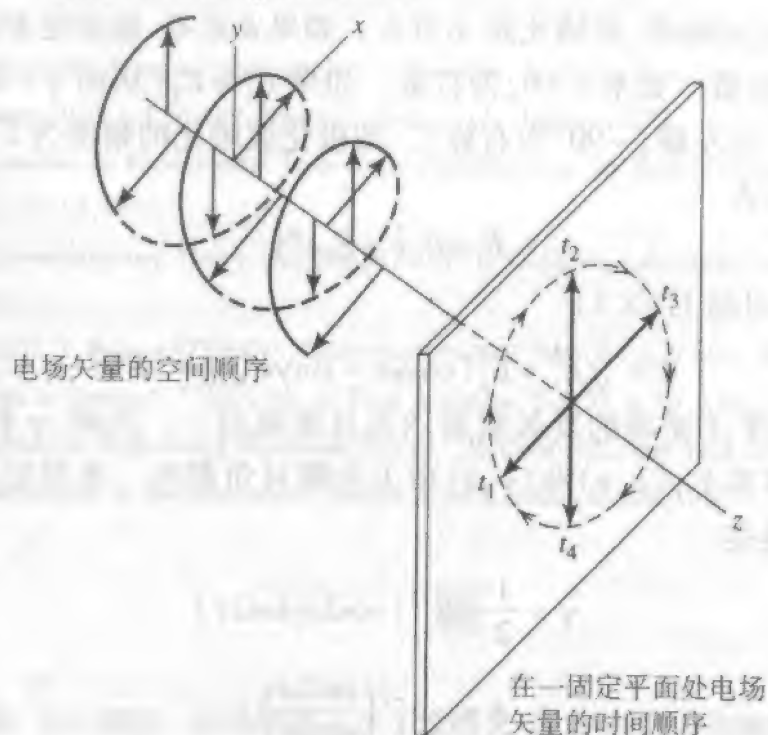


图 1-23 一个左旋圆极化波的透视图。示出某个瞬时，波通过 +z 方向某固定平面处的电场矢量的时间顺序

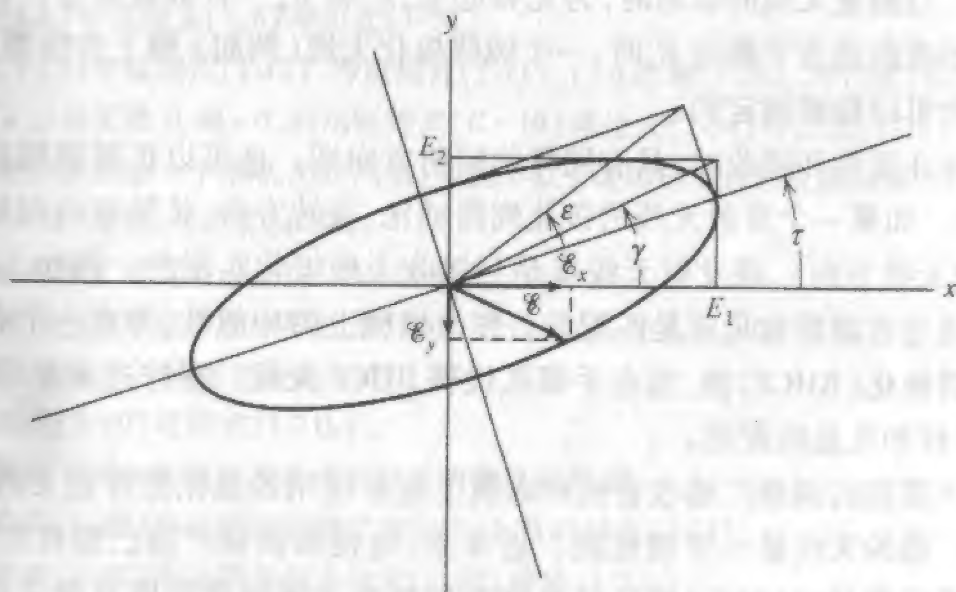


图 1-24 一般的极化椭圆。波的方向从纸面出来，沿 +z 方向。瞬态电场矢量 ε 的端点轨迹描出椭圆

$$\mathscr{E}=\mathscr{E}_x\hat{\boldsymbol{x}}+\mathscr{E}_y\hat{\boldsymbol{y}}=E_1\cos\omega t\hat{\boldsymbol{x}}+E_2\cos(\omega t+\delta)\hat{\boldsymbol{y}} \tag{1-188}$$

其中 δ 是 y 分量导前 x 分量的相位。该表示式描述了随时间 t 前进的椭圆形状。如果两分量同相($\delta=0$)，净矢量为线极化。线极化的指向取决于 E_1 和 E_2 的相对值。例如 $E_1=0$，导致竖直线极化；$E_2=0$，导致水平线极化；$E_1=E_2$，极化是线性的，与轴夹角为

45°。线极化是退化的椭圆，其轴比是无穷大。如果 δ 非零，轴比是有限值。当 $\delta>0$，ε_y 相位超前于 ε_x，为左旋。如果 $\delta<0$，为右旋。如果 $E_1=E_2$（从而 $\gamma=45°$）且 $\delta=\pm 90°$，就是圆极化（+90°为左旋，−90°为右旋）。圆极化波轴比的幅度为1。

由式得相量形式

$$E = E_1\hat{x} + E_2 e^{j\delta}\hat{y} \tag{1-189}$$

它又可以写成（见习题1.10.3）

$$E = \sqrt{E_1^2+E_2^2}(\cos\gamma\hat{x} + \sin\gamma e^{j\delta}\hat{y}) = |E|\hat{e} \tag{1-190}$$

因子 $|E|$ 是场的幅度，$\hat{e}$ 是场的复矢量表示式且振幅归一。因此，γ 和 δ 完整地规定了波的极化状态。事实上，(ε,τ) 和 (γ,δ) 中无论哪对角都唯一地规定了波的极化状态。这些角度间的转换是

$$\gamma = \frac{1}{2}\cos^{-1}(\cos 2\varepsilon\ \cos 2\tau) \tag{1-191}$$

$$\delta = \tan^{-1}\left(\frac{\tan 2\varepsilon}{\sin 2\tau}\right) \tag{1-192}$$

天线的极化是天线传输时辐射波的极化。因此，所有关于波极化的讨论都适用于天线极化。天线辐射波的极化随方向而变。通常，天线的极化特性在主瓣上保持相对恒定，而主瓣峰的极化就用来描述天线极化。不过，旁瓣辐射的极化可能与主瓣的极化大不一样。当测量天线的辐射时，为完整起见，E_θ 和 E_ϕ 二者都需测量。当一个线极化探针天线的指向是为了响应 E_θ 时，一个纯线极化天线（例如 z 轴上的线源）的主平面方向图是完全可以精确测定的。

互易天线在发射和接收时，具有同样的辐射方向图。这可以扩展到辐射的矢量状态，包括极化。如果一个发射天线的极化椭圆轴比、旋转方向、长轴指向与接收天线的一样（在发射天线方向），该发射天线就是与接收天线极化匹配的。例如，一个右旋圆极化接收天线与右旋圆极化波是匹配的。作为机械上的相似性，考虑一个右手螺纹杆相应于右旋圆极化（RHCP）波，而右手螺孔代表 RHCP 天线。在拧进或拧出时，相当于接收或发射，杆和孔是匹配的。

考察一下美国的调频广播收音机和电视工业所应用的极化是有意义的。历史上，电视和调频广播的天线是水平极化的。近年来，电视和调频广播已经在用圆极化，因为美国联邦通信委员会（FCC）现在已允许发射机在水平极化和竖直极化两方面都有最大的等效各向同性辐射功率（EIRP）。之所以获得同意，是由于几乎所有的车载接收天线都是竖直极化（VP）的。

参考文献

1. Jack Ramsay, "Highlights of Antenna History," *IEEE Ant. & Prop. Soc. Newsletter*, pp. 8 – 20, Dec. 1981.
2. Sir Edmund Whittaker, *A History of the Theories of Aether and Electricity*, *Vol. I* : *The Classical Theories*, Harper

Torchbooks, New York, 1960.

3. R. C. Hansen, Ed. *Microwave Scanning Antenna, Vol. I: Apertures*, Academic Press, New York, 1964, Chap. 2.
4. E. Larsen, *Telecommunications—A History*, Frederick Muller Ltd., London, 1977.
5. M. I. Pupin, "A Discussion on Experimental Tests of the Radiation Law for Radio Oscillators," *Proc. Inst. Radio Engineers*, Vol. 1, pp. 3 - 13, 1913.
6. S. Silver, Ed., *Microwave Antenna Theory and Design*, M. I. T. Radiation Laboratory Series, Vol. 12, McGraw-Hill, New York, 1949.
7. S. A. Schelkunoff and H. T. Friis, *ANTENNAS: Theory and Practice*, John Wiley & Sons, New York, 1952, p. 127.
8. J. Van Bladel, "Lorenz or Lorentz?," *IEEE Ant. & Prop. Magazine*, Vol. 33, p. 69, April 1991.
9. R. C. Johnson, Ed., *Antenna Engineering Handbook*, 3rd ed., McGraw-Hill, New York, 1993, Chap. 4.
10. W. L. Stutzman, *Polarization in Electromagnetic Systems*, Artech House, Boston, 1992.

习 题

1.3.1 这是什么天线？(a)确定一副你想进一步了解的天线。它可能是你在社区内看到的或你在杂志中或商品目录中找到的。当你看过本书，你就能观察和学习到不少天线知识。现在来作一个天线的草图，并描述一下天线的位置和环境。(b)当读过本书的大部分后，对(a)中的天线作出解释，包括该天线的类型、它的工作频率、用于何处、你能估计的性能参数值如带宽和增益。

1.4.1 在式(1-1)中运用式(1-6)导出式(1-7)。

1.4.2 在式(1-19)中运用式(1-13)，考虑到式(1-11)、(1-12)和(1-20)，导出式(1-18)。

1.4.3 假定 ε、μ 是实数且 $\boldsymbol{M}=0$，利用恒等式(C-19)通过式(1-34)导出式(1-28)。

52

1.4.4 一个电压源激励一个串联 *RLC* 网络，写成类似于坡印廷定量的复数功率方程。

1.5.1 从式(1-18)出发，导出式(1-48)。

1.5.2 (a) 证明除了原点外，$\psi = Ce^{-j\beta r}/r$ 满足式(1-54)。

(b) 通过包含原点的小体积对式(1-52)进行积分，代入 $\psi = Ce^{-j\beta r}/r$ 并令 r 趋于零，证明 $C=(4\pi)^{-1}$，从而也证明了式(1-55)。

1.6.1 证明由式(1-69)可得式(1-71b)。

1.6.2 理想偶极子的电场强度表示式可以由两种途径导出

(a) 在式(1-60)中运用磁场密度表示式(1-71a)导出(1-71b)。

(b) 在式(1-60)中运用矢位表达式(1-62)导出(1-71b)。

1.6.3 对位于球坐标原点的自由空间 z 向电流元 $I\Delta z$：

(a) 计算一般情况下的坡印廷矢量，其中 r 可以在近场区。利用式(1-71)。

(b) 然后求出流出包围电流元的半径为 r 的球的时间平均功率的表达式。答案应该是式(1-75)，为什么？

1.6.4 证明式(1-71b)中的理想偶极子电场满足麦克斯韦方程 $\nabla \cdot \boldsymbol{E}=0$。

1.7.1 证明式(1-93)。在式(1-92)中运用式(1-87)，且仅保留 $1/r$ 的项，即有 $\beta r \gg 1$。

1.7.2 均匀直线源。

(a) 求式(1-118)的均匀直线源方向图因子 $|f(\theta)|$ 的半功率宽度。答案应该具有如下形

式

$$\mathrm{HP} = K\lambda/L, \quad L \gg \lambda.$$

确定常数 K。提示：先从 $u=(\beta L/2)\cos\theta$ 求出 u_{HP}，其 $|f(u_{\mathrm{HP}})|=1/\sqrt{2}$。然后采用近似式 $\cos^{-1}(\pm x)\approx(\pi/2)\mp x$，对小的 x。

(b) 计算相对于主瓣最大值的最大旁瓣电平，用分贝表示。将 $f(u)$ 对 u 微分并令其等于零，解出 u 即可求得旁瓣最大值。

(c) 现在假定电流具有线性相位渐变，那么

$$I(z') = I_0 e^{j\beta_0 z'}$$

$f(\theta)$ 现在是什么？如果令 $\beta_0=-\beta\cos\theta_0$，方向图最大（主瓣所指方向）在何处？这说明了图 1-16 中扫描波束是如何生成的。

1.7.3 无需预先假设射线平行，就可以推导式(1-96)。推导式(1-96)，通过写出 $R=[(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}')\cdot(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}')]^{1/2}$，展开并提出因子 r，略去最小项而利用二项式的开头两项，导出式(1-96)。

1.7.4 利用长度为 L 的线天线的远场内边界 $r_{ff}=2L^2/\lambda$，求出下列三种天线的 r_{ff}：$L=5\lambda$；半波振子($L=\lambda/2$)；和短振子($L=0.01\lambda$)。你所计算出的远场边界是否对每种情况都成立？如果不是，为什么？

1.7.5 可以证明相应于式(1-99b)和式(1-99c)的远场距离可以由 $r>5D$ 和 $r>1.6\lambda$ 更精确地给出。利用这些与式(1-99a)一起，以 r/λ 对 D/λ 作远场边界曲线图。指出图中曲线的哪个区域对应于远场。

1.7.6 一汽车收音机天线长 1m，工作在 1MHz。利用习题 1.7.5 的图求出远场距离。

1.7.7 导出式(1-100)中的近场区边界表达式 $0.62\sqrt{D^3/\lambda}$。为此，可求出 $z'=D/2$ 时的最大误差，相当于式(1-84)中第 4 项等于 $\pi/8$。

1.8.1 证明 $d\Omega$ 沿球面的全空间积分是 4πsr。

1.8.2 一功率方向图为：$|\cos^n\theta|$，对 $0\le\theta\le\pi/2$；0，对 $\pi/2\le\theta\le\pi$。

(a) 当 $n=1$、2、3 时，计算方向性；(b) 对每个 n 求以度表示的 HP 值；

(c) 在同一极坐标图上作出每个 n 的方向图，并作出评述；

(d) 解释 $n=0$ 时的方向性值。

1.8.3 一个天线的远场方向图与 ϕ 无关，且随 θ 作如下变化：

$F=1$ 当 $0°\le\theta\le30°$ 时，

$F=0.5$ 当 $60°\le\theta\le120°$ 时，

$F=0.707$ 当 $150°\le\theta\le180°$ 时，

$F=0$ 当 $30°<\theta<60°$ 和 $120°<\theta<150°$ 时，

求方向性。也求出 $\theta=90°$ 时的方向性。

1.8.4 对一单瓣方向图，其波束立体角近似地由下式给出

$$\Omega_A \approx \mathrm{HP}_E \mathrm{HP}_H$$

$$D \approx \frac{41253}{\mathrm{HP}_E \mathrm{HP}_H}$$

其中，HP_E 和 HP_H 是 E 和 H 面半功率束宽的度数。

1.8.5 一低旁瓣喇叭天线，在两个主平面中的半功率束宽都是 29°。用习题 1.8.4 中的近似表达式计算该喇叭的方向性，用分贝表示。

1.8.6 一扇形方向图，在给定的角区内具有恒定的辐射强度，其他地方为零。一个例子是

$$F(\theta)=\begin{cases}1 & \dfrac{\pi}{2}-\alpha<\theta<\dfrac{\pi}{2}+\alpha\\ 0 & \text{其他角度}\end{cases}$$

导出与此方向性相应的表达式。

1.8.7 一架飞机平行于地面飞行（在 z 方向）。对一个地面搜索雷达，需要均匀照射地面某个区域的天线。所谓余割方向图将适用于此。由图可见，$h=r\cos(\pi/2-\theta)$ 或

$$r=\frac{h}{\sin\theta}=h\csc\theta$$

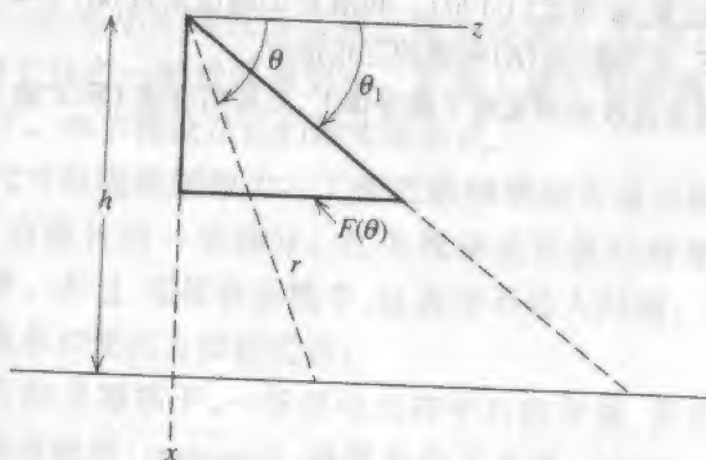
这说明当 θ 减小时该辐射必须行进多远才到达地面。辐射方向图

$$F(\theta)=\csc\theta,$$

恰好弥补场随距离的 $1/r$ 变化。此外，如果 ϕ 向变化在小角度范围 ϕ_0 内是扇形方向图，则

$$F(\theta,\phi)=\begin{cases}\csc\theta & \theta_1<\theta<\dfrac{\pi}{2},0<\phi<\phi_0\\ 0 & \text{其他方向}\end{cases}$$

导出该方向性的一个表示式。



1.8.8 高斯方向图。圆对称窄波束天线方向图通常由高斯形状来模拟

$$F(\theta)=\mathrm{e}^{-4\ln\sqrt{2}(\theta/\mathrm{HP})^2}$$

导出与此方向图对应的方向性表示式、用弧度和度表示的半功率束宽 HP。为此，在 Ω_A 的积分中以 θ 近似作 $\sin\theta$，并将积分限延伸至无穷远。

1.8.9 一天线具有方向性 20 和辐射效率 90%。计算以分贝表示的增益。

1.8.10 计算一天线的增益。它具有 95% 的辐射效率和如下的辐射方向图

$$F(\theta)=\begin{cases}1 & 0\leqslant\theta<20^\circ\\ 0.707 & 20^\circ\leqslant\theta<120^\circ\\ 0 & 120^\circ\leqslant\theta<180^\circ\end{cases}$$

1.9.1 一 2m 长的振子由直径 6.35mm（0.25in）的铝做成，工作在 500kHz。计算其辐射效率，假设

（a）电流是均匀的；

(b) 电流是三角形的。

1.9.2 一民用收音机频道在27MHz,采用半波长天线,其辐射电阻为70Ω。如果天线由6.35mm的铝做成,计算辐射效率。

1.9.3 利用(1-178)的欧姆电阻公式证明以下R_{ohmic}的表示式

(a) 由式(1-175)给出的均匀电流;

(b) 由式(1-180)给出的三角形电流。

1.9.4 一无线电话工作在50MHz,它有一长38cm、用4mm直径铝做的单极子天线。计算辐射效率。

1.10.1 一椭圆极化波的瞬态电场分量为$\mathscr{E}_x = E_1\cos(\omega t - \beta z)$和$\mathscr{E}_y = E_2\cos(\omega t - \beta z + \delta)$。为如下极化确定$E_1$、$E_2$与$\delta$:

(a) 线极化,且$E_1 \neq 0$、$E_2 \neq 0$。

(b) 右旋圆极化。

(c) 左旋圆极化。

(d) 椭圆极化,且$E_1 = E_2$。

(e) 椭圆极化,且$\delta = 90°$。

1.10.2 将习题1.10.1给出的总矢量场用频域形式表示。

1.10.3 从式(1-189)出发,证明式(1-190)。利用$\mathbf{E}$的幅度来自$|\mathbf{E}|^2 = \mathbf{E}\cdot\mathbf{E}^*$。并注意图1-24中的$\gamma$处于$E_1$、$E_2$和斜边$|\mathbf{E}|$构成的三角形中。

1.10.4 证明RHCP波垂直投射到完纯平面导体上,反射后变成LHCP波。

第2章 若干简单的辐射系统与天线实践

本章介绍由电小振子、半波振子和电小环构成的简单天线。这些天线对天线的实践是基础，并在下一章讨论天线阵时将用到。在第5章我们将再回头对线天线作更深入的讲解。本章还谈到镜像理论，用于考察存在完纯导电地平面时天线的工作。本章还讨论了无线通信系统，显示天线如何频繁地用于实际，为进一步学习天线提供动力。

2.1 电小振子

其尺寸相对于工作频率所对应的波长比较小的天线就是电小天线，它也是最基本的天线，见图1-6。一个电小天线究竟必须比波长小多少，这取决于应用。但一般而言，尺度应是波长的十分之一的量级或更小。在第1章中已接触过两种电小天线，即理想偶极子和短振子。本节将论及它们的实际形式。

电尺寸与物理尺寸可能差别很大。工作在低频率的天线在物理上可能很大而电气上很小，即尺度只有波长的一小部分。在低兆赫或更低的频率上，这点特别真实。电小天线天生低效率。不过，在接收系统中，这通常不是大问题。而且，物理上小的天线具有尺寸、重量、成本和便携方面的优点。

最简单的电小天线是**短振子**，一段馈电点在中心的导线，见图2-1a。由于振子的两臂很像昆虫的触角或触须(antennae)，就派生出了天线(antenna)这一名称[1]。短振子的电流分布形状接近于图1-20b的三角形模型。这是因为在细导线天线(直径$\ll\lambda$)上的电流分布近似为正弦，且在导线两端必须为零。由于短振子的臂只有波长的几分之一，臂上出现的电流只是正弦波的一小部分，因此近似为直线。

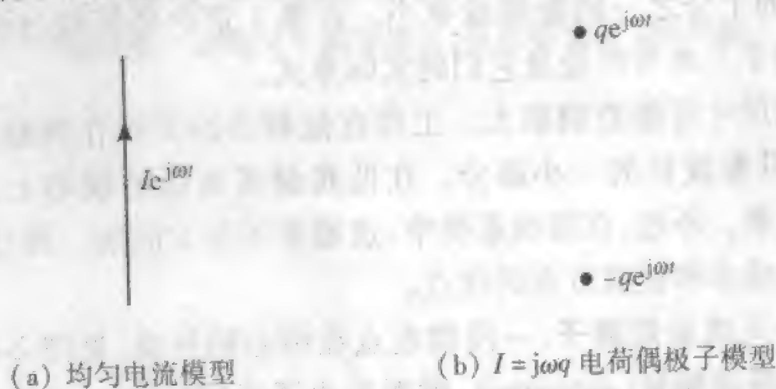
向导线终端减弱的电流要求电荷蜕皮似地呈现在导线表面如图2-1a所示。图2-1b所示的是振子终端输入电流最大瞬间的电流与电荷分布。由于输入电流随时间作正弦变化，则振子上的电流与电荷分布也是如此。这种电荷堆积导致振子周围空间中的位移电流密度为$j\omega\varepsilon \boldsymbol{E}$。随后，位移电流密度又引起从源向外传播的电磁波，如图1-4所示。在空间的位移电流把发射天线耦合到接收天线，很像电路中的传导电流提供了分立元件之间的耦合。电小振子(其辐射部分沿z轴)的辐射方向图是$\sin\theta$，其各种形式示于图1-10。



(a) 天线上的电流及周围的电场　　(b) 电流与电荷分布

图 2-1　短振子，$\Delta z \ll \lambda$

在理想偶极子中，所有电荷聚集在天线两端。实际上，理想偶极子既可以作为均匀电流，也可以作为在角频率 ω 振荡的两个点电荷(见习题 2.1.1)来分析，见图 2-2。电荷偶极子模型表明电荷聚集在天线的终端导致较高的辐射电阻。事实上，式(1-172)的理想偶极子的辐射电阻是式(1-177)给出的短振子的辐射电阻的 4 倍。



(a) 均匀电流模型　　(b) $I = j\omega q$ 电荷偶极子模型

图 2-2　理想偶极子模型

短振子的输入电抗是容性的。把天线设想为图 1-3 中的开路传输线就可看出这一点。当从天线终端到馈点的距离远小于四分之一波长时，输入阻抗是容性的，因为由传输线理论可知，距开路端的距离为 s 的阻抗是 $-jZ_0\cos(\beta s)$。当出现辐射时，简单的传输线理论仅给出定性结果。短振子容抗的近似结果由式(1-185)给出。为了得到精确的阻抗值，可以用矩量法计算技术，见 10.5 节。为把电容调掉，常用加载线圈。

在实践中，与理想偶极子均匀电流相关联的较大的辐射电阻可以这样实现：在导线两端提供使电荷聚集的机制。一个实现办法是在导线的末端分别放一个金属板。这称为**电容板天线**，或顶帽加载振子天线。图 2-3 示出该天线的结构及其上的电流与电荷分布。如果 $\Delta z \ll \lambda$，板上的径向电流产生的场在远场处将几乎抵消掉，因为电流的方向相反，而板间隔造成的相位差很小($\beta\Delta z \ll 2\pi$)。另外，如果 $\Delta z \ll \Delta r$，板将用于提供

电荷的储存，从而使导线上的电流保持恒定。因此，电容板天线提供了一个非常接近于均匀电流理想偶极子的模型。在实践中，顶加载的实心板常常用导线束来代替。

另一个用于模拟理想偶极子的小天线是**传输线加载天线**，示于图 2-4a。这里可用传输线理论的结果来确定电流分布。电流沿导线基本上是正弦分布，两端为零。对于 $L<\lambda/4$，电流分布的草图示于图 2-4b。如果 $\Delta z \ll \lambda$，水平导线上的电流产生的场在远区基本抵消。如果还有 $\Delta z \ll L$，水平导线就为电荷的储存提供了有效的场所，而直立段上的电流几乎保持恒定，如图 2-4b 所示。这样，辐射就从电流几乎恒定的短段上发出，该天线就近似于理想偶极子。

图 2-4c 所示传输线加载振子形成的单极子称为**倒 *L* 天线**。倒 *L* 及其变种如**倒 *F* 天线**在小型手持无线电中很流行[2]。

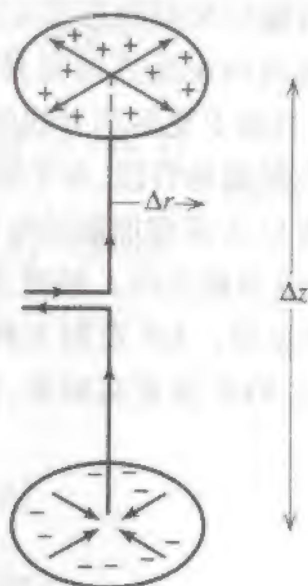
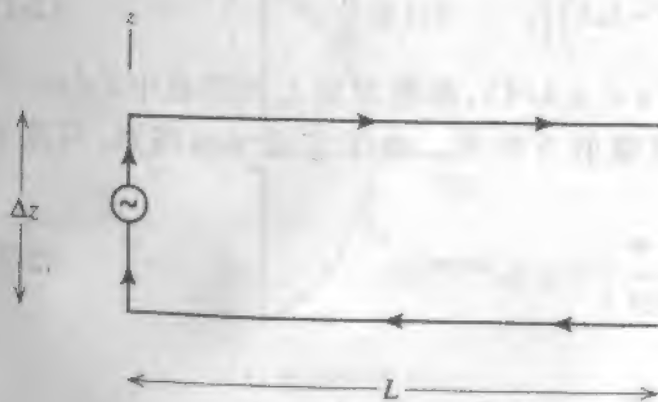
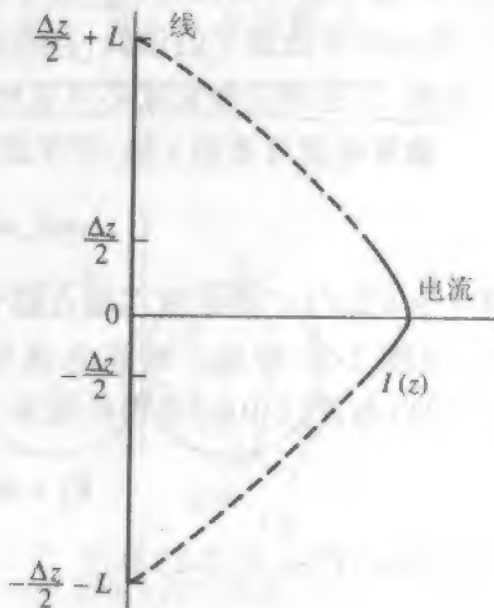


图 2-3　电容板天线

注：天线上的箭头指示电流。板上的电荷也已示出



(a) 传输线加载振子



(b) 导线外折加载于振子的传输线上的电流。虚线示出水平段的电流



(c) 倒 *L* 天线

图 2-4　传输线加载天线

传输线加载的思想可以扩展到在短的直立段上接上多根水平导线。如果图 2-4a 的传输线向相反方向延伸，其电抗值就变成原来的一半（由于并联上相同的电容元件）。当加上更多的导线时，电抗将进一步降低，结构就趋向于电容板天线。

在频谱的各段，有不同的理由采用电小天线。例如，在 VLF 区域波长很长，采用一个带有巨大顶帽加载的电气上短的直立辐射器。这个顶帽加载使该天线看起来像图 2-3 的电容板天线。频谱进一步提高，如 AM 广播频段，接收天线通常是电小的，已在 1.9 节见过。AM 发射天线可不小，但为谐振尺寸（resonant size），我们将在下一节讨论。在 VHF 及更高频率，仅在特殊场合使用电小天线。

2.2　振　　子

一种很广泛采用的天线就是半波振子天线。这是线性电流，其振幅变化类似于半个正弦波，最大值在中间。为了简化，假设电流是电流丝。而且可以把它想像成在无限细、完纯导电、长度为半波长的导线上流动。直径远小于长度的导线半波振子是一个良好的近似。半波振子的优点是可以把它做成谐振，使输入电抗为零，从而省去为得到共轭匹配所需的调节。振子天线的输入阻抗将在 5.1 节中详细讨论。现在仅指出，为达到半波振子的谐振，其物理长度必须略短于自由空间半波长，而且随着天线导线变粗，为达到谐振长度必须更短。

通常电流分布沿 z 轴，对半波振子上的半个正弦波电流，其分布可以写成

$$I(z)=I_m\sin\left[\beta\left(\frac{\lambda}{4}-|z|\right)\right],\qquad |z|\leqslant\frac{\lambda}{4}\tag{2-1}$$

其中 $\beta=2\pi/\lambda$。该电流在端点趋于零（对 $z=\pm\lambda/4$），而最大值 I_m 出现在中心（$z=0$）处，如图 2-5a 所示。由该电流可以计算辐射方向图。由于它是 z 向线源，可用式(1-103)与式(1-106)求得电场为

$$E_\theta=\mathrm{j}\omega\mu\sin\theta\,\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta r}}{4\pi r}\int I(z')\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta z'\cos\theta}\mathrm{d}z'\tag{2-2}$$

将式(2-1)代入式(2-2)算出

$$\begin{aligned}f_{un}&=\int I(z')\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta z'\cos\theta}\mathrm{d}z'=\int_{-\lambda/4}^{\lambda/4}I_m\sin\left(\frac{\pi}{2}-\beta|z'|\right)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta z'\cos\theta}\mathrm{d}z'\\&=I_m\int_{-\lambda/4}^{0}\sin\left(\frac{\pi}{2}+\beta z'\right)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta z'\cos\theta}\mathrm{d}z'\\&\quad+I_m\int_{0}^{\lambda/4}\sin\left(\frac{\pi}{2}-\beta z'\right)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta z'\cos\theta}\mathrm{d}z'\end{aligned}\tag{2-3}$$

其中 f_{un} 是非归一化方向图因子。在式(2-3)中利用积分(F.11)

$$\int\sin(a+bx)\,\mathrm{e}^{cx}\mathrm{d}x=\frac{\mathrm{e}^{cx}}{b^2+c^2}\left[c\sin(a+bx)-b\cos(a+bx)\right]\tag{2-4}$$

在式(2-3)中有

$$f_{uo}=I_m\frac{e^{j\beta z'\cos\theta}}{\beta^2-\beta^2\cos^2\theta}\left[j\beta\cos\theta\sin\left(\frac{\pi}{2}+\beta z'\right)-\beta\cos\left(\frac{\pi}{2}+\beta z'\right)\right]_{-\lambda/4}^{0}$$

$$+I_m\frac{e^{j\beta z'\cos\theta}}{\beta^2-\beta^2\cos^2\theta}\left[j\beta\cos\theta\sin\left(\frac{\pi}{2}-\beta z'\right)+\beta\cos\left(\frac{\pi}{2}-\beta z'\right)\right]_{0}^{\lambda/4}$$

$$=\frac{I_m}{\beta^2\sin^2\theta}\left[j\beta\cos\theta-e^{-j(\pi/2)\cos\theta}(-\beta)+e^{j(\pi/2)\cos\theta}(\beta)-j\beta\cos\theta\right]$$

$$=\frac{I_m}{\beta\sin^2\theta}2\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right) \tag{2-5}$$

将其代入式(2-2)得到

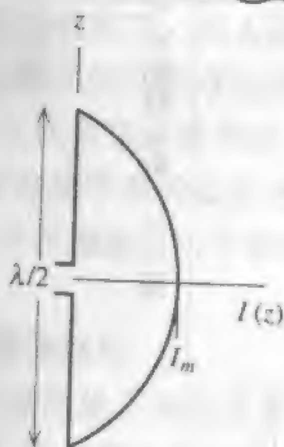
$$E_\theta=j\omega\mu\frac{2I_m}{\beta}\frac{e^{-j\beta r}}{4\pi r}\sin\theta\frac{\cos[(\pi/2)\cos\theta]}{\sin^2\theta} \tag{2-6}$$

再从表达式中可看出元因子 $g(\theta)=\sin\theta$ 以及归一化方向图因子

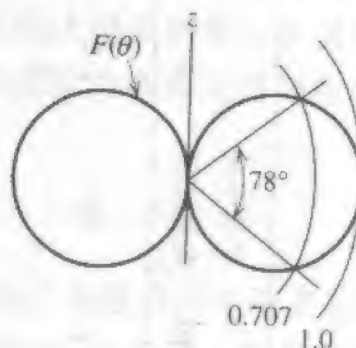
$$f(\theta)=\frac{\cos[(\pi/2)\cos\theta]}{\sin^2\theta} \tag{2-7}$$

对 $\theta=\pi/2$，$g(\theta)$ 和 $f(\theta)$ 都达到最大，其值为 1。完整的归一化远场方向图为（见式(1-115)）

$$F(\theta)=g(\theta)f(\theta)=\frac{\cos[(\pi/2)\cos\theta]}{\sin\theta}\quad\text{半波振子} \tag{2-8}$$



(a) 电流分布 $I(z)$



(b) 辐射方向图 $F(\theta)$

图 2-5 半波振子

图 2-5b 中方向图以线性极坐标形式画出。无限细半波长振子的输入阻抗是 73 + j42.5Ω。如果其长度略微缩短以达到谐振，则输入阻抗约为 70 + j0Ω。

迄今为止，我们介绍了三种偶极子（或振子）天线：理想偶极子、短振子与半波振子。这些偶极子的特点和性能列于图 2-6 中。理想偶极子与短振子分别具有均匀电流分布与三角形电流分布，但有同样的方向图。二者都有 90° 的半功率束宽且方向性为 1.5，见图 1-10。半波振子具有较窄的束宽为 78°，从而有较高的方向性值 1.64，这一点将在 5.1 节中推导。

振子类型	长度	电流	方向图	半功率点夹角(HP)	D	D (dB)	R_r (Ω)	R_{ohmic} (Ω)	电流分布
理想的	$L \ll \lambda$	均匀的	$\sin\theta$	90°	1.5	1.76	$80\pi^2\left(\frac{L}{\lambda}\right)^2$	$\frac{R_s}{2\pi a}L$	I_m; 理想偶极子; 短振子实际的三角形近似; $L \ll \lambda$
短的	$L \ll \lambda$	三角形	$\sin\theta$	90°	1.5	1.76	$20\pi^2\left(\frac{L}{\lambda}\right)^2$	$\frac{R_s}{2\pi a}\frac{L}{3}$	
半波	$L = 0.5\lambda$	正弦	$\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)}{\sin\theta}$	78°	1.64	2.15	~70	$\frac{R_s}{2\pi a}\frac{\lambda}{4}$	I_m; $L = \frac{\lambda}{2}$

图 2-6　若干偶极子天线的特点和性能

2.1 节中简要讨论了关于辐射现象的一种观点。现在准备讨论另一种观点：空间场是由天线上的电流和电荷所共同产生的。我们知道，在一个完整的系统中，任何瞬间，正负电荷数必须相等，假如存在静电场（即零频率和无限长波长），正负电荷的场将在远距离处互相抵消。然而，当正负振荡源之间的距离变成波长的较大分数时，正负源到达观察点的程差产生的相移（或推迟）阻碍了抵消。在半波振子的情形，电流基本上是同相的，在垂直于振子的方向辐射最强，而沿振子的轴向的辐射最弱。对更长的振子，振子上某些部分的电流将与其他部分反相，导致远场在边射方向部分甚至全部抵消，而在偏离边射的方向却得到增强，见图 5-3 与图 5-4。这也说明了为何实际线天线尺寸总在一个波长量级或更短。

2.3 完纯导电地平面上方的天线

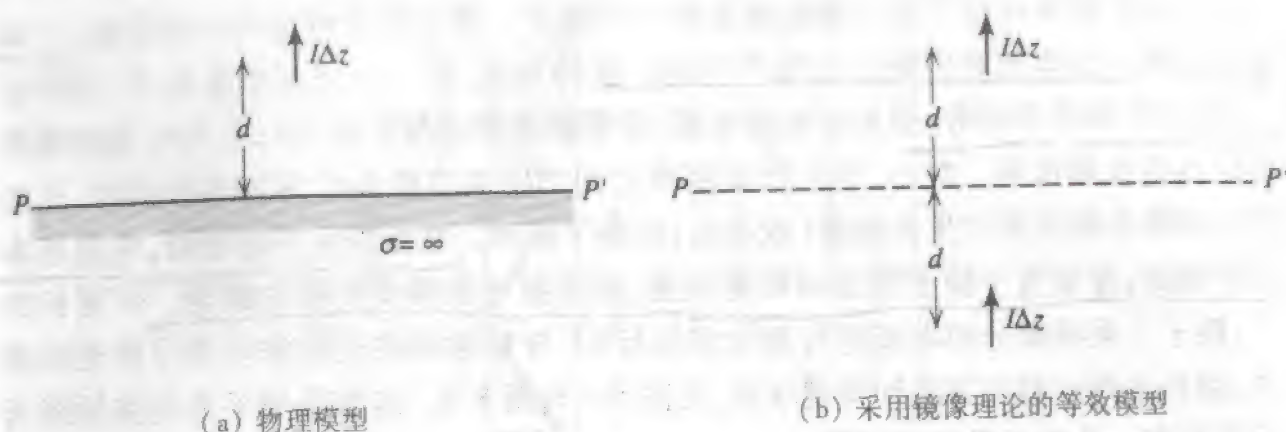
迄今，我们对天线的处理都是在自由空间环境中。在实践中，对升高了的高增益天线，环境影响是小的。但是，宽波束天线的辐射性能却受到其周围环境的影响。方向图与阻抗都因为附近物体的存在而受影响。最常碰到的物体就是地面。真实的地球面是一个地平面，这将在 5.6 节中讨论。理想的地面是平面的，无限延伸的，完纯导电的，称为*完纯导电地平面*。完纯导电的假定不是很严格，任何良导体诸如铝或铜都是完纯导体的精确模型。而无限延伸的假定则更苛刻些。有限尺寸地面的精确计算可以用矩量法或几何绕射理论求得，这些内容在第 10 章和第 12 章中讨论。在大多数情况下，如果天线不是远离导电平面，可以用比天线大得多的实心金属板或导线网格系统作完纯导电地平面的良好近似。本节用镜像理论为在有完纯导电地平面时工作的天线建模，并将理论运用于单极子天线。

2.3.1 镜像理论

在有完纯导电地平面存在处工作的天线，在每个观察角产生两条射线，一条射线直接来自天线，第二条来自地面的反射，满足反射的 Snell 定律。该方法就是 5.6 节用于分析完纯或非完纯地平面上方天线的方法。这里我们从基本原理出发求解，将看到镜像天线扮演着反射线的等效源的角色。

首先考虑一个靠近完纯导电地平面的理想偶极子，其指向垂直于地面，示于图 2-7a。地面通常是水平的，所以这种情况就称为完纯导电地平面上方的直立理想偶极子。我们要求出面 PP' 上方的场 $\boldsymbol{E}$ 和 $\boldsymbol{H}$。微分方程（波动方程）加上边界条件得到的解的唯一性允许引入一个等效系统，在 PP' 面的下方情况不同，但在 PP' 面满足同样的边界条件，在 PP' 面的上方具有同样的源。这样的等效系统在 PP' 面的上方产生与原系统一样的场，但在 PP' 面下方有一个同距离、同指向的镜像源。在这种情况下，镜像源是图 2-7b 的直立偶极子。

要证明这样安排的源结构能满足沿 PP' 面的电场切向分量为零的边界条件很简



(a) 物理模型　　　(b) 采用镜像理论的等效模型

图 2-7　完纯导电地平面上方的直立理想偶极子

单。为此,我们考察式(1-71b)给出的理想偶极子的电场表达式。必须采用完整的表达式,因为地面可能就在天线的近场,通常也正是这样。径向分量按 $\cos\theta$ 变化,θ 分量按 $\sin\theta$ 变化,其中 θ 为射线与电流元方向轴线的夹角。令 θ_1 和 θ_2 分别为对初始源和镜像源从电流元线到 PP' 面上一个观察点的角度。则径向分量为

$$E_{r1} = C\cos\theta_1 \tag{2-9}$$

$$E_{r2} = C\cos\theta_2 \tag{2-10}$$

对每个场分量常数 C 是相同的,因为源的幅度相同,边界上的点到电流元的距离也相同。由图 2-8a 可见,

$$\theta_1 + \theta_2 = 180° \tag{2-11}$$

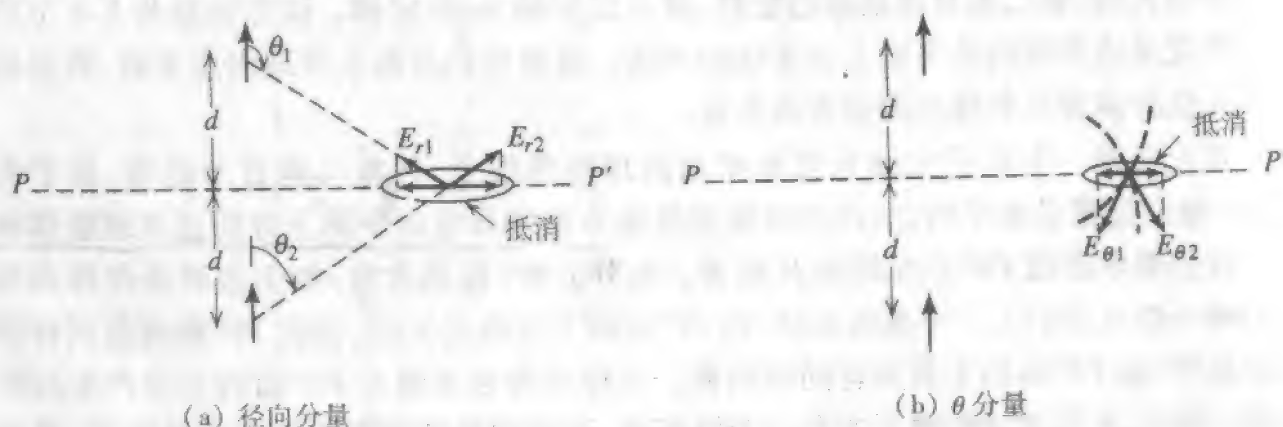
因此,

$$E_{r1} = C\cos(180° - \theta_2) = -C\cos\theta_2 \tag{2-12}$$

与式(2-10)比较可见

$$E_{r1} = -E_{r2} \quad 沿边界 \tag{2-13}$$

因此,沿 PP' 面切向分量的幅度相等而相位相反。E_{r2} 是直接由镜像源辐射而出,由于 θ_2 小于 90°,$\cos\theta$ 为正。另一方面,由于式(2-12)是负的,E_{r1} 沿径向向内指向初级源。



(a) 径向分量　　　(b) θ 分量

图 2-8　理想偶极子及其在图 2-7 的地面下的镜像。在源及其镜像共同作用下,沿原来放置完纯导电地平面的 PP' 面,电场强度的切向分量为零

图2-8a说明了这些,也示出二者沿PP'面的投影相消。对θ分量,由类似的推理可得

$$E_{\theta 1} = D\sin\theta_1 = D\sin\theta_2 \tag{2-14}$$

$$E_{\theta 2} = D\sin\theta_2 \tag{2-15}$$

64

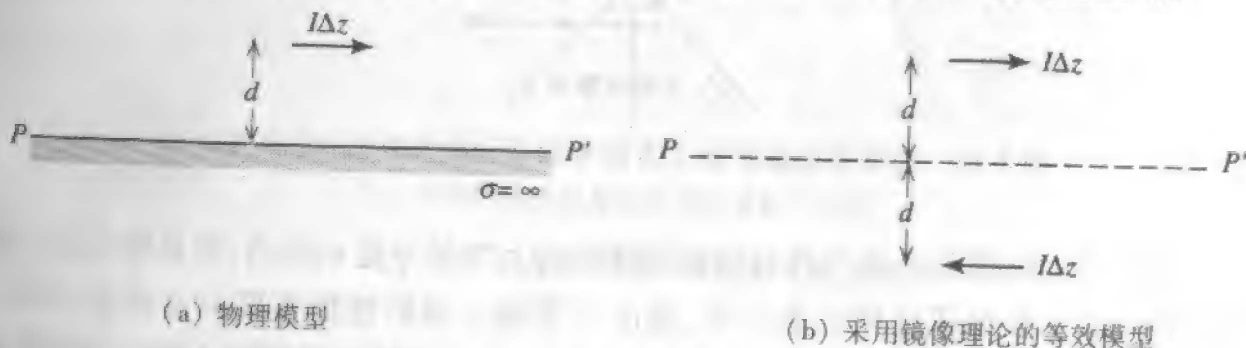
其中D为常数,因此

$$E_{\theta 1} = E_{\theta 2} \quad 沿边界 \tag{2-16}$$

图2-8b表明θ分量的投影沿PP'平面的净值为零。

我们已经证明,垂直于镜像面的理想偶极子与其镜像一起作用,使沿镜像面PP'的电场强度的总切向分量为零。因此,由于面上方的源结构以及边界条件没有改变,图2-7b的系统等效于图2-7a的原系统。这两个系统在如下的意义上等效:在PP'面上方的场相等。以上的推导可以倒过来进行,即从图2-7b的双源出发,然后引入表面沿PP'面的完纯导电地平面,从而达到图2-7a。记住,根本要点是当存在完纯导电地平面时,初始源在地面上方产生的场,可以由初始源及其镜像各自在自由空间产生的场相加得到。

方向平行于完纯导电地平面的理想偶极子(即水平偶极子)也在镜像面下等距离处具有一个镜像,但此镜像的指向相反,如图2-9所示。图2-9b的等效模型在PP'面上方给出图2-9a物理模型中同样的场,通过类似于图2-8的简单作图就可以证明。

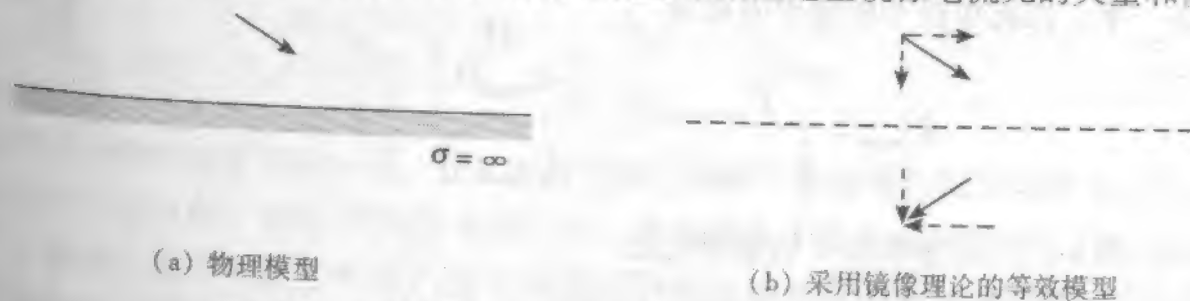


(a) 物理模型　　(b) 采用镜像理论的等效模型

图2-9　在完纯导电地平面上方且与其平行的理想偶极子

相对于完纯导电地平面任意指向的电流元的镜像可以通过以下方法求得:把电流元分解成竖直分量和水平分量,形成分量的镜像,再由分量的镜像构建电流元镜像。图2-10中示出一例。任意电流分布的镜像可以通过类似方法得到。电流被分解成竖直和水平电流元,其镜像很易求得。镜像电流分布则是这些镜像电流元的矢量和。

65



(a) 物理模型　　(b) 采用镜像理论的等效模型

图2-10　在完纯导电地平面上方倾斜指向的理想偶极子

2.3.2 单极子

本节将以几种形式的单极子天线为例来说明镜像理论的原理。**单极子**是从中心馈电点处切去一半并相对于地面馈电的偶极子。三种单极子及其在完纯导电地平面中的镜像示于图2-11。高频单极子常常由地面下面的同轴电缆进行馈电，示于图2-12a。

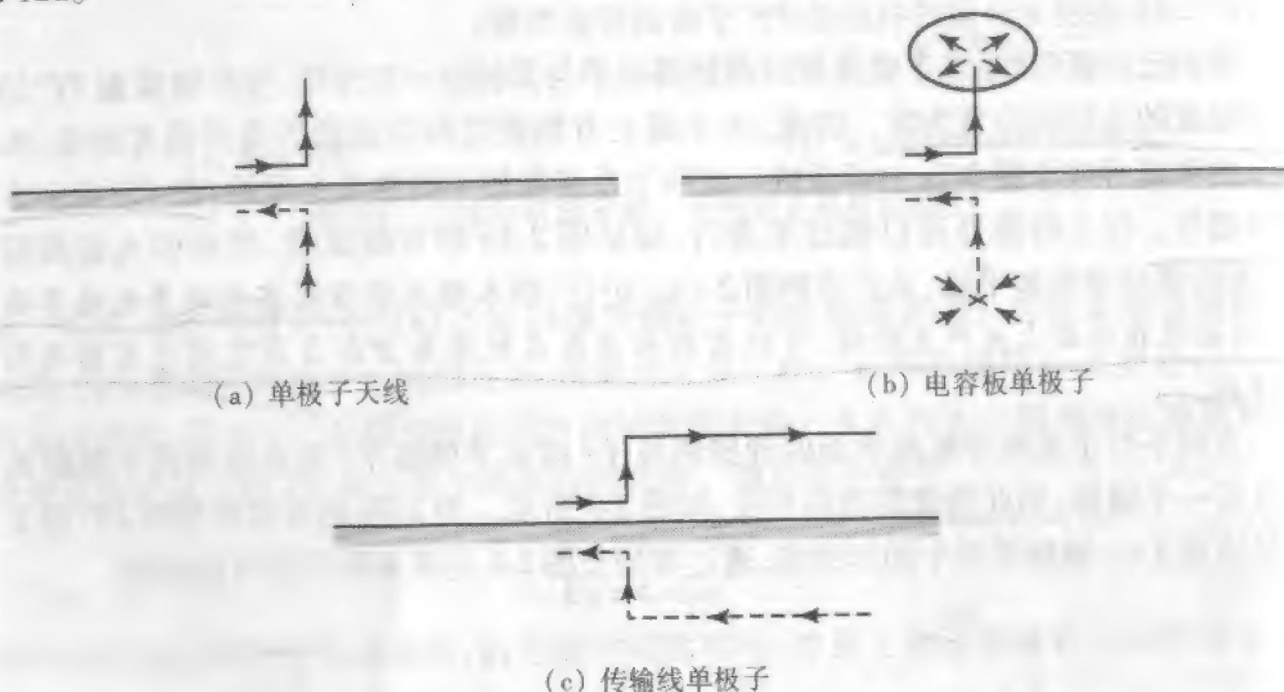


图2-11 完纯导电地平面上方的单极子天线及其镜像(虚线)

单极子上的电流和电荷与其对应的偶极子的上半部分是一样的，但其端电压只有偶极子的一半。该电压之所以是一半，是由于其输入端的缝隙宽度只有偶极子的一半，而相同的电场在一半的距离上给出一半的电压。从而单极子的输入阻抗也只有相应的偶极子的一半，或者

$$Z_{A,\text{mono}}=\frac{V_{A,\text{mono}}}{I_{A,\text{mono}}}=\frac{\frac{1}{2}V_{A,\text{dipole}}}{I_{A,\text{dipole}}}=\frac{1}{2}Z_{A,\text{dipole}} \tag{2-17}$$

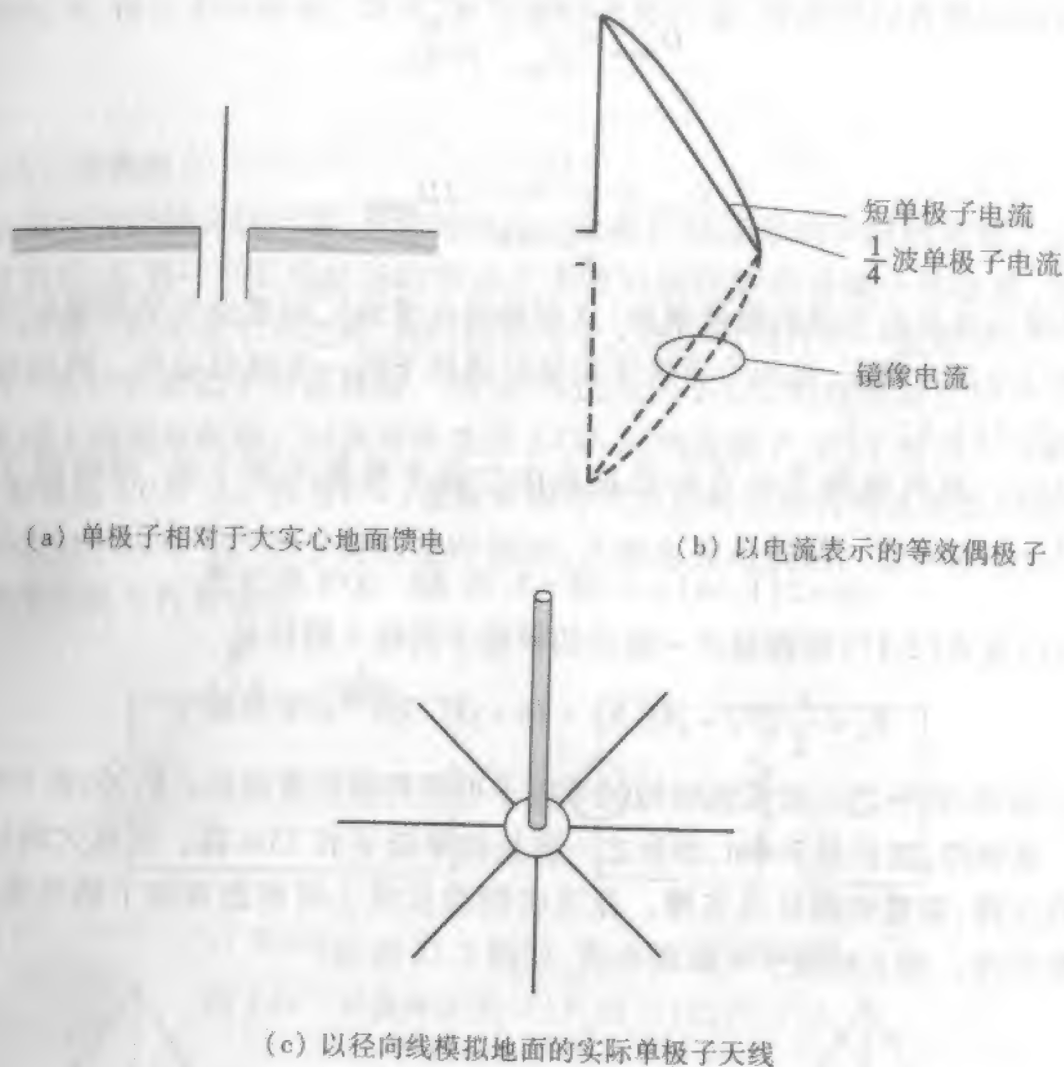
很容易得到辐射电阻，因为场只在半球延伸，其辐射功率只有同样电流的偶极子辐射功率的一半。因此单极子的辐射电阻是

$$R_{r,\text{mono}}=\frac{P_{\text{mono}}}{\frac{1}{2}|I_{A,\text{mono}}|^2}=\frac{\frac{1}{2}P_{\text{dipole}}}{\frac{1}{2}|I_{A,\text{dipole}}|^2}=\frac{1}{2}R_{r,\text{dipole}} \tag{2-18}$$

例如，由式(1-177)得短单极子的辐射电阻

$$R_{r,\text{mono}}=40\pi^2\left(\frac{h}{\lambda}\right)^2 \qquad h\ll\lambda \tag{2-19}$$

其中 h 是单极子的长度，$\Delta z=2h$。



(a) 单极子相对于大实心地面馈电

(b) 以电流表示的等效偶极子

(c) 以径向线模拟地面的实际单极子天线

图 2-12 单极子天线以同轴线相对于地面馈电

图 2-12 中完纯导电地平面上方的单极子的辐射方向图,与在自由空间同样放置的偶极子的方向图一样,因为镜像面上方的场一样。所以,一个相对于完纯导电地平面馈电的单极子的辐射功率,只有类似的自由空间偶极子辐射功率的一半,因为功率分布方式相同,但只有半空间。

66

结果,完纯导电地平面上方的单极子的波束立体角只有自由空间中相应偶极子的一半,导致方向性加倍:

$$D_{\text{mono}} = \frac{4\pi}{\Omega_{A,\text{mono}}} = \frac{4\pi}{\frac{1}{2}\Omega_{A,\text{dipole}}} = 2D_{\text{dipole}} \tag{2-20}$$

可以用另一种方法证明这一点。如果自由空间的偶极子具有最大辐射强度 U_m,具有同样电流而长度只有一半的、完纯导电地平面上方的单极子将具有同样的 U_m 值,因为场相同。偶极子的总辐射功率是 P,所以单极子的辐射功率是 $1/2P$。由式(1-145)可知这两种天线的方向性是

$$D_{\text{dipole}} = \frac{U_m}{U_{\text{ave}}} = \frac{U_m}{P/4\pi} \tag{2-21}$$

和

$$D_{\text{mono}} = \frac{U_m}{\frac{1}{2}P/4\pi} = 2D_{\text{dipole}} \tag{2-22}$$

方向性的增加并非由于辐射强度增加（从而场强也增加），而是由于平均辐射强度的增加。之所以出现此情况，是因为单极子只辐射偶极子的一半辐射功率。例如短单极子的方向性是 2(1.5) = 3。

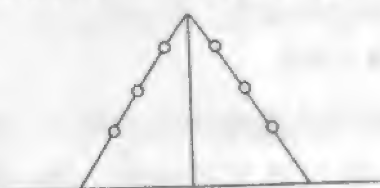
四分之一波长单极子的方向性是自由空间半波振子的 2 倍，即由图 2-6 及式(2-22)有

$$D = 2(1.64) = 3.28 = 5.16\ \text{dB} \quad \lambda/4\ 单极子 \tag{2-23}$$

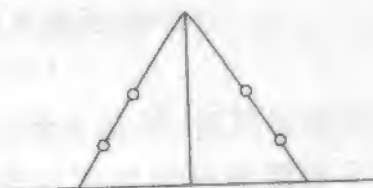
由图 2-6 以及式(2-17)知四分之一波长的单极子的输入阻抗是

$$Z_A = \frac{1}{2}(72 + j42.5) = 36 + j21.3\Omega \quad \lambda/4\ 单极子 \tag{2-24}$$

在低频率，四分之一波长或略短的单极子可能物理长度很长。例如，在 1MHz 的标准 AM 广播频段，波长是 300m，四分之一波长的单极子有 75m 高。如此大的结构通常无法自我支撑，需要钢缆拉线支撑。在这些钢缆拉线上可能出现向下的电流，而抵消直立元的作用。加上绝缘子可阻断电流，如图 2-13 所示。



(a) 在拉线中带有减小电流的绝缘子的单极子



(b) 伞加载单极子

图 2-13　带有支撑用钢缆拉线的单极子

如果允许电流从单极子连续流向拉线，对小于四分之一波长的塔，会产生顶加载效应，从而增加辐射电阻，见图 2-13b。这种加载通常不足以在直立部分给出均匀电流。拉线的向下角度也略为减小竖直电流的场。对较长的单极子，伞加载模式比电容加载单极子辐射电阻低。文献中有现成的关于伞加载单极子的实验数据[3]。

2.4　小环天线

最大尺度小于十分之一波长的闭环电流称为**小环天线**。所谓小，应同样解释为电气上的小，即与波长相比小。在本节，用两种方法求解小环天线的辐射特性。首先证明小环是理想偶极子的对偶，通过观察麦克斯韦方程的对偶性，利用以前导出的理想

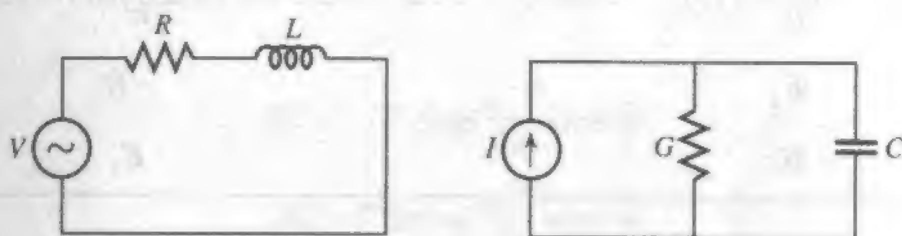
偶极子的结果，得出小环的场。其次，直接推导小环的场，得到利用对偶性所得的同样结果。

2.4.1 对偶性

往往出现这样的天线问题，其结构是另一个有已知结果的天线的对偶。如果天线结构是对偶的，从另一个天线的场的表示式中按对偶性原理替换一些参量，就可能写出该天线的场。在考察小环之前，我们讨论用于天线的对偶性的一般原理。

68

对偶天线结构类似于对偶网络。例如，考虑如图 2-14a 的电压源作用于串联的电阻 R 和电感 L 的简单网络。对偶网络是图 2-14b 的电流源 $I(=)V$ 作用于并联的电导 $G(=)R$ 和电容 $C(=)L$。符号$(=)$意味着用等式右边的量取代等式左边的量，很像计算机程序语句中的等号。由于网络是对偶的，其解也是对偶的。在本例中，原来的串联网络可用回路方程来描述



(a) 原网络　　(b) 对偶网络

图 2-14　对偶网络：$I(=)V, G(=)R, C(=)L$

$$V = RI + j\omega LI \tag{2-25}$$

回路方程的对偶是以 I 取代 V、以 G 取代 R、以 C 取代 L 的节点方程。因此，对偶并联网络的节点方程是

$$I = GV + j\omega CV \tag{2-26}$$

回到天线问题，假如有一个电流密度 $\boldsymbol{J}_1$ 的电流源，以及存在物质(ε_1、μ_1、σ_1)的边界条件。由式(1-16)和式(1-15)可得该系统的麦克斯韦方程为

$$\nabla \times \boldsymbol{E}_1 = -j\omega\mu_1 \boldsymbol{H}_1 \tag{2-27}$$

$$\nabla \times \boldsymbol{H}_1 = j\omega\varepsilon_1' \boldsymbol{E}_1 + \boldsymbol{J}_1 \tag{2-28}$$

其中 $\boldsymbol{E}_1$ 和 $\boldsymbol{H}_1$ 是存在物质(ε_1、μ_1、σ_1)时源 $\boldsymbol{J}_1$ 产生的场。现在假定存在物质(ε_2、μ_2、σ_2)时有一磁流密度为 $\boldsymbol{M}_2$ 的虚拟磁流源。由式(1-15)和式(1-21)可得该系统的麦克斯韦方程为

$$\nabla \times \boldsymbol{H}_2 = j\omega\varepsilon_2' \boldsymbol{E}_2 \tag{2-29}$$

$$\nabla \times \boldsymbol{E}_2 = -j\omega\mu_2 \boldsymbol{H}_2 - \boldsymbol{M}_2 \tag{2-30}$$

其中 $\boldsymbol{E}_2$ 和 $\boldsymbol{H}_2$ 是存在物质(ε_1、μ_1、σ_1)时源 $\boldsymbol{M}_2$ 产生的场。

如果进行表 2-1 的替换程序，电系统与磁系统是对偶的。这很容易演示。为了看到式(2-29)、(2-30)与式(2-27)、(2-28)是对偶的，在式(2-29)和(2-30)中将表 2-1 左

边一列的量替代为右边一列的量。这样可得

$$\nabla \times \boldsymbol{E}_1 = \mathrm{j}\omega\mu_1(-\boldsymbol{H}_1) \tag{2-31}$$

$$\nabla \times (-\boldsymbol{H}_1) = -\mathrm{j}\omega\varepsilon'_1\boldsymbol{E}_1 - \boldsymbol{J}_1 \tag{2-32}$$

这样一来，电系统的方程(2-27)、(2-28)与磁系统的方程(2-29)、(2-30)是对偶的，就像式(2-25)和式(2-26)是对偶的一样。由于系统的方程是对偶的，其解也将是对偶的。在说明这一点前，先小结一下对偶性原理。

表 2-1 对偶辐射系统

带电流的辐射系统#1 与带磁流的系统#2 是对偶的，如果作如下替换。

替换系统#2 中的如下量	替换系统#1 中的如下量
$\boldsymbol{M}_2$	$\boldsymbol{J}_1$
ε'_2	μ_1
μ_2	ε'_1
$\boldsymbol{E}_2$	$-\boldsymbol{H}_1$
$\boldsymbol{H}_2$	$\boldsymbol{E}_1$

如果两个系统的源是对偶的，即

$$\boldsymbol{M}_2(=)\boldsymbol{J}_1 \tag{2-33}$$

而且**假定**边界条件也是对偶的①，即

$$\mu_2(=)\varepsilon'_1, \quad \varepsilon'_2(=)\mu_1 \tag{2-34}$$

然后，作如下替换，可以从系统#1 的解求出系统#2 的场。

$$\boldsymbol{E}_2(=)-\boldsymbol{H}_1, \quad \boldsymbol{H}_2(=)\boldsymbol{E}_1 \tag{2-35}$$

在系统#1 的场的表达式中同时也进行式(2-34)的替换。

现在，我们利用对偶性，由已知理想电偶极子的场求小电流环的场。一个电流环可以表示成一个虚拟的(理想的)具有均匀磁流 I^m 长为 Δz 的磁偶极子。如果令

$$I^m(=)I \tag{2-36}$$

其中 I 是长度为 Δz 的理想电偶极子的电流，则两个源是满足式(2-33)的对偶源。由于没有物体存在，因此没有边界条件。理想电偶极子的场解是

$$\boldsymbol{E}_1 = E_{\theta 1}\hat{\boldsymbol{\theta}} + E_{r1}\hat{\boldsymbol{r}} \tag{2-37}$$

$$\boldsymbol{H}_1 = H_{\phi 1}\hat{\boldsymbol{\phi}} \tag{2-38}$$

由式(2-35)可以求得对偶磁偶极子的场解为

$$\boldsymbol{E}_2(=)-\boldsymbol{H}_1 = -H_{\phi 1}\hat{\boldsymbol{\phi}} \tag{2-39}$$

---

① 注意 $\varepsilon'_1=\varepsilon_1-\mathrm{j}(\sigma_1/\omega)$。假定在系统#2 存在磁导率为 σ_2^m 的磁导体，则 μ_2 变成 $\mu'_2=\mu_2-\mathrm{j}(\sigma_2^m/\omega)$，而 ε'_1 将被 μ'_2 所取代，或等价地 σ_1 被 σ_2^m 所取代。

$$H_2(=)E_1=E_{\theta 1}\hat{\theta}+E_{r1}\hat{r} \tag{2-40}$$

70

如果作如下替代

$$\mu_2=\mu(=)\varepsilon'_1=\varepsilon \quad \text{and} \quad \varepsilon'_2=\varepsilon(=)\mu_1=\mu \tag{2-41}$$

它们来自式(2-34)，且考虑到两个系统周围的媒质是均匀材料μ、ε。注意，β仍保持不变，因为$\omega\sqrt{\mu\varepsilon}$中以$\mu$取代$\varepsilon$、以$\varepsilon$取代$\mu$，得到$\omega\sqrt{\varepsilon\mu}$。现在，在理想电偶极子的场式(1-71)中利用式(2-36)与(2-41)以及式(2-39)与(2-40)，得到

$$\boldsymbol{E}_2=-\frac{I^m\Delta z}{4\pi}\mathrm{j}\beta\left(1+\frac{1}{\mathrm{j}\beta r}\right)\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta r}}{r}\sin\theta\,\hat{\boldsymbol{\phi}} \tag{2-42}$$

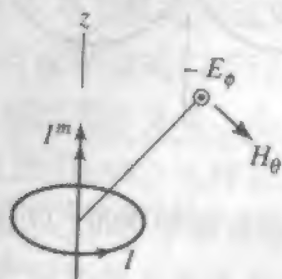
$$\begin{aligned}\boldsymbol{H}_2=&\frac{I^m\Delta z}{4\pi}\mathrm{j}\omega\varepsilon\left[1+\frac{1}{\mathrm{j}\beta r}+\frac{1}{(\mathrm{j}\beta r)^2}\right]\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta r}}{r}\sin\theta\,\hat{\boldsymbol{\theta}}\\&+\frac{I^m\Delta z}{2\pi}\mathrm{j}\omega\varepsilon\left[\frac{1}{\mathrm{j}\beta r}+\frac{1}{(\mathrm{j}\beta r)^2}\right]\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta r}}{r}\cos\theta\,\hat{\boldsymbol{r}}\end{aligned} \tag{2-43}$$

这些是对小电流环的完整的场表达式（适用于近场区）。仅保留随r^{-1}变化的项，可得远场

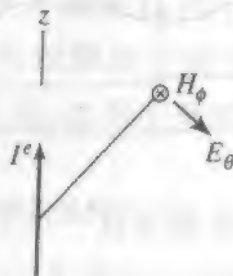
$$\boldsymbol{E}_2=-I^m\Delta z\mathrm{j}\beta\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta r}}{4\pi r}\sin\theta\,\hat{\boldsymbol{\phi}} \tag{2-44}$$

$$\boldsymbol{H}_2=I^m\Delta z\mathrm{j}\omega\varepsilon\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta r}}{4\pi r}\sin\theta\,\hat{\boldsymbol{\theta}} \tag{2-45}$$

这些辐射场与电偶极子的辐射场一起示于图2-15。这两种天线具有同样的辐射方向图：$\sin\theta$。理想电偶极子的磁场分量H_ϕ很容易按右手法则记住。将右手拇指指向偶极子电流流动方向，其他手指的弯曲方向就是磁场方向。该表述已隐含在式(2-28)的安培定律中。磁偶极子也有类似的关系，例外的是要用左手定则，而且得到的电场分量是$-E_\phi$。这可由式(2-30)得到。除了小环外，另一种实现磁偶极子的方法是地面上的窄缝，从沿缝长轴的等效磁流可以求出场。



(a) 小电流环和等效磁偶极子



(b) 理想电偶极子

图2-15 理想电偶极子与理想磁偶极子的辐射场

2.4.2 小环天线

运用对偶性，我们已经求得均匀电流小环的场的表示式。不过，此表示式包含等效磁偶极子的磁流振幅I^m。通过直接解小环问题，可以建立环电流I和I^m的关系。仅处理远区场就能完成此任务。

71

已经证明小环的辐射场与环的形状无关，只与环的面积有关。因此，我们将选用图 2-16a 的方环以简化数学运算。沿环的电流具有恒定的振幅 I 和零相位。方环的每一边都是一个均匀电流段，可模拟成理想的偶极子。平行于 x 轴的两边具有的总矢位是 x 向的，为

$$A_x = \frac{\mu I l}{4\pi}\left(\frac{e^{-j\beta R_1}}{R_1} - \frac{e^{-j\beta R_3}}{R_3}\right) \tag{2-46}$$

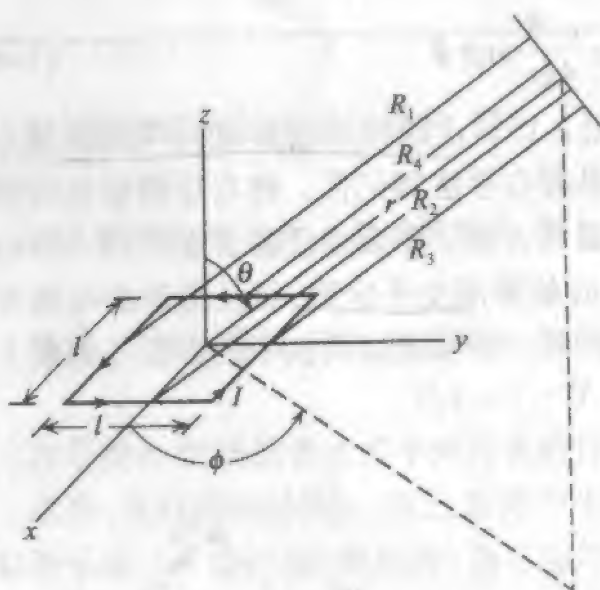
该式可直接由式(1-62)得到。第二项出现负号是因为第三边的电流是负 x 向的。对 2、4 边也类似地可得

$$A_y = \frac{\mu I l}{4\pi}\left(\frac{e^{-j\beta R_2}}{R_2} - \frac{e^{-j\beta R_4}}{R_4}\right) \tag{2-47}$$

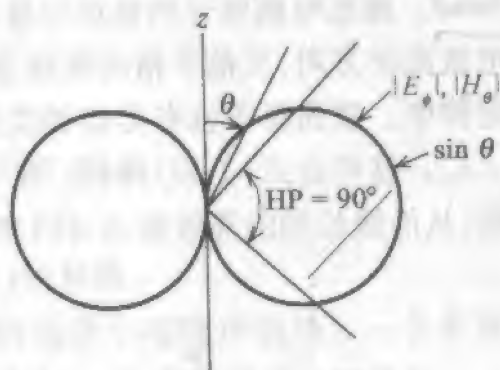
远场近似是用于振幅变化的距离都近似相等(即 $R_1 \approx R_2 \approx R_3 \approx R_4 \approx r$)，而由假定每边出发的是平行线来估计相位差。通过比较平行线的长度，从几何考虑可求得

$$R_1 = r + \frac{l}{2}\sin\theta\,\sin\phi, \qquad R_2 = r - \frac{l}{2}\sin\theta\,\cos\phi$$

$$R_3 = r - \frac{l}{2}\sin\theta\,\sin\phi, \qquad R_4 = r + \frac{l}{2}\sin\theta\,\cos\phi \tag{2-48}$$



(a) 方环的几何结构



(b) 小环的辐射方向图

图 2-16 小环天线

2

将式(2-48)代入式(2-46)和(2-47)有

$$A_x = \frac{\mu I l e^{-j\beta r}}{4\pi r}\left(e^{-j\beta(l/2)\sin\theta\sin\phi} - e^{+j\beta(l/2)\sin\theta\sin\phi}\right)$$

$$A_y = \frac{\mu I l e^{-j\beta r}}{4\pi r}\left(e^{+j\beta(l/2)\sin\theta\cos\phi} - e^{-j\beta(l/2)\sin\theta\cos\phi}\right)$$

或

$$A_x = -2\mathrm{j}\frac{\mu Il\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta r}}{4\pi r}\sin\left(\frac{\beta l}{2}\sin\theta\ \sin\phi\right)$$

$$A_y = 2\mathrm{j}\frac{\mu Il\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta r}}{4\pi r}\sin\left(\frac{\beta l}{2}\sin\theta\ \cos\phi\right) \tag{2-49}$$

因为环比波长小，$\beta l = 2\pi l/\lambda$ 也小，式(2-49)中的正弦函数可由其宗量取代，有

$$A_x \approx -\mathrm{j}\frac{\mu I\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta r}}{4\pi r}\beta l^2\sin\theta\ \sin\phi$$

$$A_y \approx \mathrm{j}\frac{\mu I\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta r}}{4\pi r}\beta l^2\sin\theta\ \cos\phi \tag{2-50}$$

由分量组合成总矢位得

$$\boldsymbol{A} = A_x\hat{\boldsymbol{x}} + A_y\hat{\boldsymbol{y}} = \mathrm{j}\beta l^2\frac{\mu I\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta r}}{4\pi r}\sin\theta\ (-\sin\phi\ \hat{\boldsymbol{x}} + \cos\phi\hat{\boldsymbol{y}}) \tag{2-51}$$

圆括号中的项是(C-6)中的单位矢量 ϕ，所以

$$\boldsymbol{A} = \mathrm{j}\beta S\frac{\mu I\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta r}}{4\pi r}\sin\theta\ \hat{\boldsymbol{\phi}} \tag{2-52}$$

其中 S 是环的面积。所有 $\boldsymbol{A}$ 都与传播方向正交，因此，由式(1-104)知辐射电场为 $-\mathrm{j}\omega\boldsymbol{A}$，有

$$\boldsymbol{E} = \eta\beta^2 S\frac{I\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta r}}{4\pi r}\sin\theta\ \hat{\boldsymbol{\phi}} \tag{2-53}$$

由于 $\omega\mu\beta = \omega^2\mu\ \sqrt{\mu\varepsilon} = \sqrt{\mu/\varepsilon}\omega^2\mu\varepsilon = \eta\beta^2$。辐射磁场为

$$\boldsymbol{H} = \frac{1}{\eta}\hat{\boldsymbol{r}}\times\boldsymbol{E} = -\beta^2 S\frac{I\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta r}}{4\pi r}\sin\theta\ \hat{\boldsymbol{\theta}} \tag{2-54}$$

将式(2-53)或(2-54)与磁偶极子辐射场式(2-44)或(2-45)相比较，可求出

$$I^m\Delta z = \mathrm{j}\omega\mu IS \tag{2-55}$$

至此，小电流环与其等效磁偶极子之间的关系已经完整。具有*磁矩 IS* 的小环的完整的场的表达式可利用式(2-55)从(2-42)与(2-43)求出。其场仅取决于磁矩(电流和面积)，而与环的形状无关。小环的辐射方向图也与其形状无关，且等于理想电偶极子的方向图，见图 2-16b。大环的辐射场将在 5.7 节中导出。

73

环天线从 1888 年赫兹首先在其实验中用作接收天线以来一直在使用。它具有的炸面圈形全向辐射方向图为许多应用所需。水平小环(在 xy 平面内)与竖直(z 向)短振子都具有水平面(xy)内的均匀辐射，但环提供的是水平极化(E_ϕ)，而振子是竖直极化(E_θ)。现在讨论小环的阻抗特性并介绍多圈环及铁氧体芯环。

小环天线的阻抗与其对偶理想偶极子的阻抗非常不同，这是因为理想偶极子是电容性的，而小环是电感性的。我们先讨论输入电阻。利用小环辐射场式(1-128)计算出辐射功率有

$$P = 10I^2(\beta^2 S)^2 \tag{2-56}$$

然后可求出辐射电阻，

$$R_r = \frac{2P}{I^2} = 20(\beta^2 S)^2 \approx 31200\left(\frac{S}{\lambda^2}\right)^2 \Omega \tag{2-57}$$

对实际的周长小于十分之三波长的环天线,此式提供了一个合理的近似来计算辐射电阻。

通过多圈环可以显著增加环天线的辐射电阻。N 圈环的磁矩是 NIS,其中 S 是单圈的面积。其辐射电阻为

$$R_r = 20(\beta^2 NS)^2 \approx 31200\left(\frac{NS}{\lambda^2}\right)^2 \Omega \tag{2-58}$$

辐射电阻按 N^2 升高。增加辐射电阻的另一种方法是围绕铁氧体芯绕圈。一个有效相对磁导率为 μ_{eff} 的铁氧体芯具有相位常数 $\beta = \omega\sqrt{\mu\varepsilon} = \omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}\sqrt{\mu_{eff}} = (2\pi\lambda)\sqrt{\mu_{eff}}$,其中 λ 为自由空间波长。相对有效磁导率与芯的尺寸、形状有关,且通常小于芯材料的相对磁导率[4]。铁氧体芯上绕 N 匝线圈的辐射电阻是

$$R_r \approx 31200\left(N\mu_{eff}\frac{S}{\lambda^2}\right)^2 \Omega \tag{2-59}$$

绕在直铁氧体芯上的多圈环称为环杆天线。这是常用的低频接收天线。例如它常被用于调幅广播接收机。在频率 1MHz 附近(例如 AM 广播频段),推荐的铁氧体材料 $\mu_r = 100$,有效相对磁导率为 40。

小环天线还有可观的欧姆电阻。对于一个 l_1 乘 l_2 的导线矩形环,导线的欧姆电阻近似为

$$R_\omega = \frac{2l_1 l_2}{\pi d^2} R_s \left\{\frac{1}{[(l_1/2a)^2 - 1]^{1/2}} + \frac{1}{[(l_2/2a)^2 - 1]^{1/2}}\right\} \tag{2-60}$$

其中 a 是导线半径,R_s 是式(1-176)的表面电阻。如果 l_1 与 l_2 远大于 a,则式(2-60)简化为

$$R_\omega = \frac{2(l_1 + l_2)}{2\pi a} R_s \tag{2-61}$$

该公式可以推广到任意形状的环,如

$$R_\omega = \frac{L_m}{2\pi a} R_s \tag{2-62}$$

其中 L_m 是导线环的平均长度。对圆环,它成为

$$R_\omega = \frac{2\pi b}{2\pi a} R_s = \frac{b}{a} R_s \qquad \text{圆环} \tag{2-63}$$

其中 b 是平均环半径,a 是导线半径,见式(1-175)。

如前所述,小环天线天生是电感性的。一个 l_1 乘 l_2 的导线小矩形环的电感为

$$L = \frac{\mu}{\pi}\left(l_2 \cosh^{-1}\frac{l_1}{2a} + l_1 \cosh^{-1}\frac{l_2}{2a}\right) \qquad \text{矩形环} \tag{2-64}$$

对半径为 b 的小圆环,当 $a \ll b$ 时,电感为[5]

$$L=\mu b\left[\ln\left(\frac{8b}{a}\right)-1.75\right]\quad 圆环 \tag{2-65}$$

小环天线有若干应用。小环天线作为接收天线很流行。例如,呼机中就使用单圈小环天线。在 AM 广播接收机中多圈小环天线很普遍。小环天线也常用于测向接收机和场强探测。

随频率的升高,小环(f^{-4})的辐射电阻比短振子(f^{-2})的减少得快得多。多圈环用于增加辐射电阻,见式(2-59)。不过,N 圈环的损耗与电感都按 N^2 增加。但是,通过减少多圈环的圈数且使用铁氧体芯,可以保持辐射电阻而减小导线损耗。在实践中,通过与环并联放置一个可变电容,可调掉电感。本节最后用一个例子来说明数值结果。

例 2-1　小环天线

为说明小环天线电阻的计算,考虑一个平均环周长为 0.2λ,导线半径为 0.001λ 的圆环。因此,$b=0.1\lambda/\pi$,$a=0.001\lambda$,由式(2-57)得辐射电阻为

$$R_r=31200\left(\frac{\pi b^2}{\lambda^2}\right)^2=31200\left(\frac{0.01}{\pi}\right)^2=0.316\Omega \tag{2-66}$$

由式(2-65)得电感为

$$X_{in}=\omega L=2\pi\frac{c}{\lambda}b\mu\left[\ln\left(\frac{8b}{a}\right)-1.75\right] \tag{2-67}$$

75

其中 c 是光速。对空气填充的环,$\mu=\mu_0$,则

$$X_A=2\pi\frac{3\times10^8}{\lambda}\frac{0.1\lambda}{\pi}4\pi\times10^{-7}\left[\ln\frac{0.8}{0.001\pi}-1.75\right]=285.8\Omega \tag{2-68}$$

为确定欧姆电阻,必须给定频率,比如说 1MHz。(注意,在 1MHz,环在物理上很大,周长有 60m,线的直径有 0.3m。)再假设导线是铜的,则式(1-176)中 $\mu=\mu_0$,$\sigma=5.7\times10^7$ S/m,给出

$$R_s=\sqrt{\frac{\mu_0 2\pi f}{2\sigma}}=\sqrt{\frac{4\pi\times10^{-7}\cdot2\pi\times10^6}{2\cdot5.7\times10^7}}=2.63\times10^{-4}\Omega \tag{2-69}$$

再由式(2-63),

$$R_w=\frac{b}{a}R_s=\frac{0.1}{0.001\pi}2.63\times10^{-4}=8.38\times10^{-3}\Omega \tag{2-70}$$

将其与式(2-66)相加得总输入阻抗为

$$R_A=R_r+R_w=0.324\Omega \tag{2-71}$$

因此,输入电阻是

$$Z_A=R_A+jX_A=0.324+j285.8\Omega \tag{2-72}$$

环的辐射效率为

$$e_r=\frac{R_r}{R_A}=\frac{0.316}{0.324}=97.5\% \tag{2-73}$$

2.5　通信系统中的天线

当天线被用于它最主要的应用领域——通信链路时，熟悉其在此所起的作用是很重要的。一个简单的通信链路示于图2-17。首先讨论接收天线的基本性质。具有阻抗 Z_A 并接有终端阻抗 Z_L 的接收天线，可以建模为图2-18这样。入射到接收天线的总功率可通过入射到整个接收天线"面积"(称为有效口径)的入射功率密度的总和求得。一个天线如何把入射功率转换成终端处的可用功率取决于所用天线的类型、它的指向以及极化。本节将讨论功率计算的基本关系并说明它们在通信链路中的作用。关于通信链路的其他细节及辐射计与雷达领域的应用将在9.1节至9.2节讨论。



图2-17　一个通信链路



(a) 连接到负载阻抗为 Z_L 的接收机的接收天线　　(b) 等效电路

图2-18　接收天线的等效电路

1. 方向性与增益

作为系统计算，用方向性比用其等价的最大有效口径更方便。通过考察一个无限小偶极子然后归纳即可建立关系式。理想的、无耗的、长度为 Δz 的振子，其最大有效口径可以如此求得：把振子指向平行于入射线极化电场 E^i 的方向，以得到最大响应，然后由下式求得开路电压

$$V = E^i \Delta z \qquad \text{理想偶极子接收天线} \tag{2-74}$$

如果假定 $R_{ohmic}=0$，天线的阻抗与负载阻抗 $Z_L = R_r - jX_A$ 相匹配，就能得到来自天线的可用功率。从而最大可用功率为(见9.1节)

$$P_{Am} = \frac{1}{8}\frac{|V|^2}{R_r} = \frac{1}{8}\frac{|E^i|^2}{R_r}(\Delta z)^2 \tag{2-75}$$

其中用了式(2-74)。可用功率也可以通过考察入射波来计算。入射波的功率密度(坡印廷矢量)为

$$S=\frac{1}{2}|E\times H^*|=\frac{1}{2}\frac{|E^i|^2}{\eta} \tag{2-76}$$

利用最大有效口径 A_{em}，也就是天线的接收面积，可以求出可用功率。接收天线从入射波收集功率，正比于最大有效口径：

$$P_{Am}=SA_{em} \tag{2-77}$$

如果天线指向达最大响应，来与波极化匹配，与其负载阻抗匹配，就实现了最大可用功率 P_{Am}。这个"最大"是指假定天线没有欧姆损耗。

理想偶极子的最大有效口径可利用式(2-75)与(2-76)从式(2-77)求得：

$$A_{em}=\frac{P_{Am}}{S}=\frac{\frac{1}{8}\frac{|V|^2}{R_r}}{\frac{1}{2}\frac{|E^i|^2}{\eta}}=\frac{1}{4}\frac{\eta}{R_r}\frac{|E^i|^2(\Delta z)^2}{|E^i|^2}=\frac{1}{4}\frac{\eta}{R_r}(\Delta z)^2=\frac{1}{4}\frac{\eta(\Delta z)^2}{\eta\frac{2}{3}\pi\left(\frac{\Delta z}{\lambda}\right)^2}$$
$$=\frac{3}{8\pi}\lambda^2=0.119\lambda^2 \tag{2-78}$$

其中利用了理想偶极子的辐射电阻式(1-172)。理想偶极子的最大有效口径与其长度 Δz 无关(只要 $\Delta z\ll\lambda$)。不过，重要的是要注意到，R_r 正比于 $(\Delta z/\lambda)^2$，因此，当振子缩短时，尽管 A_{em} 保持不变，其辐射电阻很快减小，而且实现最大有效口径更难，因为接收机与天线间需要阻抗的共轭匹配。

理想偶极子的方向性可以写成如下形式：

$$D=\frac{3}{2}=\frac{4\pi}{\lambda^2}\frac{3}{8\pi}\lambda^2 \qquad \text{理想偶极子} \tag{2-79}$$

这里如此归并系数是为了从式(2-78)识别 A_{em}。因此，

$$\boxed{D=\frac{4\pi}{\lambda^2}A_{em}} \tag{2-80}$$

虽然我们从理想偶极子导出上式，但是该公式对任何天线都适用。对于各向同性天线，按定义其方向性是1，对 $D=1$，从式(2-80)得：

$$A_{em}=\frac{\lambda^2}{4\pi} \qquad \text{各向同性天线} \tag{2-81}$$

与 $D=4\pi/\Omega_A$ 比较可见

$$\boxed{\lambda^2=A_{em}\Omega_A} \tag{2-82}$$

它也是一个普遍关系。由此关系可以提取出若干有意义的概念。对一固定波长，A_{em} 与 Ω_A 成反比；即当最大有效口径增加时(导致物理尺寸的增加)，波束立体角减小，这意味着平均功率更集中于角空间(即方向性提高，这也遵从 $D=4\pi/\Omega_A$)。对一个固定的最大有效口径(即天线尺寸)，当波长减小(频率升高)时，波束立体角减小，导致方向性增加。

在实践中，天线不是完全无耗的。在1.9节中已看到，发射天线端口的可用功率没有全部变成辐射功率。接收天线接收到的功率降低为无耗天线时的一部分 e_r(辐射

效率)。它由定义有效口径来表达:

$$A_e = e_r A_{em} \tag{2-83}$$

而包含天线损耗的可用功率,类似于式(2-77),为

$$P_A = SA_e \tag{2-84}$$

此简单方程非常直观地指出,接收天线起的作用是把入射功率(流)密度(W/m²)转换成分给负载的功率(W)。A_e中不包括入射波与接收天线极化失配引起的损失,也不包括天线与负载失配的损失。这些损失并非天线所固有的,而是取决于天线如何用于系统中。引入增益这个概念就是为了估计天线的损耗,即 $G = e_r D$,见式(1-159)。在式(2-80)两边同乘 e_r 并利用式(2-83)可从方向性表示式得出增益表示式:

$$G = e_r D = \frac{4\pi}{\lambda^2} e_r A_{em} = \frac{4\pi}{\lambda^2} A_e$$

或

$$\boxed{G = \frac{4\pi}{\lambda^2} A_e} \tag{2-85}$$

在7.3节中将证明对电大天线,有效口径将小于或等于天线的物理口径面积 A_p,这可由口径效率 ε_{ap} 来表示:

$$A_e = \varepsilon_{ap} A_p \tag{2-86}$$

重要的是要注意到,虽然我们得到的是接收天线的普遍关系式(2-80)、(2-82)和式(2-85),但它们同样适用于发射天线。这些关系式对下面要考虑的通信系统计算是基本的。

2. 通信链路

现在准备完整地描述图2-17的通信链路中的功率传递。如果发射天线是各向同性的,在距离 R 处的功率密度为

$$S = \frac{U_{ave}}{R^2} = \frac{P_t}{4\pi R^2} \tag{2-87}$$

其中 P_t 是发射天线接收的时间平均输入功率,而且已经用了式(1-131)和(1-135)。对于非各向同性而具有增益 G_t 的发射天线,如果它指向接收机方向达到最大功率密度,入射到接收天线的功率密度为:

$$S = \frac{G_t U_{ave}}{R^2} = \frac{G_t P_t}{4\pi R^2} \tag{2-88}$$

将此式用于式(2-84)中,给出可用接收功率为

$$P_r = SA_{er} = \frac{G_t P_t A_{er}}{4\pi R^2} \tag{2-89}$$

其中 A_{er} 是接收天线的有效口径,且假设其指向与极化达到最大响应。现在,由式(2-85)有 $A_{er} = G_r \lambda^2 / 4\pi$,因此式(2-89)变成

$$P_r = P_t\frac{G_tG_r\lambda^2}{(4\pi R)^2} \tag{2-90}$$

它给出了以发射功率、天线增益和波长表示的可用功率。或者，可以在式(2-89)中运用$G_t = 4\pi A_{et}/\lambda^2$得到

$$P_r = P_t\frac{A_{et}A_{er}}{R^2\lambda^2} \tag{2-91}$$

该式称为 Friis 传输公式。

功率传输公式(2-90)在计算通信链路的信号功率电平时很有用。它假定发射和接收天线都与其所接传输线阻抗匹配，具有相同的极化并对准而得到极化匹配。同时假定天线彼此朝对方指向得到最大增益。如果上述任一条件不满足，事情很简单，只要校准由极化损耗、阻抗失配或天线未对准所引起的损失。天线未对准的影响可以方便地包含在相应方向的功率增益值中。

极化的影响与估计以及阻抗失配将在 9.1 节中讨论，不过，这里要讨论它们如何被包含在系统中。图 2-18 示出一个网络模型，接收天线具有输入阻抗 Z_A，所接负载阻抗 Z_L可能是传输线连着远程接收机。分给终端阻抗的功率为

$$P_D = pqP_r \tag{2-92}$$

其中

P_D = 天线送出的功率

P_r = 接收天线的可用功率

p = 极化效率(或极化失配因子)，$0\leqslant p\leqslant 1$

q = 阻抗失配因子，$0\leqslant q\leqslant 1$

总体效率或总效率 ε_{total}可以定义为包括极化效率与阻抗失配效率：

$$\varepsilon_{total} = pq\varepsilon_{ap} \tag{2-93}$$

因此，$P_D = \varepsilon_{total}P_r$。把式(2-92)以分贝(dB)来表示更方便：

$$P_D(\text{dBm}) = 10\log p + 10\log q + P_r(\text{dBm}) \tag{2-94}$$

其中单位 dBm 表示功率比1毫瓦高多少分贝。例如，30dBm 是 1W。两个功率也可以用比 1W 高多少分贝(dBW)来表示。功率传输公式也可以用 dB 形式来表示成

$$P_r(\text{dBm}) = P_t(\text{dBm}) + G_t(\text{dB}) + G_r(\text{dB}) - 20\log R(\text{km}) - 20\log f(\text{MHz}) - 32.44 \tag{2-95}$$

其中 G_t(dB)与 G_r(dB)是以分贝为单位的发射天线和接收天线增益。R(km)是以千米为单位的发射机与接收机之间的距离，f(MHz)是以兆赫为单位的频率。

3. EIRP

在通信系统中经常使用的一个概念就是有效(或等效)各向同性辐射功率，即 EIRP。其正式定义是发射天线在给定方向的功率增益乘以天线从所连接发射机得到的净功率。有效发射功率 ERP 与 EIRP 类似，不过其天线增益是相对于半波振子，而不

各向同性天线。举一个 EIRP 的例子，假定观察者处在输入功率为 P_t 的发射天线的大辐射方向，则

$$\mathrm{EIRP} = P_t G_t \tag{2-96}$$

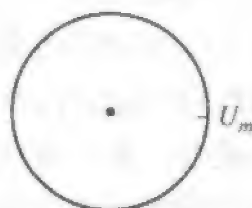
处辐射强度为 U_m，如图 2-19a 所示，且 $G_t = 4\pi U_m / P_t$，因此

$$\mathrm{EIRP} = P_t \frac{4\pi U_m}{P_t} = 4\pi U_m \tag{2-97}$$

果一个无耗的各向同性天线（其功率增益 $G_i = 1$）具有等于 $P_t G_t$ 的输入功率 P_{in}，可从获得同样的辐射强度，如图 2-19 所示。换言之，为获得定向天线在方向图最大方向产生的同样辐射强度，一个各向同性天线不得不具有大 G_t 倍的输入功率。有效各向性辐射功率是在广播工业中应用的参数。调频无线电台夜里停播时，常常提到他们有效辐射功率。



a）具有功率 P_t 和增益 G_t 的定向天线



（b）具有输入功率 $P_t G_t$ 和单位增益的各向同性天线

图 2-19　有效各向同性辐射功率 EIRP 的说明。在（a）和（b）中 $\mathrm{EIRP} = 4\pi U_m$

2-2　直播卫星接收

在家里能用廉价的小终端接收高质量电视频道，这是技术发展的结果，其中包括天线的设计。典型的系统在 12.2 ~ 12.7GHz 发射 120W 功率，在每个能播发几个压了的数字电视频道的 24MHz 转发器处约 55dBW 的 EIRP，播发若干压缩了的数字电频道。接收系统采用 0.46m（18in）直径的 $\varepsilon_{ap} = 0.7$ 的偏馈反射器天线。在本例中，们利用如下参数值作系统计算：

$f = 12.45$ GHz　（中间频率）

$P_t(\mathrm{dBW}) = 20.8$ dBW　（120 W）

$G_t(\mathrm{dB}) = \mathrm{EIRP}(\mathrm{dBW}) - P_t(\mathrm{dBW}) = 55 - 20.8 = 34.2$ dB

$R = 38000$ km　（典型的倾斜路径长度）

$$G_r = \frac{4\pi}{\lambda^2}\varepsilon_{ap}A_p = \frac{4\pi}{(0.024)^2}0.7\left(\pi\frac{(0.46)^2}{4}\right) = 2538$$

$= 34$ dB　（70% 口径效率）

式（2-99）得接收功率

$$\begin{aligned}(\mathrm{dBW}) &= P_t(\mathrm{dBW}) + G_t(\mathrm{dB}) + G_r(\mathrm{dB}) - 20\log R(\mathrm{km}) \\ &\quad - 20\log f(\mathrm{MHz}) - 32.44 \\ &= 20.8 + 34.2 + 34 - 20\log(38000) - 20\log(12450) - 32.44\end{aligned}$$

$$= 20.8 + 34.2 + 34 - 91.6 - 81.9 - 32.4$$
$$= -116.9 \text{ dBW} \tag{2-98}$$

这是 2×10^{-12}W！如果没有天线的高增益（合计 68dB），该信号将毫无希望地淹没在噪声中。在 9.2 节中计算噪声时，将再次重温此例。

81

2.6 电小天线的实际考虑

本章已考察了几种简单但基本的辐射器。其中一些是电小辐射器，尽管有一个（半波振子）是谐振尺寸。我们在第 5 章将更多地讲谐振天线，但不再讲电小天线。因此，在这里考虑电小天线的实际局限性比较合适。

电小天线是一种远小于辐射球（见 1.6 节）的天线。它以辐射电阻远小于其电抗以及远场方向图与天线尺寸无关为特征。电小天线行为像简单的电偶极子和（或）磁偶极子。电偶极子在物理上可实现，而磁偶极子却用电流环来模拟。尽管电小天线的辐射方向图和方向性与尺寸或频率无关，而辐射电阻（特别是电抗）却并非这样。这就使得频率变化时从天线向负载或从发射机向天线输送功率很困难。带有这种特点的天线具有高的 Q 值，而 Q 的定义是 $2\pi f$ 乘以储存的峰值能量除以辐射掉的平均功率。实际一点儿讲，高 Q 意味着输入阻抗对频率的微小变化非常敏感。电小天线可以很好地由分立元件谐振电路来近似，其阻抗带宽 $\approx 1/Q$。

McLean[6] 基于小辐射器周围场的分析指出，电小天线可达到的最小 Q 与包围天线的最小球的体积有关。在所有可能的天线中，（电的或磁的）理想偶极子的场具有最小 Q。对任一种恰好被半径为 a 的球包围偶极子，其 Q 由下式给出

$$Q = \left(\frac{1}{\beta^3 a^3} + \frac{1}{\beta a}\right)e_r \tag{2-99}$$

此式由 McLean 的无耗 Q 乘以辐射效率 e_r 得到。方程（2-103）对某些辐射效率值作的图示于图 2-20。有趣的是对小的 a，曲线按 $1/(\beta a)^3$ 变化，而偶极子的近场按 $1/(\beta r)^3$ 变化。一副实际的电小天线将具有比图 2-20 所示更高的 Q 值，因为这些曲线表示可以达到但不能超越的基本极限。Q 值随尺寸的减小而增加，暗含着对电小天线的可用频段的基本限制。在第 5 章和第 6 章中将对频段的概念有更正规的考虑，但这里指一个频率范围，在该范围内天线不必重新调谐（即调掉电抗）就能工作。因此，高 Q 与小带宽是小天线的标志性限制。

除了高 Q 和窄频带以外，电小天线还有超方向性倾向。所谓超方向性是指对给定电尺寸的天线，其方向性大于常规值。后面的材料将证明，对尺寸大于一个波长的天线，长度为 L 的线天线的方向性正比于 L/λ，面积为 A_p 的口径天线正比于 A_p/λ^2。对电小天线，该比例关系失效，因为当天线尺寸趋于零时，方向性不可能趋于零（破坏了方向性定义），而是与实际（小）尺寸无关地代之以常数 1.5。

82

当天线的方向性保持恒定，而在电气上变得越来越小时，发生的事是十分靠近天

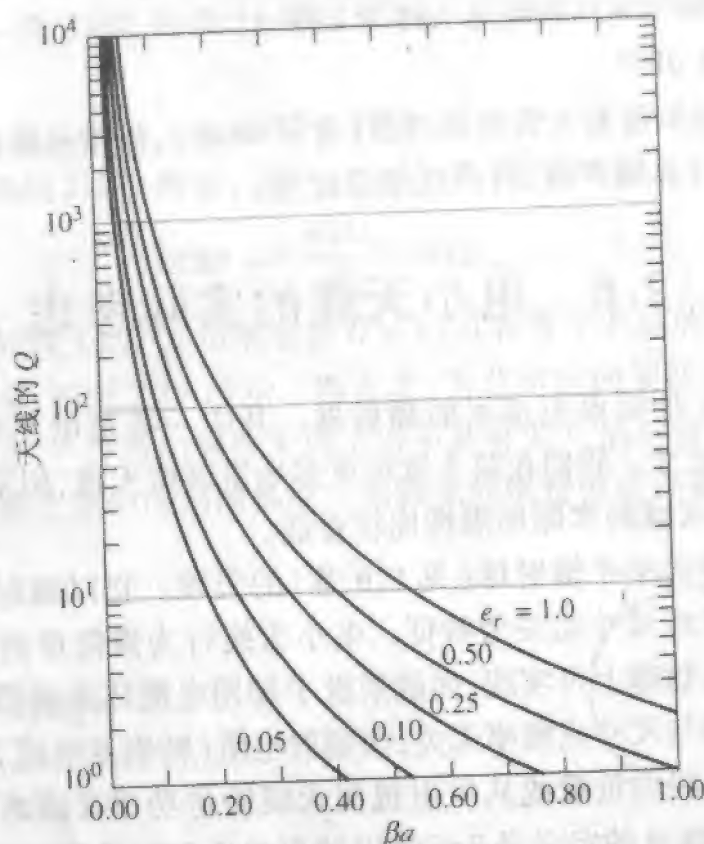


图 2-20 理想天线的 Q 与 βa 的关系，辐射效率 e_r 为参数，其中 a 为恰好包围天线的球的半径

线处聚集的能量急剧增加。这可以解释为辐射能量进入了所谓的"暗区"。例如对直线辐射器，在式(1-142)的方向性计算中，该处 θ 可以超出从 0 到 π 的范围。方向图越是超出该范围，天线就越变得超方向性。超方向性与 Q 紧密相连。不过，超方向性并不意味着超增益。例如，辐射效率低于 0.667 的电小天线，将具有小于 1 的增益，即小于 0 分贝。因此，电小天线的另一个特性是它的增益对频率和尺寸很敏感，且总小于 1。在第 4 章中将再谈到超方向性，而在第 3 章中将对暗区做进一步说明。

参考文献

1. S. A. Schelkunoff and H. T. Friis, *ANTENNAS: Theory and Practice*, Wiley, New York, 1952, p. 5.
2. A. Fujimoto, A. Henderson, K. Hirasawa, and J. James, *Small Antennas*, Wiley, New York, 1987, Sec. 2. 4.
3. A. F. Gangi, S. Sensiper, and G. R. Dunn, "The characteristics of electrically short, umbrella toploaded antennas," *IEEE Trans. Ant. Prop.*, Vol. AP – 13, pp. 864 – 871, Nov. 1965. Also see W. Weeks, *Antenna Engineering*, McGraw – Hill, New York, 1968, pp. 44 – 46.
4. W. J. Polydoroff, *High – Frequency Magnetic Materials*, Wiley, New York, 1960, Chap. 5.
5. R. C. Johnson, Ed., *Antenna Engineering Handbook*, 3rd ed., McGraw-Hill, New York, 1993, Ch. 5.
6. J. S. McLean, "A re-examination of the fundamental limits on the radiation Q of electrically small antennas," *IEEE Trans. Ant. Prop.*, Vol. AP – 44, pp. 672 – 676, May 1996.

习 题

2.1.1 用图2-2b中的理想偶极子振荡电荷模型导出电场表示式(1-71b)。提示：此问题的远场标量位函数是

$$\Phi=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{e^{-j\beta(r-(\Delta z/2)\cos\theta)}}{r-(\Delta z/2)\cos\theta}-\frac{e^{-j\beta(r+(\Delta z/2)\cos\theta)}}{r+(\Delta z/2)\cos\theta}\right]$$

其中用了平行射线近似并省略了时间因子 $e^{j\omega t}$。利用 $r\gg\Delta z,\lambda\gg\Delta z$ 以及 $I=j\omega q$ 证明

$$\Phi\approx\frac{e^{-j\beta r}\,I\Delta z}{4\pi r^2 j\omega\varepsilon_0}(1+j\beta r)\cos\theta$$

然后利用式(1-40)。

2.1.2 图2-1b的短振子上的电流密度可写成

$$J=\hat{z}J_0\sin\left[\beta\left(\frac{\Delta z}{2}-|z|\right)\right]$$

求相关电荷密度的表示式。

2.1.3 证明图2-3电容板天线的电容器的电容由下式给出

$$C=\frac{\pi(\Delta r)^2\varepsilon_0}{\Delta z}$$

假定电容全部由终端板造成，略去边缘效应。

2.1.4 (a) 利用习题2.1.3中的电容公式计算电容板振子的容抗，其 $\Delta r=0.01\lambda,\Delta z=0.02\lambda$。
(b) 计算该天线的辐射电阻。

2.2.1 画出半波振子上电流振荡时间周期中各瞬时的电流分布图。

2.2.2 证明式(2-7)的半波振子方向图因子是对 $\theta=\pi/2$ 时为1进行归一化的。

2.2.3 计算式(2-8)半波振子的辐射方向图 $F(\theta)$，并对 $0\leqslant\theta\leqslant180°$ 作图。如图2-5b所示，用线性坐标与极坐标作图。

2.2.4 从式(1-178)证明半波振子的欧姆电阻为

$$R_{\text{ohmic}}=\frac{R_s}{2\pi a}\frac{\lambda}{4}$$

2.2.5 利用习题2.2.4的结果计算100MHz时半波振子的辐射效率。如果材料是直径6.35mm(0.25in)的铝导线，假定辐射电阻是70Ω。

2.3.1 证明图2-9b的平行于地面的理想偶极子的镜像理论模型产生沿 PP' 面的零切向电场。

2.3.2 对示于图2-10a中的四分之一波长细单极子：
(a) 如果单极子沿 z 轴，粗略画出以 θ 为函数的极坐标辐射方向图。
(b) 方向性是什么？
(c) 输入阻抗是多少？

2.4.1 利用式(1-96)导出小方环的远场表示式(2-48)。

2.4.2 证明小环的辐射功率由式(2-56)给出。

2.4.3 证明由式(2-60)可得到式(2-61)。

2.4.4 计算1MHz时单圈小环天线的辐射效率。假定它由20号AWG铜导线做成，环半径为0.2m。

2.4.5　计算习题2.4.4中环天线的电感。

2.4.6　有一个由3mm直径的铜导线做成的半径为15cm的单圈圆环，计算1MHz时它的辐射电阻、欧姆电阻、输入阻抗以及辐射效率。

2.4.7　一个调幅广播接收机工作在1MHz，用环棒天线，以500圈30号铜导线绕在$\mu_{\text{eff}}=38$、截面为1cm×3mm的铁氧体芯上。略去铁氧体芯的损耗，求辐射电阻和辐射效率。

2.4.8　边长0.5m的单圈方环天线工作在30MHz，铝导线直径为2cm。计算

(a) 辐射电阻；(b) 输入阻抗；(c) 辐射效率。

2.5.1　计算理想偶极子的波束立体角Ω_A，用弧度(平方弧度)与平方度表示。利用理想偶极子的$A_{em}=0.119\lambda^2$这一事实。

2.5.2　一半波振子具有方向性2.15dB。导出以波长开方为函数的最大有效口径表示式。

2.5.3　假定一发射天线在某给定方向产生最大远区电场

$$E=90I\frac{e^{-j\beta r}}{r}$$

其中I是端口电流的峰值。该无耗天线的输入电阻是50Ω。求天线的最大有效口径A_{em}。你的回答将是某个数乘以波长的开方。

2.5.4　一个直径3.66m的圆口径抛物面反射器天线，具有6.30m²的有效口径面积。计算11.7GHz时的增益，以dB表示。

2.5.5　一直径1.22m的抛物面反射器天线的有效口径是其物理口径面积的55%。计算在20GHz时的增益，以dB表示。

2.5.6　计算口径效率70%的0.3m直径的圆口径天线在5、10、20GHz时的增益，以分贝表示。此习题接近于小的卫星终端天线在常用频率的性能，也说明了对一个固定口径，增益对频率的依赖关系。

2.5.7　从式(2-90)导出以分贝表示的功率传输方程式(2-95)。

2.5.8　写出类似于式(2-95)的功率传输方程，但距离R以英里作单位。

2.5.9　利用式(2-90)计算例2-3的卫星直播系统的接收功率，以W表示。

2.5.10　一个150MHzVHF发射机送给10dB增益的天线20W功率。计算离开20km处增益为3dB的接收天线的可用功率，以W表示。

2.5.11　一个低轨道(LEO)卫星系统，利用29dB增益的天线，以点波束指向最远1500km外地球上的用户，在频率1.62GHz发射1W功率。如果用户的1dB增益的天线指向卫星，为使其在最大距离处至少收到-100dBm功率，求卫星所需的发射功率。

2.5.12　一个蜂窝电话基站发射机在850MHz发送20W功率给10dB增益的天线。计算离开20km处的3dB增益的移动接收天线给出的可用功率，以W表示。

2.5.13　此习题将习题2.5.10的无线系统与利用同轴线系统以及光纤系统作性能比较。

(a) 计算50km距离上同轴电缆的损耗，以dB表示。设衰减为0.1dB/m。

(b) 习题2.5.10无线系统的净损耗是多少？即求发射机与接收天线输入口间的净损耗。

(c) 电缆系统中需要中继站吗？

(d) 对500m的路径长度重复习题(a)和(b)。

(e) 设路径为500m，频率为300MHz，电缆衰减为0.14dB/m，天线增益不变，重复习题

(a)和(b)。

(f) 光缆系统衰减为 1dB/km，计算 50km 与 500m 距离的损耗，以 dB 表示。

(g) 将数值结果列表。

85

2.5.14 在通信链路公式(2-90)中，因子$(\lambda/4\pi R)^2$通常指"自由空间损失"，它是涉及各向同性辐射器与接收天线之间自由空间的损失。该损失对频率的依赖关系f^{-2}很难理解，除非考虑各向同性发射天线和具有固定有效口径的接收天线的情况。对此链路确定其频率关系。

2.5.15 人们常常说，通信链路在高频率工作可以使用较小直径的天线。将此问题以特别的方式来提出，假定链路的工作频率加倍，发射机与接收机天线直径不变，效率、传播介质或发射功率都不变，频率加倍后接收功率增加或减少多少？

2.5.16 从式(2-91)出发，导出包含发射机的有效各向同性辐射功率、接收天线的有效口径和自由空间耗散损失$1/4\pi R^2$的功率传输方程。

2.5.17 一个调频广播无线电台具有 2dB 增益的天线系统和 100kW 的发射功率。计算有效各向同性辐射功率，以 kW 表示。

2.6.1 (a) 一个电小天线的Q为 60，包围天线的最小球半径为0.0159λ。求天线增益的分贝数。

(b) 如果天线的Q为 40，最小球半径为0.0318λ，重复(a)。

(c) 这些天线的方向性是什么？用 dB 表示。

(d) 增益的分贝数为负值是什么意思？解释之。

86

2.6.2 证明辐射球半径$\lambda/2\pi$对应于离开理想偶极子最大辐射方向$\theta_0=90°$上的某个距离，该处近场功率密度等于远场功率密度。

第3章 天线阵

可以把若干天线排列在空间并相互连接,以产生一个定向的方向图。这种多个辐射元的结构称为**天线阵**,或简称为**阵**。可以将许多小天线用于一个阵中,从而得到类似于单个大天线的性能。与单个大天线相关的机械问题,变为给若干小天线馈电的电气问题。但是,由于固态技术的进展,已经可能以可接受的成本实现激励所需的馈电网络。天线阵提供了使主瓣电扫描的特有能力。通过改变阵中每个单元天线的激励电流的相位,其辐射方向图可以在空间扫描。因此,这种阵称为**相控阵**。相控阵有许多应用,特别是用于雷达。

相控阵的概念源于1889年,但首个成功的阵(一个二元接收阵)直到大约1906年才出现。20世纪20年代出现了短波无线电设备,为实现无线电通信的定向辐射方向图,提供了一种方便的途径。在第二次世界大战期间,天线阵工作在VHF、UHF频段,其后,又出现了微波频率用于雷达系统。如今,天线阵得到了广泛的应用。

天线阵有多种几何结构。最基本的是**直线阵**,其阵元中心沿一条直线放置。一个天线阵的阵元可以形成**平面阵**。最流行的平面阵是**矩形阵**,其阵元中心处在一个矩形面内。有一类天线阵还在显露头角,这就是**共形阵**,其阵元与非平面表面共形。在移动物体(例如飞机)表面上的天线阵具有巨大的优越性。

天线阵相对于口径天线有许多优点。例如,抛物面反射器天线,通过转动整个结构实现窄主瓣的扫描,而天线阵不用移动天线,就能以控制电路的速度使天线阵相扫描。此外,还可能用一个相控阵天线跟踪多个目标。正如已经提到的,天线阵可以与表面共形。不过,天线阵也面临不少挑战。避免转动大口径天线的机械困难这个优点,被天线阵元馈电所需网络的复杂性所平衡。其他的考虑有带宽局限和各阵元间的互耦。

与电路类似,天线领域也可分成数字处理和模拟处理两类。连续的电大天线属于模拟部分,必须用积分方法分析,往往难以计算。天线阵构成数字部分,可以用简单的加法分析。由于这个原因,我们让天线阵较早地出现在天线教学中。这也提供了一个得以用简单的数学工具就能理解空间电流分布与所得辐射的关系的机会。

天线阵的辐射方向图取决于所用的单个阵元的类型、指向、在空间的位置以及激励它们的电流的幅度与相位。为简化对天线的讨论,我们先令天线阵的每个元都是各向同性的点源。这样产生的方向图称为阵因子。本章在考虑一般的均匀激励直线阵之前,先考察几种简单天线阵的阵因子。3.3节介绍的方向图乘积原理使得可以包含阵元的作用。3.4节讨论天线阵的方向性。通过控制天线阵的电流幅度,可给方向图赋形以适合一些特殊应用。天线阵方向图与其阵元电流幅度的关系,由3.5节的几个

直线阵例子来说明。3.6 节中详细讨论实际天线阵的阵元之间耦合对阻抗的影响。3.7节介绍多维阵。3.8 节讨论通过阵元相位控制来实现天线阵方向图扫描。

3.1 线阵的阵因子

天线阵中阵元的基本结构是直线阵,见图 3-1。在实践中,直线阵得到广泛的应用,其工作原理有助于理解几何结构更复杂的天线阵。图 3-1 的天线阵具有相同的阵元,且作为接收天线工作。一个天线阵的方向图特性,既可以按接收器工作解释,也可以按发射器工作解释,看哪个更方便,因为天线通常满足互易性。每个阵元的输出幅度与相位可以由衰减器与相移器控制,见图 3-1。正如看到的,幅度与相位的控制为用户提供了波束赋形及方向图空间扫描。

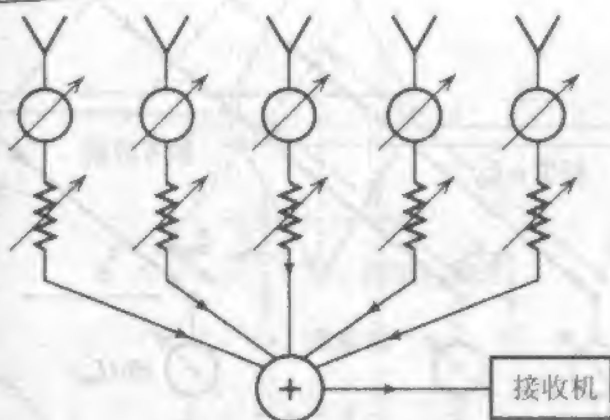


图 3-1 一个典型的直线阵。符号∅与 指可变相移器与衰减器。输出电流在进入接收机前相加

88

基本的阵列天线模型由两部分组成,阵元本身的方向图,即元方向图,以及以各向同性元替换实际阵元后阵列的方向图,即阵因子。因此,天线阵的总方向图是元方向图与阵因子的乘积,这将在 3.3 节中详细讨论。我们先处理阵因子。

相应于图 3-1 的直线阵的阵因子可以这样求得,每个阵元用各向同性辐射器取代,但保持元的位置和激励不变,如图 3-2 所示。该天线阵正在接收一个平面波,来波与阵元线成 θ 角,同时示出了等相面(即波前)。垂直于波前的射线指示波的行进方向。将参考波前取作零相位,到第 n 个元的距离相应于相位延迟(距离与 β 相乘可得)ξ_n。也就是,由于入射平面波的空间相位延迟效应,每个阵元以相位 ξ_n 被激励。因为平面波幅度均匀,激励幅度都相等,取作 1。最后对图 3-2 中每个元的激励是 $1e^{j\xi_0}$,$1e^{j\xi_1}$,…。阵元本身没有给输出加权,因为它们是各向同性辐射器,对所有方向的入射波的响应相等。

各向同性辐射器是假想的,在空间只占有一点的无耗天线,发射时向各方向均匀辐射,见图 1-19a。有时它也称为点源。处于球坐标原点的各向同性辐射器的辐射场正比于

$$I_0 = \frac{e^{-j\beta r}}{4\pi r} \tag{3-1}$$

其中 I_0 是点源的电流。这可以通过考察理想偶极子辐射场的表达式(1-72),并去掉角向变化后看出。远场辐射方向图可以从辐射场的角向依赖关系(即 r 等于常数)得出。因此,由式(3-1)可知点源的方向图是常数并由下式给出

$$AF = I_0 \tag{3-2}$$

其中 AF 是仅有一个点源的这种"天线阵"的阵因子。由于 I_0 是常数,式(3-2)中的阵因子原本可以写成1,但是必须考虑到,天线阵将加上具有不同电流的阵元,而它们的相对场强由各自的阵元电流决定。

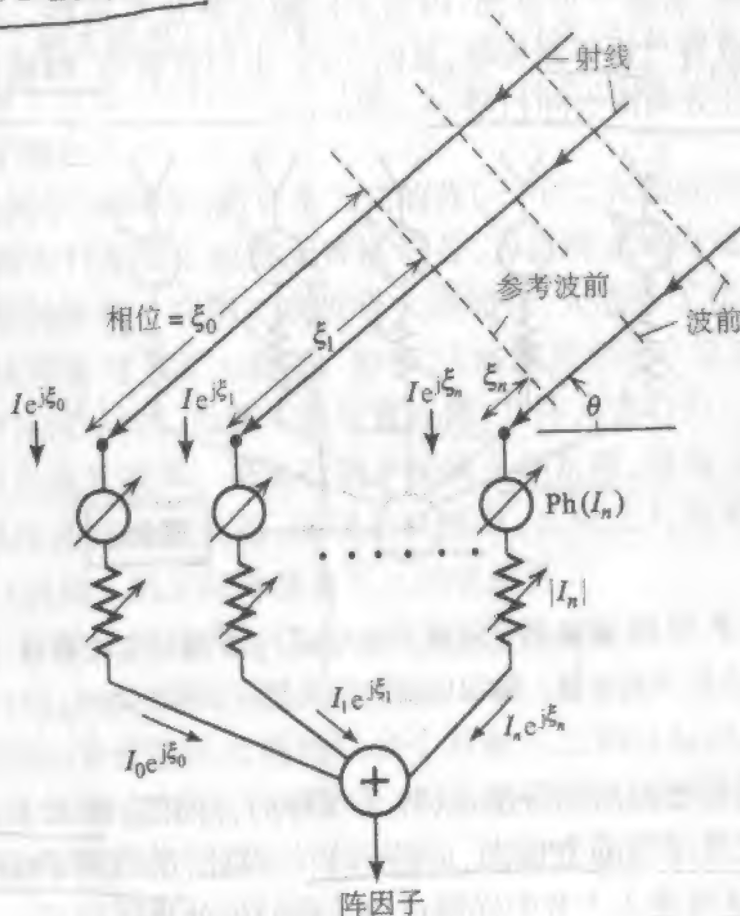


图 3-2 图 3-1 中天线阵的等效结构,以确定阵因子。原阵元被各向同性元取代

图 3-1 天线阵的阵因子,是把各向同性辐射器放在实际元的位置上作为阵元,构成图 3-2 的天线阵后求得。因此,该接收天线阵的阵因子,就是被连接到每个元的传输路径引入的、幅度和相移 $\{I_0, I_1, \cdots\}$ 加权了的、各向同性辐射器接收天线的响应 $\{e^{j\xi_0}, e^{j\xi_1}, \cdots\}$ 的和。因此,图 3-2 的天线阵的阵因子是

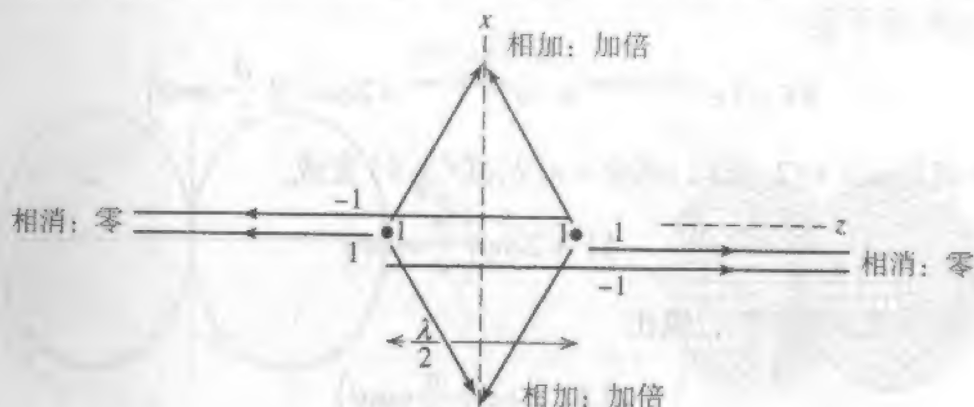
$$AF = I_0 e^{j\xi_0} + I_1 e^{j\xi_1} + I_2 e^{j\xi_2} + \cdots \tag{3-3}$$

其中 $\xi_0, \xi_1, \cdots$ 是每个以 0, 1, …标记的阵元位置处入射平面波的相位。为了方便,这些相位都是相对于原点而言,即波到达第 n 个阵元的相位,比波到达原点的相位超前 ξ_n。

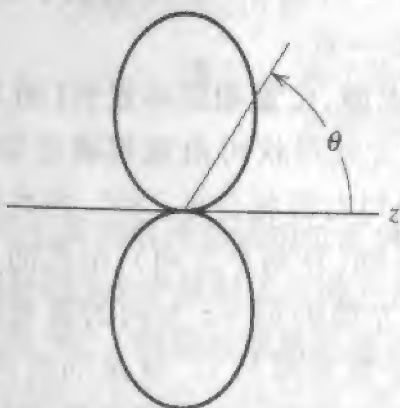
式(3-3)是很普遍的表示式,可用于任何几何结构。不过,为了理解天线阵的基本行为,与其用阵因子的普遍形式进行处理,倒不如考虑简单的几何结构会方便得多。为此,通过若干具有不同间隔与相位的二元阵的例子来达到上述目的。从发射的观点处理这些例子,可以通过观察得知一般方向图的特性。

例 3-1 两个具有相同振幅与相位的各向同性点源,位置相距半波长(图 3-3)

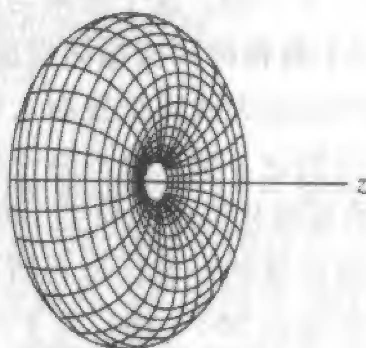
图 3-3a 示出如何通过观察大致得到此例的方向图。在点源连线的上下两个竖直方向的远场点处(x 轴),来自每个点源的路径长度相等。由于每个源的幅度与相位也相等,在沿 x 轴的远场处,波等幅同相地到达。因此,总场两倍于单个源的场。沿天线阵的轴向(z 轴)的情况就不同。先看右方沿 $+z$ 轴,来自左面源的波必须走过半波长才



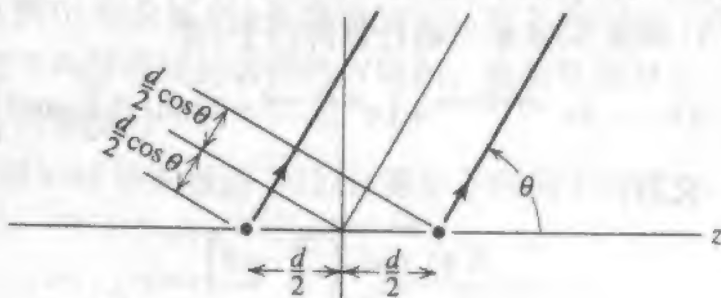
(a) 观察法



(b) 阵因子的极坐标图 $f(\theta)=\cos[(\pi/2)\cos\theta]$



(c) 三维极坐标方向图



(d) 用射线进行方向图计算的几何结构

图 3-3 两个具有同样振幅与相位的各向同性点源,间隔半波长放置(例 3-1)

到达右边的源。这相当于相位滞后180°。波继续沿 $+z$ 轴向右行进，并维持同样的相位关系至远场。因此，沿 $+z$ 轴行进的来自两个源的波，到达远场处相位差180°（由于源之间相距半波长）而幅度相等（因为二源幅度相等）。所以，完全抵消，总场为零。由于同样理由，可见 $-z$ 方向的情况。总方向图沿 $\pm x$ 方向的相对值为2，沿 $\pm z$ 方向为0，其间为光滑变化（因为，在离阵中心等半径处的观察者从边射方向平滑移动到轴向时，来自两源的波的相位差也从0°至180°平滑地变化）。方向图画在图3-3b。可以想像得出三维方向图，把 $+z$ 轴沿你的拇指尖，把示出的方向图旋转，可得总的方向图。图3-3c的三维方向图是一个类似于理想偶极子的"炸面圈式"（doughnut－type）方向图。

我们也可以严格地计算天线阵因子。如果在式(3-3)中利用图3-3d所示的程差相应的相位，则阵因子是

$$\mathrm{AF}=1\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta(d/2)\cos\theta}+1\mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta(d/2)\cos\theta}=2\cos\left(\beta\frac{d}{2}\cos\theta\right) \tag{3-4}$$

阵元间的距离是 $d=\lambda/2$，所以 $\beta d/2=\pi/2$，式(3-4)变成

$$\mathrm{AF}=2\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right) \tag{3-5}$$

将阵因子对最大值进行归一，给出

$$f(\theta)=\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right) \tag{3-6}$$

此式当 $\theta=\pi/2$ 得到最大值，因为 $\cos[(\pi/2)\cdot 0]=1$；当 $\theta=0$ 得到最小值0，因为 $\cos[(\pi/2)\cdot 1]=0$。这个结果与观察法所得图3-3b一致。

例3-2 两个具有相同振幅与相反相位的各向同性点源，位置相距半波长（图3-4）

如果考虑该天线阵是发射天线阵，其方向图的大致形状可由观察确定如图3-4a。由每个点源到达 x 轴上点的路径是相等的。但左源与右源相位差180°，因此两波到达 x 轴上点的振幅相等而相位差180°，给出零场。沿 z 轴（在两个方向），电流的180°相位差被两源发出波的半波长程差所补偿。例如，来自左源的沿 $+z$ 方向的波到达右源位置时比右源推迟360°（180°由于行进距离，180°由于激励滞后）。这是同相条件，因此波在远场相加，给出相对最大值。由这样少数几个方向图值，可以画出整个方向图，得到类似于图3-4b的图。方向图的三维极坐标图示于图3-4c，它具有哑铃形。

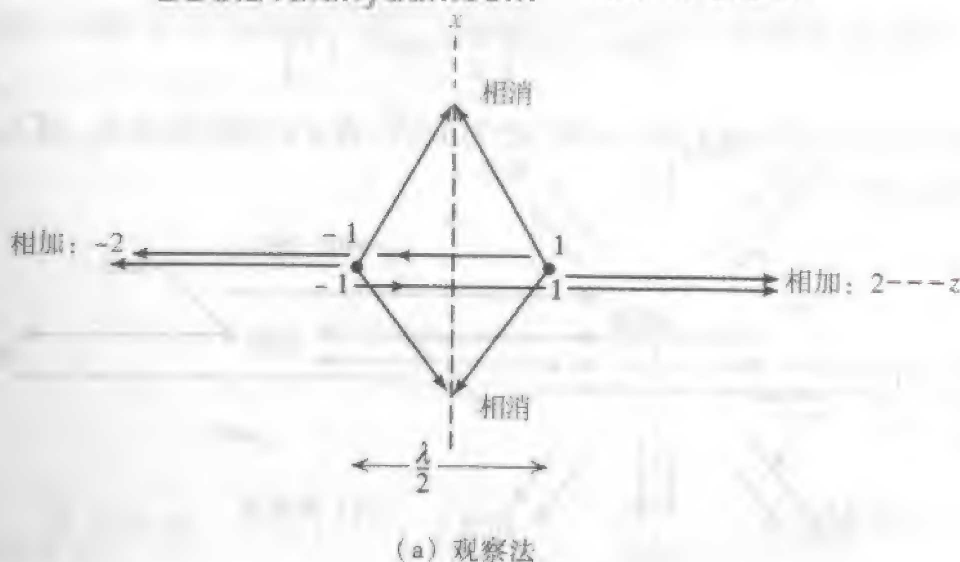
我们利用式(3-3)和图3-3d来严格计算阵因子，有

$$\mathrm{AF}=-1\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta(d/2)\cos\theta}+1\mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta(d/2)\cos\theta}=2\mathrm{j}\sin\left(\beta\frac{d}{2}\cos\theta\right) \tag{3-7}$$

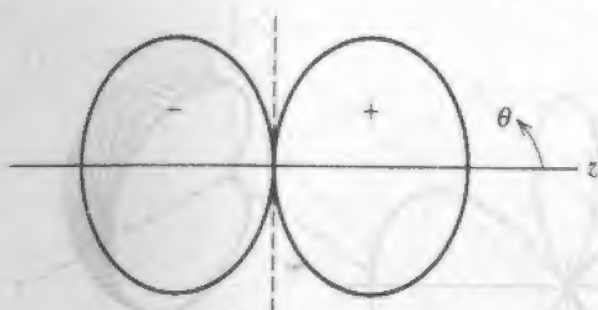
利用 $d=\lambda/2$ 并归一化，有

$$f(\theta)=\sin\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right) \tag{3-8}$$

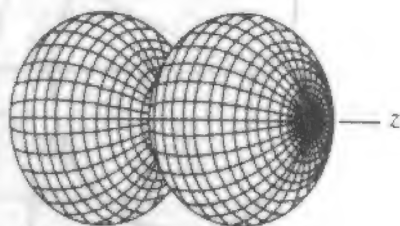
画出该方向图，得到用观察法所得的同样结果（见图3-4b）。



（a）观察法



（b）幅度为$|f(\theta)|=|\sin[(\pi/2)\cos\theta]|$时的极坐标阵因子图



（c）三维方向图

图 3-4　两个具有相同振幅与相反相位的各向同性点源，位置相距半波长（例 3-2）

例 3-3　两个具有相同振幅相位差 90°的各向同性点源，位置相距四分之一波长（图 3-5）

波离开图 3-5 中发射天线阵左源沿 $+z$ 方向行进，到达右源处因四分之一波长路径而相位延迟 90°。但是右源激励滞后左源 90°，使 $+z$ 方向的两个波同步，在远场相加。对离开右源沿 $-z$ 方向行进的波，在左源处与左源出发的波相位差 180°（90°来自程差，90°由于激励）。见图 3-5b。在 $\theta=0°$ 和（$+z$ 方向）$\theta=180°$（$-z$ 方向）之间的角度，方向图从 2（完全相加）到 0（完全抵消）平滑地变化。此方向图示于图 3-5c，是所谓*心形方向图*。它是经常用于声学领域的话筒的方向图。在话筒的输入方向响应很强，在演讲者想减弱反馈的方向很弱。

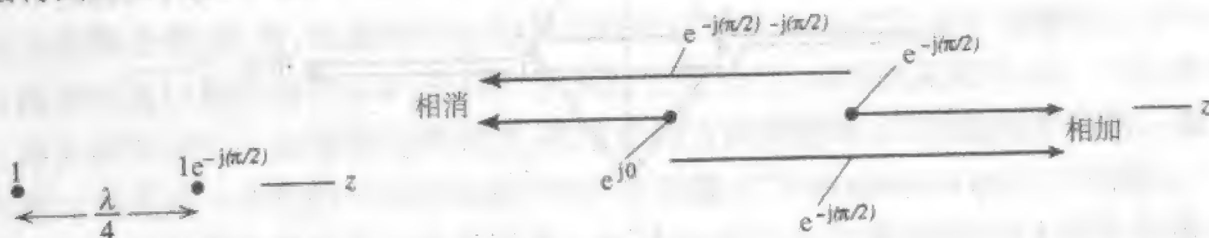
利用式(3-3)和图 3-3d 中的激励，可以计算如下阵因子公式：

$$\begin{aligned}\mathrm{AF}&=1\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta(d/2)\cos\theta}+1\mathrm{e}^{-\mathrm{j}(\pi/2)}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta(d/2)\cos\theta}\\&=\mathrm{e}^{-\mathrm{j}(\pi/4)}\left[\mathrm{e}^{-\mathrm{j}[\beta(d/2)\cos\theta-\pi/4]}+\mathrm{e}^{\mathrm{j}[\beta(d/2)\cos\theta-\pi/4)}\right]\\&=\mathrm{e}^{-\mathrm{j}(\pi/4)}2\cos\left(\frac{\beta d}{2}\cos\theta-\frac{\pi}{4}\right)\end{aligned}\tag{3-9}$$

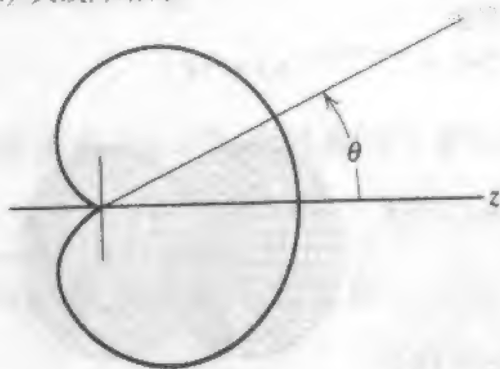
代入 $d=\lambda/4$ 并归一化得

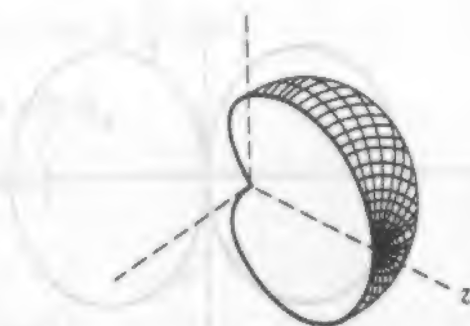
$$f(\theta)=\cos\left[\frac{\pi}{4}(\cos\theta-1)\right] \tag{3-10}$$

此函数在 $\theta=0°$ 处有最大值1，在 $\theta=90°$ 处为 $1/\sqrt{2}$，在 $\theta=180°$ 处为0。这与图3-5c由观察法得到的方向图一致。



(a) 天线阵结构　　(b) 观察法





(c) 阵因子 $f(\theta)=\cos[(\pi/4)(\cos\theta-1)]$ 的极坐标图　　(d) 三维极坐标方向图

图3-5　两各向同性点源具有相同振幅，右源比左源滞后90°，相距四分之一波长（例3-3）。此图形称为心形方向图

例3-4　两个各向同性点源相隔一个波长（图3-6）

由于电流同相，在 $\pm x$ 方向两个阵元的场完全相加（即加倍）。一个阵元相对于另一个阵元的相位滞后是360°（一个波长的附加路径长度），在 $\pm z$ 方向的远场处，它们的作用完全相加。不过，在相距一个波长时，正如图3-6b指出的，有些方向完全相消。为确定这些方向，我们作如下论证。为了完全相消，从两个源来的波必须相位差180°。这意味着程差半个波长。由于程差作为 θ 的函数是 $\lambda\cos\theta$（见图3-3d），我们这样来求解 θ 值

$$\lambda\cos\theta=\pm\frac{\lambda}{2}\quad\text{或}\quad\cos\theta=\pm\frac{1}{2} \tag{3-11}$$

其解为60°和120°。在图3-6b中最大点与零之间充填平滑的变化，就得到图3-6c的结果。

阵因子的计算，除了令式(3-2)中 $d=\lambda$ 外，其他与例3-1一样

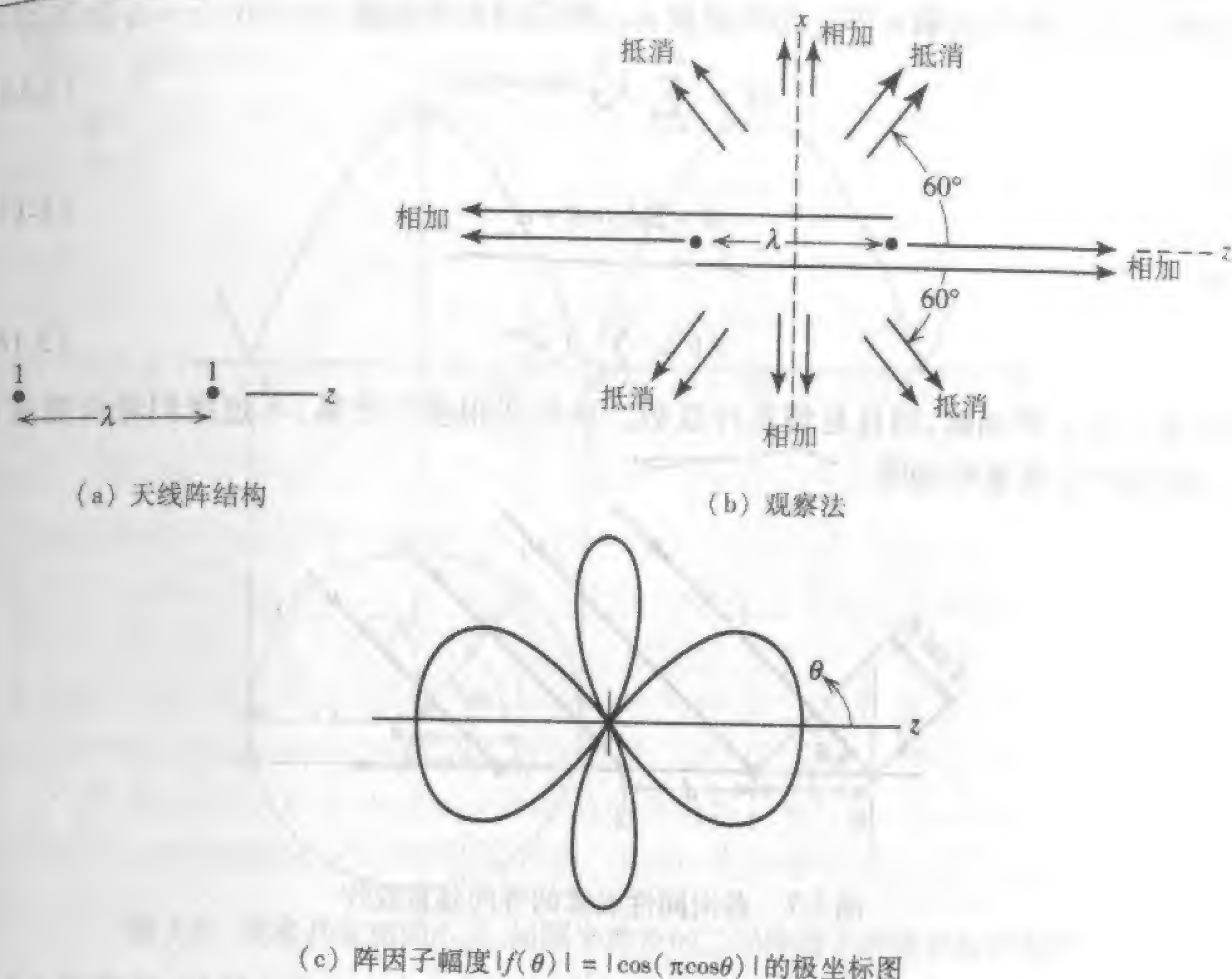
$$\mathrm{AF}=2\cos\left(\beta\frac{d}{2}\cos\theta\right)=2\cos(\pi\cos\theta) \tag{3-12}$$

归一化的阵因子是

$$f(\theta)=\cos(\pi\cos\theta) \tag{3-13}$$

注意，对 $\theta=0°$、90°和180°，阵因子 $f(\theta)$ 有最大值1，对 $\theta=60°$ 和120°，阵因子为零。这

些与观察法得到的图 3-6c 的结果一样。该例说明了这样一个事实，即间距大于半波长会出现多瓣。



(c) 阵因子幅度 $|f(\theta)| = |\cos(\pi\cos\theta)|$ 的极坐标图

图 3-6 两个具有同样电流幅度与相位的各向同性点源，相距一个波长（例 3-4）

除了最简单的天线阵外，观察法很难运用。因此，我们考察对等间距阵情况下的以式(3-3)表达的一般阵因子。我们将研究它的性质，并提出一种方法，以快速获得辐射方向图的大致图形。

假设一个有若干阵元的直线阵。如果阵元等间距，如图 3-7 所示，阵因子表达式(3-3)可以简化。角 θ 是入射平面波相对于接收阵轴的夹角。各向同性源对所有方向的响应都相等，但当它们的输出叠加在一起时（每个按 I_n 加权），就得到了定向的响应。波到达原点的相位可任意地设为零，所以 $\xi_0 = 0$。在阵元 1 处，来波比原点处早到，因为路程短 $d\cos\theta$。阵元 1 处的波的相应相位比阵元 0 处超前 $\xi_1 = \beta d\cos\theta$。持续此过程，式(3-3)变成

$$\mathrm{AF} = I_0 + I_1 e^{j\beta d\cos\theta} + I_2 e^{j\beta 2d\cos\theta} + \cdots = \sum_{n=0}^{N-1} I_n e^{j\beta nd\cos\theta} \tag{3-14}$$

现在来考虑该天线阵作发射阵。如果电流具有线性递增相位（即相邻阵元间的相

对相位相同),我们可将相位单独分离出来如

$$I_n = A_n e^{jn\alpha} \tag{3-15}$$

其中第$(n+1)$阵元比第n阵元相位超前α。则式(3-14)变成

$$AF = \sum_{n=0}^{N-1} A_n e^{jn(\beta d\cos\theta + \alpha)} \tag{3-16}$$

定义

$$\psi = \beta d\cos\theta + \alpha \tag{3-17}$$

则有

$$AF = \sum_{n=0}^{N-1} A_n e^{jn\psi} \tag{3-18}$$

此阵因子是ψ的函数,而且是傅里叶级数。该形式很便于计算,不过我们经常需要以极坐标角θ作变量的场图。

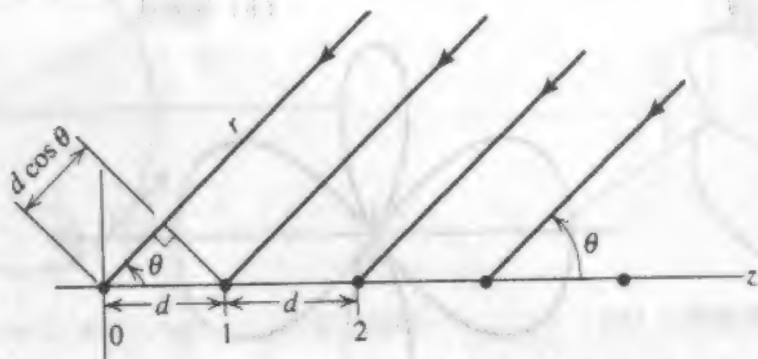


图 3-7　各向同性点源的等间隔直线阵

式(3-17)给出的由ψ到θ的非线性变换可以用图解法完成。例如,考虑例 3-1 的具有同样电流的两个间距半波长的相同阵元。我们发现,式(3-6)的归一化阵因子是$f(\theta)=\cos[(\pi/2)\cos\theta]$。在此情况下,由式(3-17)知$\psi$为

$$\psi = \beta d\cos\theta + \alpha = \pi\cos\theta \tag{3-19}$$

因为$d=\lambda/2$,$\alpha=0$。现在f可以用ψ来表示成

$$f(\psi) = \cos\frac{\psi}{2} \tag{3-20}$$

对作图来说这是比较简单的函数。为得到以θ为函数的$|f|$的图,先作式(3-20)的$|f(\psi)|$的图,见图 3-8。然后在它的下方做出$\psi=\pi$的圆如图 3-8,因为式(3-19)是极坐标中圆的方程。对任意的ψ值,例如ψ_1,向下画一直线直到与圆相交。相应于$\psi=\psi_1$的值$\theta=\theta_1$与$|f(\psi)|=f_1$已在图中示出。取若干位置按此法操作,可产生所需的图。注意,在现在情况,当θ范围从 0 到π时,ψ从π到$-\pi$。最终的极坐标图示于图 3-10b。它与图 3-3 中用观察法所得结果一样。

在接触更多特例之前,我们来考虑一般的阵因子,以及如何由它得出极坐标方向图。图 3-9 示出作为ψ的函数的一个典型阵因子的幅度图。其下方作了个圆,半径等于βd,中心处于$\psi=\alpha$。角θ如图所示。使用此图很方便。对一给定值θ,将从圆心出

发的径向线与半圆的交点定作点 a。相应的 ψ 值是 b 点，处于 a 点出发的竖直线上。对应于这些 ψ 和 θ 值的阵因子值是 c 点。注意，从 $\psi=0$ 的轴到某点例如 a 点的距离，可以写成 $\psi=\alpha+\beta d\cos\theta$，这就是式(3-17)。

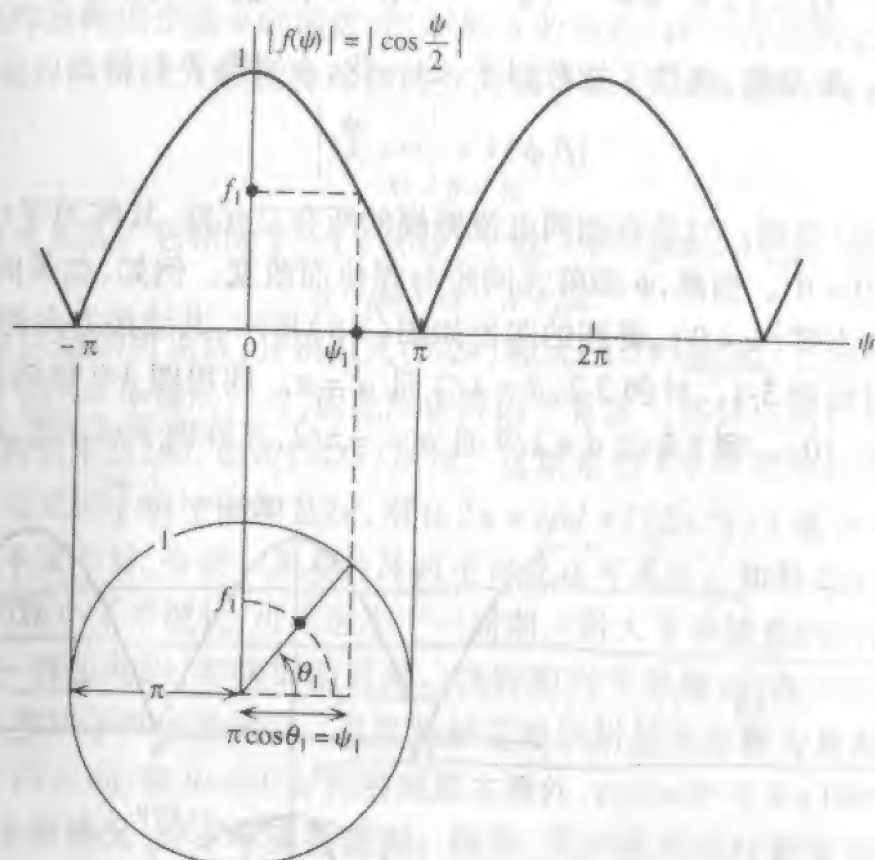


图 3-8　获取具有相同电流、间隔半波长的二元阵因子的极坐标的程序

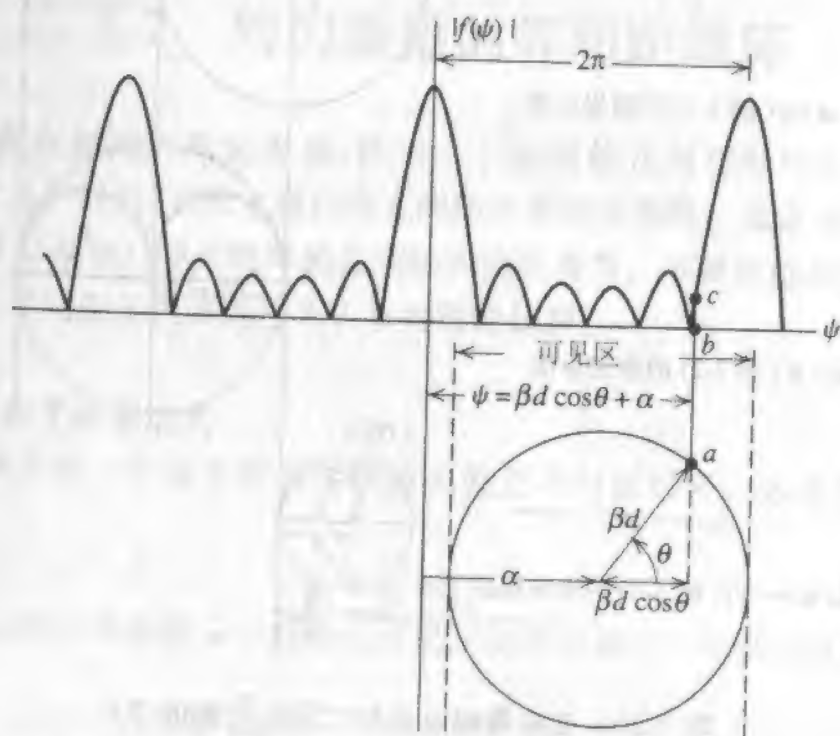


图 3-9　求出作为极坐标角 θ 的函数的阵因子的作图方法

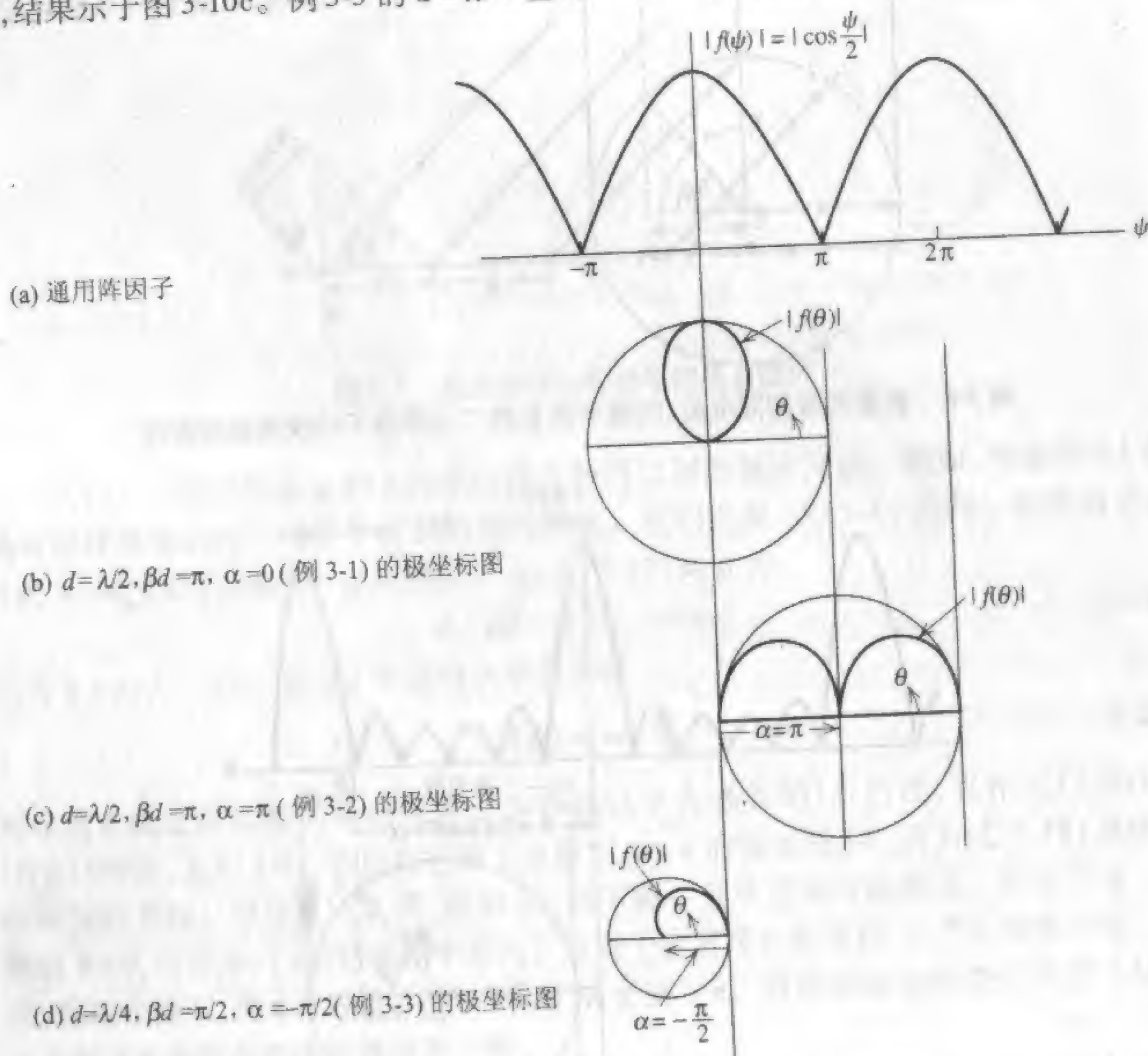
为进一步说明步骤，我们对本节中已经讨论过的若干具有均匀电流振幅的二元阵，求出其阵因子的极坐标图。阵因子作为ψ的函数，根据式(3-18)，当$N=2$时有

$$\mathrm{AF}=1+\mathrm{e}^{\mathrm{j}\psi}=\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\psi/2)}\left(\mathrm{e}^{-\mathrm{j}(\psi/2)}+\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\psi/2)}\right)=2\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\psi/2)}\cos\frac{\psi}{2} \tag{3-21}$$

其中$A_0=A_1=1$。取振幅，消除了指数因子，归一化，去掉因子2，给出

$$|f(\psi)|=\left|\cos\frac{\psi}{2}\right| \tag{3-22}$$

它也可由式(3-20)得到。对具有相同电流振幅的所有二元阵，其阵因子$|f(\psi)|$是相同的，并画在图3-10a中。当然，ψ随阵元间距与相位而改变。例如，如果间距是半波长，每个阵元的相位为零($\alpha=0$)，得到的图形如图(3-8)所示，其结果方向图画在图3-10b。这是前面讨论过的例3-1。对例3-2，$d=\lambda/2$且$\alpha=\pi$。利用图3-9作阵因子的极坐标图，结果示于图3-10c。例3-3的$d=\lambda/4$且$\alpha=-\pi/2$，其阵因子示于图3-10d。



(a) 通用阵因子

(b) $d=\lambda/2$, $\beta d=\pi$, $\alpha=0$ (例3-1) 的极坐标图

(c) $d=\lambda/2$, $\beta d=\pi$, $\alpha=\pi$ (例3-2) 的极坐标图

(d) $d=\lambda/4$, $\beta d=\pi/2$, $\alpha=-\pi/2$ (例3-3) 的极坐标图

图3-10 具有等幅电流的二元阵的阵因子

通过考察普遍阵因子表示式(3-16),可以得出若干普遍性质,从而有助于进行方向图作图。首先,阵因子是以 ψ 为变量的周期函数,周期为 2π。这容易证明如下:

$$\mathrm{AF}(\psi+2\pi)=\sum A_n \mathrm{e}^{\mathrm{j}n(\psi+2\pi)}=\sum A_n \mathrm{e}^{\mathrm{j}n\psi}\mathrm{e}^{\mathrm{j}n2\pi}=\sum A_n \mathrm{e}^{\mathrm{j}n\psi}=\mathrm{AF}(\psi) \tag{3-23}$$

沿 z 轴的直线阵的阵因子是 θ 的函数,但不是 ϕ 的函数(阵元方向图也许是这样)。换言之,阵因子是以阵直线为轴旋转对称的方向图。因此,其完整结构由如下区间中它的值所确定

$$0<\theta<\pi \tag{3-24}$$

这就是所谓的可见区。它相应于 $-1<\cos\theta<1$ 或 $-\beta d<\beta d\cos\theta<\beta d$,或

$$\alpha-\beta d<\psi<\alpha+\beta d \tag{3-25}$$

因此,由 θ 和 ψ 决定的可见区,分别由式(3-24)和式(3-25)给出。以波长表出的阵元间距 d/λ,决定了图 3-9 中圆的尺寸,因此决定阵因子有多大部分出现在可见区。在变量 ψ 中的可见区的长度是$2\beta d$,如式(3-25)所示。这就是图 3-9 中圆的直径。假定正好一个周期出现在可见区。由于周期是2π,则有 $2\pi=2\beta d=2(2\pi/\lambda)d$ 或 $d/\lambda=1/2$。因此,当阵元间距为半波长时,恰好一周期的阵因子出现在可见区。如果 $2\beta d<2\pi$,它相当于 $d/\lambda<1/2$,即间距小于半波长,可见区小于一周期。对大于半波长的间距,可见区将大于一周期。对一波长间距,有两周期可见。当间距大于半波长,在可见区可能有多于一个的大瓣,这取决于阵元的相位。强度达到主瓣的附加大瓣称为栅瓣。在一波长间距,二元阵因子图 3-6c,除 $\theta=90°$方向的预期主瓣外,在 $\theta=0°$ 与 $\theta=180°$处出现了附加的栅瓣。在大多数情况,都不希望有栅瓣。结果,大多数天线阵都设计得阵元间距小于一个波长。

3.2 均匀激励的等间距线阵

天线阵通常由相同的阵元组成,位于一个规则的几何布局中。实际上,这正是 IEEE 采用的定义。但是,实际上遇到阵元间距不等的天线阵。通常应包括一种变通措施(即间距可等可不等),使天线阵的几何结构完全清楚。本章所给出的例子都是等间距天线阵,而不等间距天线阵则用 3.7 节的理论处理。

3.2.1 阵因子的表达式

等间距直线阵的一个很重要的实际情况就是均匀激励阵。这是阵元电流振幅相同的阵,所以

$$A_0=A_1=A_2=\cdots \tag{3-26}$$

本节中仅考虑由阵元间相移 α 引起的线性形式的阵元相位。由式(3-18)知阵因子为

$$\mathrm{AF}=A_0\sum_{n=0}^{N-1}\mathrm{e}^{\mathrm{j}n\psi}=A_0(1+\mathrm{e}^{\mathrm{j}\psi}+\cdots+\mathrm{e}^{\mathrm{j}(N-1)\psi}) \tag{3-27}$$

该几何级数的求和只需要几步。首先以 $\mathrm{e}^{\mathrm{j}\psi}$ 乘式(3-27),得到

$$\mathrm{AF}\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\psi} = A_0(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\psi} + \mathrm{e}^{\mathrm{j}2\psi} + \cdots + \mathrm{e}^{\mathrm{j}N\psi}) \tag{3-28}$$

在式(3-27)中减去此式得

$$\mathrm{AF}(1 - \mathrm{e}^{\mathrm{j}\psi}) = A_0(1 - \mathrm{e}^{\mathrm{j}N\psi})$$

或

$$\mathrm{AF} = \frac{1 - \mathrm{e}^{\mathrm{j}N\psi}}{1 - \mathrm{e}^{\mathrm{j}\psi}} A_0 \tag{3-29}$$

它可写成如下更方便的形式

$$\begin{aligned}\mathrm{AF} &= A_0 \frac{\mathrm{e}^{\mathrm{j}N\psi} - 1}{\mathrm{e}^{\mathrm{j}\psi} - 1} = A_0 \frac{\mathrm{e}^{\mathrm{j}N\psi/2}}{\mathrm{e}^{\mathrm{j}\psi/2}} \frac{\mathrm{e}^{\mathrm{j}N\psi/2} - \mathrm{e}^{-\mathrm{j}N\psi/2}}{\mathrm{e}^{\mathrm{j}\psi/2} - \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\psi/2}} \\ &= A_0 \mathrm{e}^{\mathrm{j}(N-1)\psi/2} \frac{\sin(N\psi/2)}{\sin(\psi/2)}\end{aligned} \tag{3-30}$$

相位因子 $\mathrm{e}^{\mathrm{j}(N-1)\psi/2}$ 并不重要，除非天线阵的输出信号与其他天线的输出信号叠加。事实上，如果阵中心在原点附近，相位因子将不出现，因为它代表阵的相位中心对原点的相移。略去式(3-30)中的相位因子得

$$\mathrm{AF} = A_0 \frac{\sin(N\psi/2)}{\sin(\psi/2)} \tag{3-31}$$

当 $\psi = 0$ 时，上式有最大值，且由式(3-27)知最大值为

$$\mathrm{AF}(\psi = 0) = A_0(1 + 1 + \cdots + 1) = A_0 N \tag{3-32}$$

将此式除式(3-31)得归一化阵因子

$$\boxed{f(\psi) = \frac{\sin(N\psi/2)}{N\sin(\psi/2)}} \quad \text{UE, ESLA} \tag{3-33}$$

这是阵中心在坐标原点附近的、均匀激励等间距 N 元直线阵（UE，ESLA）的归一化阵因子。此函数类似于函数 $(\sin u)/u$，主要差别在，宗量无限制地增加，旁瓣并不会渐渐减弱。事实上，式(3-33)的函数以 2π 为周期，这在一般情况下也正确，如式(3-23)所示。

考察对各种 N 值做出的如图3-11所示的阵因子图，可以看出一些趋势：

(1) 当 N 增加，主瓣变窄。

(2) 当 N 增加，在 $f(\psi)$ 的一个周期中有更多的旁瓣。事实上，在 $f(\psi)$ 的一个周期中整个瓣数等于 $N-1$。因此，每个周期有 $N-2$ 个旁瓣和一个主瓣。

(3) 以 ψ 为变量的副瓣宽度是 $2\pi/N$，而大瓣（主瓣和栅瓣）宽度要加倍。

(4) 随着 N 的增加，旁瓣峰值减小。旁瓣峰用旁瓣电平度量，我们已将其定义为

$$\mathrm{SLL} = \frac{|\text{最大旁瓣的最大值}|}{|\text{主瓣的最大值}|} \tag{3-34}$$

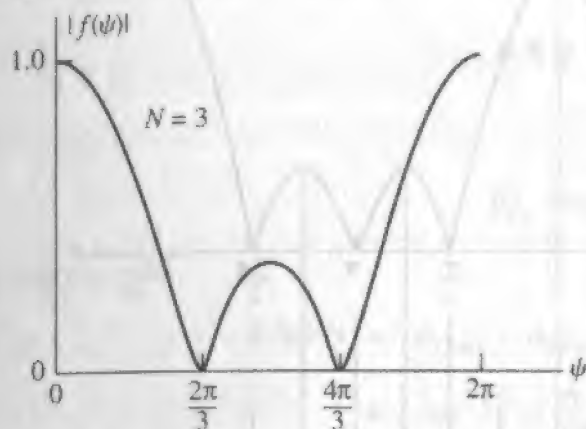
且常常以分贝表示。对 $N = 5$，阵因子的旁瓣电平是 -12 dB，当 $N = 20$，它是 -13 dB。当 N 继续增加，SLL 趋于均匀直线源的值，-13.3 dB。

(5) $|f(\psi)|$ 是关于 π 对称的。它的证明留作习题。

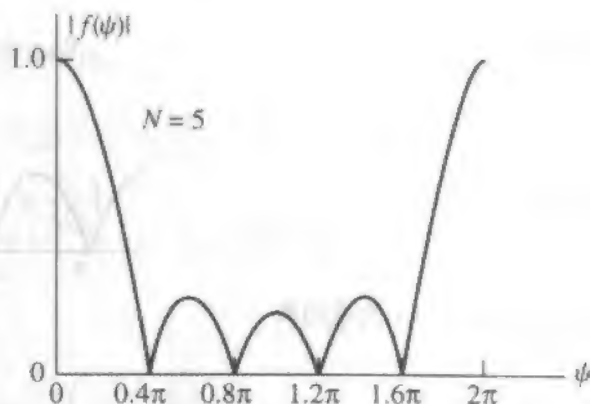
如在3.1节中讨论的，由 $f(\psi)$ 可得到以 θ 为变量的辐射场。例如，考虑二元阵的情况。则式(3-33)变成

$$f(\psi)=\frac{\sin\psi}{2\sin(\psi/2)} \tag{3-35}$$

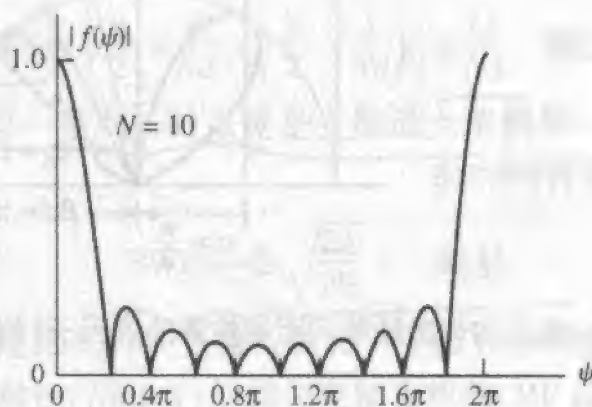
这是一个对所有等幅二元阵都通用的方向图函数，画在图3-10a。注意，利用3.1节中的方法，可以求出二元阵的阵因子为$\cos(\psi/2)$，见式(3-20)。可以证明它与式(3-35)相同。



(a) 三阵元



(b) 五阵元

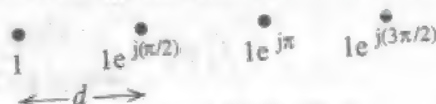


(c) 十阵元

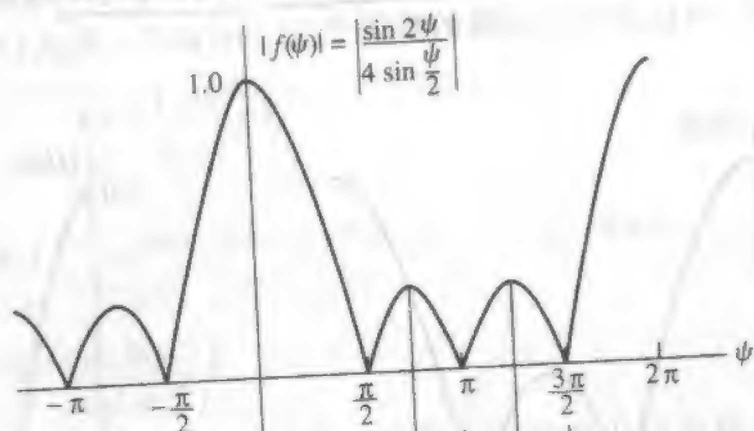
图3-11 具有若干阵元的等间距均匀激励直线阵的阵因子

例3-5 四元线阵(图3-12)

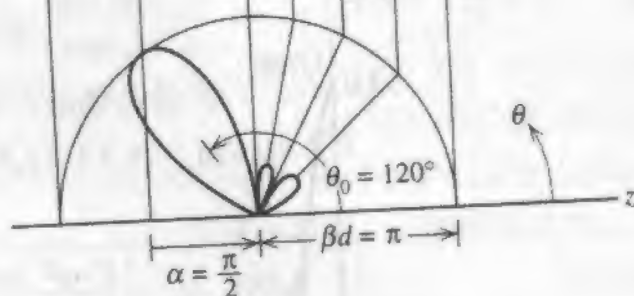
四元均匀激励等间距阵的通用阵因子画在图3-12b中。让我们求出半波长间距与阵元间相位为90°(即$\alpha=\pi/2$)这种特殊情况下的阵因子图。阵的激励如图3-12a所示。通过重要特性的定位，例如零点与最大点，可以快速做出方向图的草图。然后，从这些点作竖直下降线至下方的圆。再从圆上的交点作直线至圆心。圆周的方向图值为1，圆心的值为0。对这类线性极坐标图，方向图因子的幅度线性正比于其到原点的距离。例如，圆半径为4 cm，要画的方向图值是0.25，方向图的点就在适当的角θ的径向线上，离开原点1 cm。将相对最大点和零点定位后，连接这些点，就能画出一光滑的曲线。其完整的极坐标图示于图3-12c。注意，通过放大或缩小结构圆，可使极坐标图改变大小。



(a) 阵的激励



(b) $N=4$ 的通用阵



(c) 对 $d=\lambda/2$，$\alpha=\pi/2$ 的极坐标图

图3-12　四元均匀激励等间距相控阵的阵因子(例3-5)

3.2.2　主瓣扫描和束宽

当 $\psi=0$ 时,阵因子出现最大值。当阵因子出现最大值时,令相应的 θ 值为 θ_0。则由式(3-17)有 $0=\beta d\cos\theta_0+\alpha$,或

$$\alpha = -\beta d\cos\theta_0 \tag{3-36}$$

这是为了在相对于阵元排列直线成 θ_0 角的方向上,产生阵因子主瓣最大值所需的、阵元到阵元的激励电流相位移。因此,对一个均匀激励的等间距直线阵,如果要在 $\theta=\theta_0$ 方向有阵因子的最大值,从式(3-15)与式(3-36)知,所需阵元电流为

$$I_n = e^{jn\alpha} = e^{-jn\beta d\cos\theta_0} \tag{3-37}$$

对边射情况($\theta_0=90°$),$\alpha=0$。对端射情况($\theta_0=0°$或$180°$),$\alpha=-\beta d$ 或 βd。在图3-12说明的例子中,$\alpha=\pi/2$、$d=\lambda/2$,所以 $\theta_0=\cos^{-1}(-\alpha/\beta d)=\cos^{-1}(-1/2)=120°$。这个通过相位控制主瓣扫描的特点,可以用式(3-36)代入(3-17)明晰地进入 ψ,有

$$\psi = \beta d(\cos\theta-\cos\theta_0) \tag{3-38}$$

在3.8节中将进一步讨论扫描。

一个均匀激励等间距直线阵的主瓣宽度,可以通过第一零点间的束宽BWFN度

量，图 1-15 中对一个通用方向图的 BWFN 作了说明。主瓣零点就是在包含该线阵的平面中，阵因子(3-33)在该处最先到达零点。式(3-33)分子的零点出现在 $N\psi_{FN}/2=\pm n\pi$。当分母也到达零时($\frac{1}{2}\psi_{FN}=\pm n\pi$)，方向图因子为 1，对应于主瓣($n=0$)和栅瓣。与主瓣相关的第一零点出现在 $\psi_{FN}/2=\pm n\pi$。对边射阵($\alpha=0°$)，$\psi=\beta d\cos\theta$，故第一零点的角 θ 可由下式求得

$$\pm\pi=\frac{N}{2}\frac{2\pi}{\lambda}d\cos\theta_{FN} \tag{3-39}$$

或

$$\theta_{FN}=\cos^{-1}\left(\pm\frac{\lambda}{Nd}\right) \tag{3-40}$$

则 BWFN 是

$$\mathrm{BWFN}=\left|\theta_{FN\,left}-\theta_{FN\,right}\right| \tag{3-41}$$

$$=\left|\cos^{-1}\left(-\frac{\lambda}{Nd}\right)-\cos^{-1}\left(+\frac{\lambda}{Nd}\right)\right| \tag{3-42}$$

对长阵(长度 $L=Nd\gg\lambda$)，可以将式(3-42)近似为

$$\mathrm{BWFN}\approx\left|\frac{\pi}{2}+\frac{\lambda}{Nd}-\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\lambda}{Nd}\right)\right|=\frac{2\lambda}{Nd}\quad 接近边射 \tag{3-43}$$

对端射阵(图 1-16c)，第一零点间的束宽是主瓣最大值到第一零点距离的两倍。对长阵，它近似为

$$\mathrm{BWFN}\approx2\sqrt{\frac{2\lambda}{Nd}}\quad 端射 \tag{3-44}$$

半功率束宽(HP)是比 BWFN 更流行的关于主瓣大小的度量。二者都依赖于阵长 Nd 和主瓣指向角 θ_0。对长($Nd\gg\lambda$)的均匀激励直线阵，HP 近似地为[2]

$$\mathrm{HP}\approx0.886\frac{\lambda}{Nd}\csc\theta_0\quad 接近边射 \tag{3-45}$$

和

$$\mathrm{HP}\approx2\sqrt{0.886\frac{\lambda}{Nd}}\quad 端射 \tag{3-46}$$

比较 HP 与 BWFN 的公式可见，对长的均匀激励直线阵，HP 大约为 BWFN 值的一半。

3.2.3 普通端射阵

在许多应用中，要求天线产生单一笔形波束。边射阵的阵因子产生扇形波束，虽然，适当选择阵元，可以产生具有单一笔形波束的总方向图。另一种得到单一笔形波束的途径是适当地设计端射阵。我们说过，当 $\theta_0=0°$ 或 $180°$ 时，即 $\alpha=-\beta d$ 或 $+\beta d$ 时，形成端射条件。这种 $\alpha=\pm\beta d$ 的天线阵称为普通端射阵。如果间距 d 是半波长，会有相同的两个端射瓣(见图 3-10c)。有好几种办法来削弱其中一个瓣，从而留下单个笔形波束。最明显的办法是使间距小于半波长。在变量 ψ 中，可见区宽是 $2\beta d$。为了抑制不

103

想要的大瓣(栅瓣),应该减小可见区(从而间距)使之小于一个波瓣间距 2π。由于栅瓣的半宽度(最大值到零)为 $2\pi/N$,将可见区至少减小到 π/N,就能压缩一大半可见区,即

$$2\beta d \leqslant 2\pi - \frac{\pi}{N} \qquad \text{普通端射} \tag{3-47}$$

将其除以 2β 得到关于间距的条件

$$d \leqslant \frac{\lambda}{2}\left(1 - \frac{1}{2N}\right) \qquad \text{普通端射} \tag{3-48}$$

当间距 d 满足式(3-48)时,普通端射阵产生单个端射波束,对 $\alpha = -\beta d$,在 $\theta_0 = 0°$;对 $\alpha = \beta d$,在 $\theta_0 = 180°$。

例 3-6 五阵元普通端射直线阵(图 3-13)

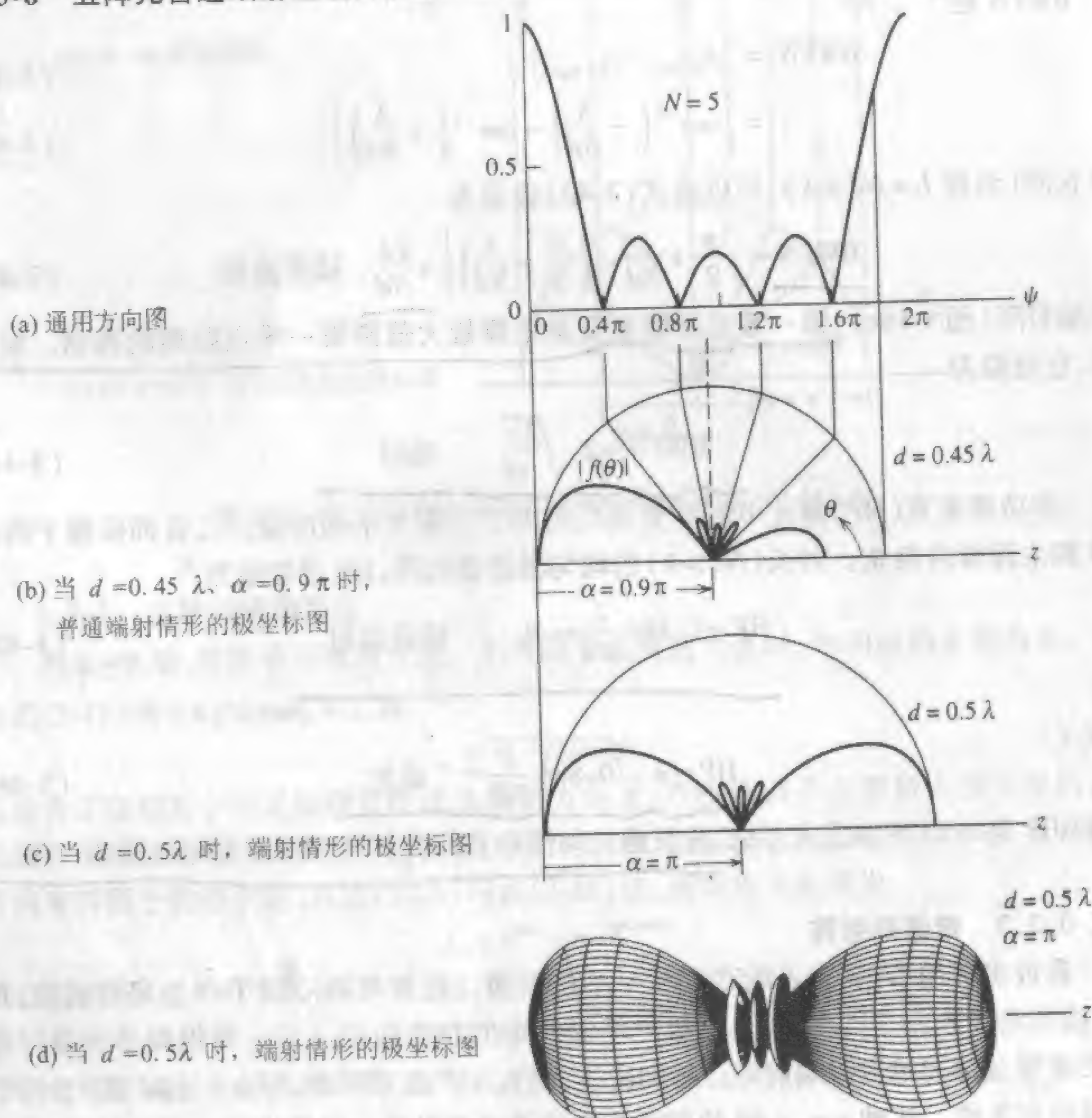


图 3-13 五阵元均匀激励等间距直线阵(例 3-6)

由式(3-48)知 [illegible] 5λ。如我们选择 $d=0.45$ 且主波束指向 $\theta_0=180°$，所需的阵元间相移是 $\alpha=-\beta d\cos\theta_0=\beta d=(2\pi/\lambda)(0.45\lambda)=0.9\pi$。其方向图的构造过程示于图 3-13a 与 b。注意该单一端射主瓣。如果间距没有按式(3-48)紧缩，对 $d=0.5\lambda$ 将出现图 3-13c 的双主瓣。其相应的三维极坐标图示于图 3-13d。

3.2.4 汉森－伍德亚德端射阵

在普通端射情形，阵元间激励相位 $\alpha=\pm\beta d$ 严格地等于波在端射方向的空间相位滞后。通过增加阵元间相移，有可能使主瓣变窄而增加方向性，同时将部分主瓣移出可见区。如果相对于普通端射情形增加相移如下，

$$\alpha=\pm(\beta d+\delta) \tag{3-49}$$

它就是为了增加方向性的汉森－伍德亚德(Hansen－Woodyard)条件[3]。该条件是通过研究若干长直线源后得到，但也适用于长天线阵。

为了解释汉森－伍德亚德条件，回到图 3-13，并注意当 α 增加时，圆向右移，但其半径不变，因为 βd 没变。因为 $|f(\psi)|$ 图的部分主瓣没有在可见区出现，这导致主瓣变窄。不过，其旁瓣相对于主瓣变大，后瓣的幅度也增大。为防止后瓣变得等于或大于主瓣，相位 $|\alpha|$ 必须小于 π。将其用于式(3-49)中得

$$\alpha=\beta d+\delta<\pi \tag{3-50}$$

汉森和伍德亚德[3]发现，当 $\delta\approx2.94(N-1)$，且阵是长的远大于一个波长时，可得到最大方向性，也参见式(3-82)。通常用更简单的形式 $\delta\approx\pi/N$。因此由式(3-49)与(3-50)可得汉森－伍德亚德端射阵的相位与间距为

$$\left\{\begin{aligned}&\alpha=\pm\left(\beta d+\frac{\pi}{N}\right) &(3\text{-}51a)\\ &d<\frac{\lambda}{2}\left(1-\frac{1}{N}\right) &(3\text{-}51b)\end{aligned}\right.\quad \text{汉森－伍德亚德}$$

例 3-7　五阵元汉森－伍德亚德端射直线阵(图 3-14)

本例天线阵有 5 个阵元，由式(3-51)必须有 $d<(\lambda/2)(1-1/5)=0.4\lambda$。取 $d=0.37\lambda$ 得到 $\alpha=\beta d+\pi/N=0.74\pi+0.2\pi=0.94\pi$。方向图示于图 3-14。主瓣比普通端射阵情形时更窄(见图 3-13)，但旁瓣却更高。尽管如此，阵表现出的方向性还是提高了。该方向性作为阵元间距的函数，与普通端射五元阵比较，示于图 3-15。注意，方向性的峰值靠近间距极限值(对普通端射阵，由式(3-48)知是 0.45λ；对汉森－伍德亚德端射阵为 0.4λ)。

汉森－伍德亚德阵比有同样阵元数的普通端射阵能达到更高的方向性。这种效应称为超方向性，一般说它由小间距与相位控制来实现，见 2.6 节。这引起主瓣的峰值在空间移动到不可见区，减小波束立体角，增加方向性。4.3 节中将进一步讨论超方向性。

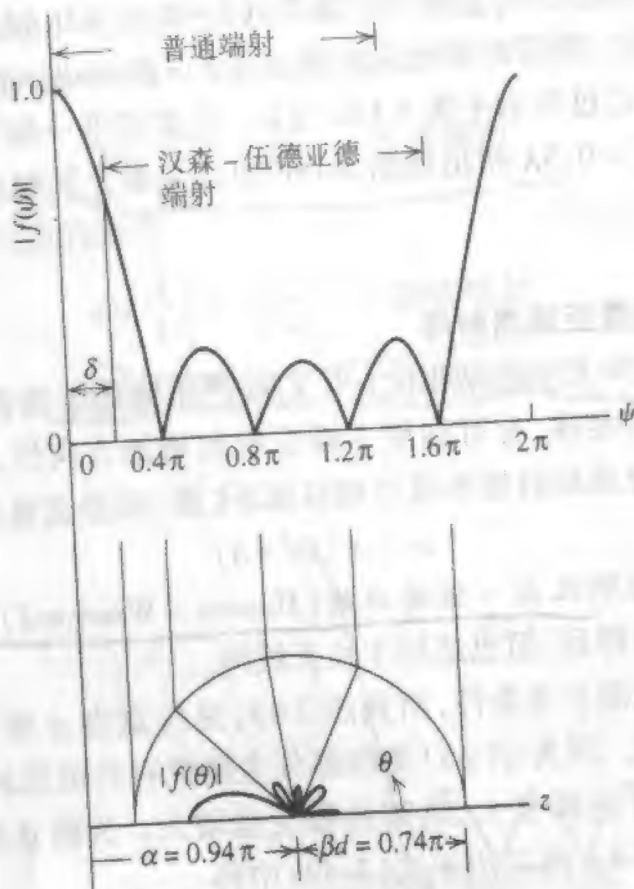


图3-14 当 $\alpha=0.94\pi, d=0.37\lambda$ 时，五元汉森－伍德亚德阵单个端射波束方向性增加(例3-7)

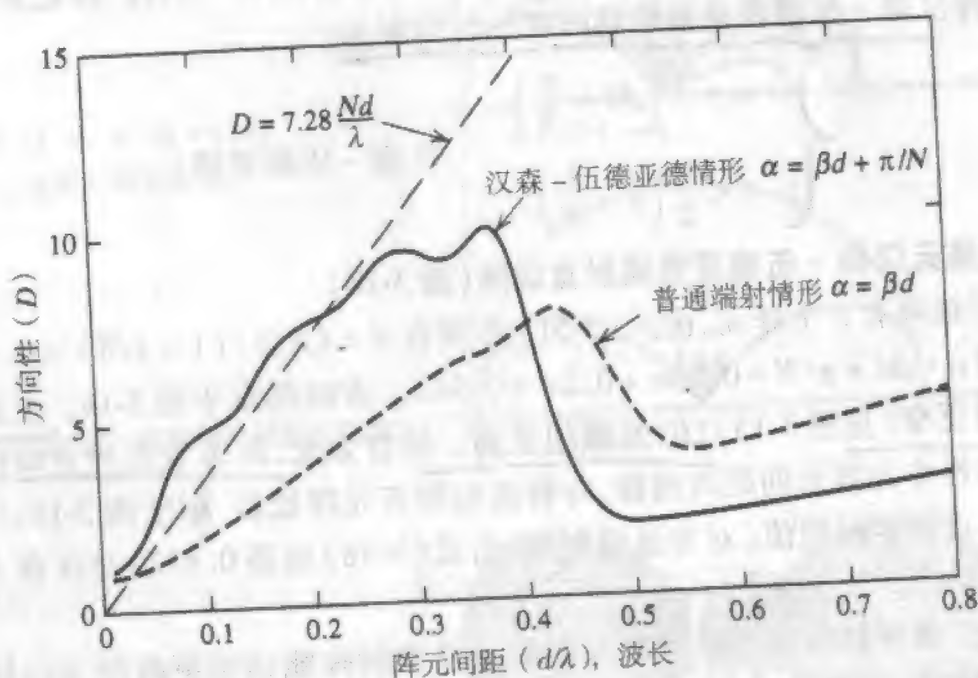


图3-15 两个五元等间距、均匀激励端射阵方向性的比较：普通端射(虚线)与汉森－伍德亚德端射阵。也示出了汉森－伍德亚德情况的方向性近似表式(3-82)的曲线

3.3 方向图乘积

迄今，我们对天线阵的研究仅讨论了各向同性点源阵。实际天线阵的天线元当然不是各向同性的。本节将讨论如何计算实际天线阵的辐射方向图。我们将发现，在这些方向图计算中，阵因子起着主要的作用。

当一个天线阵的阵元被放置在同一直线上，同时每个阵元的电流都沿该直线流动，该阵就称为*共线的*。作为共线阵的一个简单例子，假定我们有图 3-16 所示的 N 个短振子。各阵元等间距，相隔距离 d，具有电流 $I_1, I_2, \cdots, I_{N-1}$。总电流是 z 向短振子电流的总和，因此是 z 向，矢位也是 z 向。式(1-103)的矢位积分简化为对阵元电流的求和(建模成理想偶极子)如①

$$A_z = \mu \frac{e^{-j\beta r}}{4\pi r}\Delta z[I_0 + I_1 e^{j\beta d\cos\theta} + I_2 e^{j\beta 2d\cos\theta} + \cdots + I_{N-1} e^{j\beta(N-1)d\cos\theta}] = \mu \frac{e^{-j\beta r}}{4\pi r}\Delta z \sum_{n=0}^{N-1} I_n e^{j\beta nd\cos\theta} \tag{3-52}$$

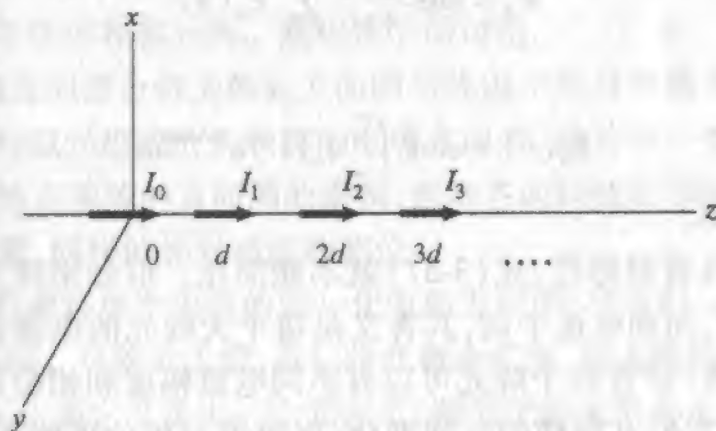


图 3-16 短振子的共线阵

在远场。然后，由式(1-106)，

$$E_\theta = j\omega\mu \frac{e^{-j\beta r}}{4\pi r}\Delta z\sin\theta \sum_{n=0}^{N-1} I_n e^{j\beta nd\cos\theta} \tag{3-53}$$

由该表达式可认出 $\sin\theta$ 本身是单个阵元的方向图，称为*元方向图*。余下的因子

---

① 该结果也能如此得到：将电流密度写成

$$J_z = \delta(x')\delta(y')[I_0\delta(z') + I_1\delta(z'-d) + I_2\delta(z'-2d) + \cdots I_{N-1}\delta(z'-(N-1)d]\Delta z$$

并将其代入式(1-102)，得出

$$A_z = \mu\frac{e^{-j\beta r}}{4\pi r}\Delta z\int_{-\infty}^{\infty}[I_0\delta(z') + I_1\delta(z'-d) + \cdots]e^{j\beta z'\cos\theta}dz'$$

由此即得出式(3-52)。

$$\mathrm{AF} = \sum_{n=0}^{N-1} I_n \mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta n d\cos\theta} \tag{3-54}$$

是式(3-14)的阵因子。该阵因子是放在每个阵元中心的各向同性点源发射场的总和，并可由阵元电流（幅度与相位）及其位置求出。另一方面，元方向图是辐射方向图的因子，它由一个阵元基于其电流分布及空间指向的独有特性所决定。我们将看到，如果阵元具有同样的方向图和相似指向，这种提取因子的处理方法一般仍可保持。

现在来考虑更复杂的情况。为了方便解释，假定有 N 个相同的元天线沿 z 轴构成共线阵。第 n 个元中心位于 $z=z_n$，并具有电流分布 $i_n(z')$。现在我们放松等间距的约束。沿 z 轴的总电流是

$$I(z') = \sum_{n=0}^{N-1} i_n(z') \tag{3-55}$$

则矢位为

$$A_z = \mu \frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta r}}{4\pi r}\int_{-\infty}^{\infty}\sum_{n=0}^{N-1} i_n(z')\mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta z'\cos\theta}\mathrm{d}z' \tag{3-56}$$

由此式和式(1-106)得远区电场为

$$E_\theta = \mathrm{j}\omega\mu \frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta r}}{4\pi r}\sum_{n=0}^{N-1} E_n(\theta) \tag{3-57}$$

其中

$$E_n(\theta) = \sin\theta \int_{-\infty}^{\infty} i_n(z')\mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta z'\cos\theta}\mathrm{d}z' \tag{3-58}$$

是第 n 个元的方向图。

如果天线阵不具有对称性，式(3-57)就不能简化。但如果阵元是相似的，就可能有很大的简化。我们用相似这个词，其含义是每个天线元的电流在同一方向、长度一样并具有同样的分布（尽管每个阵元可以有不同电流幅度和相位）。因而式(3-58)的方向图是相似的，即它们有同样的空间变化，但幅度与相位可能不同。在当前这个例子中，电流全部是 z 向的。现在假定每个元的长度是 l，在其长度上有归一化电流分布 $i(z')$，输入电流是 I_n。则

$$i_n(z') = I_n i(z'-z_n) \tag{3-59}$$

其中 z_n 是沿 z 轴的第 n 个元的中心位置。将该式代入式(3-58)得

$$E_n(\theta) = \sin\theta I_n \int_{z_n-l/2}^{z_n+l/2} i(\xi - z_n)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta\xi\cos\theta}\mathrm{d}\xi \tag{3-60}$$

其中 ξ 取代了 z'。令 $\tau = \xi - z_n$，式(3-60)变成

$$\begin{aligned} E_n(\theta) &= \sin\theta I_n \int_{-l/2}^{l/2} i(\tau)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta(\tau+z_n)\cos\theta}\mathrm{d}\tau \\ &= \sin\theta\left[\int_{-l/2}^{l/2} i(\tau)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta\tau\cos\theta}\mathrm{d}\tau\right] I_n \mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta z_n\cos\theta} \end{aligned} \tag{3-61}$$

为维持原有符号，再用 z' 取代 τ，得到

$$E_n(\theta) = \sin\theta\left[\int_{-l/2}^{l/2} i(z')\mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta z'\cos\theta}\mathrm{d}z'\right] I_n \mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta z_n\cos\theta} \tag{3-62}$$

一个相似元阵的每个元方向图由式(3-62)给出。它是三个因子的乘积:电流分布的方向图,激励 I_n 的幅度与相位,以及最后一个因子代表偏离原点引起的空间相位。将式(3-62)代入式(3-57),有

$$E_\theta = \mathrm{j}\omega\mu \frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta r}}{4\pi r}\left[\sin\theta \int_{-L/2}^{L/2} i(z')\mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta z'\cos\theta}\mathrm{d}z'\right]\sum_{n=0}^{N-1} I_n \mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta z_n\cos\theta} \tag{3-63}$$

当因子

$$\sin\theta \int_{-L/2}^{L/2} i(z')\mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta z'\cos\theta}\mathrm{d}z' \tag{3-64}$$

归一化后就是相似元阵中任何元的元方向图 $g_a(\theta)$。而级数和

$$\mathrm{AF} = \sum_{n=0}^{N-1} I_n \mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta z_n\cos\theta} \tag{3-65}$$

则是未归一化的阵因子。

要从式(3-57)到式(3-63),必须假定天线阵的元是相似元。如果真是这样,电场就可以写成式(3-64)的元因子与式(3-65)的阵因子的乘积。注意,式(3-65)的阵因子是 z 轴上处于 $\{z_n\}$ 位置的 N 个点源的直线阵的方向图。如果阵元等间距,就得到式(3-14)的结果。若再假定阵元是均匀激励的,则阵因子简化为式(3-31)。该结果不限于共线阵,而是适用于任何相似元阵。这将在下面讨论。

将一个天线阵的方向图分解为阵元方向图与阵因子的过程称为*方向图乘积原理*。它可以表述如下:由相似元组成的天线阵的电场方向图,是其中一个元的方向图(元方向图)与一个各向同性点源阵的方向图的乘积,而该各向同性点源阵与原来天线阵(阵因子)具有同样的位置、同样的相对幅度和相位。

在1.7节中,我们曾将单个天线的归一化电场方向图,写成归一化元因子 g 和归一化方向图因子 f 的乘积。对阵列天线,我们将此概念扩充,将天线阵中单一元天线的方向图称为元方向图 g_a。而它又是由一个元因子(阵元上的无限小电流即理想偶极子的方向图)和一个方向图因子(由其电流分布造成的方向图)组成。一个天线阵的完整的(归一化的)方向图是

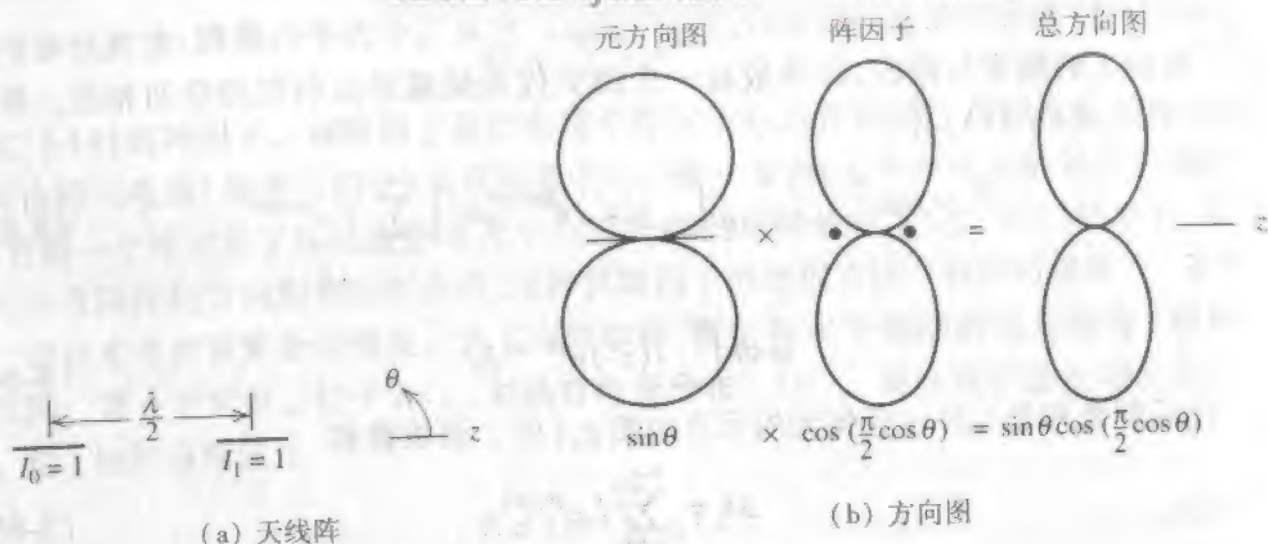
$$F(\theta,\phi) = g_a(\theta,\phi)f(\theta,\phi) \tag{3-66}$$

其中 $g_a(\theta,\phi)$ 是天线阵单个阵元的归一化方向图(元方向图),而 $f(\theta,\phi)$ 是归一化阵因子。

例3-8 两个共线的间距为半波长的短振子(图3-17)

为了说明方向图乘积,考虑两个共线的、间距为半波长的、相同激励的短振子。一个沿 z 轴的阵元的元方向图是 $\sin\theta$,阵因子由式(3-6)求得为 $\cos[(\pi/2)\cos\theta]$。其总方向图是 $\sin\theta\cos[(\pi/2)\cos\theta]$。方向图示于图3-17。

共线阵广泛应用于移动通信的基站中。间距大于半波长的半波振子很流行。天线阵的轴竖直取向,按一点对多点通信的要求,在水平面内产生全向方向图。通过增加阵元加长天线阵,可以在竖直平面内使波束变窄,增加方向性,扩展到达移动目标的有效距离。



(a) 天线阵　　(b) 方向图

图3-17　两个间距半波长、等幅、等相共线短振子的天线阵(例3-8)

方向图相乘原理可以直接用于许多不同的几何结构。例如,假定直线源沿 z 轴不是 z 向,如共线阵,是互相平行,如图3-18。令 γ 是对 x 轴的球坐标极角,注意到 $0°\leqslant\gamma\leqslant180°$,且 $\cos\gamma=\sin\theta\cos\phi$。元方向图可以从下式得到,它类似于式(3-64):

$$\sin\gamma\int_{-l/2}^{l/2}i(x')\mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta x'\cos\gamma}\mathrm{d}x' \tag{3-67}$$

阵因子式(3-65)则不变。

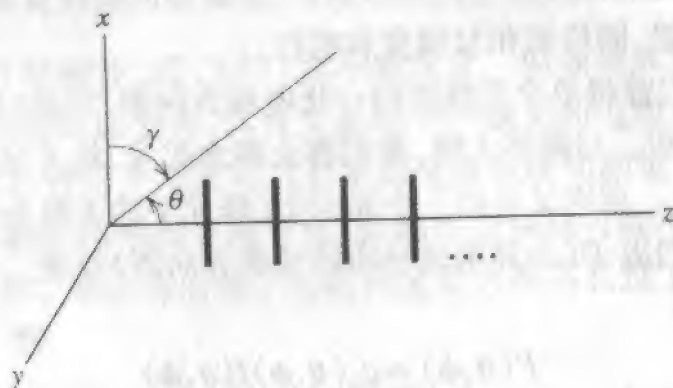
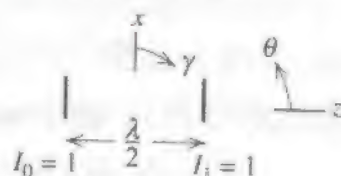


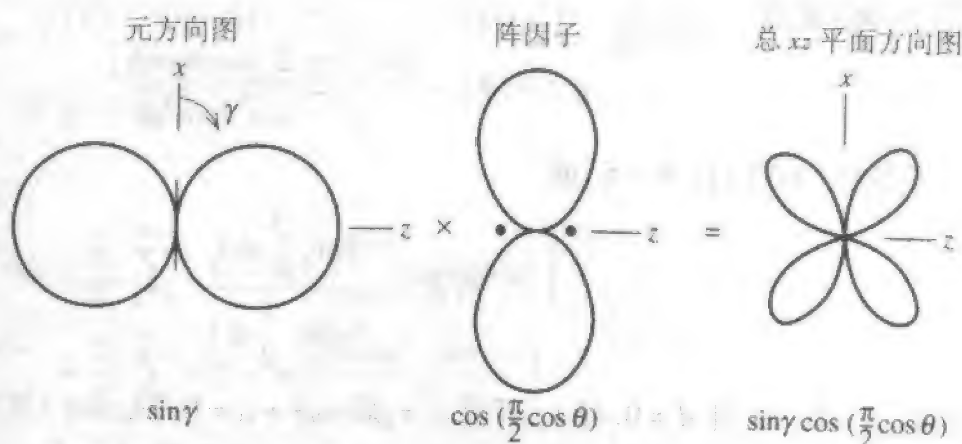
图3-18　平行线源的直线阵

例3-9　两个平行的半波长间距的短振子(图3-19)

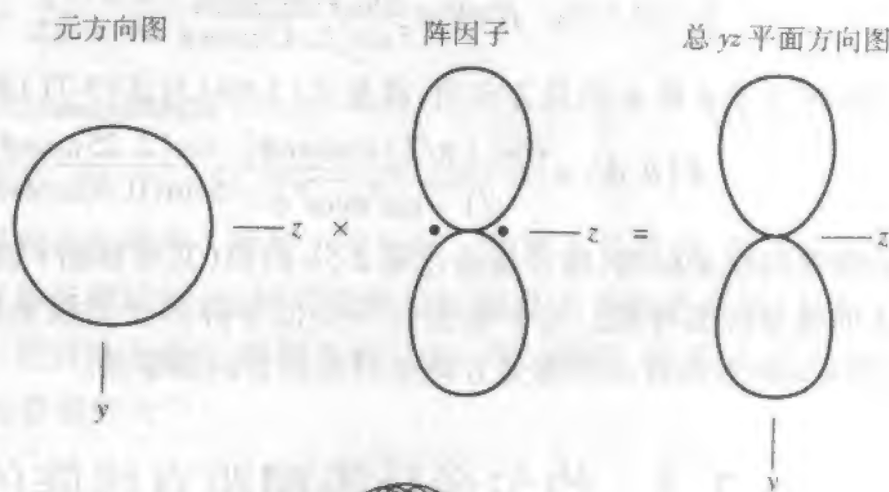
图3-19a中两个平行短振子天线阵的完整方向图,可以由图3-19b与图3-19c示出的方向图的乘积求得。很难从主平面方向图将三维方向图可视化。图3-19d是一个倾斜的三维极坐标方向图,以示出沿 z 轴的宽零点和沿 x 轴的窄零点。从方向图可显然看出该天线阵没什么应用。这里举此例只是说明阵元对方向图的影响有多严重,以及理解方向图乘积的处理过程。

(a) 天线阵

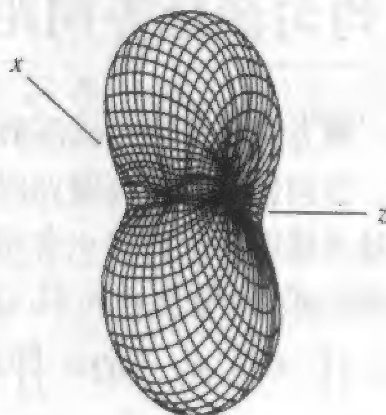




(b) xz 平面方向图



(c) yz 平面方向图



(d) 三维方向图

图 3-19　两个半波长间距、等幅等相的平行短振子天线阵

例 3-10　平行半波振子的五元端射阵

为了进一步说明平行元阵，假定图 3-18 的元天线是半波振子。并且假定安排了五个阵元，像例 3-6 中那样激励成端射阵。完整的方向图是单个半波振子元方向图与由五个各向同性源求出的阵因子的乘积。沿 z 轴的半波振子阵元的元方向图为

$$g_a(\gamma)=\frac{\cos[(\pi/2)\cos\gamma]}{\sin\gamma} \tag{3-68}$$

它是由 γ 取代 θ 后的式(2-10)。由于 $\cos\gamma=\sin\theta\cos\phi$，则有

$$\sin\gamma=\sqrt{1-\sin^2\theta\cos^2\phi}$$

且式(3-68)变成

$$g_a(\theta,\phi)=\frac{\cos[(\pi/2)\sin\theta\cos\phi]}{\sqrt{1-\sin^2\theta\cos^2\phi}} \tag{3-69}$$

阵因子是式(3-33)且 $N=5$，或

$$f(\psi)=\frac{\sin(\frac{5}{2}\psi)}{5\sin(\frac{1}{2}\psi)} \tag{3-70}$$

对本例，$\alpha=0.9\pi$ 且 $d=0.45\lambda$，所以 $\psi=\beta d\cos\theta+\alpha=0.9\pi\cos\theta+0.9\pi$，则式(3-70)是

$$f(\theta)=\frac{\sin(2.25\pi\cos\theta+2.25\pi)}{5\sin(0.45\pi\cos\theta+0.45\pi)} \tag{3-71}$$

该天线阵关于 θ 和 ϕ 的总方向图，就是式(3-69)与式(3-71)的乘积

$$F(\theta,\phi)=\frac{\cos[(\pi/2)\sin\theta\cos\theta]}{\sqrt{1-\sin^2\theta\cos^2\phi}}\,\frac{\sin(2.25\pi\cos\theta+2.25\pi)}{5\sin(0.45\pi\cos\theta+0.45\pi)} \tag{3-72}$$

该方向图的极坐标图，很容易通过图2-5b的图(其对称轴 z 轴现在由 x 轴替代)乘以图3-13的极坐标图得到。这个极坐标图类似于阵因子的极坐标图，只是端射瓣稍稍变窄，在 $\gamma=0°$ 方向有一个由元方向图引起的方向图零点。

3.4 均匀激励等间距直线阵的方向性

我们已经发展了一种方法以获得天线阵的完整方向图表达式，现在可以来讨论各种天线阵的方向性了。方向性完全由辐射方向图所决定。如果所有阵元是相似的，那么天线阵的增益可通过天线阵方向性与一个元的辐射效率相乘而求得。

为了导出方向性表示式，利用 $D=4\pi/\Omega_A$，首先求出波束立体角为

$$\Omega_A=\iint|F(\theta,\phi)|^2\mathrm{d}\Omega=\iint|g_a(\theta,\phi)|^2|f(\theta)|^2\mathrm{d}\Omega \tag{3-73}$$

其中 $g_a(\theta,\phi)$ 与 $f(\theta)$ 是归一化元方向图与直线阵因子，而 $\mathrm{d}\Omega=\sin\theta\mathrm{d}\theta\mathrm{d}\phi$。

我们开始先假定阵元等间距、均匀激励、各向同性。该假定导致这样的近似结果：元方向图比阵因子宽得多，且二者的主瓣对准。由式(3-33)得近似阵因子为

$$|f|^2=\left|\frac{\sin(N\psi/2)}{N\sin(\psi/2)}\right|^2 \tag{3-74}$$

$$=\frac{1}{N}+\frac{2}{N^2}\sum_{m=1}^{N-1}(N-m)\cos m\psi \tag{3-75}$$

其中式(3-75)是式(3-74)的另一种形式。对 $N=2$,可以证明此恒等关系是正确的,因为由式(3-75)得 $|f(\psi)|^2=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cos\psi\equiv\cos^2(\psi/2)$,像式(3-20)一样。用式(3-75)这个简单表达式,可以容易地演算式(3-73)中以 ψ 为变量的积分。在式(3-73)中利用 $g_a(\theta,\phi)=1$,$\psi=\beta d\cos\theta+\alpha$,以及 $\sin\theta d\theta=-(1/\beta d)d\psi$,给出

$$\Omega_A=\int_0^{2\pi}d\phi\int_0^{\pi}|f(\theta)|^2\sin\theta\,d\theta=2\pi\int_{\beta d+\alpha}^{-\beta d+\alpha}|f(\psi)|^2\left(-\frac{1}{\beta d}\right)d\psi$$

$$=\frac{2\pi}{\beta d}\int_{-\beta d+\alpha}^{\beta d+\alpha}|f(\psi)|^2d\psi \tag{3-76}$$

将式(3-75)代入上式有

$$\Omega_A=\frac{2\pi}{\beta d}\left[\frac{1}{N}\int_{-\beta d+\alpha}^{\beta d+\alpha}d\psi+\frac{2}{N^2}\sum_{m=1}^{N-1}(N-m)\int_{-\beta d+\alpha}^{\beta d+\alpha}\cos m\psi d\psi\right]$$

$$=\frac{2\pi}{\beta d}\left[\frac{1}{N}\psi\Big|_{-\beta d+\alpha}^{\beta d+\alpha}+\frac{2}{N^2}\sum_{m=1}^{N-1}(N-m)\frac{\sin m\psi}{m}\Big|_{-\beta d+\alpha}^{\beta d+\alpha}\right]$$

$$=\frac{2\pi}{\beta d}\left[\frac{1}{N}(2\beta d)+\frac{2}{N^2}\sum_{m=1}^{N-1}\frac{N-m}{m}[\sin m(\beta d+\alpha)-\sin m(-\beta d+\alpha)]\right]$$

$$=\frac{4\pi}{N}+\frac{4\pi}{N^2}\sum_{m=1}^{N-1}\frac{N-m}{m\beta d}2\cos m\alpha\sin m\beta d \tag{3-77}$$

在最后一步中用了式(D-6)。

前面工作假定阵因子到达其峰值1时处于可见区。如果不是这样,那么必须重新归一化。在推导汉森-伍德亚德阵时,这种可能性已经以显式 δ 包含在式(3-49)中。在可见区中将阵因子归一化到最大值1,得到各向同性、均匀激励、间距 d、元间相移 α 的 N 元直线阵的方向性的普遍形式[4]

$$D=\frac{4\pi}{\Omega_A}=\frac{\left|\dfrac{\sin(N\delta/2)}{N\sin(\delta/2)}\right|^2}{\dfrac{1}{N}+\dfrac{2}{N^2}\sum\limits_{m=1}^{N-1}\dfrac{N-m}{m\beta d}\sin m\beta d\cos m\alpha} \tag{3-78}$$

其中 δ 为零,除端射运算外,分子为1,见式(3-49)。

对阵元间距半波长的边射阵,方向性表达式简化为简单的结果。对多个半波长的间距,$d=n\lambda/2$,n 为整数,$\beta d=n\pi$,$\sin m\beta d=0$。当所有阵元都同相或 $\alpha=0$,天线阵给出边射方向图。这些条件将式(3-78)简化成

$$D=N\qquad d=n\frac{\lambda}{2},\alpha=0 \tag{3-79}$$

各向同性元边射阵的方向性,作为单位波长间距 d/λ 的函数,对几种阵元数 N,画在图3-20中。注意,在间距等于半波长的整数倍时,方向性等于 N。而且,对每个 N,在靠近一个或两个波长的间距处,方向性曲线有一个下沉。这是由于可见区出现了栅瓣。例如,见图3-6,对一个波长的间距,出现全栅瓣。

各向同性元边射阵的方向性可以近似为

$$D \approx 2\frac{L}{\lambda} = 2\frac{Nd}{\lambda} \quad 边射 \tag{3-80}$$

中 $L = Nd$ 是阵长。这是以直线近似图3-20的曲线，一直到 d 接近一个波长，它都很确。对 $N = 10$ 的近似图示于图3-20。注意，对 $d = \lambda/2$，式(3-80)是严格的，因为此式(3-80)等于 N，与式(3-79)一样。

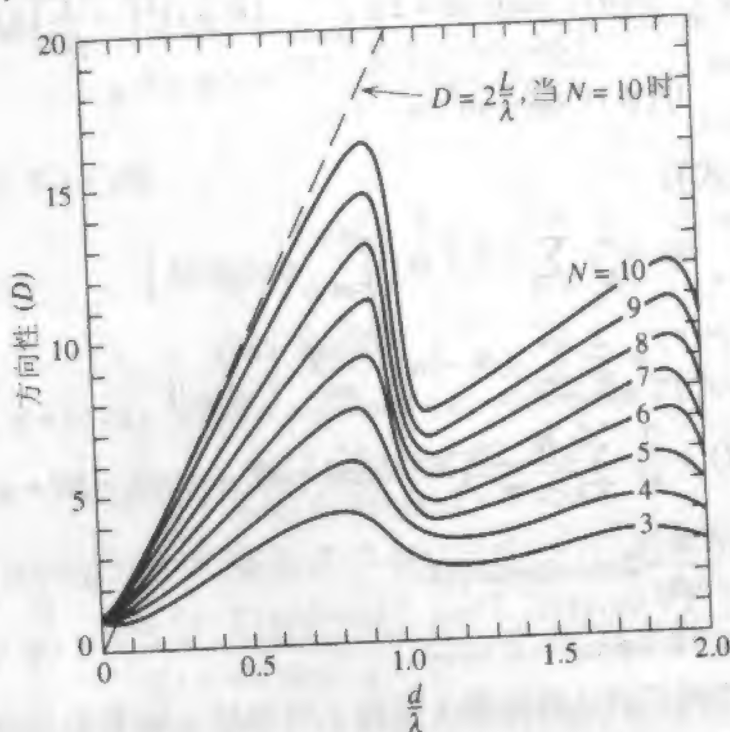


图3-20　对几种阵元数 N 的各向同性元边射阵，作为元间距函数的方向性

对普通和汉森－伍德亚德端射相位条件的天线阵，作为间距函数的方向性图画在图3-15中。注意，当 $d = n\lambda/2$ 时，普通阵的 $D = N$。在图3-15中很明显，当汉森－伍德亚德端射相位条件与间距条件二者都满足时，方向性增大。可从图3-15中得到例3-6与例3-7的方向性值是7.4与10.0。对各向同性元端射阵，近似式也成立。对具有 $\alpha = \pm\beta d$ 且间距满足式(3-48)的普通端射阵，其方向性是

$$D \approx 4\frac{L}{\lambda} \quad 普通端射 \tag{3-81}$$

对汉森－伍德亚德型的端射阵，它由下式给出

$$D \approx 7.28\frac{L}{\lambda} \quad 汉森－伍德亚德 \tag{3-82}$$

此近似式示于图3-15。

考察一下不同扫描角的方向性表达式(3-78)也是有意义的。图3-21中给出了几种情况。由图清楚地看出，对 $d = n\lambda/2$，方向性与扫描角度无关。在3.5节中将对此作数学证明。对所示的四种情况，边射方向($\theta_0 = 90°$)的最大方向性出现在最大间距。事实上，在 $N = 5$ 的情形下，当间距达 $d = 0.8\lambda$ 时，我们得到过更高的方向性（见图

3-20)。正如从此例看到的，直线阵的方向性在扫描角接近边射处，在宽范围内保持恒定，这将在3.8节中解释。在端射方向($\theta_0=0°$或$180°$)出现最大方向性是由于最大间距，它满足式(3-48)的单主瓣准则当$N=5$时为$d\leqslant0.45\lambda$。对所示的4个间距，$d=0.4\lambda$是满足单端射波束准则条件的最大间距，因此显现出最大端射方向性。

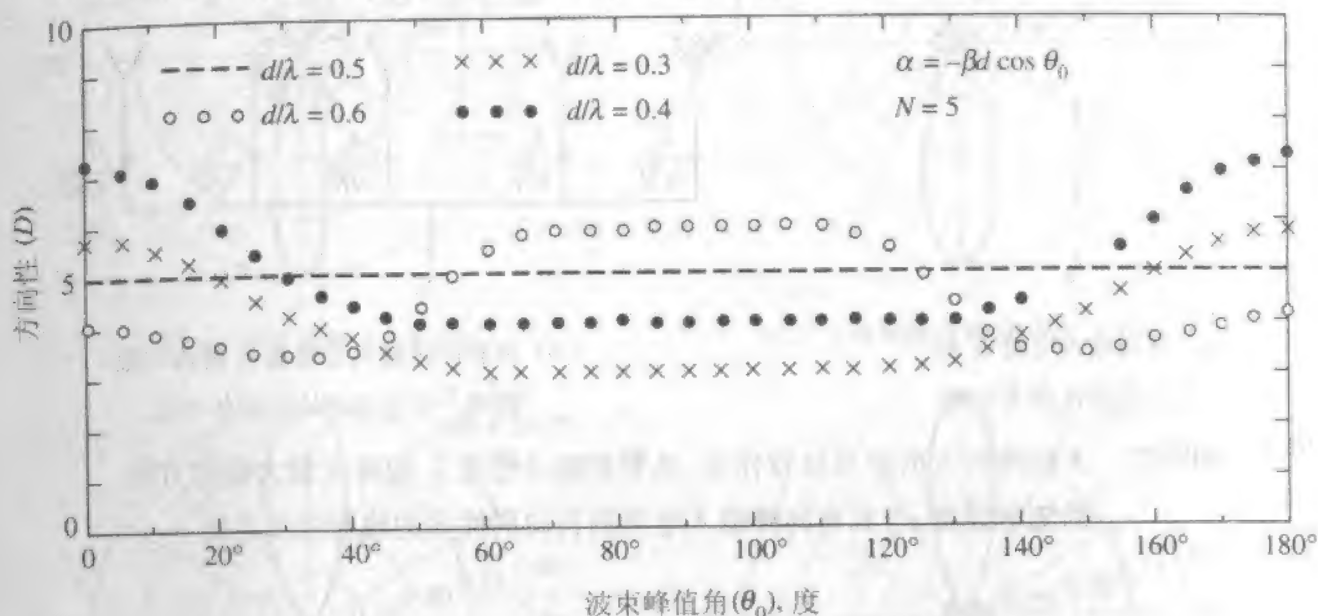


图3-21 对各种元间距的五元均匀激励阵，方向性随扫描角度的变化。元是各向同性的

考虑元方向图的影响会增加天线阵方向性计算的困难。一般地，通过积分得到Ω_A，然后利用$D=4\pi/\Omega_A$计算方向性。下面的公式是用于直线阵方向性的少数几个现成公式之一

$$D=\frac{1}{\dfrac{a_0}{N}+\dfrac{2}{N^2}\sum_{m=1}^{N-1}\dfrac{N-m}{m\beta d}(a_1\sin m\beta d+a_2\cos m\beta d)\cos m\alpha} \tag{3-83}$$

其中，对几种元方向图的a_0、a_1、a_2给出于表3-1[5,6]。如果阵元方向图是低方向性的并且其主瓣与阵因子对准，则长阵($L\gg\lambda$)的方向性主要由阵因子控制。诸如此类的情况都可以用式(3-80)至式(3-82)的近似公式。

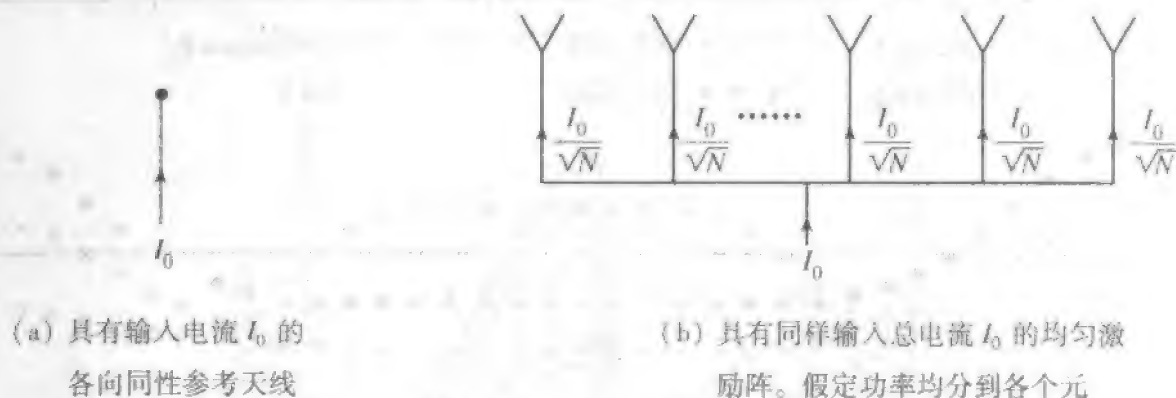
115

表3-1 用于计算均匀电流幅度、等间距直线阵的方向性的参数，见式(3-83)

阵元类型	$\lvert g_a(\theta,\phi)\rvert^2$	a_0	a_1	a_2
各向同性	1	1	1	0
共线短振子(图3-16)	$\sin^2\theta$	2/3	$2/(m\beta d)^2$	$-2/m\beta d$
平行短振子(图3-18)	$1-\sin^2\theta\cos^2\phi=\sin^2\gamma$	2/3	$1-1/(m\beta d)^2$	$1/m\beta d$

重要的是要注意到，天线阵的方向性表示最大辐射方向的辐射强度相对于单个阵元辐射强度的增强。考虑图3-22中单个各向同性元和N个相同激励的各向同性元天

线阵。假定给天线阵的输入功率均等地分配给各阵元，因此，阵元功率是输入功率的 $1/N$，阵元电流是输入电流的 $1/\sqrt{N}$。各向同性元的辐射强度 U_0 正比于其输入功率，也将正比于输入电流的平方 I_0^2。图 3-22b 中的天线阵的最大辐射强度 U_{max} 正比于 $(\mathrm{AF}_{max})^2=[N(I_0/\sqrt{N})]^2=NI_0^2$。因为对此天线阵 $D=N$，所以，$U_{max}=NU_0=DU_0$。



(a) 具有输入电流 I_0 的各向同性参考天线

(b) 具有同样输入总电流 I_0 的均匀激励阵。假定功率均分到各个元

图 3-22 天线阵的方向性可以看作是，具有总输入电流 I_0 的阵在最大辐射方向的辐射强度，与具有同样输入电流的各向同性元的辐射强度之比

3.5 非均匀激励的等间距线阵

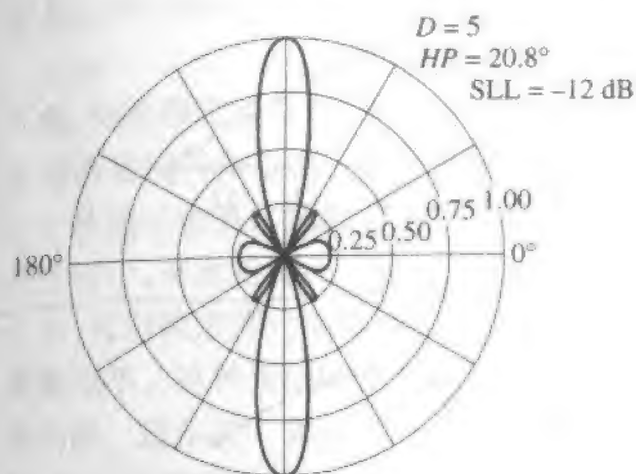
我们已经看到，可以通过改变普通端射阵所需的相位，使端射阵的主瓣变窄。我们也可以通过调节天线阵的电流幅度，给波束赋形和控制旁瓣电平。为得到特定方向图的一般综合方法将在第 8 章介绍。本节介绍几种控制旁瓣电平和束宽的技术。给出几个例子，以揭示天线阵电流分布与辐射方向图的关系，也考察了非均匀激励的天线阵的方向性。

式(3-18)的阵因子可以写成 $Z=e^{j\psi}$ 的二项式如下

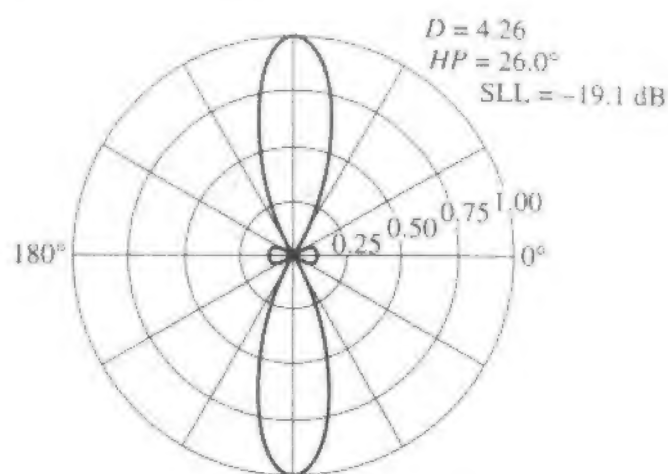
$$\mathrm{AF}=\sum_{n=0}^{N-1}A_n e^{jn\psi}=\sum_{n=0}^{N-1}A_n Z^n \tag{3-84}$$

其中电流幅度 A_n 是实数，且对各 n 不同。谢昆诺夫(S. A. Schelkunoff)[7]将二项式代数用于阵因子。他揭示了式(3-84)中，天线阵二项式在复平面上的 $N-1$ 个零点(根)的位置，与辐射方向及阵元电流之间的联系。不过，我们以更加直接的方式来考察阵元激励与阵因子之间的关系。利用计算机进行阵因子的加法研究阵元电流的分布是小事一桩。我们给出若干这样的计算结果。阵元电流幅度的影响是清楚的，因为我们在本节中，自始至终使用同样的具有半波长元间距的五元边射直线阵。

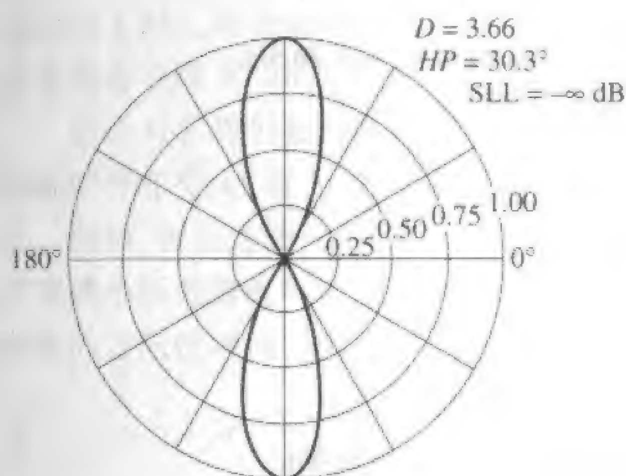
具有等幅电流的均匀阵的方向图以线性极坐标形式示于图 3-23a，阵元电流示于图 3-24a。如果阵元电流幅度构成图 3-24b 的三角形，得到图 3-23b 的辐射方向图。注意，其旁瓣明显地小于均匀照射天线阵的旁瓣，不过其代价是波束变宽了。这增加的束宽(从 20.80 到 26.00)是由于方向性的减弱(从 5 到 4.26)。



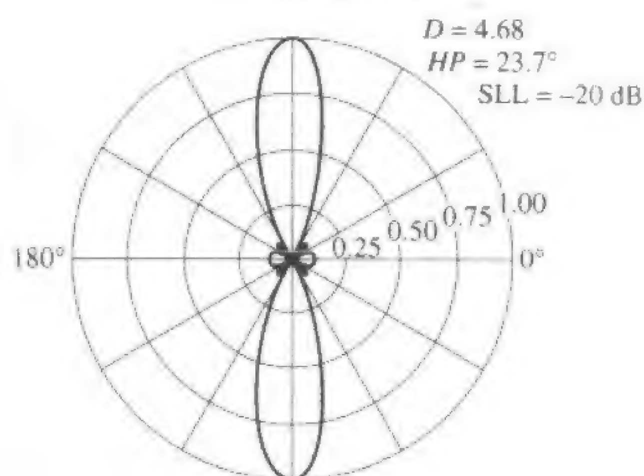
(a) 均匀电流,1:1:1:1:1



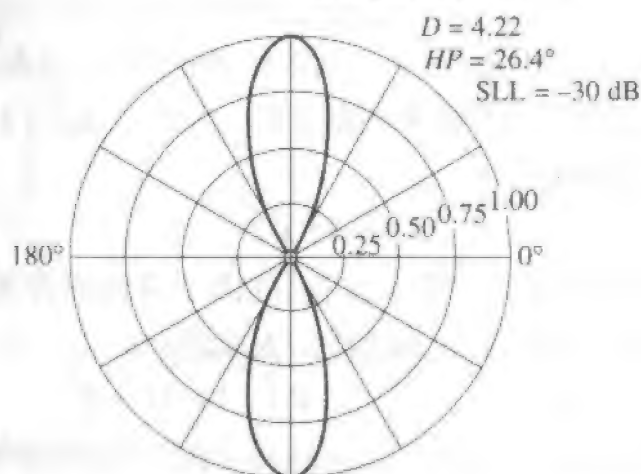
(b) 三角形电流幅度分布,1:2:3:2:1



(c) 二项式电流幅度分布 1:4:6:4:1

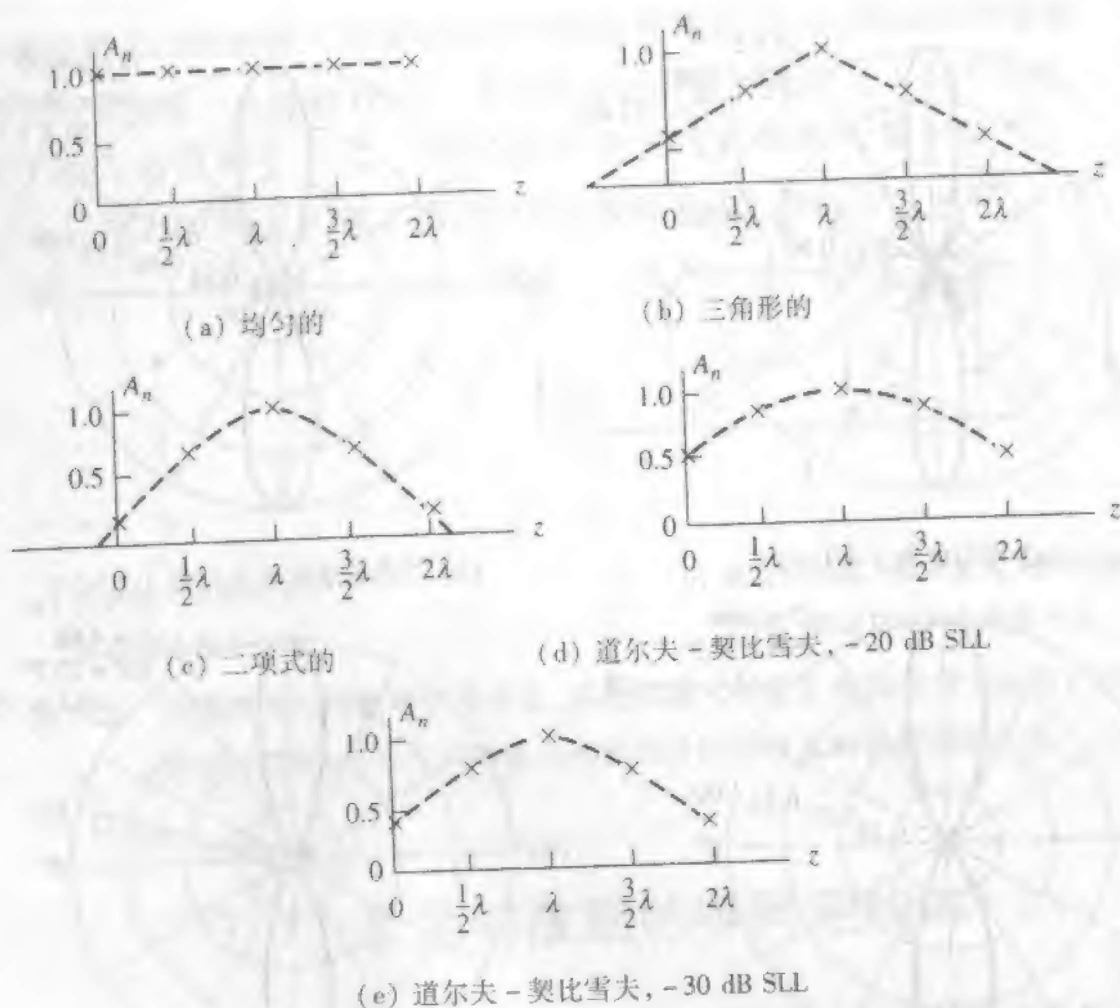


(d) 道尔夫 - 契比雪夫电流幅度分布 1:1.61:1.94:1.61:1,旁瓣电平低于 -20dB



(e) 道尔夫 - 契比雪夫电流幅度分布 1:2.41:3.14:2.41:1,旁瓣电平低于 -30 dB

图 3-23 若干均匀相位($\theta_0 = 90°$)等间距($d = \lambda/2$)带不同电流分布的五元阵。电流示于图 3-24



(a) 均匀的

(b) 三角形的

(c) 二项式的

(d) 道尔夫－契比雪夫，－20 dB SLL

(e) 道尔夫－契比雪夫，－30 dB SLL

图 3-24 对应于图 3-23 方向图的电流分布。电流相位为零($\alpha=0$)。电流对阵中心归一

由三角形幅度渐削引起了旁瓣减弱，提示我们也许存在一种幅度分布能完全抑制旁瓣。的确如此，如果电流的比值等于二项式级数的系数，这就是可能的。为了看到这是怎样发生的，首先考虑一个等幅和间距 d 的二元阵。由式(3-84)知阵因子为 $AF=1+e^{j\psi}$，且能写成 $Z=e^{j\psi}$ 的级数

$$AF=1+Z \tag{3-85}$$

如果该边射阵的间距小于或最大等于半波长，阵因子将没有旁瓣(见图 3-3)。现在考虑一个由如下形式的、两个阵因子相乘形成的天线阵：

$$AF=(1+Z)(1+Z)=1+2Z+Z^2 \tag{3-86}$$

它相应于具有电流幅度比为1:2:1的三元天线阵。由于该天线阵简单地是一个无旁瓣天线阵的平方，此三元天线阵也没有旁瓣。这个过程也可以看作是两个二元天线阵这样地组成阵，使两个子阵的中心间距为 d。这导致总阵的中间两个阵元相重叠，因此给出电流2。总的阵因子是"元方向图"(它就是二元子阵的方向图)的乘积，它也是二元等幅阵。因此，总阵因子是子阵方向图的平方。对 N 元天线阵持续此过程，我们得到

$$AF=(1+Z)^{N-1} \tag{3-87}$$

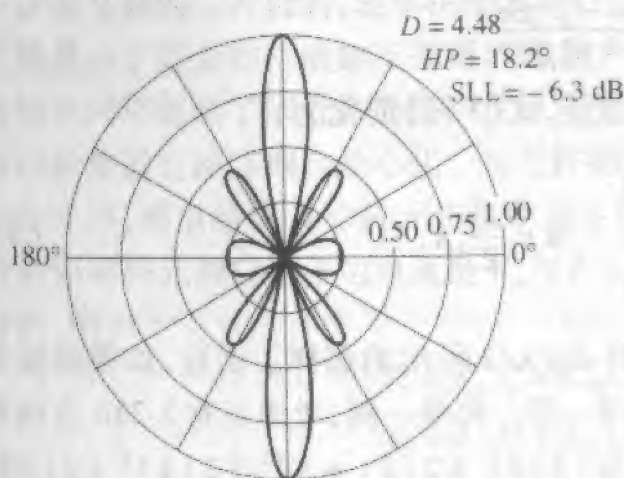
它是二项式级数，见(F-4)。对 $N=5$，

$$AF=(1+Z)^4=1+4Z+6Z^2+4Z^3+Z^4 \tag{3-88}$$

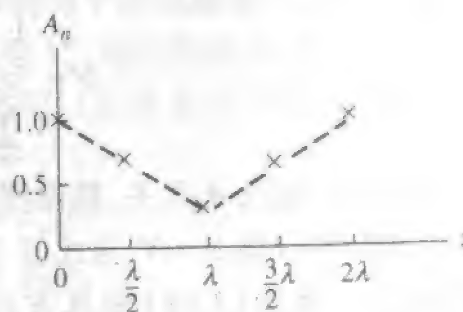
因此，电流幅度比是1:4:6:4:1。该电流分布示于图3-24c，所得方向图示于图3-23c。此方向图比均匀分布或三角形分布情形都宽，方向性也低，不过没有旁瓣。

从这三个五元阵的例子可看出一个趋势：当电流幅度减小到阵端越厉害，旁瓣就趋于减小，而束宽增大。这种波束/旁瓣电平的协调可以优化。换言之，对给定的旁瓣电平，可以确定阵元电流幅度使束宽最小。或者反过来，对给定的束宽，得到最低可能旁瓣电平。这种天线阵称为道尔夫－契比雪夫阵，它提供一个所有旁瓣电平都相等的方向图。道尔夫－契比雪夫阵的综合程序在8.4.1节中详细解释。对元间距为半波长、给定旁瓣电平－20 dB的五元阵，道尔夫－契比雪夫电流分布示于图3-24d，其相应的方向图示于图3-23d。如果道尔夫－契比雪夫阵的旁瓣电平规定为－30 dB，电流分布为图3-24e，而相应的方向图示于图3-23e。注意，其主瓣略宽于前面一种情况，但前者旁瓣电平高10 dB。

迄今对非均匀激励阵的讨论，都是电流幅度向直线阵末端减小。如果在天线阵末端幅度分布变大（称为反向减小），我们预期有相反的影响，即旁瓣电平增加，束宽减小。例如，假定是倒三角形分布如3:2:1:2:3。所得方向图示于图3-25，显示出预期的束宽减小而旁瓣电平增加。虽然倒三角形渐削电流的方向性比图3-23b的三角形渐削电流的方向性增加，但是仍然不如均匀分布产生的方向性大。



(a) 阵因子



(b) 电流分布 3:2:1:2:3

图3-25 倒三角形渐削的、$d=\lambda/2$、$\theta_0=90°$的五元直线阵

本节中对每个例子都给出了方向性值。我们稍许增加一点复杂性，该处理方法可以扩展到包括元间距不等和非均匀激励。阵元沿 z 轴的位置是 z_n，阵元电流的幅度为 A_n。如果阵元相位随距离是线性变化，则 $\alpha_n=-\beta z_n\cos\theta_0$，其中 θ_0 是方向图最大值的角度，这种相位类型将在3.8节中讨论。这样，式(3-65)的阵因子是合适的，归一化后是

$$f(\theta)=\frac{\sum_{n=0}^{N-1}A_n e^{j\alpha_n}e^{j\beta z_n\cos\theta}}{\sum_{n=0}^{N-1}A_n} \tag{3-89}$$

其合适的波束立体角表示式是

$$\begin{aligned}\Omega_A&=2\pi\int_0^{\pi}|f(\theta)|^2\sin\theta\,d\theta\\&=\frac{2\pi}{\left(\sum_{k=0}^{N-1}A_k\right)^2}\sum_{m=0}^{N-1}\sum_{p=0}^{N-1}A_mA_pe^{j(\alpha_m-\alpha_p)}\int_0^{\pi}e^{j\beta(z_m-z_p)\cos\theta}\sin\theta\,d\theta\end{aligned} \tag{3-90}$$

计算上式中的积分，并将结果用于$D=4\pi/\Omega_A$，得到

$$D=\frac{\left(\sum_{k=0}^{N-1}A_k\right)^2}{\sum_{m=0}^{N-1}\sum_{p=0}^{N-1}A_mA_pe^{j(\alpha_m-\alpha_p)}\dfrac{\sin[\beta(z_m-z_p)]}{\beta(z_m-z_p)}} \tag{3-91}$$

其中$\alpha_n=-\beta z_n\cos\theta_0$，且阵元可以有任意的位置$z_n$与电流幅度$A_n$。对等间距边射阵，该普遍结果简化为

$$D=\frac{\left(\sum_{k=0}^{N-1}A_k\right)^2}{\sum_{m=0}^{N-1}\sum_{p=0}^{N-1}A_mA_p\dfrac{\sin[(m-p)\beta d]}{(m-p)\beta d}}\qquad \alpha_n=0,\ z_n=nd \tag{3-92}$$

作为另一种特殊情况，间距是半波长的整数倍，式(3-91)简化为

$$D=\frac{\left(\sum_{n=0}^{N-1}A_n\right)^2}{\sum_{n=0}^{N-1}(A_n)^2}\qquad d=\frac{\lambda}{2},\lambda,\cdots \tag{3-93}$$

注意，上式与扫描角θ_0无关，就像图3-21对$d=\lambda/2$示出的那样。而且，如果幅度是均匀的，由式(3-93)得$D=N$，与式(3-79)所得一样。再举一例，考虑具有3-23b方向图的三角形激励。由式(3-93)知其方向性值为$[2(1)+2(2)+3]^2/[2(1)^2+2(2)^2+(3)^2]=4.26$。方程(3-93)是一个非常有启发性的公式，因为它显示出方向性是直线阵相干辐射的一个度量。分子正比于总相干场的平方，而分母则正比于每个阵元场的平方和。

对包含阵元影响的、带激励加权的、天线阵的方向图，没有类似式(3-83)那样的解析表达式。该式只对简单类型阵元的均匀照射直线阵成立。方向性只能通过方向图的积分求出Ω_A，然后使用$D=4\pi/\Omega_A$来求得。对数学应用的计算机软件包来说，这是一个相当容易的任务。

在文献中经常出现一个关于天线方向性的近似公式[8]。它是单个阵元的方向性乘以各向同性元天线阵的方向性，$D=D_eD_i$。此公式是针对没有栅瓣影响的大天线阵，

不过要提醒读者，随天线阵的几何结构的变化该式的准确性变化很大[9]。见习题3.5.7。普遍适用的近似方向性技术在7.3.3节中讨论。

本节中我们证明了直线阵的旁瓣电平可以由电流幅度分布来控制。为了得到低的旁瓣电平，必须使阵元电流幅度从天线阵中间向阵端逐渐减小。不过，得到低旁瓣电平是以增加束宽从而减弱方向性为代价的。

3.6 互 耦

到现在为止，我们对天线阵的处理一直使用如下假定：阵元的端电流正比于其激励，天线阵的阵元上的电流分布都相同，且方向图相乘有效。正如预期，在实际天线阵中，阵元之间有相互作用，并改变了孤立阵元应该有的电流（从而也改变阻抗）。这种相互作用称为*互耦*，它改变了各个阵元上的电流幅度、相位及分布。这从总阵方向图与无耦合情况时的差别可明显看出。此外，这些影响取决于频率及扫描方向。本节将讨论互耦对阻抗与方向图的影响，以及在出现互耦时，确定天线阵阻抗与方向图的方法。

3.6.1 互耦的阻抗效应

造成互耦的三种机制，表示在图3-26a中。第一种是天线阵阵元之间的直接耦合。第二种是由于近旁物体诸如支撑塔的散射产生的间接耦合。第三种是连接天线阵阵元的馈电网络提供了耦合的通路。在很多实际天线阵中，可以通过每个阵元处正确的阻抗匹配使馈电网络耦合最小化。这允许把天线阵的每个阵元建模成如图3-26b的孤立的发生器，那里给第m个阵元施加的发生器电压是V_m^g，端口阻抗是Z_m^g。包括了所有耦合的影响阵元端口电压与电流是V_m与I_m。N元阵可以处理成N口网络，用常规的电路分析，给出

$$
\begin{aligned}
V_1 &= Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 + \cdots + Z_{1N}I_N \\
V_2 &= Z_{12}I_1 + Z_{22}I_2 + \cdots + Z_{2N}I_N \\
&\vdots \\
V_N &= Z_{1N}I_1 + Z_{2N}I_2 + \cdots + Z_{NN}I_N
\end{aligned}
\tag{3-94}
$$

其中V_n与I_n是第n个阵元的外加电压与外加电流，而Z_{nn}是其他阵元开路时第n个阵元的自阻抗。阵元m与n的两对端口间的*互阻抗*Z_{mn}（$=Z_{nm}$，根据互易性），是其他端口都开路时，第一对端口产生的开路电压除以第二对端口所施加的电流，即

$$
Z_{mn} = \left.\frac{V_m}{I_n}\right|_{I_i=0} \quad \text{对除 } i=n \text{ 外的所有 } i \tag{3-95}
$$

一般而言，互阻抗难以计算或测量。不过，数值方法如第10章讨论的矩量法，可以用于计算互阻抗。我们现在讨论两个天线之间的互阻抗是如何测量的，此方法可以方便地推广到确定任意天线阵的任意两个阵元间的互阻抗Z_{mn}。假如一个天线孤立于

自由空间中时具有电压 V_1 和电流 I_1，所以其输入阻抗为

$$Z_{11} = \frac{V_1}{I_1} \qquad \text{单个孤立阵元} \tag{3-96}$$

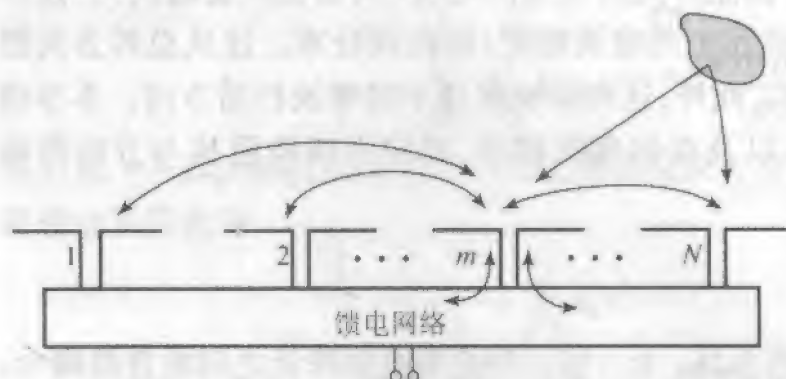
如果把第二个天线放在第一个天线的近旁，第一个天线的辐射在第二个天线上感应出电流，后者又反过来影响第一个天线上的电流。第二个天线既可以是已被激励的，也可以是未被激励(寄生)的，但无论哪种情况，它都具有电流 I_2。因而，第一个天线的总电压是

$$V_1 = Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 \tag{3-97}$$

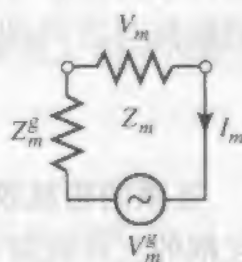
类似地，第二个天线的总电压可以表示成

$$V_2 = Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2. \tag{3-98}$$

注意，式(3-94)是式(3-97)与式(3-98)的普遍形式。



(a) 天线阵阵元间耦合的机制



(b) 天线阵第 m 个阵元的模型

图3-26　全激励阵列天线的互耦

现在假定第二个天线的端口上跨接负载阻抗 Z_2($V_2^g=0$)，使 $V_2=-Z_2^gI_2$。我们可将式(3-98)写成

$$-Z_2^gI_2 = Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2 \tag{3-99}$$

求解 I_2 得

$$I_2 = \frac{-Z_{21}I_2}{Z_{22}+Z_2^g} = \frac{-Z_{12}I_1}{Z_{22}+Z_2^g}. \tag{3-100}$$

将此式代入式(3-97)并除以 I_1，求得

$$\frac{V_1}{I_1} = Z_1 = Z_{11} - \frac{(Z_{12})^2}{Z_{22}+Z_2^g} \tag{3-101}$$

它以两个自阻抗(Z_{11} 与 Z_{22})、互阻抗 Z_{12} 以及天线2的未激励端口的负载阻抗 Z_2^g 表示出输入阻抗。

由上面的讨论可知，两个谐振天线之间的耦合(见习题1.7.4)可以用图3-27的等效电路。对单个孤立天线(即天线2离开很远)，$Z_{12}=0$，且式(3-101)给出的输入阻抗等于自阻抗，$Z_1=Z_{11}$。如果天线2开路，那么 $Z_2^g=\infty$，式(3-101)给出 $Z_1=Z_{\infty}=Z_{11}$。

开路意味着所有沿天线 2 上的电流减弱为零。这种情况发生在例如半波振子的天线上,这时谐振现象被开路所抑制。在其他天线(例如全波振子)中,即使是开路,天线上也会有电流。在这种情况下,第二个天线应该被拿走。

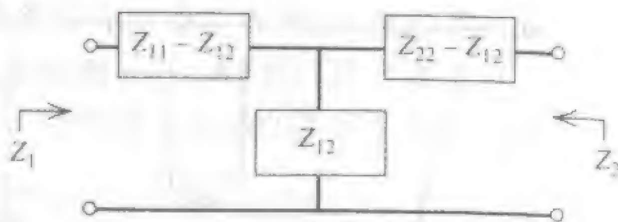


图 3-27 两个天线间耦合的网络表示

从开路和短路测量确定互阻抗,一般包含如下步骤[2,p157-160]:

(1)将天线 2 开路(或移去)。测量天线 1 端口的 $Z_{oc}=Z_{11}$。对相同天线,$Z_{22}=Z_{11}$。

(2)将天线 2 短路。测量天线 1 端口的 Z_{sc}。

(3)利用下式计算 Z_{12}

$$Z_{12}=\sqrt{Z_{oc}(Z_{oc}-Z_{sc})} \tag{3-102}$$

在式(3-101)中令 $Z_2^g=0$ 也可得到上式。

必须恰当地选择式(3-102)中的符号。这可借助于考察小间距极限处阻抗随间距的变化和穿越零点时阻抗必须保持连续来实现[10]。

为了说明互阻抗的行为,考虑两个谐振半波振子。图 3-28 示出利用第 10 章的矩量法算出的、把两个平行半波振子间的互阻抗作为二者中心间距函数的曲线。图 3-29 示出对两个共线半波振子同样的结果。考察这些图揭示出如下一些带有普遍指导意义趋势:

(1)当间距增加时,耦合强度按 $1/d^2$ 递减(但不是平滑地)。

(2)每个阵元的远场方向图预示着耦合强度。如果阵元的取向使之受到方向图最大值的辐照,耦合将是明显的。如果是另一种情况,单个方向图的零点指向耦合天线,耦合会是很小的。

(3)阵元的电场平行取向(即极化),耦合比共线时强。

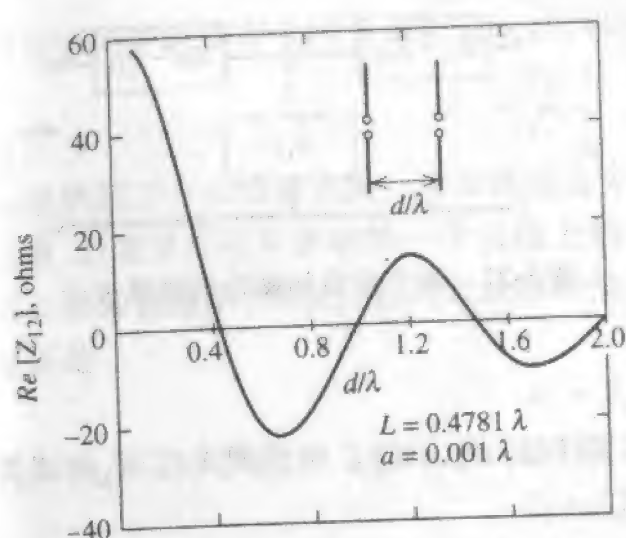
(4)具有较大边射方向图的天线元对相邻元具有较低的耦合。

例如,正如规则 2 和 3 指出的,也可从图(3-28)和图(3-29)看到,两个相似的平行元,例如振子,比两个共线振子的耦合强得多。

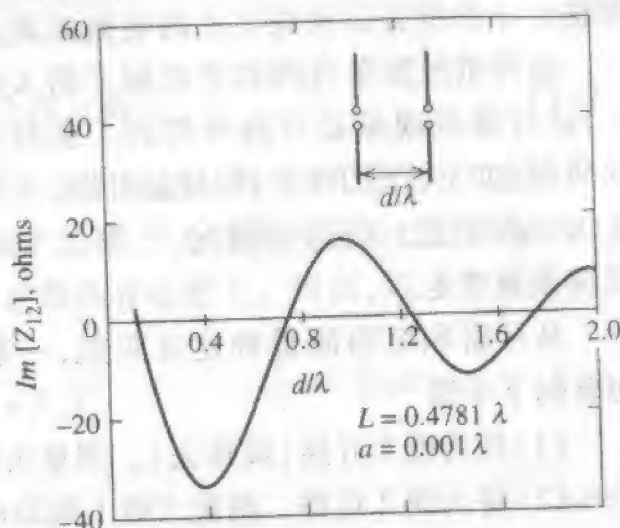
当所有阵元都存在,包含全部互耦的第 m 个阵元的输入阻抗可以从式(3-94)求出为

$$Z_m=\frac{V_m}{I_m}=Z_{m1}\frac{I_1}{I_m}+Z_{m2}\frac{I_2}{I_m}+\cdots+Z_{mN}\frac{I_N}{I_m} \tag{3-103}$$

它称为*有源阻抗*,或激励点阻抗。该方程清楚地表明,阵元输入阻抗依赖于互阻抗及端口电流。它也包括相位扫描天线阵中变化电流的相位。利用图 3-28 中计算的、或通过测量从式(3-102)得到的互阻抗值,可以从式(3-103)求出有源阻抗。

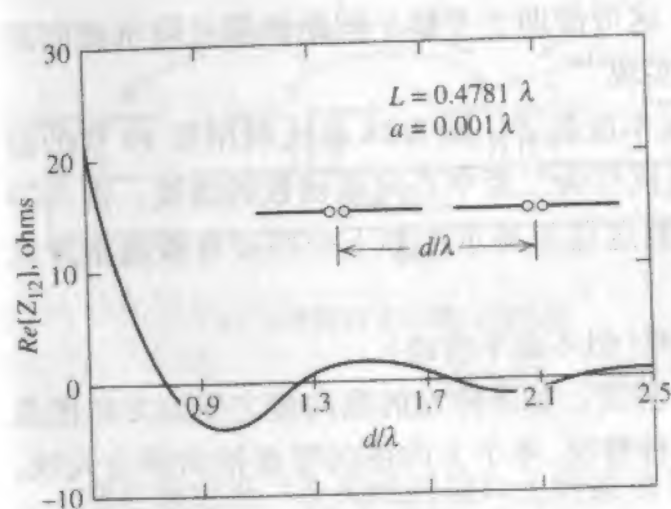


(a) 实部

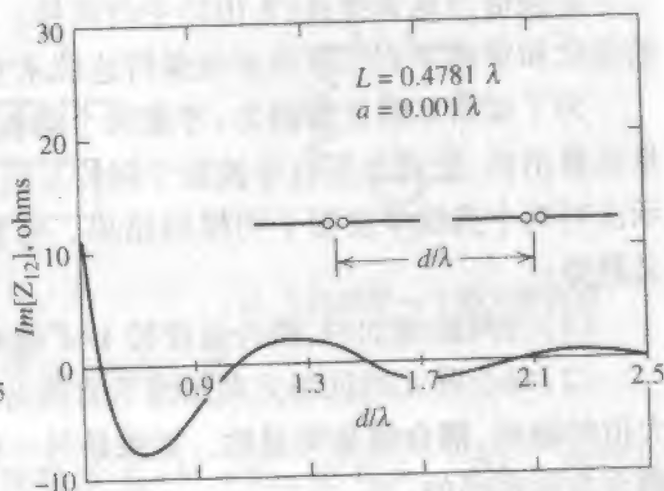


(b) 虚部

图 3-28　两个平行谐振振子间的互阻抗作为其相对于波长的间距的函数



(a) 实部



(b) 虚部

图 3-29　两个共线谐振振子间的互阻抗作为其相对于波长的间距的函数

3.6.2　包含互耦的阵列方向图的计算

正如我们已经提到的，互耦不仅影响阻抗，还影响辐射特性，诸如远场方向图和极化。为完全精确起见，阵列天线的方向图必须包括激励电流的变化，也包括在所有耦合效应影响下工作的每个阵元的方向图。这是一个困难的任务，不过，通常可以有简化近似。这里，我们用图 3-26a 的模型，它代表通常的应用，常常称为"自由激励"，它模拟图 3-22 的恒定输入功率的情况。它很适合用[2，第 3 章][8，2.1 节]中讨论的散射矩阵表述。这里利用阵元电流和阵元方向图两种通用处理方法，计算阵列方向图值[10]。

在孤立元方向图方法中，所有耦合影响在总阵方向图中都归于激励：

$$F_{un}(\theta,\phi) = g_i(\theta,\phi) \sum_{m=1}^{N} I_m e^{j\xi_m} \tag{3-104}$$

其中 ξ_m 是空间相位滞后引起的总相位贡献（通常以阵中心为参考）。这是3.3节的天线阵的经典方向图处理方法，它包括孤立阵元方向图 $g_i(\theta,\phi)$ 和阵因子的乘积。没有耦合影响时，电流 $|I_m|$ 变化与激励电压成正比。利用图3-26b的第 m 个阵元的简单电路模型，就包括耦合影响：

$$I_m = \frac{V_m^g}{Z_m^g + Z_m} \tag{3-105}$$

在具有相等间距、相同阵元的无限天线阵这种理想情况，每个阵元看到的是同样的工作环境，且有源阻抗都相等，所以 $Z_m = Z_A$。从而，电流正比于横跨阵元端口的电压：

$$I_m = \frac{V_m^g}{Z^g + Z_A} \propto V_m \tag{3-106}$$

此情况也适合于大型等间距天线阵。必须指出，通用工具(3-104)式对有限阵使用了近似式(3-106)，也就忽略了互耦引起的端口电流的变化，而仅包括发生器电压的变化。要得到精确的电流信息来计算式(3-104)是很难的，通常采用有源方向图法，下面就讨论这种法。

在有源方向图法中，所有耦合影响都归入有源元。通过激励第 n 个阵元，其他阵元都以发生器阻抗 Z^g 作负载，从而得到有源元方向图 $g_{ae}^n(\theta,\phi)$。有源元方向图的出现是由于第 n 个阵元的直接辐射场，以及其他阵元通过空间耦合接收第 n 个阵元的功率产生的再辐射场相结合而形成。这样形成的天线阵方向图是

$$F_{un}(\theta,\phi) = \sum_{n=1}^{N} g_{ae}^n(\theta,\phi) I_n e^{j\xi_n} \tag{3-107}$$

这里，电流 $|I_n|$ 正比于激励电压 $|V_n|$，如式(3-106)。全部互耦影响都组合在有源元方向图 $g_{ae}^n(\theta,\phi)$ 中，它依赖于每个阵元的特性及天线阵的几何结构。为了表达增益变化的可能性，有源元方向图是相对于靠近阵中心的一个参考阵元的。

测量一个天线阵的每个阵元的有源元方向图是件繁琐事，幸好通常它没必要。对等间距、相同元的长阵，除了边缘阵元，每个阵元看到的是同样的近邻环境。式(3-107)的合适的近似是采用*平均有源元方向图* $g_{ae}(\theta,\phi)$，它是对天线阵的典型中心元归一的归一化方向图：

$$F_{un}(\theta,\phi) = g_{ae}(\theta,\phi) \sum_{n=1}^{N} I_n e^{j\xi_n} \tag{3-108}$$

这样处理的优点是，上述方程中的求和，没有互耦，只有基于简单理论的阵因子。全部耦合影响都包含于平均有源元方向图，它可由测量大型阵的单个中心元的方向图求得。

图3-30示出对一个8阵元、间距 0.57λ 的直线阵的有源元方向图测量结果。示于每个阵元上方的极坐标－分贝方向图对应的情况是，该阵元有源，而其他阵元接负载 Z^g。内部元(#5)的方向图非常对称。对其他内部元(#2、#3、#4、#6、#7)来说，其有源元方向图几乎与(#5)的一样。边缘阵元(#1、#8)的方向图有点不对称，但二者近乎镜像对称。如果边缘阵元的不对称并非很严重，用中心元的有源方向图作为 $g_{ae}(\theta,\phi)$，求

总阵方向图的误差将很小。将式(3-108)写成归一化形式即可求得

$$\boxed{F(\theta,\phi)=g_{ae}(\theta,\phi)f(\theta,\phi)} \tag{3-109}$$

其中

$g_{ae}(\theta,\phi)$ = 平均有源元方向图

$f(\theta,\phi)$ = 阵因子

$F(\theta,\phi)$ = 阵方向图

这就是实际上常用的模型法。

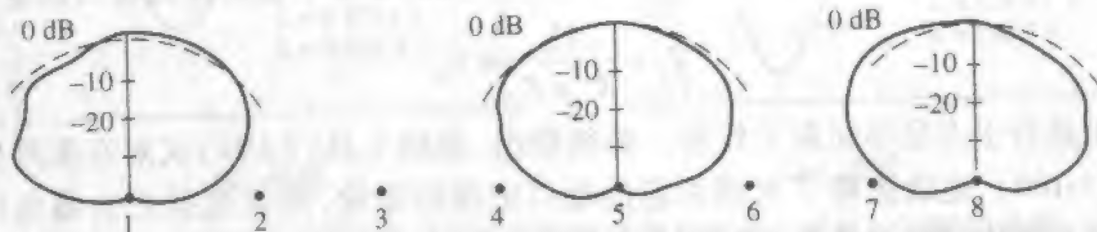


图3-30 间距0.57λ的8元微带贴片直线阵的3个阵元的实测有源元方向图,一个内元(#5),两个端元(#1和#8)

"有源"的使用,对有源阻抗及有源元方向图是不同的。一个天线阵的第 n 个阵元的有源阻抗 Z_n 定义时,所有其他阵元都是被激励的。与此相反,有源元方向图 $g_{ae}^n(\theta,\phi)$ 在定义时,第 n 个阵元被激励,其他阵元加载发生器阻抗。这个差别必须清楚,否则学生应该复习本节。

当耦合强时,孤立元方向图和有源元方向图可能相差很大。类似地,有否包含互耦影响,算出的总阵方向图可能显著不同。10.11节对有否包含互耦影响计算出的振子阵方向图作了比较,参见[12]。除方向图外,总天线阵的增益和极化也受互耦的影响。3.6.1节的互耦讨论出的准则也适用于方向图。互耦对相控阵特别重要,在3.8节中将回顾。

3.7 多维阵

直线阵有许多局限性。例如,它们只能在包含阵元中心连线的平面中进行相位扫描。在与阵元中心连线垂直的平面里的束宽由平面的阵元束宽所决定。这通常限制了可达增益。因此,对要求笔形束、高增益、主瓣在任意方向扫描的应用,就需要多维阵。随着制造和集成馈电电子学的进展,大型多维天线阵的成本在许多场合已能承受。多维阵由3个特征来分类:阵元中心所处的表面的几何形状、天线阵的周界以及阵元中心网格的几何形状。阵元所处表面可能是直线、圆、平面等。平面阵的周界,通常是圆、矩形或正方形。图3-31示出一个矩形周界的平面阵。阵网格可能有相等或不等的列间距或行间距。在主平面中具有相等阵元间距 d_x 和 d_y 的平面阵,如图3-31,就

是所谓的矩形网格。如果 $d_x = d_y$，网格就是正方形的。三角形网格也经常使用。如果阵列与复杂的表面如飞机的壳体共形，该天线阵就是共形的。在本节，我们给出任意几何结构以及若干特殊几何形状的天线阵的分析方法。

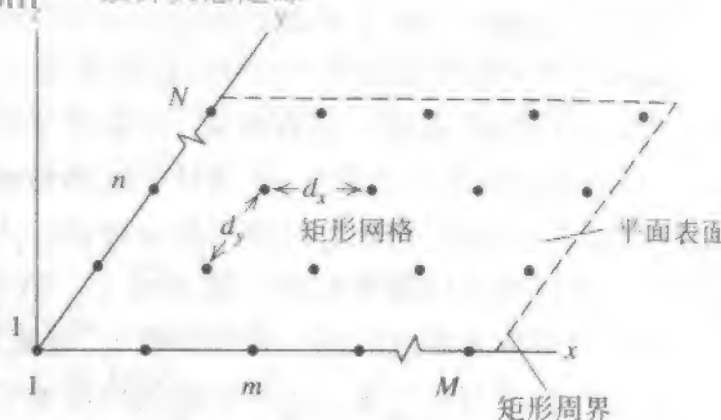


图 3-31 一个平面天线阵的几何结构

3.3 节中得出的对直线阵的方向图乘积原理，也适用于任何几何结构，只要阵元是相似的。即，阵元相同，指向同一方向，总阵方向图就可以分解因子如式(3-109)，它包含了互耦的影响。当我们研究多维阵时，这是常见的情况，可以让我们把注意力集中到阵因子 $f(\theta,\phi)$。本节导出任意几何结构的阵因子。

任意三维阵的阵元，具有从原点到第 mn 个阵元的位置矢量：

$$\mathbf{r}'_{mn} = x'_{mn}\hat{\mathbf{x}} + y'_{mn}\hat{\mathbf{y}} + z'_{mn}\hat{\mathbf{z}} \tag{3-110}$$

则阵因子为

$$\mathrm{AF}(\theta,\phi) = \sum_{n=1}^{N}\sum_{m=1}^{M} I_{mn}\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\beta\hat{\mathbf{r}}\cdot\mathbf{r}'_{mn}+\alpha_{mn})} \tag{3-111}$$

归一化后，它就是 $f(\theta,\phi)$。该方程是普遍的，不过，可以直接用于天线阵处于表面上的通常情形。双重下标对采用“列”和“行”的几何结构是有用的。以显式列出的相位项 α_{mn} 是作为主瓣扫描的激励电流的相位。相控阵的通用的几何结构是平面。图 3-31 中在 xy 平面内的平面阵的阵因子遵循式(3-111)

$$\mathrm{AF}(\theta,\phi) = \sum_{n=1}^{N}\sum_{m=1}^{M} I_{mn}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\alpha_{mn}}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\xi_{mn}} \tag{3-112}$$

其中

$$\xi_{mn} = \beta\hat{\mathbf{r}}\cdot\hat{\mathbf{r}}_{mn} = \beta[x'_{mn}\sin\theta\cos\phi + y'_{mn}\sin\theta\sin\phi]$$

$$\alpha_{mn} = -\beta[x'_{mn}\sin\theta_0\cos\phi_0 + y'_{mn}\sin\theta_0\sin\phi_0]$$

θ_0,ϕ_0 = 主瓣所指方向

这种推导是 3.2.2 节中对直线阵处理方法的广义化。注意，z 轴垂直于阵平面；而我们在处理直线阵时，z 轴沿阵轴。如果所有平行于 x 轴的列具有相同的电流分布，全部行也具有相同的电流分布，那么电流是可分离的(即 $I_{mn} = I_{xm}I_{yn}$)，而式(3-112)简化成

$$\mathrm{AF}(\theta,\phi) = \sum_{m=1}^{M} I_{xm}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\xi_{xm}} \cdot \sum_{n=1}^{N} I_{yn}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\xi_{yn}} \tag{3-113}$$

其中用于波束扫描的电流的相位没有以显式表出示，而

$$\xi_{xm} = \beta x'_m\sin\theta\cos\phi \qquad 以及 \qquad \xi_{yn} = \beta y'_n\sin\theta\sin\phi$$

这是与列和行的电流分布关联的两个直线阵因子的乘积。在主平面($\phi = 0°、90°$)里的方向图是直线阵(列和行)的方向图。平面阵列通常具有可分离的电流分布，因此直线

阵分析可以直接用于求主平面方向图。

偏离主平面的平面称为方位面，如果电流分布是可分离的，其方向图就是列和行的直线阵方向图的乘积。这意味着，在偏离主平面的面中离开主瓣，旁瓣将很低，因为，它们是低旁瓣电平的乘积，见口径天线类似情况的图7-7。无论电流分布是否可分离，对偏离主平面的平面，可以使用另一种强有力的等效直线阵法。该方法工作时，将每个阵元投影到方向图平面的一条直线上。该投影线将每个阵元放置在等效天线阵中。如果许多阵元都放在同一条投影线上，电流加起来决定等效阵元电流。

天线阵常常与一个平行于阵平面的导电地平面一起工作，以大大减弱向地平面后面半球中的辐射。这也增加了天线阵的方向性。天线阵通常放置在地面[①]前面四分之一波长处。这就给每个阵元共计半波长的反射波行程。但是考虑到反射造成的另外180°相移，所以对每个阵元而言反射波加强了直射波。求方向图时采用了2.3.1节的镜像理论。参见习题3.7.7与3.7.8。天线阵背后有地面时，求方向图的另一种方法，是把阵元及其镜像作为一对，形成一个新的阵元方向图，取代原来平面阵中的每个阵元。作为一例，参见习题3.7.9。

如果存在足够的对称性，可以序贯地利用沿每个主方向的直线阵分析，求出多维平面阵的方向图，参见习题3.7.10。本书还将用其他观点来处理多维阵。多维阵的方向性可以用节7.3中的方法求得。

3.8　相控阵和阵的馈电技术

许多天线系统应用要求主瓣指向随时间变化或扫描。这可以通过机械转动单个天线或阵元具有固定相位的天线阵来实现。不过，机械转动需要一个成本高的定位系统，扫描也太慢。另一方面，相控阵可以电子化的速度扫描主波束。一般地，**相控阵**定义为，作为一个阵列天线，它的主瓣最大方向是通过改变阵元的相位或时延来控制的。相控阵应用于需要快速目标跟踪的雷达、测向以及需要将方向图调节到适合可变交通情况的通信应用。天线阵技术正向发射/接收电子技术及组合控制器发展。从而天线成为一个子系统而不再是一个分立装置。已经为包含控制功能诸如波束扫描的天线创造了一个专门名称智能天线。智能天线在某些通信与军事领域得到了广泛应用。相控阵提供的独特优点是，它可以形成多个主瓣，具有同时指向不同方向的的能力。在需要二维扫描的场合，使用混合方法，把一个平面里的机械指向与垂直平面里的电子扫描相结合。在美国军用飞机上方飞行的AWACS（空中预警与控制系统）就是一例。有4000个波导缝隙的天线阵，在仰角方向是电子扫描，水平方向在天线罩内作机械旋转。该空中预警雷达达到超低旁瓣，低于 −40 dB。本节中将说明扫描方法以及支持扫描功能所需的馈电网络。

---

① 此处原文误写为array，其实应该是ground plane。——译者注

3.8.1 扫描原理

本章通篇都在讨论相位扫描原理。其目的是形成一个平滑的相位波前（即波聚焦于无穷远），相位波前倾斜，就可改变与波前正交的主瓣的方向。为说明这点，用一个沿 z 轴的直线阵，它具有不等间距阵元，比式(3-65)普遍：

$$\mathrm{AF}(\theta)=\sum_{n=0}^{N-1} I_n \mathrm{e}^{\mathrm{j}\xi_n}=\sum_{n=0}^{N-1} A_n \mathrm{e}^{\mathrm{j}(\alpha_n+\delta_n)} \mathrm{e}^{\mathrm{j}\xi_n} \tag{3-114}$$

沿 z 轴任意位置 $\{z_n\}$ 处的阵元的空间相位是

$$\xi_n=\beta z_n \cos\theta \tag{3-115}$$

第 n 个阵元的电流具有幅度 A_n 和相位 $\alpha_n+\delta_n$，这里 α_n 是随沿 z 轴距离作线性变化的相位部分，也是使主瓣峰值偏离 θ_0 角的原因。

$$\alpha_n=-\beta z_n \cos\theta_0 \tag{3-116}$$

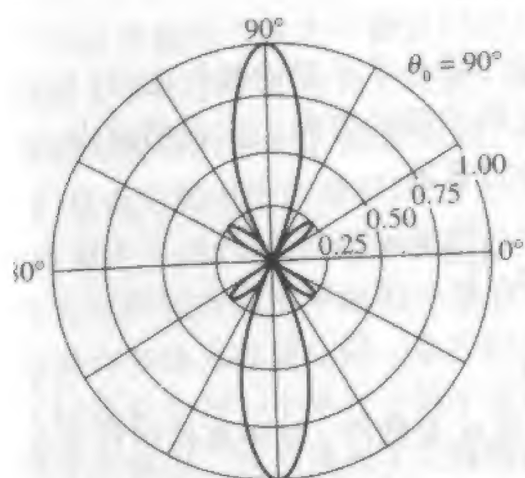
因为 α_n 随位置 z_n 作线性变化，所以被称为**线性相位**，或**均匀递进相位**。其斜率比例常数是 $-\beta\cos\theta_0$。激励相位的余下部分 δ_n 对距离是非线性的，并且对波束形成很有用，这将在8.3节中讨论。对等间距阵，$z_n=nd$ 且 $\alpha_n=n\alpha$，其中 $\alpha=-\beta\cos\theta_0$，如式(3-36)。

当天线阵的方向图扫描到偏离边射时，主瓣变宽。这种效应称为**波束展宽**。我们用一个5个各向同性元、间距 0.4λ 的直线阵作说明。图3-32示出增加偏离边射的扫描角的一系列方向图。注意，随着扫描角度偏离边射方向，主瓣宽度增加。绕 z 轴旋转方向图可得到该天线阵的全方向图。三维方向图的两个例子示于图3-32b与3-32f。当主瓣扫描到偏离边射方向时，主瓣的波束立体角的增加，大约恰好被总方向图（由方向图绕阵轴旋转形成）立体角的减小所补偿。因此，当间距小于半波长且扫描角不靠近端射时，阵因子的方向性随扫描相对地保持恒定，参见图3-21。对间距略大于半波长，当扫描角接近端射时，开始出现一个栅瓣且方向性减小，也参见图3-21。由于假定了各向同性阵元，这些性质也适用于阵因子。对具有方向性的边射阵元方向图的情况，当包括阵元方向图的影响后，方向性会随扫描角度的增加而减弱。

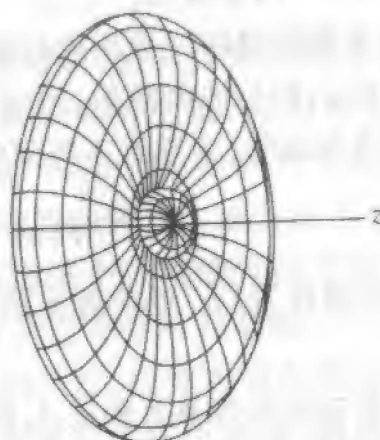
正如我们在3.1节中所见，对半波长间距，阵因子在可见区是严格的一个周期，没有栅瓣可见，除了端射操作会产生两个端射波束。当间距大于半波长，栅瓣的部分或全部会是可见的，这取决于扫描角。对一个波长或更大的间距，有多个可见的栅瓣。如果间距有几个波长，许多栅瓣都可见，而该天线阵称为**干扰计**。每个大瓣都有一个窄波束，但有多个大瓣。不过，大的阵元间距允许有电大的阵元，得到相对窄波束的方向图，其作用是减小栅瓣。在常规应用中，栅瓣限制了相控阵的性能，因而要避免。如果阵元间距有如下限制，栅瓣峰值将不出现在可见区：

$$d<\frac{\lambda}{1+|\cos\theta_{0\max}|} \quad \text{以避免栅瓣} \tag{3-117}$$

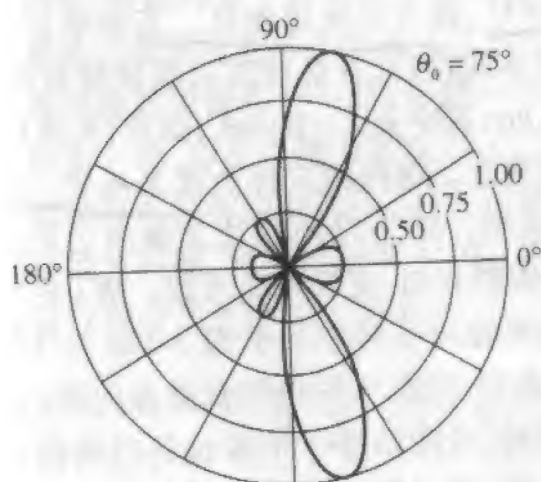
其中是最大主瓣相对于天线阵直线的扫描角 $\theta_{0\max}$ 由求解式(3-38)在 $\psi=2\pi$ 处（该处 $\theta=0°$）的第一栅瓣，可导出该关系式。对边射工作，$\theta_{0\max}=90°$，式(3-117)给出 $d<\lambda$。如果需要扫描到端射（$\theta_{0\max}=0、180°$），则 $d<\lambda/2$。此结果是基于扫描平面内为全向阵元方向图。对定向的阵元方向图，允许有大的间距，因为它们削弱了旁瓣影响。



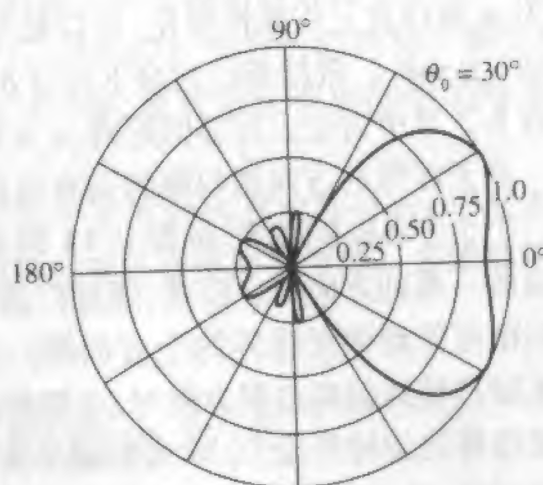
(a) $\theta_0 = 90°$



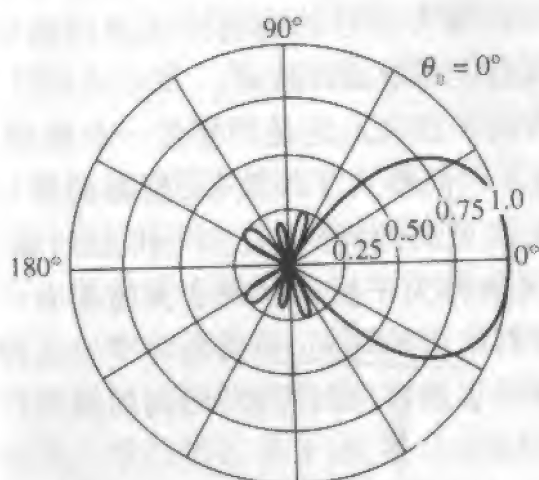
(b) $\theta_0 = 90°$



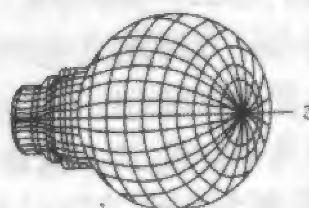
(c) $\theta_0 = 75°$



(d) $\theta_0 = 30°$(分叉方向图)



(e) 端射($\theta_0 = 0°$)



(f) 端射($\theta_0 = 0°$)

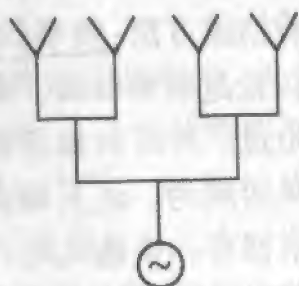
图 3-32 具有等间距 $d = 0.4\lambda$ 和均匀电流幅度的沿 z 轴的五元直线阵对各种主波束指向角 θ_0 的相位扫描方向图的例子

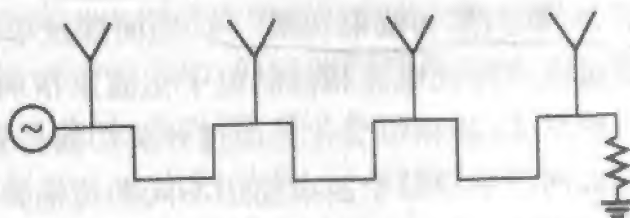
正如我们在前节看到的，上述对直线阵的分析，也适用于求面阵的方向图。对多维阵，为将主瓣峰值扫描至(θ_0,ϕ_0)方向，所需阵因子及其关联的单个阵元的相位α_{mn}由式(3-112)给出。

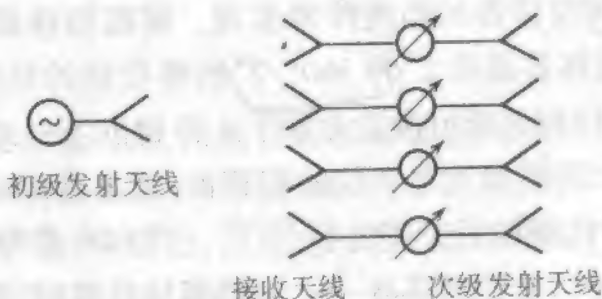
3.8.2 用于波束扫描的馈电网络

天线阵的许多诱人特性的获得也要付出代价，每个阵元都需要有到接收机（或发射机）的传输通道。此外，相控阵必须控制阵元的相位。一个天线阵阵元的连接硬件称为馈电网络或波束形成网络（BFN）。馈电网络可以采用三种基本几何形式的一种：并联馈电；串联馈电和空间馈电，如图3-33所示。图3-33a的并联馈电也称为组合式馈电，因为它类似于公司的组织结构图。从馈点到每个阵元的路径长度是相等的，因此激励相位也是相等的。注意，馈点设计必须计入阻抗的影响。例如，两个阵元并联，阻抗将减半。阻抗匹配技术将在5.7节中与微带阵一起讨论。

图3-33b的串联馈电易于构建，且所需馈电网络硬件少。当波行进于传输线上时，由于功率不断从阵元发射出去，波是衰减波，同时在确定阵元激励时，必须计入功率损耗。每个阵元的相位由所接传输线的长度以及互耦影响所决定。串联馈电天线阵可以通过改变频率进行扫描，这样做改变了阵元间的电长度。这就是所谓的频率扫描。不过，除某些雷达应用外，系统约束条件通常要求频率是固定的。串联馈电天线阵的一个例子是在一个壁上铣出许多缝隙作为辐射阵元的波导。


(a) 并联或组合馈电


(b) 串联馈电



(c) 空间馈电

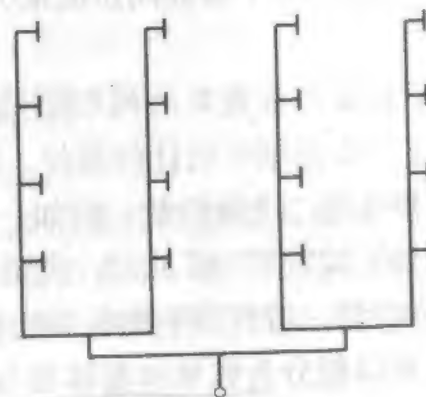

(d) 并联-串联馈电

图3-33 天线阵馈电网络的类型

通过如图3-33c所示的空间馈电，可以避免BFN的损耗、成本、重量和尺寸。在空间馈电时，初级天线连接到发射机，并照射若干接收天线，后者又连接到形成天线阵的次级辐射元。天线阵的幅度分布由初级天线的方向图以及接收天线的位置决定。每个接收天线的不同路径长度引入的相位，可利用辐射阵元上的相移器补偿，它们还可用于波束扫描。

对直线阵的三类馈电几何结构已作了说明，但是，它们也适用于多维阵。当阵元很多时，天线阵的并联馈电网络（用射频接头实现）变得很大。为避免这种情况，多维阵通常采用馈电类型的混合式组合。对一个平面阵的并联－串联混合馈电示于图3-33d。列是并联馈电，而行是串联馈电。并联－并联混合馈电采用了子阵，子阵的每个阵元具有相同的幅度和（或）相位。这里说明的馈电类型都和天线工作在同一频率。不过，在波束形成之前，先下变频到较低的频率，也是常常采用的。这就允许采用比较价廉的电子元件，往往包括数字处理，来形成波束。在军用和商用无线应用中，这是现代适应性天线阵流行的处理方法。另一种非射频的实现途径是光馈，这是最近的发明，它利用光器件的小尺寸，在馈电网络中，先把无线电波转换到光频，然后再变回来。

天线阵面背后的馈电网络物理结构和收/发电子装置，采取*砖式*或*瓦式*两种形式之一。砖式结构中，对一个（或几个）阵元的整个馈电硬件模块，垂直地放在天线阵面后面。瓦式结构由若干平行层组成，同一层内包含相同的元件，即一层可能全是相移器，而另一层全是低噪声放大器。

波束转动由馈电网络利用*电子扫描*来完成。有4种电子扫描方法：频率扫描、相位扫描、时延扫描和波束切换[13]。上面涉及串联馈电时已经讨论过*频率扫描*。*相位扫描*是通过改变阵元电流相位的电子化波束指向，上面也已讨论过。*时延扫描*是相位扫描的一种形式，其相位变化是通过开关切换传输路径的长度来实现的。*波束切换*涉及波束形成网络中对每个波束使用不同的传输路径，且每个波束都有一个输入端口。波束切换式BFN，例如Butler*矩阵*，可避免使用相移器[14,15]。该*多波束馈电网络*具有各种波束端口，可以用于形成同步波束，也可给波束输出端口加权，以及组合起来用于方向图控制。

电子波束扫描通常由利用模拟或数字相移器的相控阵来实现。模拟相移器可以设置在它工作范围中的任何相位。数字相移器提供2^M种$360°/2^M$的整数倍的相位，其中M是相移的二进制位数。例如，一个3位相移器可设置为如下8种相位之一：0、45、90、135、180、225、270或315°。典型的相控阵需要4至7位的相移器，它具有22.5°～2.8°相位增量。带有数字相移器的相位量化增加了旁瓣电平[8,7.3节]。现在有多种形式相移器，可以粗分为铁氧体相移器与半导体二极管相移器[15]。在铁氧体传输路径中改变的相位与所加静磁场成正比。铁氧体相移器既可以是快速切换的数字式，也可以是更加精确、低损耗、低成本的模拟式。二极管相移器提供了制造的优越性，且能与馈电网络电子器件一起集成。

最简单的BFN是完全无源的，由功率分配器与固定相移器组成。在子阵级放置有

源器件给出一种半分布式处理，它可以减少有源器件失效造成的影响。最具柔性的设计采用全分布式的 BFN，其有源器件处于阵元级。

另一种用于跟踪系统的馈电结构，采用和馈电与差馈电。该馈电网络将天线阵的左右两半，同相和反相地组合起来，创造出一个和方向图及一个差方向图。和方向图是具有宽主瓣的普通天线阵，用于粗略跟踪通信的远源或雷达的目标。差方向图具有尖锐的轴上零点，用于精细的角向跟踪，见习题 3.8.7。

3.8.3 扫描盲区

在波束扫描时，相控阵性能的改变大多是由于互耦引起的变化所造成。这些影响中最严重的是扫描盲区，它是因辐射功率在特定的扫描“死角”戏剧性地减小所产生。在发射应用中，如雷达，如果馈电网络结构使之扫描到死角，发射机的功率被反射而不是辐射，这可能损坏发射机的电子器件。如果 $\Gamma_m(\theta_0,\phi_0)$ 是全激励相控阵中第 m 个阵元的电压反射系数，向该阵元提供的功率是

$$P_m = P_{inc}[1 - |\Gamma_m(\theta_0,\phi_0)|^2] \tag{3-118}$$

其中 P_{inc} 是入射功率，见习题 3.8.6。基于此，能将有源元方向图表示成[16]

$$g_{ae}^m(\theta_0,\phi_0) = g_i(\theta_0,\phi_0)[1 - |\Gamma_m(\theta_0,\phi_0)|^2] \tag{3-119}$$

其中 $g_i(\theta_0,\phi_0)$ 是孤立阵元方向图。如果像3.6 节那样分解总阵因子，具有等阵元间距的大阵的平均有源元方向图是

$$g_{ae}(\theta_0,\phi_0) \approx g_i(\theta_0,\phi_0)[1 - |\Gamma(\theta_0,\phi_0)|^2] \tag{3-120}$$

当天线阵通过改变 (θ_0,ϕ_0) 进行扫描时，总阵方向图的峰值随有源元方向图而变。

通常，一个天线阵匹配在边射处，所以 $\Gamma(0,0)=0$，但随着扫描角离开边射而阻抗失配增加[8,p66]。如果扫描到足够远，将发生完全失配，而 $|\Gamma(\theta_0,\phi_0)|=1$。则式(3-120)表明有源元方向图为零，没有辐射发生给出扫描盲区。扫描盲区与类似表面波的现象相关联，通常发生在间距小于出现栅瓣时，见式(3-117)[8,p.343]。采用半波长或更小的间距通常可以避免盲区。在 10.11.3 节中将以振子的平面阵说明扫描盲区。

3.9 天线阵展望

更困难的是，天线设计者必须在天线阵与单个大天线如反射器天线之间做出选择。该决策是基于可用空间、功率处理、成本和对扫描的要求。大型印刷天线阵能以合理的成本来建造，但馈电网络的损耗降低了总体效率。天线阵与口径天线的权衡将在5.7 节进一步讨论。

将来，制造成本降低后，电子扫描天线阵会找到更多的应用。智能天线使用电子扫描天线阵。天线阵还提供机会，在使用多功能天线阵的单一天线中组合几种功能。例如，单独用雷达通过同一天线阵实现几种通信功能。从一个运动体上伸出的多个天线，可以被运动体表面上的一个多功能天线阵所取代。天线阵也可以使用口径天线。

种这样的应用是，一个天线阵放置在反射器天线的焦点，在一个有限的角内，使反射波束得到快速电子扫描，而整个反射器同时作机械运动。

本章中，建立了空间电流分布与其产生的辐射方向图之间的关系。我们发现一个间距阵的阵因子具有傅里叶级数形式，见式(3-18)。下一章将看到，连续线电流分的方向图因子，具有傅里叶变换的形式。普遍原理同样适用于离散与连续两种电流布。例如，当电流幅度向源的终端逐渐加大，旁瓣减小而主瓣变宽。利用本章介绍关于天线阵的原理，可以去理解在随后几章中讨论的连续口径天线的工作。

参考文献

J. Ramsay, "Highlights of Antenna History," *IEEE Ant. Prop. Society Newsletter*, Vol. 6, pp. 8 – 20, Dec. 1981.

R. C. Hansen, Ed., *Microwave Scanning Antennas*, Vol. II, *Array Theory and Practice*, Academic Press, New York, 1966, pp. 23 – 29.

W. W. Hansen and J. R. Woodyard, "A New Principle in Directional Antenna Design," *Proc. IRE*, Vol. 26, pp. 333 – 345, March 1938.

M. T. Ma, *Theory and Application of Antenna Arrays*, Wiley, New York, 1974, Sec. 1.3.

H. Bach, "Directivity Diagrams for Uniform Linear Arrays," *Microwave Journal*, Vol. 15, pp. 41 – 44, Dec. 1972.

H. Bach, "Directivity of Basic Linear Arrays," *IEEE Trans. Ant. Prop.*, Vol. AP – 18, pp. 107 – 110, Jan. 1970.

S. A. Schelkunoff, "A Mathematical Theory of Linear Arrays," *Bell Syst. Tech. J.*, Vol. 22, pp. 80 – 107, Jan. 1943.

R. J. Mailloux, *Phased Array Antenna Handbook*, Artech House, Boston, MA, 1994, Chap. 2.

B. J. Forman, "Directivity of Scannable Planar Arrays," *IEEE Trans. Ant. Prop.*, Vol. AP-20, pp. 245 – 252, May 1972.

A. Parfitt, D. Griffin, and P. Cole, "Mutual Coupling Between Metal Strip Antennas on Finite Size, Electrically Thick Dielectric Substrates," *IEEE Trans. Ant. Prop.*, Vol. 41, pp. 108 – 115, Jan. 1993.

A. Rudge, K. Milne, A. Olver, and P. Knight, Eds., *The Handbook of Antenna Design*, Vol. II, Peregrinus, London, 1982, Sec. 10.3.

D. Kelley and W. Stutzman, "Array Antenna Pattern Modeling Methods That Include Mutual Coupling Effects," *IEEE Trans. Ant. Prop.*, Vol. 41, pp. 1625 – 1632, Dec. 1993.

E. Brookner, Ed., *Practical Phased-Array Antenna Systems*, Artech House, Boston, 1991, Chap. 1.

J. Butler and R. Lowe, "Beam-Forming Matrix Simplifies Design of Electronically Scanned Antennas," *Electronic Design*, Vol. 7, pp. 170 – 173, April 12, 1961.

R. C. Johnson, Ed., *Antenna Engineering Handbook*, 3rd ed., McGraw-Hill, New York. 1993, Chap. 20.

D. Pozar, "The Active Element Pattern," *IEEE Trans. Ant. Prop.*, Vol. 42, pp. 1176 – 1178, Aug. 1994.

习　　题

1.1 考虑一个间距为一个波长、电流等幅而相位差180°的二元阵。

(a) 利用观察法大致画出阵因子的极坐标图。

(b) 如果阵元沿 z 轴排列时的阵因子最大值在什么方向?

(c) 对哪一个 θ 角该阵因子最大?

(d) 归一化阵因子 $|f(\theta)|$ 的表示式是什么?

(e) 证明式(3-20)简化为 d 的回答。

3.1.2　利用图 3-9 的技术得到习题 3.1.1 给出的二元阵的阵因子极坐标图。

3.1.3　利用图 3-9 的技术得到具有等相等幅电流、一个波长间距的二元阵(例 3-4)的阵因子极坐标图。

3.1.4　通常,一个天线阵的阵元间距大约是半波长。间距比这个大会在非预期方向产生大瓣。为说明此点,利用图 3-9 的技术,对如下间距,以极坐标形式画出等幅同相元二元阵的阵因子:(a) $d=3\lambda/4$ 和(b) $d=2\lambda$。例 3-1、例 3-4 以及本习题表明了间距对固定激励天线阵的影响。

3.1.5　用具有相等电流幅度的点源阵元的二元边射阵($\alpha=0$)的阵因子,证明方向性表示式是

$$D=\frac{2}{1+(\sin\beta d)/\beta d}$$

提示:将变量从 θ 变为 $\psi=\beta d\cos\theta$。

3.1.6　将习题 3.1.5 的方向性表示式以 d 为函数,从 0 到 2 个波长作图。

3.2.1　证明均匀激励等间距直线阵的阵因子幅度 $|f(\psi)|$ 关于 $\psi=\pi$ 对称。

3.2.2　对二元均匀激励阵,证明阵因子表示式(3-20)与式(3-35)恒等。

3.2.3　导出式(3-44)。

3.2.4　对均匀激励、等间距、边射直线阵,证明其阵因子的半功率波束宽度的表示式在 $Nd\gg\lambda$ 时,可近似为

$$\mathrm{HP}\approx K\frac{\lambda}{Nd}$$

对 $N=10$ 和 20 时的 K,并与式(3-45)作比较。

3.2.5　本题中,关于相位与间距对一个简单天线阵的影响将做出说明。考虑一个具有均匀电流分布的等间距五元阵。对如下几种情况画出阵因子图:

(a) $d=\lambda/2$,边射情况($\theta_0=90°$)。

(b) $d=\lambda$,边射情况。

(c) $d=2\lambda$,边射情况。

(d) $d=\lambda/2,\theta_0=45°$。

(e) $d=\lambda/2,\theta_0=0°$。

这 5 个图可以从 3.1 节与 3.2 节中讨论的通用方向图得到。对最后两种情况,为按规定转动主瓣确定所需的阵元间相移 α。

3.2.6　利用计算机软件(见附录 G)重复习题 3.2.5。

3.2.7　设计一个五元均匀激励、等间距直线阵,

(a) 主瓣最大值在边射方向。

(b) 主瓣最大值在离边射方向 45°($\theta_0=45°$)处。

3.2.8　设计并画出间距 $d=0.35\lambda$、均匀激励、常规五元端射直线阵的阵因子。使用 $\theta_0=45°$ 并求出 α。

2.9 对普通端射阵的间距与相位，利用最大间距，设计一个具有5个各向同性元的直线阵。画出极坐标方向图。

2.10 设计一个具有5个各向同性元的直线阵设计成汉森－伍德亚德端射阵，$d=0.35\lambda$，画出极坐标方向图(注意其结果与习题3.2.8及例3-7的差别)。

2.11 设计一个具有10个各向同性元的直线阵设计成汉森－伍德亚德端射阵，$d=0.4\lambda$，画出极坐标方向图。

2.12 证明均匀激励、等间距直线阵的阵因子，在小阵元间距极限时，趋于均匀直线源的方向图因子(忽略阵元因子)。

3.1 两个共线半波振子，间距半波长(但没有直接接触)，具有等幅、等相端口电流。如果阵元中心沿 z 轴，其远场方向图 $F(\theta)$ 的表示式是什么？使用方向图乘积概念，粗略地画出方向图。

3.2 (a) 对一个波长间距重复习题3.3.1。

(b) 直接画出方向图 $F(\theta)$，并检验你的方向图乘积结果。

3.3 两个相距一个波长的平行半波振子，具有等幅、等相的端口电流。阵元中心沿 z 轴，而阵元平行于 x 轴。写出其远场方向图 $F(\theta)$ 的表示式。利用方向图乘积概念，画出 xz 平面和 yz 平面的方向图。

3.4 长四分之一波长的三元竖直单极子直线阵，背靠无限大完纯导电地面工作。设阵元馈电器沿 z 轴，地面在 xy 平面内，单极子沿 x 向。

(a) 将天线设计成汉森－伍德亚德端射阵，即确定其元间距与相位(选择 $d=0.3\lambda$)。

(b) 利用三个均匀激励阵元的通用阵因子图，得出此问题的阵因子极坐标图。

(c) 写出完整方向图的表示式。

(d) 利用方向图乘积原理，粗略地画出 xz 平面和 yz 平面的完整远场方向图。

3.5 三个共线半波振子间距 $d=3/4\lambda$，以均匀振幅及相位激励。利用简单天线阵理论获取极坐标－线性方向图，从通用方向图入手，然后用方向图乘积。

3.6 有4个相同的小圆环天线的阵列，其取向是圆环在 xy 平面内，间隔 $3\lambda/4$，沿 x 轴。对等幅、等相激励，利用简单天线阵理论以及方向图乘积，求取 xy、xz 和 yz 平面的极坐标－线性方向图。

3.7 假定一个卡车使用无线电民用波段，在27MHz进行通信。天线系统是两个平行于 x 轴的四分之一波长单极子(假定工作在完纯导电地平面上方)，架设在镜面上，沿 z 轴间距2.78m，以等幅等相馈电。利用简单天线阵理论得到阵因子的3个主平面方向图的草图。

3.8 设计课题。设计一个平行半波振子天线的四元边射直线阵，以得到尽可能窄的波束宽度，且主瓣以外的电平相对主瓣峰值低于－8dB。激励是均匀的。(a)求间距 d。(b)画出 E 面与 H 的极坐标方向图。

4.1 对如下的点源边射阵，计算以分贝表示的方向性：

(a) $N=2, d=\lambda/2$。

(b) $N=10, d=\lambda/2$。

(c) $N=15, d=\lambda$。

4.2 当 $d=3\lambda/8, N=10$，对下列天线计算式(3-78)：

(a) 边射，并将所得结果与式(3-80)的结果再比较。

(b) 普通端射,并将所得结果与式(3-81)的结果再比较。

3.4.3 对 $N=5$ 的端射工作阵,计算式(3-78)并画出作为 d/λ 函数的 D。与图 3-21 作比较。

3.4.4 对长的各向同性元边射直线阵的近似方向性公式(3-80),可以利用由式(3-45)得到的 $\mathrm{HP}\approx 0.886\lambda/L$,以如下两种方法检验:

(a) 利用 $D=4\pi/\Omega_A$ 找出作为 d/λ 函数的 D,把 Ω_A 近似为 $2\pi\mathrm{HP}$。

(b) 文献[17]已经证明,对边射共线阵,下式给出良好近似:

$$D=\frac{101}{\mathrm{HP}_d-0.0027(\mathrm{HP}_d)^2}$$

其中 HP_d 是以度表示的阵方向图半功率束宽。利用 $\mathrm{HP}\approx 0.886\lambda/L$ 及 $L\gg\lambda$ 求出 $D\approx KL/\lambda$,给出 K 值。

3.4.5 用计算机计算表 3-1 列出的天线阵的方向性。把 N、D/λ 与 α 等作为输入变量。利用这些

(a) 对 $N=5$ 做出图 3-20 中的曲线。

(b) 对 8 元共线短振子阵,画出方向性对 d/λ 的曲线。

3.4.6 对具有间距 $d=\lambda/4$ 的均匀激励各向同性元普通端射直线阵,证明其 $D=N$。

3.4.7 计算对具有 8 个各向同性元、间距 0.7λ、均匀激励的边射直线阵,用两种方法计算以分贝表示的方向性:(a)利用图 3-20;(b)利用式(3-80)。

3.4.8 对具有均匀电流、间距 0.8λ 的 4 个各向同性元边射直线阵计算严格的方向图。与基于 $2L/\lambda$ 的近似结果作比较。

3.4.9 导出方向性表达式(3-78)分子中的归一化因子。对 5 个各向同性元的汉森－伍德亚德阵进行计算。

3.4.10 设计课题。基站通信天线通常采用竖直指向的共线半波振子阵,以在水平面中产生全向方向图。本课题的目的是选择合适的阵元间距以得到最大增益。假定均匀幅度和相位激励,设计在蜂窝电话波段中部(824～894MHz)工作的具有最大方向性的四元阵。在中心频段和频段边缘给出以波长表示的间距 d、以分贝表示的方向性 D。以极坐标－线性形式画出竖直方向图。画出天线阵草图,指明它的物理长度和馈电网络。

3.5.1 利用天线阵方向图绘图软件(见附录 G)为下列天线阵作阵因子图:(a)图 3-24a;(b)图 3-24b;(c)图 3-24c;(d)图 3-24d;(e)图 3-24e;(f)图 3-25。给出 HP 值和最大旁瓣电平及其位置。

3.5.2 (a)证明式(3-91)可以从式(3-90)导出。(b)证明式(3-93)可以从式(3-91)导出。

3.5.3 证明与图 3-23c 至图 3-23e 以及图 3-25 关联的方向性值。

3.5.4 赋形波束方向图。天线阵分析技术可用于赋形波束方向图。本题中,我们利用例 8-3 与例 8-4 导出的电流产生扇形辐射方向图。天线阵是 20 个半波间距各向同性元。利用天线阵软件(见附录 G)对下列情况生成方向图:(a)例 8-3 的傅里叶级数综合阵;(b)例 8-4 的伍德沃德－罗森(Woodward－Lawson)综合阵。

3.5.5 二项式阵。考虑阵元间距 $d=\lambda/2$,具有二项式电流加权的直线阵。

(a) 导出以 θ 表示的阵因子表达式。

(b) 导出方向性表达式。

(c) 对 $N=5$ 计算方向性值。

5.6　一个经常引用的方向性近似公式是 $D = D_e D_i$，其中 D_e 是阵中一个元的方向性，D_i 是各向同性元天线阵的方向性。对下列短振子阵计算近似值，并与式(3-83)的严格值比较：

(a) $N=4$，边射，共线，$d=\lambda/2$。

(b) $N=4$，端射，平行，$d=\lambda/2$。

(c) $N=4$，边射，平行，$d=\lambda/2$。

(d) $N=3$，边射，共线，$d=\lambda/2$。

(e) $N=3$，边射，平行，$d=\lambda/2$。

5.7　天线阵方向性计算。考虑一个共线振子阵。

(a) 对4个共线短振子，编写一个用直接积分计算天线阵方向性的计算机程序，通过与式(3-83)所得值进行比较，证明其精确性。

(b) 利用你的计算机程序，求出半波长间距、幅度与相位均匀激励的2、3、4个半波振子共线阵的方向性。与各向同性元阵的方向性作比较，并以其比值将方向性列表。

6.1　两个天线具有如下的自阻抗和互阻抗：

$$Z_{11}=70\angle 0°,\qquad Z_{22}=100\angle 45°,\qquad Z_{12}=60\angle -10°$$

(a) 假定天线2短路，求天线1的输入阻抗。

(b) 当加在天线1上的电压是 $1\angle 0°$V，求天线2开路端口上感应的电压。

6.2　利用图3-27导出式(3-102)。

7.1　对图3-32的4种扫描情况计算阵元短路相位，并列表。

7.2　利用天线阵方向图作图程序(见附录G)给如下天线阵作阵因子图。给出HP值，最大旁瓣电平及其位置，计算每个阵元的激励相位：(a)图3-32a；(b)图3-32c；(c)图3-32e。

7.3　一个沿 z 轴的半波振子直线阵，以电长度等于间距 $d=\lambda/3$ 的传输线进行串联馈电。假定电流等幅。

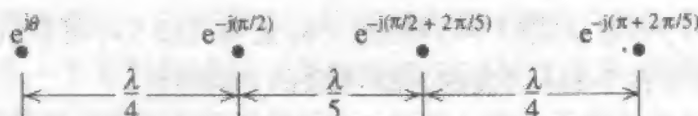
(a) 画出天线阵，标示出馈电线。

(b) 利用简单天线阵理论得到 xz、yz 和 xy 平面中极坐标方向图的草图。

(c) 利用计算机程序画出(b)中相同的方向图。

7.4　证明式(3-111)中直线阵的普遍相位项 $\beta\hat{r}\cdot r'_n$ 如何简化为式(3-65)的 $\beta z_n\cos\theta$。

7.5　下面示出一个均匀激励、间距不相等的4个各向同性源的直线阵。利用方向图乘积原理画出天线阵方向图，给出中间步骤。能否利用式(3-33)和作图程序证明你的最终结果？为什么？



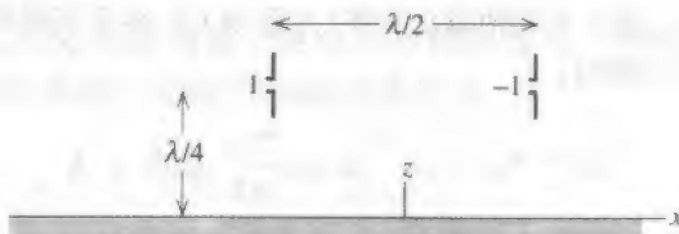
7.6　一个有4各向同性元的平面阵位于 xy 平面内，位置及电流安排如下：$(\lambda/4,\lambda/4)$，+1；$(-\lambda/4,\lambda/4)$，+1；$(-\lambda/4,-\lambda/4)$，-1；$(\lambda/4,-\lambda/4)$，-1。利用简单天线阵建模技术得出 xz 和 yz 平面的方向图草图。

7.7　一个沿 x 轴的半波振子，在其背后离开四分之一波长处(在 z 向)有一个完纯导电地平面平行于它。画出该天线系统，包括坐标系。利用适当的技术得到 xz 与 yz 平面的极坐标方向图。

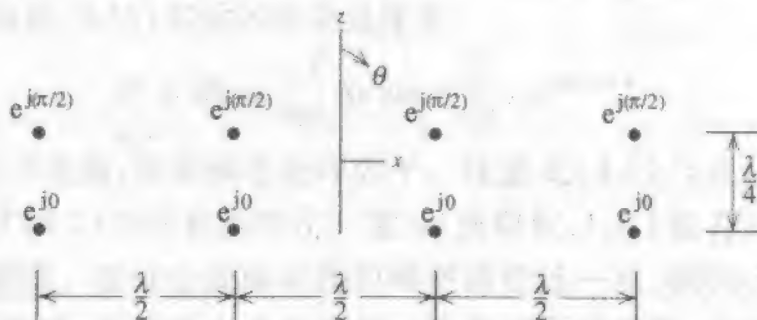
7.8　一个平行、同相、半波振子的4元直线阵，放在处于 xy 平面的大型平面反射器前 $\lambda/4$ 处。

假定反射器是完纯导电地平面。如果振子与 x 轴平行，间距 $\lambda/2$，画出 xy 和 yz 平面的完整方向图。说明理由。

3.7.9　如图所示，一个竖直短振子二元阵，在完纯导电地平面上方四分之一波长处工作。阵元间距半波长，等幅反相激励。求取该辐射系统在 xz 和 yz 平面的极坐标辐射方向图，仔细地解释你如何得到这些图。



3.7.10　有如图所示的二维均匀激励、各向同性元天线阵待分析。以一对垂直分布的阵元作为“元”，而 4 对元作为“阵”，利用方向图乘积原理。给出方向图表达式 $F(\theta,\phi)$，画出 xz、yz 和 xy 平面的方向图草图。



3.7.11　一个 3 列各 6 个各向同性元的 18 元平面阵。列的电流幅度比是 1:2:3:3:2:1，而行则均匀加权。列和行的阵元间距都等于 d。

(a) 利用投影技术，画出等效直线阵，确定 45°平面中的方向图。示出电流幅度和间距。

(b) 当 $d=0.7\lambda$ 时，对于(a)中找出的全平面阵和等效直线阵，计算并画出以分贝表示的在 45°平面中的方向图。

3.8.1　由间距 2 波长的 5 个共线半波振子构成干扰计。画出整个天线阵的极坐标方向图。

3.8.2　一个间距 0.4λ 的四元共线短振子阵，以均匀电流幅度和相位馈电，使主瓣峰值偏离边射 30°。

(a) 利用简单天线阵技术得出天线阵方向图草图。

(b) 给出每个阵元的相位。

(c) 画出天线阵，证明并联导线馈电线的并联馈电网络能产生合适的相位。

3.8.3　导出式(3-117)。

3.8.4　一个并联馈电的五元半波振子均匀天线阵，在 300MHz 具有半波长间距。5 个振子沿 z 轴放置，如图 3-18 所示，且都具有相同相位。如果该天线阵工作在 360MHz，将 yz 平面工作于 360MHz 的方向图与 300MHz 工作的相应方向图作比较。

3.8.5　如果天线阵是串联馈电，重复习题 3.8.4，从最靠近坐标原点的阵元开始。假定所有阵元具有相同幅度，间距半波长的相邻阵元间有 1m 长的传输线，在 300MHz 工作。

3.8.6 通过把 V_m 表示成 $V_{inc}(1+\Gamma_m)$ 及 I_m 表示成 $I_{inc}(1-\Gamma_m)$，导出式(3-118)。

3.8.7 和与差方向图。考虑一个等幅激励的八元半波振子直线阵，阵元平行于 x 轴，中心沿 z 轴，间距 0.4λ。对下列情况以极坐标-分贝画出 yz 平面内的方向图：

(a) 所有阵元同相，画出和方向图。利用简单天线阵理论。

(b) 左面4个元0°相位，右面4个元180°相位，形成差方向图。利用简单天线阵理论。

(c) 重复习题(b)，但是采用矩量法程序（见附录G），包含互耦影响。对阵元使用 $L=0.47\lambda$ 和 $a=0.005\lambda$。

第4章 线 源

在第1章中我们发现,通过对整个电流分布的积分可以得到远区场。对一个沿 z 轴的线源,由式(1-103)和式(1-106)可知电场强度为

$$\boldsymbol{E} = \hat{\boldsymbol{\theta}} \mathrm{j}\omega\mu \frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta r}}{4\pi r} \sin\theta \int_{-L/2}^{L/2} I(z')\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta z'\cos\theta}\,\mathrm{d}z' \tag{4-1}$$

其中线源电流分布 $I(z')$ 的对称中心位于原点,长度为 L,如图1-14所示。远区磁场强度简单地是 $H_\phi = E_\theta/\eta$。元因子是 $\sin\theta$。方向图因子是 $f(\theta)$,它由式(4-1)中的积分归一化后得到。该方向图因子完全由电流分布 $I(z')$ 决定。

在第3章中,我们求天线阵的远区场,是通过各个阵元电流的求和得到的。对一个共线短振子阵,由式(3-35)知远区电场强度是

$$\boldsymbol{E} = \hat{\boldsymbol{\theta}} \mathrm{j}\omega\mu \frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta r}}{4\pi r} \Delta z \sin\theta \sum_{n=0}^{N-1} I_n \mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta n d\cos\theta} \tag{4-2}$$

这里因子 $\sin\theta$ 是元方向图,而求和项是阵因子。注意式(4-1)与式(4-2)的相似性,式(4-1)中的积分被式(4-2)的求和所取代,z' 被 nd 所取代,$I(z')$ 被 I_n 所取代。在某种意义上,线源就是连续阵。在讨论线源时我们将更清楚这一点,我们已经知道的有关离散天线阵的方向图特性,对线源也是正确的。线源之所以重要,是因为许多天线可以模拟成线源或线源的组合。

4.1 均匀线源

在我们开始对线源的讨论时,先考虑均匀线源这个特殊情况。一个均匀线源具有如下均匀幅度和线性相位递进的电流分布

$$I(z') = \begin{cases} I_0 \mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta_0 z'} & -\dfrac{L}{2} < z' < \dfrac{L}{2} \\ 0 & 其他 \end{cases} \tag{4-3}$$

其中 β_0 是沿线源单位长度的相移。均匀线源的非归一化方向图因子是

$$f_{un}(u) = \int_{-L/2}^{L/2} I(z')\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta z'\cos\theta}\,\mathrm{d}z' = I_0 L \frac{\sin u}{u} \tag{4-4}$$

其中

$$u = (\beta\cos\theta + \beta_0)\frac{L}{2} \tag{4-5}$$

式(4-4)的计算与对边射均匀线源时式(1-110)所做的相似。

比较方便的是引入角度 θ_0,使

$$\beta_0 = -\beta\cos\theta_0 \tag{4-6}$$

则式(4-5)变成

$$u = \frac{\beta L}{2}(\cos\theta - \cos\theta_0) \tag{4-7}$$

由式(4-1)与式(4-4),远区电场是

$$E_\theta = \frac{j\omega\mu e^{-j\beta r}}{4\pi r} I_0 L \sin\theta \frac{\sin u}{u} \tag{4-8}$$

该均匀线源场表达式的方向图因子是

$$f(u) = \frac{\sin u}{u} \tag{4-9}$$

未使用绝对值的方向图因子示于图4-1。最大值出现在$u=0$,且为1(0 dB)。零点出现在π的整数倍处,其间隔为π,只有第一零点之间的束宽例外,是2π。

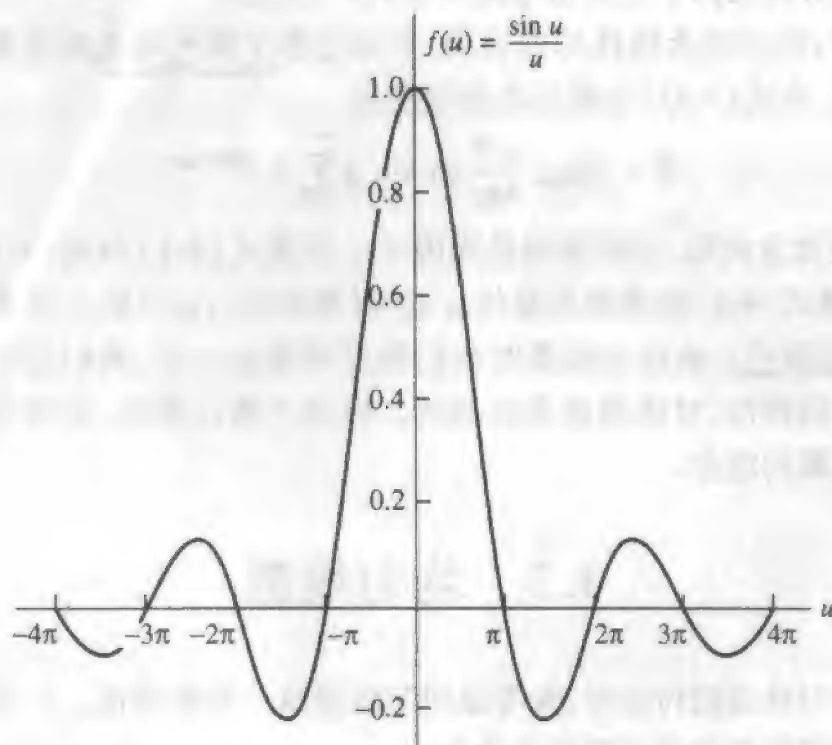


图4-1　长度L,$u=(\beta L/2)\cos\theta$的均匀线源的方向图因子

均匀线源方向图因子的半功率束宽可以通过求解下式得到

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sin u_{HP}}{u_{HP}} \tag{4-10}$$

该式的解是$u_{HP} = \pm 1.39$。然后由式(4-7)得

$$\theta_{HP} = \cos^{-1}\left(\frac{2}{\beta L}u_{HP} + \cos\theta_0\right) = \cos^{-1}\left(\pm 0.443\frac{\lambda}{L} + \cos\theta_0\right) \tag{4-11}$$

正号对应于主瓣最大点右边的半功率点,负号对应于主瓣左边的半功率点。所以由式(1-126)有

$$\begin{aligned} HP &= |\theta_{HP\ left} - \theta_{HP\ right}| \\ &= \left|\cos^{-1}\left(-0.443\frac{\lambda}{L}+\cos\theta_0\right)-\cos^{-1}\left(0.443\frac{\lambda}{L}+\cos\theta_0\right)\right| \end{aligned} \tag{4-12}$$

这个公式是普遍的，但仅当两个半功率点都出现在可见区（$0\leqslant\theta\leqslant180°$）时才有用，这也就要求式(4-12)中反余弦的宗量范围在 -1 与 +1 之间。对边射均匀线源，$\theta_0=90°$，则式(4-12)简化为(见习题4.1.1)

$$HP = 2\sin^{-1}\left(0.443\frac{\lambda}{L}\right) \quad (\theta_0=90°) \tag{4-13}$$

对长的($L\gg\lambda$)线源，该式近似为

$$HP \approx 0.886\frac{\lambda}{L}\text{rad} = 50.8\frac{\lambda}{L}\text{degrees} \quad (\theta_0=90°) \tag{4-14}$$

因为对 $x\ll1$，有 $\sin^{-1}(x)\approx x$。对端射均匀线源，只有一个半功率点出现在可见区，从而

$$HP = 2\cos^{-1}\left(1-0.443\frac{\lambda}{L}\right) \quad (\theta_0=0°\text{或}180°) \tag{4-15}$$

对长的($L\gg\lambda$)线源，该式可能近似为(见习题4.1.2)

$$HP \approx 2\sqrt{0.886\frac{\lambda}{L}}\text{rad} \quad (\theta_0=0°\text{或}180°) \tag{4-16}$$

因为式(4-16)导致比式(4-14)更宽的波束，我们归结为当方向图扫描偏离边射时波束变宽(见图4-3)。

边射均匀直线源的半功率束宽表达式 $HP=0.866(\lambda/L)$ 是用了两个近似后得到的。略去了元因子 $\sin\theta$ 的影响，又假定线源是长的。通过几个例子，可以看到这些近似如何影响束宽。在表4-1中，列出了3种均匀线源在几种近似级别下的半功率束宽值。第1行是从如下完整方向图表示式求出的HP。

$$F(\theta) = \sin\theta\frac{\sin[(\beta L/2)\cos\theta]}{(\beta L/2)\cos\theta} \quad (\theta_0=90°) \tag{4-17}$$

第3行是仅从式(4-9)的方向图因子得到的HP。最后一行是从式(4-14)得到的。注意，即使长度为5个波长，所有值都很接近。我们还可以看到，随着长度的增加，近似性得到改善。

表4-1　边射均匀线源半功率束宽的计算

长度 L	由完整方向图 F 表示式(4-17)所得严格值	由方向图因子 $f=\sin u/u$ 所得值	由 $HP=0.866(\lambda/L)$ 所得值
2λ	24.766°	25.591°	25.382°
5λ	10.112°	10.166°	10.153°
10λ	5.071°	5.080°	5.076°

最大旁瓣是第一旁瓣(即最靠近主瓣的一个旁瓣)。旁瓣最大值位置可通过对式(4-9)微分并令其等于零后求得。由此得到

$$u_{SL} = \tan u_{SL} \tag{4-18}$$

直线 u_{SL} 与曲线 $\tan u_{SL}$ 的交点给出旁瓣最大值位置(主瓣最大值在 $u_{SL_0}=0$)。第一旁瓣最大值出现在 $u_{SL_1}=\pm1.43\pi$。它并非精确地处于方向图零点 π 与 2π 的半当中。旁瓣最大值比零点间的中值点略靠近主瓣。在第一旁瓣最大值位置计算式(4-9),给出值 0.217 dB 或 -13.3dB。

可以用非常类似于直线阵时的方法,从通用方向图因子求得均匀线源方向图因子的极坐标图。均匀线源的通用方向图因子示于图4-2a。它对所有的源长度 L 及扫描角 θ_0 都适用。一种典型的情况示于图4-2b。u 与 θ 之间的变换式(4-7)以虚线图示。可以利用该作图变换从通用方向图因子求出给定角 θ 的方向图值。变换中所用圆半径是 $\beta L/2$,而原点在 $u=-(\beta L/2)\cos\theta_0$。

作为一例,考虑一个3波长均匀线源。其通用方向图因子示于图4-3a。边射情形的极坐标图示于图4-3b。对主瓣最大值角45°的方向图因子用极坐标画在图4-3c。端射情形则示于图4-3d。注意,正如前面指出的,靠近端射处,主瓣变宽(旁瓣也如此)。产生这些方向图所需的电流分布示于图4-4。如图4-4a所示,对所有情形,幅度都是常数。主瓣扫描所需线性相位分布也在图4-4b中画出。

对3波长均匀线源,元因子对总方向图的影响示于图4-5。在图4-5a的边射情形,元因子具有相对较小的影响。但是,对图4-5b所示的端射情形,原来方向图因子单独产生一个端射波束,而在元因子影响下,总方向图在端射方向产生一个零点,将主瓣分叉。

接下来,我们考虑均匀线源的方向性。如果元因子对方向图的影响可以略去,则很容易求得方向性。我们可以只利用方向图因子 f。首先设元因子 g 为1,由式(1-143)与式(4-9)知波束立体角是:

$$\Omega_A = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}\left|\frac{\sin u}{u}\right|^2 \sin\theta\, d\theta\, d\phi \tag{4-19}$$

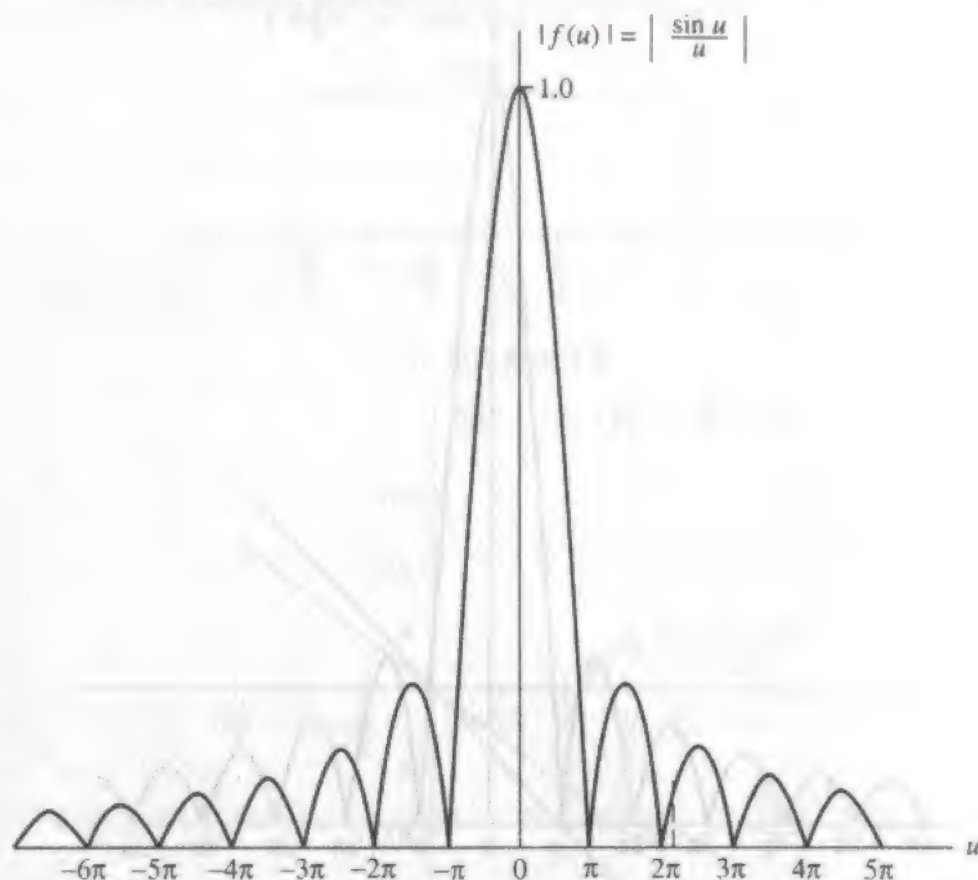
如果我们按式(4-5)把积分变量 θ 改为 u,则 $du=-(\beta L/2)\sin\theta d\theta$,而式(4-19)变成

$$\Omega_A = \int_0^{2\pi} d\phi \int_{(\beta+\beta_0)L/2}^{(-\beta+\beta_0)L/2} \frac{\sin^2 u}{u^2}\frac{du}{-(\beta L/2)}$$

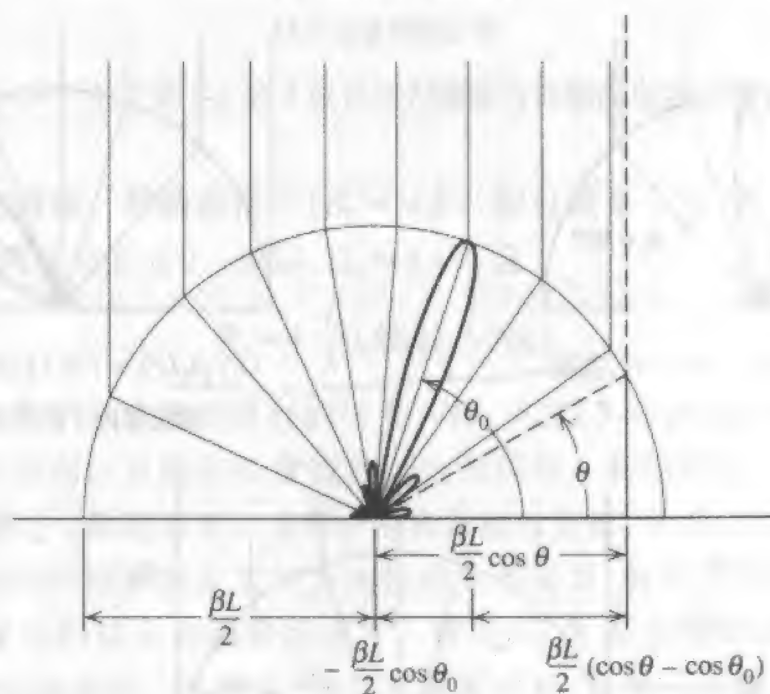
$$= 2\frac{\lambda}{L}\int_{(\beta_0-\beta)L/2}^{(\beta_0+\beta)L/2}\frac{\sin^2 u}{u^2}du \tag{4-20}$$

一般情形下该式的解,在习题4.1.7中讨论。对边射情形($\beta_0=0$),积分限是 $-\beta L/2 \sim \beta L/2$。如果进一步有 $L\gg\lambda$,则 $\beta L/2\gg1$,同时我们趋于极限 $-\infty \sim +\infty$,并利用式(F-12),该定积分值是 π。因此,$\Omega_A\approx 2\lambda\pi/L$。由于 $D=4\pi/\Omega_A$,得到

$$D_u = 2\frac{L}{\lambda} \quad (边射, L\gg\lambda) \tag{4-21}$$

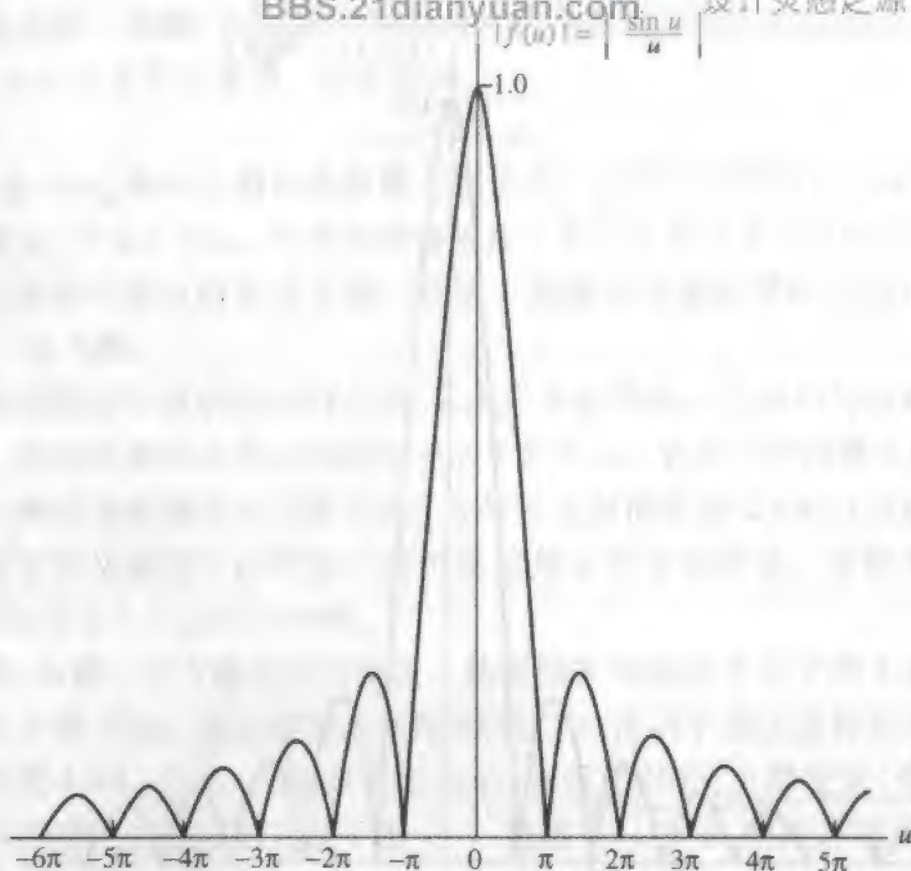


(a) 通用方向图因子

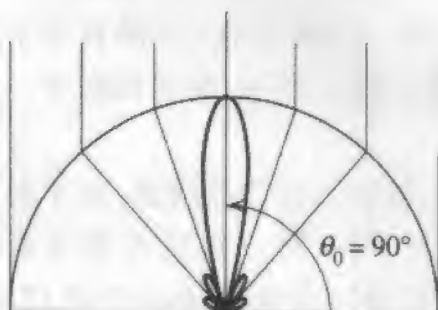


(b) $L=4\lambda$ 时方向图因子的极坐标图

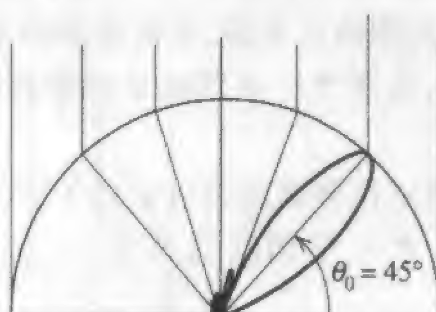
图 4-2 从均匀线源的通用方向图因子获得极坐标图的说明



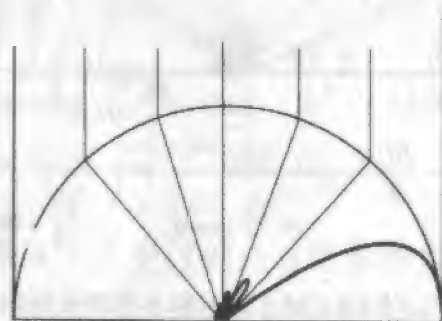
(a) 通用方向图因子



(b) $\beta_0 L/2 = 0(\theta_0 = 90°)$时，方向图因子的极坐标图

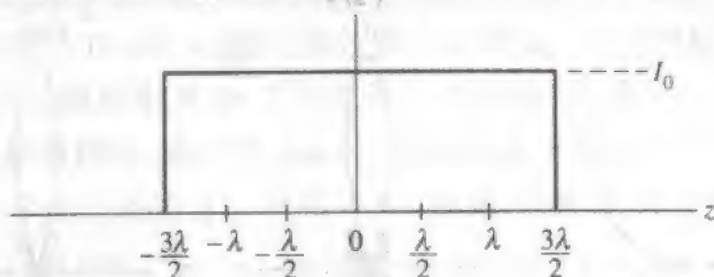


(c) $\beta_0 L/2 = -2.12\pi(\theta_0 = 45°)$时，方向图因子的极坐标图

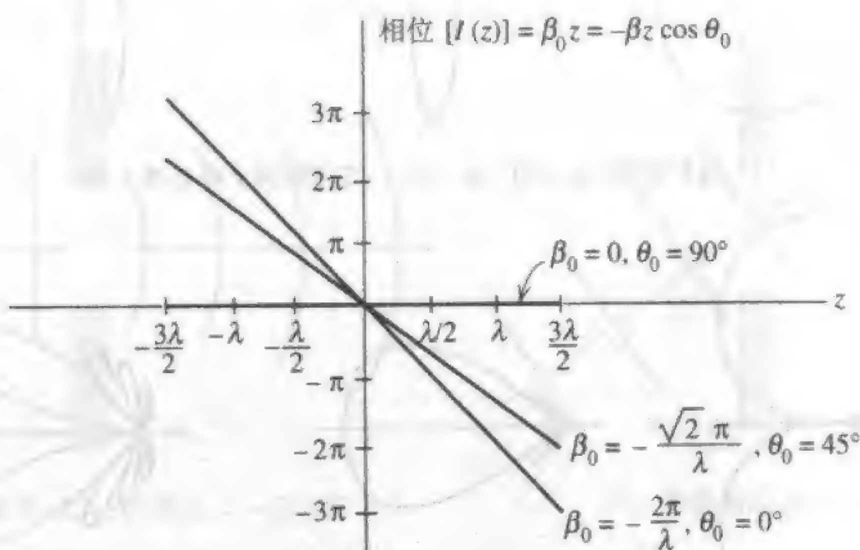


(d) $\beta_0 L/2 = -\beta L/2 = -3\pi(\theta_0 = 0°)$时，方向图因子的极坐标图

图 4-3　一个 3 波长($L = 3\lambda$)均匀线源在各种扫描条件下的方向图因子



(a) 电流幅度分布



(b) 电流相位分布

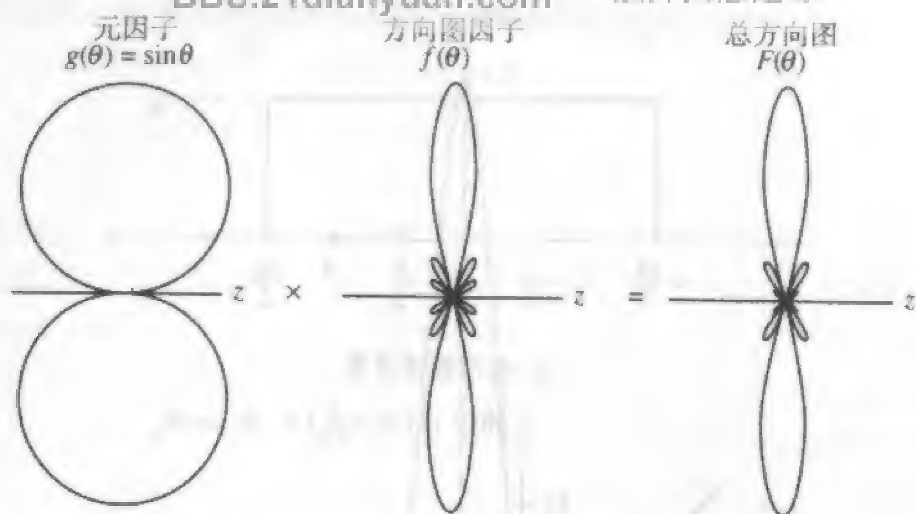
图 4-4 关于图 4-3 的 3 波长均匀线源方向图的电流分布

其中下标 u 指均匀线源。对端射情形($\beta_0 = \pm\beta$),积分限是 0 与 $\beta L/2$。当 $L \gg \lambda$,它趋于 0 及 ∞,这就得到积分值 $\pi/2$。所以,$\Omega_A \approx \lambda\pi/L$ 且

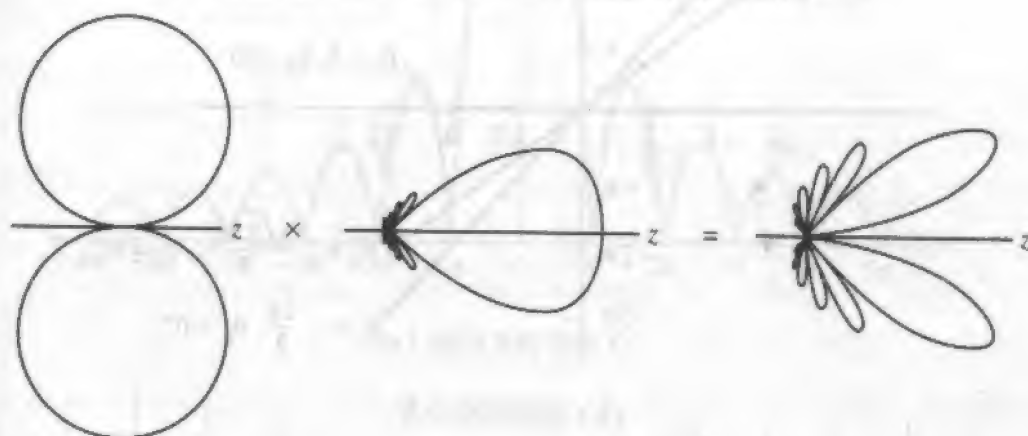
$$D_u = 4\frac{L}{\lambda}(\text{端射}, L \gg \lambda) \tag{4-22}$$

这些方向图结果与我们从直线阵得到的结果一样,见式(3-80)与式(3-81)。均匀线源显示出大多数方向性可以从固定长度线性相位源得到。其他电流分布将产生较低的方向性。我们发现这个原理对于 3.5 节中的离散电流分布(天线阵)也是正确的。

从这里表达的均匀线源的束宽与方向性的关系出发,我们开始得到一种感觉,即方向图作为源长度与扫描角的函数而改变。首先,仅考虑方向图因子。当长度增加时,束宽减小而方向性增加。旁瓣电平(如果源足够长,使第一旁瓣最大值可见)不随长度而变,对均匀线源,它保持 −13.3dB。对扫描线源,随着主瓣扫描离开边射,束宽增加。不过,总主瓣的体积(由 E 面方向图绕 z 轴旋转得到)减小,从而 Ω_A 减小,导致方向性增加。在扫描角接近边射处,束宽与方向性随扫描角的变化很慢,但在接近端射处变化很快。完整的方向图必须包括元因子的影响。对长的源($L \gg \lambda$),方向图因子 $f(\theta)$ 与元因子 $g(\theta) = \sin\theta$ 相比,具有窄得多的方向图,且由 $g(\theta)f(\theta)$ 得到的总方向图



(a) 边射情形($\theta_0=90°,\beta_0=0$)。方向图因子得自图 4-3b



(b) 端射情形($\theta_0=0°,\beta_0L/2=-3\pi$)。方向图因子得自图 4-3d

图 4-5　一个 3 波长均匀线源的总方向图

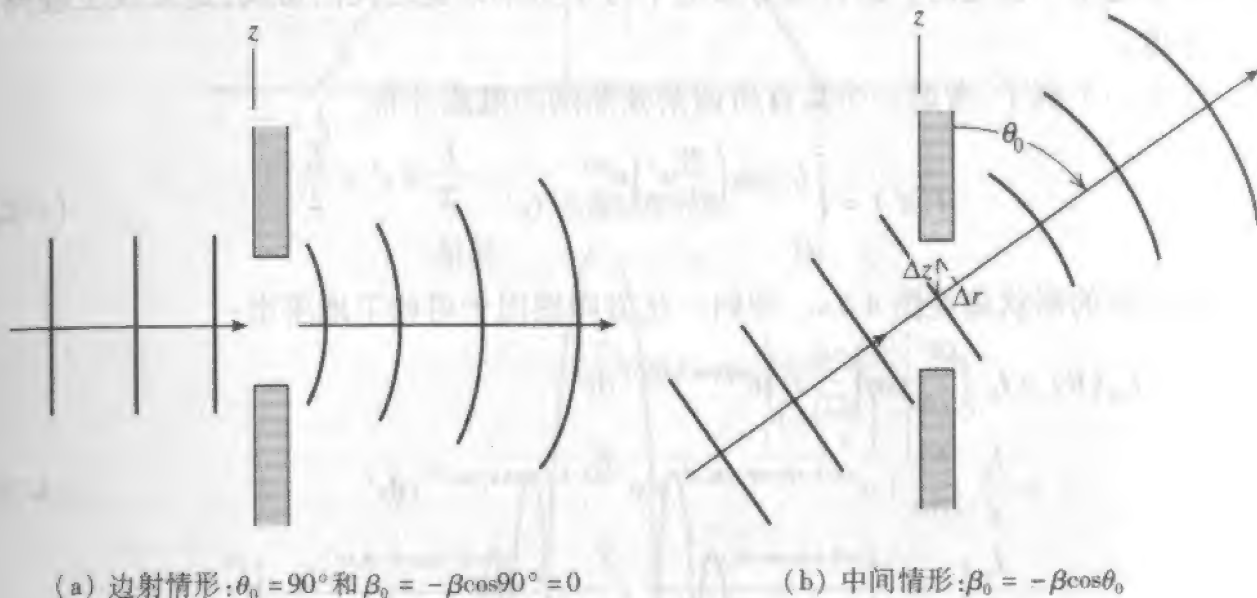
也接近于$f(\theta)$。因此,除接近端射处外,旁瓣电平、束宽及方向性值单独由方向图因子$f(\theta)$准确地确定,除了在端射处由于元因子的作用显著,迫使在$\theta=0$和180°时总方向图为零,见图 4-5b。

例 4-1　平面波入射于缝隙

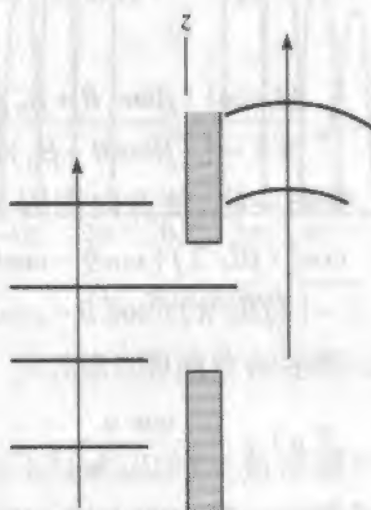
均匀线源的一个简单物理例子是均匀平面波投射到良导体的长狭缝上,如图 4-6 所示。相位波前(等相面)由平行线指明。在图 4-6a 中,波垂直地投射在缝隙上。因为相位波前平行于缝隙,所以该缝隙具有均匀幅度激励。因而该缝隙表现为具有均匀相位的均匀线源。关于电流分布的等效场分布将在 7.1 节中进一步讨论。不过,很显然,缝隙右边的最大辐射,将主要在左边入射波的传播方向,即$\theta_0=90°$。对线源,沿源的相移与最大辐射方向θ_0的关系是$\beta_0=-\beta\cos\theta_0$,这里$\beta$是入射平面波的相位常数。由于$\theta_0=90°,\beta_0=-\beta\cos90°=0$。也就是说,沿缝隙没有相移。至此,我们已考察了,对平面波垂直入射到缝隙上,该关系式是正确的。

如果平面波的传播方向与缝隙成θ_0角,由于波到达时间不同,沿缝隙就有相移。

事实上，相移是 $\beta_0 z'$，其中 β_0 是沿缝隙每米的相移，我们已假定 $z'=0$ 处是零相位。但是在传播方向的相移是 β rad/m，因此沿传播方向距离 Δr 的相移是 $\Delta\phi=-\beta\Delta r$（由于波以 $e^{-j\beta r}$ 传播）。在沿缝隙距离 Δz 上考虑有同样相移，或 $\Delta\phi=\beta_0\Delta z$（见图 4-6b）。由于 $\Delta r=\Delta z\cos\theta_0$，且相移相等，我们有 $\Delta\phi=-\beta\Delta z\cos\theta_0=\beta_0\Delta z$，从而 $\beta_0=-\beta\cos\theta_0$，如式(4-6)所示，这是一个合适的定义。从图 4-6b 显见，缝隙或其等效线源的最大辐射方向将出现在传播方向 $\theta=\theta_0$。



（a）边射情形：$\theta_0=90°$ 和 $\beta_0=-\beta\cos 90°=0$　　（b）中间情形：$\beta_0=-\beta\cos\theta_0$



（c）端射情形：$\theta_0=0$，且 $\beta_0=-\beta$

图 4-6　均匀线源的例子：从左边来的均匀平面波，照射良导体上宽度为 L 的无限长缝

在图 4-6c 中，入射波沿平行于缝隙方向行进。沿缝隙每米的相移显然等于波的相位常数的负值。这个结论也可从 $\theta_0=0°$，$\beta_0=-\beta\cos\theta_0=-\beta$ 得到。此时右边的辐射波是端射。

4.2 渐削线源

许多可以建模成线源的天线被设计成渐削分布。这是因为,如果电流幅度向线源终端减弱,方向图旁瓣减弱而主瓣变宽。在许多应用中,低旁瓣是必须的,而随之而来的宽主瓣也是可接受的。这种低旁瓣电平与半功率束宽之间的协调,是天线工程师的主要考虑。

作为一个例子,考虑一个具有所谓余弦渐削的电流分布

$$I(z') = \begin{cases} I_0 \cos\left(\dfrac{\pi}{L}z'\right)e^{j\beta_0 z'} & -\dfrac{L}{2} < z' < \dfrac{L}{2} \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \tag{4-23}$$

该电流分布的形状画在图4-7a。非归一化方向图因子可如下地求出:

$$\begin{aligned} f_{un}(\theta) &= I_0 \int_{-L/2}^{L/2} \cos\left(\frac{\pi}{L}z'\right) e^{j(\beta\cos\theta + \beta_0)z'} dz' \\ &= \frac{I_0}{2}\int_{-L/2}^{L/2} [e^{j(\pi/L + \beta\cos\theta + \beta_0)z'} + e^{-j(\pi/L - \beta\cos\theta - \beta_0)z'}] dz' \\ &= \frac{I_0}{2}\left[\frac{e^{j(\pi/L+\beta\cos\theta+\beta_0)z'}}{j(\pi/L+\beta\cos\theta+\beta_0)} + \frac{e^{-j(\pi/L-\beta\cos\theta-\beta_0)z'}}{-j(\pi/L-\beta\cos\theta-\beta_0)}\right]_{-L/2}^{L/2} \end{aligned} \tag{4-24}$$

计算上式导出

$$f_{un}(\theta) = I_0 \frac{2L}{\pi} \frac{\cos[(\beta\cos\theta+\beta_0)L/2]}{1-[(\beta\cos\theta+\beta_0)L/\pi]^2} \tag{4-25}$$

利用式(4-6)中的$\beta_0 = -\beta\cos\theta_0$,并归一化,使方向图因子在$\theta=\theta_0$时等于1。得到

$$f(\theta) = \frac{\cos[(\beta L/2)(\cos\theta - \cos\theta_0)]}{1-[(\beta L/\pi)(\cos\theta-\cos\theta_0)]^2} \tag{4-26}$$

利用式(4-7),该式可以写成以u表示的方向图

$$f(u) = \frac{\cos u}{1-(2u/\pi)^2} \tag{4-27}$$

该方向图画在图4-7b。现在将其旁瓣电平与图4-10a均匀线源的作比较。

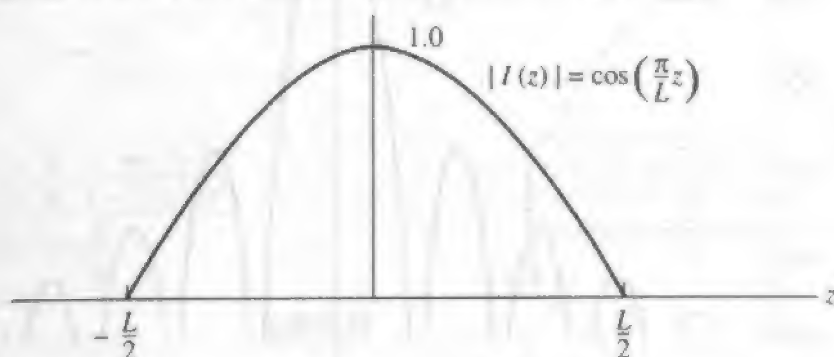
对边射情形,余弦渐削线源的旁瓣电平是-23dB,而束宽是

$$HP \approx 1.19\frac{\lambda}{L}\text{弧度} = 68.2\frac{\lambda}{L}\text{度} \tag{4-28}$$

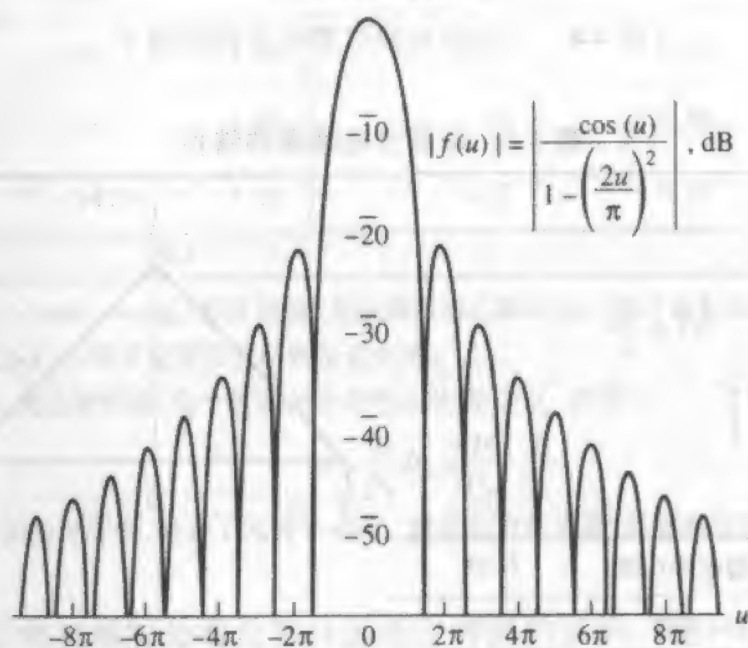
旁瓣电平比同长度的均匀线源低10dB,而束宽增大38%。虽然使旁瓣电平比均匀线源时降低,但主瓣变宽,导致方向性比均匀线源得到的方向性小。比值D/D_u用于比较渐削线源的方向性与同长度的均匀线源的方向性。对余弦渐削,$D/D_u=0.810$。由式(4-21)得到的实际方向性D是

$$D = 0.810\,D_u = 1.620\frac{L}{\lambda} \quad (\text{边射}, L \gg \text{A}) \tag{4-29}$$

如果电流分布渐削得更厉害，如余弦平方渐削情形，旁瓣更加降低而束宽进一步变宽。余弦平方情形以及许多其他重要情形的方向图参数归纳在表4-2[1~3]。



(a) 电流幅度分布



(b) 方向图因子

图4-7 余弦渐削电流分布与方向图因子

作为进一步的例子，考虑表4-2a给出的三角形渐削电流。方向图$(\sin u/u)^2$是均匀线源方向图的平方。将图4-8三角形线源的方向图与图4-1中均匀线源的方向图比较后，这个性质就更清楚了。三角形线源的第一零点比均匀线源方向图远出一倍。因此，第一零点之间的束宽是两倍大。半功率束宽增大44%（从$0.886\lambda/L$变到$1.28\lambda/L$）。还有，以变量u表示的三角形线源的旁瓣也是两倍宽，而以分贝表示的旁瓣电平则降低一半，均匀线源时-13.3dB，三角形线源时-26.6dB。方向性是均匀线源值的75%（由表4-2a）。

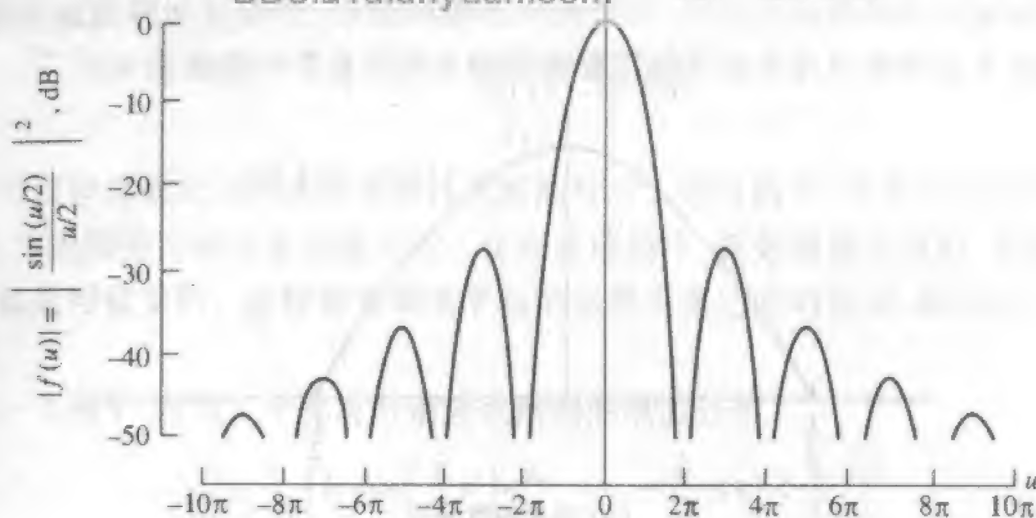


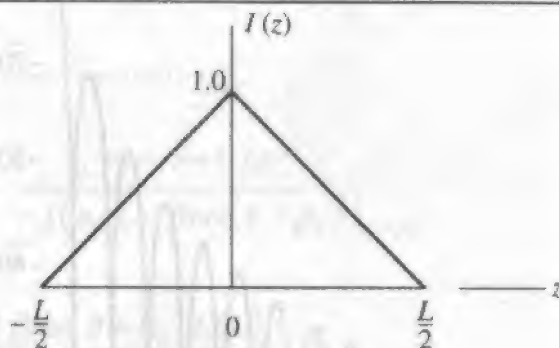
图 4-8　三角形渐削线源的方向图因子

表 4-2　渐削分布线源的特性

(a) 三角形渐削

$I(z) = 1 - \frac{2}{L}|z| \quad |z| \leqslant \frac{L}{2}$

$f(u) = \left[\frac{\sin(u/2)}{u/2}\right]^2$



HP(rad)	旁瓣电平(dB)	D/D_u
$1.28(\lambda/L)$	-26.6	0.75

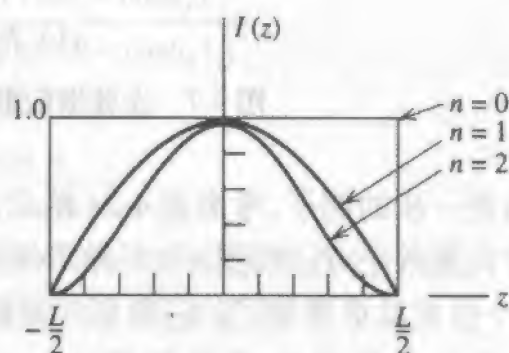
(b) 余弦渐削

$I(z) = \cos^n\left(\frac{\pi z}{L}\right) \quad |z| \leqslant \frac{L}{2}$

$f(u) = \frac{\sin u}{u} \quad n = 0$

$f(u) = \frac{\cos u}{1 - (2u/\pi)^2} \quad n = 1$

$f(u) = \frac{1}{1 - (u/\pi)^2} \frac{\sin u}{u} \quad n = 2$



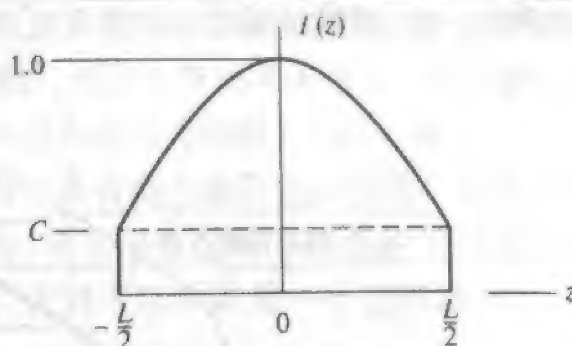
n	HP(rad)	旁瓣电平(dB)	D/D_u	类型
0	$0.866\frac{\lambda}{L}$	-13.3	1.00	均匀线源
1	$1.19\frac{\lambda}{L}$	-23.0	0.810	余弦渐削
2	$1.44\frac{\lambda}{L}$	-31.7	0.667	余弦平方渐削

(续)

(c) 基底电平上的余弦

$$I(z)=C+(1-C)\cos\frac{\pi z}{L}$$

$$f(u)=\frac{C\dfrac{\sin u}{u}+(1-C)\dfrac{2}{\pi}\dfrac{\cos u}{1-(2u/\pi)^2}}{C+(1-C)\dfrac{2}{\pi}}$$



边缘照射

C	$-20\log C$ (dB)	HP(rad)	旁瓣电平 (dB)	D/D_u
0.3162	-10	$1.03\frac{\lambda}{L}$	-20	0.92
0.1778	-15	$1.08\frac{\lambda}{L}$	-22	0.88
0	$-\infty$	$1.19\frac{\lambda}{L}$	-23	0.81

注:1. 对 $u=(\beta L/2)(\cos\theta-\cos\theta_0)$ 的任意值,方向图表示式都成立。但对边射线源($\theta_0=90°$,$u=(\beta L/2)\cos\theta$)以及 $L\gg\lambda$,半功率束宽和方向性是近似的。

2. 对具有 $L\gg\lambda$ 的边射线源,每个线源的方向性由比值 D/D_u 求得为

$$D=\frac{D}{D_u}D_u=\frac{D}{D_u}2\frac{L}{\lambda}$$

3. 在求得表中值的计算中,略去了元因子 $\sin\theta$。对长的边射线源,其影响是微小的。

从表4-2,关于电流幅度分布及其对远场方向图的影响,我们可以归纳并作几点表述。我们假定电流是恒定相位的。当电流幅度从线源中心向边缘渐削越厉害,旁瓣降低而束宽增加。方向性则随之降低。因此,对连续源,在旁瓣电平与束宽之间有必要协调,就像离散源时那样(见3.5节)。对每个特殊设计课题,天线工程师必须对束宽和旁瓣电平之间的折中做出决定。

例4-2 柱形抛物面反射器天线

柱形抛物面反射器天线(见图4-9)可以用线源来建模。假定图4-9中抛物面反射器边缘之间的表面跨度(即口径)是 10λ,在 y 方向的口径内场分布是在 -15dB 边缘照射上叠加的余弦。从表4-2c可知半功率束宽是

$$HP=1.08\lambda/L=0.108\ \text{rad}=6.2°$$

旁瓣电平是 -22dB。图12-21示出对一个接近于基底上叠加余弦(图12-22)的口径分布通过一维口径积分计算出的方向图。它具有 -22dB 旁瓣电平和 H 面的半功率束宽 $5.9°$。这里没有 E 面的数据,因为12.6节中的天线在 x 方向无限长(即二维问题,而不是三维问题)。但是,假定天线仍旧如图4-9是沿 x 方向(E 面)10λ,而在 E 面的口径分布是均匀的,则可以建模成均匀线源产生的 E 面方向图。如果主平面分布是可分离

的,可以从线源公式计算口径方向性,见式(7-86)。更多的口径天线将在第7章中谈到,像本例中一样,线源结果也将在那里发挥重要作用。

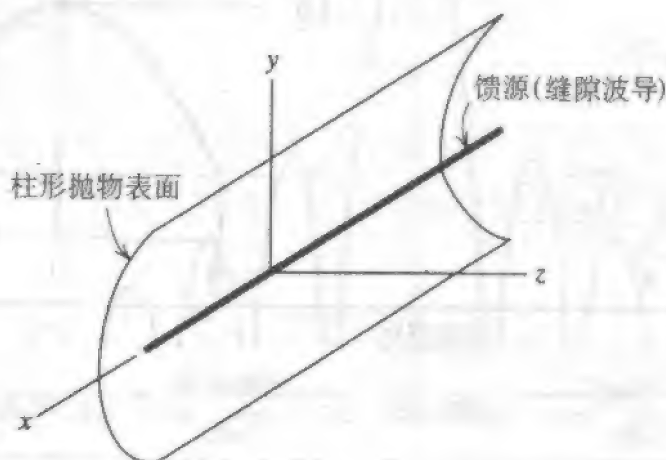


图 4-9 带有沿柱轴的 x 向极化馈源的抛物柱面反射器

4.3 远场方向图和源分布之间的傅里叶变换关系

远场方向图与其(非周期)源分布构成一对傅里叶变换。为看清楚这点,考虑式(4-1),那里 $I(z') = |I(z')|e^{j\beta_0 z'}$,并写出

$$F_{un}(\theta) = \sin\theta \int_{-L/2}^{L/2} |I(z')| e^{j(\beta\cos\theta + \beta_0)z'} dz' \tag{4-30}$$

或

$$f_{un}(\theta) = \frac{F_{un}(\theta)}{\sin\theta} = \int_{-L/2}^{L/2} |I(z')| e^{j(\beta\cos\theta + \beta_0)z'} dz' \tag{4-31}$$

此式中的元因子 $\sin\theta$ 已被吸收进线源的远场。因此,$f_{un}(\theta)$ 可以看作线源的远场,其中元方向图是各向同性的。由于对 $z' > L/2$ 和 $z' < -L/2$,$I(z')$ 为零,式(4-31)的积分限可以延拓到无穷远。因此有

$$f_{un}(\theta) = \int_{-\infty}^{\infty} |I(z')| e^{j(\beta\cos\theta + \beta_0)z'} dz' \tag{4-32}$$

它就是傅里叶变换对的一半。(天线)傅里叶变换对的另一半是

$$I(z') = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} f_{un}(\theta) e^{-jz'\beta\cos\theta} d(\beta\cos\theta) \tag{4-33}$$

由电路理论可知,(电路)傅里叶变换对可写成

$$f(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} g(\omega) e^{j\omega t} d\omega \tag{4-34}$$

和

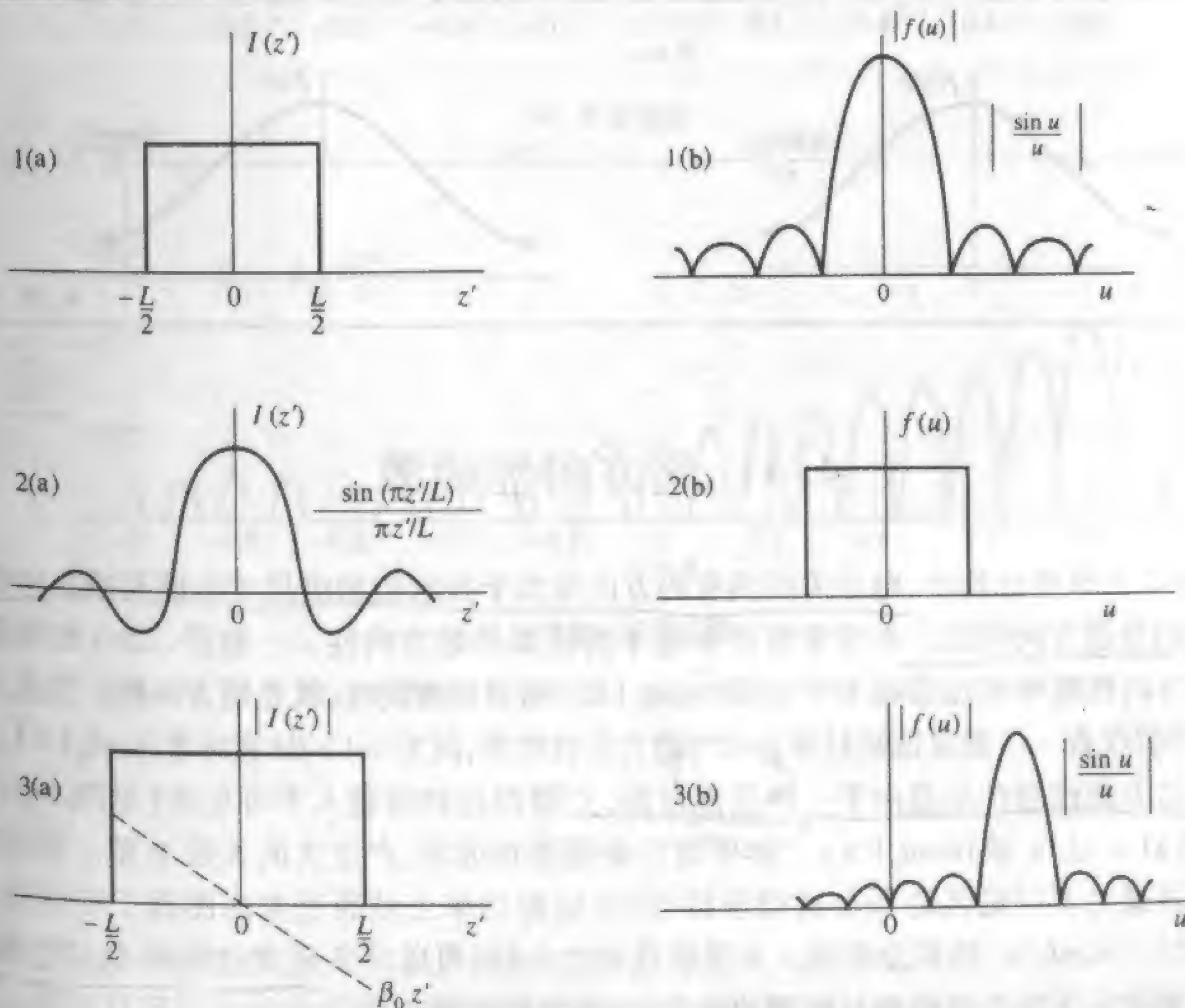
$$g(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt \tag{4-35}$$

如果令 $\cos\theta$ 和 $\beta z'$ 分别对应于 t 和 ω，则 z'/λ 对应于频率 f。量 z'/λ 称为空间频率，单位是 Hz/rad。对于实数 θ 及 $|\cos\theta|\leqslant 1$，与 $f_{un}(\theta)$ 相应的场分布代表辐射功率。对于 $|\cos\theta|>1$，它代表无功功率或储存功率（例如，见 2.6 节或 4.4 节）。方向图 $f_{un}(\theta)$ 或角谱代表平面波的角分布。对 $|\cos\theta|\leqslant 1$，角谱与远场方向图 $f_{un}(\theta)$ 一样。

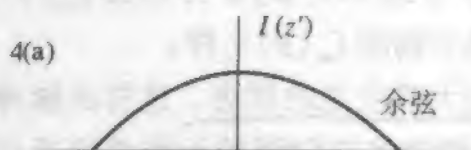
在电路理论中，一个非常窄的（时间）脉冲具有很大或很宽的频谱。这样的脉冲通过滤波器，要求滤波器具有宽的通带。同样，具有很窄远场方向图的天线必须通过宽带空间频率。即天线必须是电大的。因此，天线可以看作是一个空间滤波器，这一概念广泛地用于辐射计和射电天文。

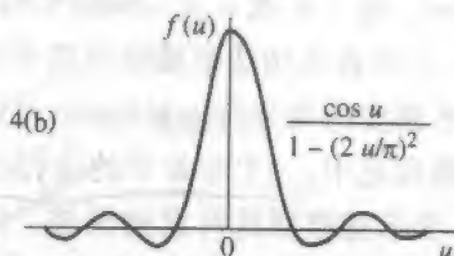
领悟源与远场函数构成傅里叶变换对的最大意义在于，人们可以利用傅里叶变换理论现成的海量信息，特别是在电路理论中。例如，表 4-3 示出若干天线理论中出现的常用傅里叶变换对。其中一些也出现在表 4-2 中，不过它们的建立并未依靠傅里叶变换知识。表 4-3 中的变换对可以双向工作。即至少在理论上，表 4-3 中源分布与远场方向图是可以交换的。不过，在某些情形，结果所得分布不像远场方向图或源分布那么可实现。最后，虽然我们熟悉式(4-32)，也许意味着式(4-33)的应用也同样轻而易举，其实不然。式(4-33)的应用导致天线综合技术。天线综合将在第 8 章讨论。

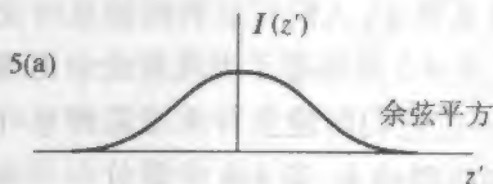
表 4-3 若干通用的傅里叶变换对

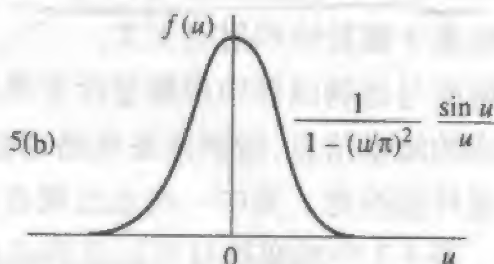


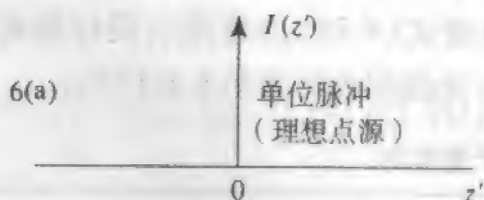
（续）

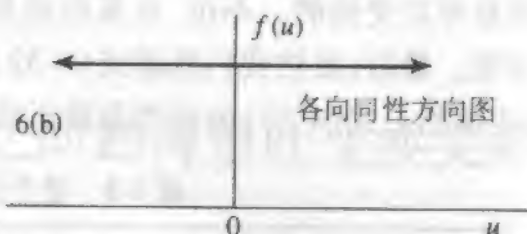


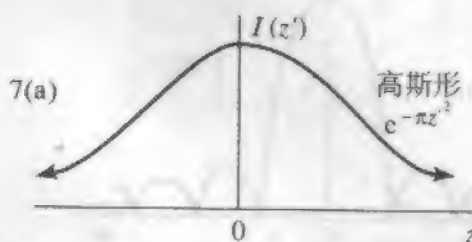


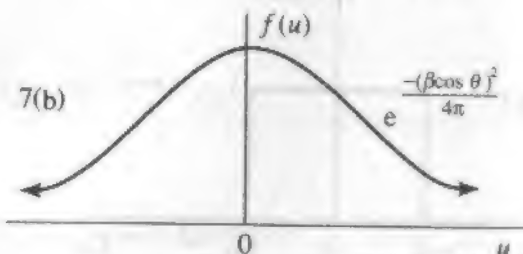








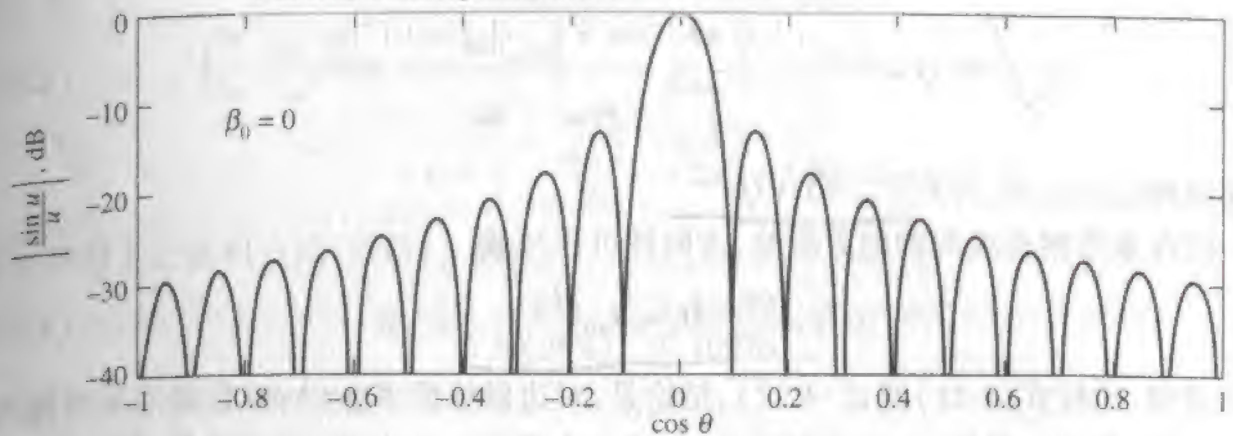




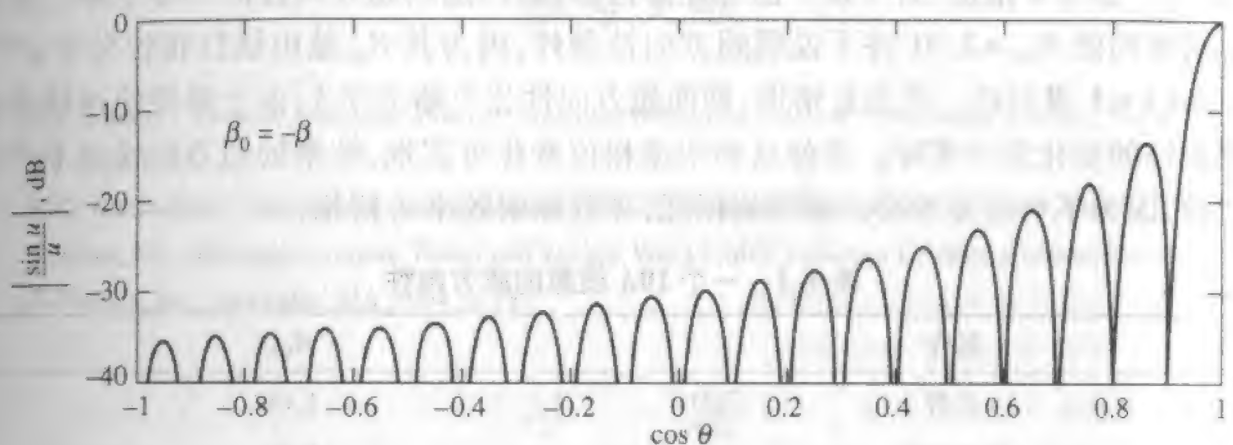
4.4　超方向性线源

在2.5节中已指出，电小天线具有的方向性大于按它们的电尺寸应该有的方向性，即它们是超方向性的。本节考察并非电小的线源的超方向性。一般讲，$L\gg\lambda$的线源，如果方向性高于相位分布$e^{\pm j\beta z'}$以及$|\cos\theta_0|\leqslant 1$所得的方向性，就是超方向性。因此，第3章中的汉森－伍德亚德端射阵显示出超方向性性质，因为$|\alpha|>\beta d$意味着$|\cos\theta_0|>1$。

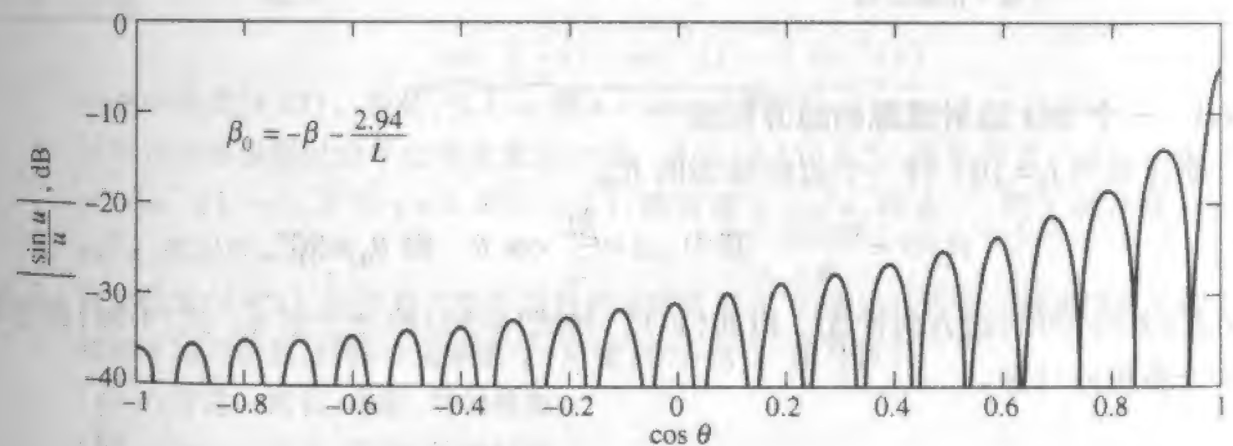
超方向性的产生是由于一种干涉过程，主瓣因此扫描进入不可见区（见图4-10），此时$|u|>\pi L/\lambda$或$|\cos\theta_0|>1$。这导致能量储存在近场，产生大的天线Q值。无功功率可以通过不可见区的积分近似求得，同时辐射功率当然通过方向图因子在可见区（该处$|u|\leqslant\pi L/\lambda$）的积分求得。为了量化超方向性，可以定义超方向性比R_{SD}，它是辐射功率加上无功功率的和与辐射功率之比，对边射线源它是[2]。



(a) 边射



(b) 普通端射



(c) 汉森－伍德亚德

图 4-10 一个 10λ 线源的远场方向图。相应的超方向性比可从表 4-4 找到

$$R_{\mathrm{SD}} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} |f(u)|^2 \, \mathrm{d}u}{\int_{-\pi L/\lambda}^{\pi L/\lambda} |f(u)|^2 \mathrm{d}u} \tag{4-36}$$

对除边射以外的情形，分母的积分限要改变（见习题 4.4.1 和 4.4.2）。

由于 Q 可以表示为无功功率与辐射功率之比，因此，

$$Q \approx \frac{\int_{-\infty}^{-\pi L/\lambda} |f(u)|^2 \mathrm{d}u + \int_{\pi L/\lambda}^{\infty} |f(u)|^2 \mathrm{d}u}{\int_{-\pi L/\lambda}^{\pi L/\lambda} |f(u)|^2 \mathrm{d}u} \tag{4-37}$$

将前面两式作比较，得到 $R_{SD} \approx 1 + Q$。

现在来考察长线源的超方向性，方向性可以写成

$$D_u \simeq R_{SD} \frac{2L}{\lambda} \tag{4-38}$$

对长线源，比较式(4-21)及式(4-22)，结论是：对边射线源 $R_{SD}=1$；对普通端射线源 $R_{SD}=2$。对一个 10λ 线源，它也近似正确，如表4-4所示。表中 R_{SD} 的严格值是利用式(4-36)得到。表4-4指出，对汉森－伍德亚德情形，可以达到超方向性的中等水平。普通端射情形的值 $R_{SD}=2.01$ 并不说明超方向性条件，因为其 R_{SD} 是由线性相位分布 $e^{j\beta z'}$ 及 $|\cos\theta_0| \leqslant 1$ 得到的。在边射情形，即使超方向性比仅略大于1，由于需要快速精确地控制相位的变化而不实际。即使这种快速相位变化可实现，结果的超方向性也不产生超增益，因为不可避免地会出现欧姆损耗，导致辐射效率 e_r 降低。

表4-4 一个 10λ 线源的超方向性

场合	R_{SD}
边射	1.01
普通端射	2.01
汉森－伍德亚德	8.03

例4-3 一个 10λ 边射线源的超方向性

欲计算当 $L=10\lambda$ 时一个边射线源的 R_{SD}：

$$f(u)=\frac{\sin u}{u} \quad 其中，u=\frac{\beta L}{2}\cos\theta \quad 而\ \theta_0=90°$$

利用式(4-36)可求超方向性比。由式(F-12)知式(4-36)的分子是 π。式(4-36)的分母可由分步积分计算。

令

$$\mathrm{d}y=\frac{1}{u^2}\mathrm{d}u \quad 和 \quad x=\sin^2 u$$

因此

$$y=-\frac{1}{u} \quad 和 \quad \mathrm{d}x=2\sin u\cos u\,\mathrm{d}u$$

由于

$$\int x\mathrm{d}y = xy - \int y\mathrm{d}x$$

在此处为

$$\int_{-10\pi}^{10\pi}\frac{\sin^2 u}{u^2}\mathrm{d}u = -\frac{\sin^2 u}{u}\Bigg|_{-10\pi}^{10\pi} - \int_{-10\pi}^{10\pi}\left(\frac{-1}{u}\right)2\sin u\cos u\,\mathrm{d}u$$

$$=0+\int_{-10\pi}^{10\pi}\frac{\sin 2u}{2u}\mathrm{d}(2u) = 2\,\mathrm{Si}(20\pi)$$

其中利用了正弦积分式(F-13)。因此

$$R_{\mathrm{SD}} = \frac{\pi}{2\,\mathrm{Si}(20\pi)} = \frac{3.14159}{3.10976} = 1.01$$

从而,表4-4中写入的值得到了确认。

参考文献

1. J. F. Ramsay, "Lambda Functions Describe Antenna/Diffraction Patterns," *Microwave Journal*, Vol. 6, pp. 69–107, June 1967.
2. R. C. Hansen, Ed., *Microwave Scanning Antennas*, Vol. 1, Academic Press, New York, 1964, Chap. 1.
3. S. Silver, Ed., *Microwave Antenna Theory and Design*, Vol. 12, MIT Radiation Laboratory Series, Boston Technical Publishers, Inc., Lexington, MA, 1964, p. 187.

习 题

4.1.1 证明

$$\cos^{-1}(-x) - \cos^{-1}(x) = 2\sin^{-1}(x)$$

顺便证明式(4-13)。为此,引入 α,使 $x=\sin\alpha$,并利用 $\cos(\alpha\pm\pi/2)=\mp\sin\alpha$。

4.1.2 证明均匀线源端射的半功率束宽表达式。从式(4-15)出发,并证明式(4-16)。提示:令 $\alpha=\cos^{-1}(1-y)$,其中 $y=0.443(\lambda/L)$,然后建立 $\cos^2\alpha$,略去 y^2,把1展开成 $\cos^2\alpha+\sin^2\alpha$,再利用 $\sin\alpha\approx\alpha$。

4.1.3 对短线源($L\ll\lambda$),证明均匀线源边射的远区电场 E_θ 的表达式近似于理想偶极子的结果。

4.1.4 对如下均匀线源,计算半功率束宽(用度)和方向性(用分贝):

(a) 八分之一波长,边射,均匀线源。

(b) 八分之一波长,端射,均匀线源。

(c) 十六分之一波长,边射,均匀线源。

(d) 十六分之一波长,端射,均匀线源。

4.1.5 (a) 利用均匀线源的通用方向图因子,得出两种情形下四分之一波长均匀线源的极坐标图:边射及端射($\theta_0=0°$)。

(b) 从(a)得到的极坐标图中测量半功率束宽。

(c) 利用式(4-14)和式(4-16)计算半功率束宽,以度表示。它与(b)所得结果的符合程度主要取决于你构建的极坐标图的精确性。

4.1.6 对如下3种长度的均匀线源,验证表4-1中3种近似级别的半功率束宽值:(a)2λ;(b)5λ;(c)10λ。

4.1.7 均匀线源的方向性。

(a) 证明式(4-20)导出表达式

$$\frac{\beta L}{D_u}=\frac{\cos a-1}{a}+\frac{\cos b-1}{b}+\mathrm{Si}(a)+\mathrm{Si}(b)$$

其中D_u是均匀线源的方向性，单位长度激励相移是β_0，$a=(\beta-\beta_0)L$，$b=(\beta+\beta_0)L$，Si是由式(F-13)定义的正弦积分函数。

(b) 画出相应于甚长均匀线源边射的方向性，即$D_u/(2L/\lambda)$，对于$\beta L=10$及$\beta L=100$作为$\theta_0=$的函数，从90°到0°。

(c) 是什么使(a)的表达式简化成边射情形($\theta_0=90°$)？

(d) 当L远大于波长时，证明(c)的结果给出式(4-21)。

(e) 利用(c)的结果，对于βL从1变到10，画出相对于甚长均匀线源(即$\lambda D_u/2L$)边射的方向性。该结果将显示长线源方向性的近似式表达得很好。

4.2.1 验证式(4-27)的余弦渐削线源方向图具有(a)对$L\gg\lambda$，边射情形，HP = 1.19(λ/L)；(b)旁瓣电平 -23.0dB。

4.2.2 构建3波长边射余弦渐削线源方向图因子的线性极坐标图。按图4-3步骤进行。

4.2.3 一个3m长边射线源，工作在1GHz，具有余弦渐削电流分布。

(a) 计算半功率束宽，以度表示。

(b) 计算方向性，以分贝表示。

4.2.4 一个10λ长线源具有如下电流分布时，计算半功率束宽(度)与方向性(分贝)：(a)均匀；(b)三角形；(c)余弦；(d)余弦平方；(e)在 -10dB 基底上叠加余弦。

4.2.5 三角形电流渐削线源。

(a) 从表4-2a的电流分布推导归一化方向图因子$f(u)$。

(b) 验证$L\gg\lambda$时半功率束宽为1.28(λ/L)，而旁瓣电平是 -26.6dB。可以用替代法，也可以从均匀线源找一些有用结果。

4.2.6 从三角形渐削电流分布得到的方向图，是均匀电流分布方向图的平方。从傅里叶变换理论看，这些电流分布之间如何联系？

4.2.7 长度小于半波长的振子天线，具有接近三角形的电流分布(见图1-20b)。

(a) 对具有三角形电流分布的边射线源，写出完整的远场电场E_θ表示式。

(b) 对短振子($L\ll\lambda$)，写出a中表式的近似式。

(c) 将其与理想偶极子的远场表达式E_θ作比较。讨论之。

4.2.8 导出表4-2中余弦平方线源电流分布的方向图因子表达式。同时验证半功率束宽表达式。

4.2.9 一个边射线源具有 -10dB 基底上叠加余弦的电流分布。它工作在200MHz，长度20m。计算(a)以度表示的半功率束宽；(b)以分贝表示的方向性。

4.2.10 一个线源具有基底电平上叠加余弦的电流分布，推导表4-2中的方向图因子表达式。

4.2.11 线源的方向性可从下式计算

$$D=\frac{2}{\lambda}\frac{\left|\int_{-L/2}^{L/2}I(z)\,\mathrm{d}z\right|^2}{\int_{-L/2}^{L/2}|I(z)|^2\mathrm{d}z}$$

这是式(7-66)的一维实形。利用此公式:

(a) 导出均匀线源的方向性 $D_u = 2L/\lambda$。

(b) 导出基底电平上叠加余弦的电流分布的 D/D_u 表示式。对 $C = 1$、0.3162、0.1778 及 0 作计算。

4.4.1 验证表 4-4 中的普通端射值 R_{SD}。注意:$u = (\beta L/2)(\cos\theta - 1)$。

4.4.2 验证表 4-4 中的汉森-伍德亚德值 R_{SD}。注意:$u = 0.5[\beta L(\cos\theta - 1) - 2.94]$。

4.4.3 考虑一个线源上有相速 v 的行波。因此 $\beta_0 = \beta(c/v)$。确定下列 3 种情形辐射的比值 c/v:(a)边射;(b)普通端射;(c)超增益(端射)。对这 3 种情形鉴别相速是快波(即 $v > c$)慢波(即 $v < c$),或二者都不是。

第5章 谐振天线:导线和贴片

本章讨论导线天线与贴片这些重要课题。导线天线是最古老的且仍然是最普遍的天线类型。导线的几乎每一种想象得出的形状和结构都有应用。导线天线可以由实心导线或管状导体做成。它们概念相对简单,容易建造,且非常便宜。

要得到导线天线的完全精确解,必须求出沿导线切向电场为零这个边界条件下的解。这种处理方法产生一个积分方程,在最近几十年里报道过许多近似解[1]。这些经典解法比较繁琐,且仅限于几种简单的导线形状。另一方面,对许多线天线结构来说,现代数值方法配上数字计算机,概念相当简单而且管用。这些数值技术(矩量法)将在第10章讨论。本章我们采用简单的办法求解导线天线的性能。这样做会让读者对导线天线怎样工作有概念性的理解,也会得出精确得惊人的工程结果。例如,在5.7节讨论环天线时,对简单理论结果与更严格的数值方法结果之间的详细比较,显示了简单理论的精确性。

本章将讨论几种谐振导线天线,如直导线振子、V形振子、折合振子、八木-再田天线(又称八木天线)以及环天线。微带贴片天线是谐振天线,也作了描述。谐振天线是一个驻波天线(例如振子),谐振时输入电抗为零。

另外的宽带导线天线,诸如行波天线、螺旋线以及对数周期天线,将在下一章中讲述。本章包含给导线天线馈电的方法,以及在非完纯导电地平面下它们的性能。本章中的大多数推演使用迄今已经阐述的原理。侧重在构建和使用导线天线所需的设计数据与指南。

5.1 振子天线

我们已经在1.6节和2.1节中讨论过短振子,在2.2节中讨论过半波振子。本节将考察任意长度的振子。振子天线已经得到了大量的研究[1-3]。我们将采用一种简单而有效的处理方法,包括假设电流分布的形式。然后,可以求解辐射积分以及方向图参数。对振子,假定电流分布是正弦的。这是已实验证实了的良好近似。当然,两端电流必须为零。实际上,我们使用的电流分布,可以从开路平行线传输线上找到。假设这样一条传输线向外弯曲形成导线天线,沿弯曲部分的电流分布基本上没有改变。虽然并不严格正确,但对导体直径在0.01λ数量级或更小的细导线,这是一个良好的近似[4]。

5.1.1 直导线振子

一个沿 z 轴方向的直线振子天线示于图 5-1。在中心处由平衡双导线传输线馈电，即在每根导线上的电流幅度相等而方向相反。假设电流在天线上是正弦分布，且可写成

$$I(z) = I_m \sin\left[\beta\left(\frac{L}{2} - |z|\right)\right], |z| < \frac{L}{2} \tag{5-1}$$

振子周围是自由空间，相位常数是自由空间的 β。

将天线上的电流分布可视化是有益的。图 5-2 示出一个 $L < \lambda/2$ 的振子上的电流。实线表示天线上的真实电流，虚线表示正弦波函数的延长线。在作此可视化的同时要提请注意的是，电流分布的虚线部分没有出现在传输线上[5]。在本场合，式(5-1)中的 I_m 并非天线上出现的电流最大值。图 5-2 所示天线上的最大电流是在输入端口处，其值为 $I_m \sin(\beta L/2)$。图 5-2 中的箭头表示电流方向。天线上半与下半的电流，在任何瞬时都同向，结果来自两半的辐射效应互相增强。不过，传输线具有相反指向的电流，对典型的导体间距，这些电流上的辐射效应相互抵消了(见图 2-4)。

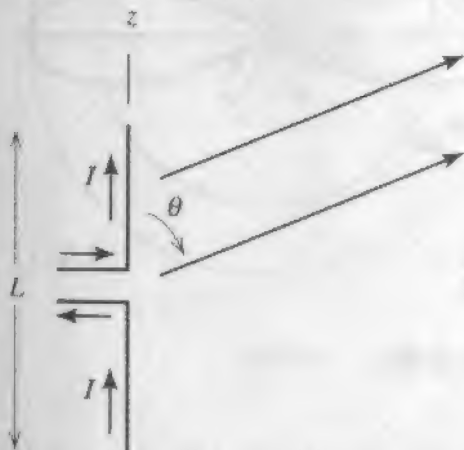


图 5-1 振子天线

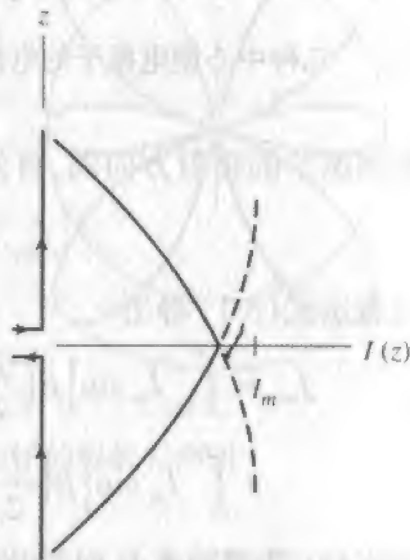


图 5-2 长度 $L < \lambda/2$ 的振子上的电流分布

在图 5-3 中，在多种振子上的电流分布与激励它们的天线画在一起。叠放在天线上的正弦曲线指明导线上的电流强度，即 z 点处的曲线值也是导线上同一 z 点处的电流值。箭头仍表示电流方向。构建这些图时，从 z 轴上导线的一个端点开始，该处电流为零，在向馈点移动中画出正弦波。另一半上的电流是镜像。对大于一波长的振子，天线上的电流并非都是同一方向的。在半波段上，电流是同相的，在相邻半波段上电流是反相的。随后我们希望看看辐射方向图中大的抵消效应。稍后，我们将仔细地揭示发生了什么。对所示的电流分布，图形代表最大激励状态。假定角频率 $\omega = 2\pi c/\lambda$ 的正弦波发生器接在传输线的输入端。由式(1-6)可知，可以将式(5-1)乘以 $\cos\omega t$ 得到任何瞬间的电流驻波图。

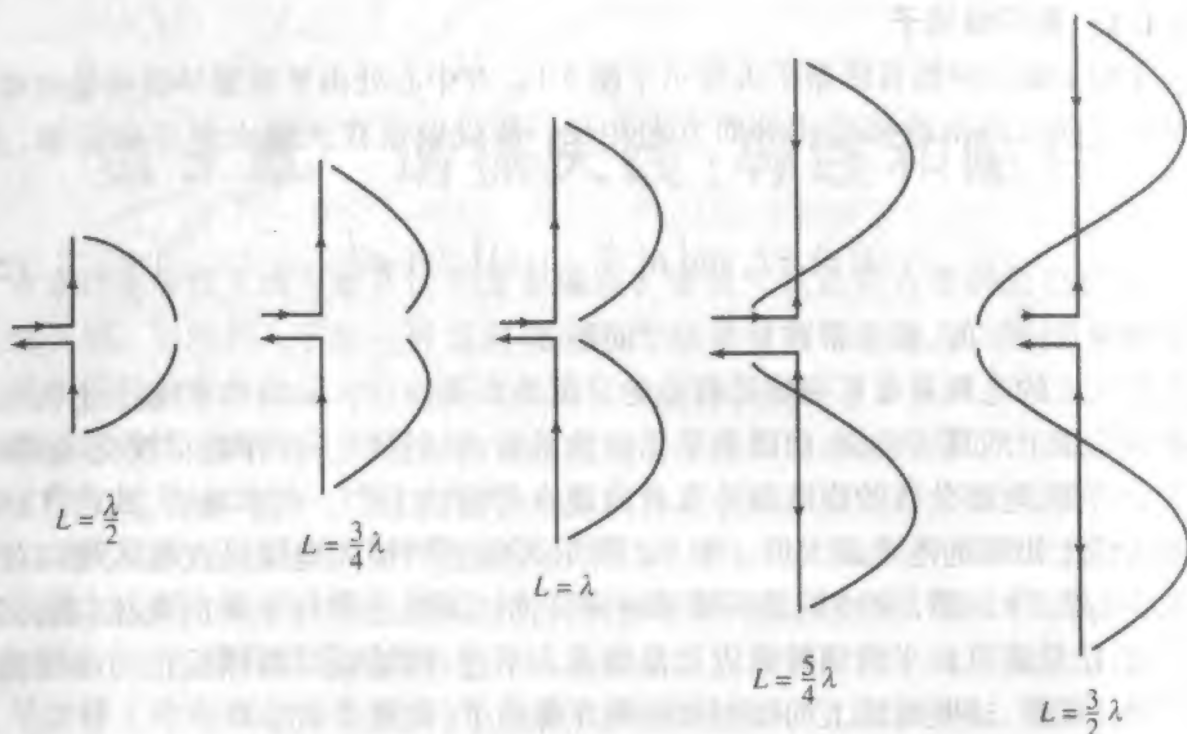


图5-3 几种中心馈电振子的电流分布。箭头指明最大电流条件下的相关电流方向

为得到振子的辐射方向图，首先计算辐射积分

$$f_{un}=\int_{-L/2}^{L/2}I(z')\,e^{j\beta z'\cos\theta}dz' \tag{5-2}$$

代入电流表示式(5-1)得出

$$f_{un}=\int_{-L/2}^{0}I_m\sin\left[\beta\left(\frac{L}{2}+z'\right)\right]e^{j\beta z'\cos\theta}dz' + \int_{0}^{L/2}I_m\sin\left[\beta\left(\frac{L}{2}-z'\right)\right]e^{j\beta z'\cos\theta}dz' \tag{5-3}$$

计算这些积分(见习题5.1.1)给出未归一化的方向图

$$f_{un}=\frac{2I_m}{\beta}\frac{\cos[(\beta L/2)\cos\theta]-\cos(\beta L/2)}{\sin^2\theta} \tag{5-4}$$

在式(4-1)中运用式(5-4)，得到完整的远场电场

$$E_\theta=j\omega\mu\sin\theta\frac{e^{-j\beta r}}{4\pi r}\frac{2I_m}{\beta}\frac{\cos[(\beta L/2)\cos\theta]-\cos(\beta L/2)}{\sin^2\theta} \tag{5-5}$$

注意，$\omega\mu/\beta=\eta$，式(5-5)可简化为

$$E_\theta=j\eta\frac{e^{-j\beta r}}{2\pi r}I_m\frac{\cos[(\beta L/2)\cos\theta]-\cos(\beta L/2)}{\sin\theta} \tag{5-6}$$

该函数的变量 θ 决定了远场方向图。对 $L=\lambda/2$，它是

$$F(\theta)=\frac{\cos[(\pi/2)\cos\theta]}{\sin\theta}\quad(L=\lambda/2) \tag{5-7}$$

在2.2节也曾导出式(5-7)，见式(2-8)。这是半波振子的归一化方向图。半功率束宽

是 78°,其方向图示于图 5-4。

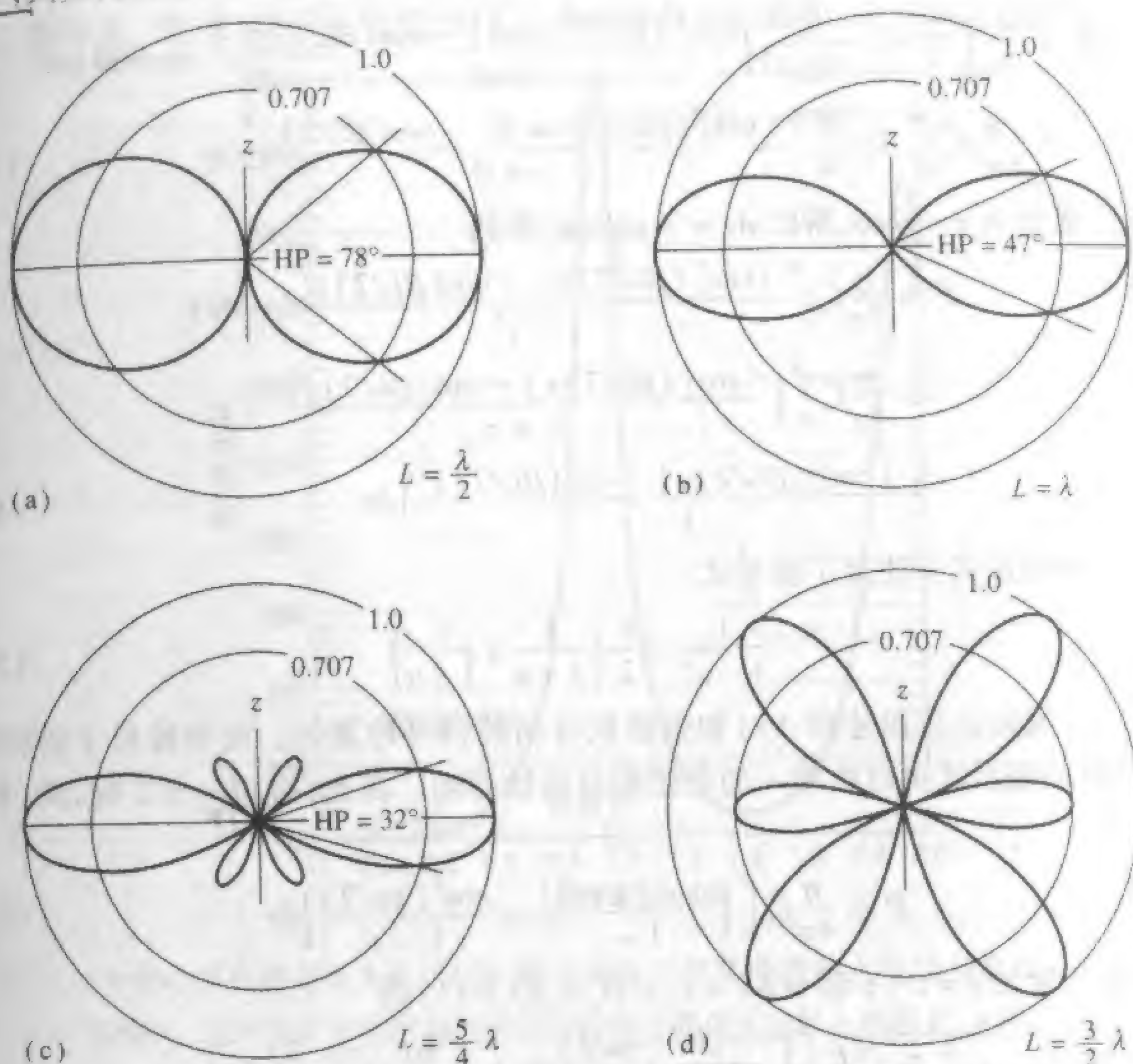


图 5-4 长度为 L 的中心馈电直振子的辐射方向图

对 $L=\lambda$ 的中心馈电振子,由式(5-6)得到的归一化电场方向图是

$$F(\theta)=\frac{\cos(\pi\cos\theta)+1}{2\sin\theta}\qquad(L=\lambda)\tag{5}$$

该全波振子的半功率束宽是 47°。它的方向图也示于图 5-4。如果 $L=3\lambda/2$,方向图数是

$$F(\theta)=0.7148\frac{\cos\left(\frac{3}{2}\pi\cos\theta\right)}{\sin\theta}\qquad\left(L=\frac{3}{2}\lambda\right)\tag{5}$$

系数 0.7184 就是归一化常数。正如前面对电长度大于一波长的振子预言的那样,天线上相反指向的电流有相消效应,如图 5-4 中所示的 3/2 波长的振子具有多瓣结在 5/4 波长场合也可见此效应。

当 L/λ 很小时,式(5-6)中振子方向图变化趋于 $\sin\theta$。因此,我们再次看到沿短振子的方向图是 $\sin\theta$。请回忆,短振子方向图具有 90°的束宽,见图 1-10b。

为得到辐射电阻，首先必须求得辐射功率。将式(5-6)代入式(1-130)得

$$P=\frac{1}{2\eta}\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}\eta^2\frac{I_m^2}{(2\pi r)^2}\left\{\frac{\cos[(\beta L/2)\cos\theta]-\cos(\beta L/2)}{\sin\theta}\right\}^2 r^2\sin\theta\mathrm{d}\theta\,\mathrm{d}\phi$$

$$=\frac{\eta}{8\pi^2}I_m^2\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\phi 2\int_0^{\pi/2}\frac{\{\cos[(\beta L/2)\cos\theta]-\cos(\beta L/2)\}^2}{\sin\theta}\mathrm{d}\theta \tag{5-10}$$

把积分变量改为 $\tau=\cos\theta$，所以 $\mathrm{d}\tau=-\sin\theta\mathrm{d}\theta$，得到

$$P=\frac{\eta}{2\pi}I_m^2\int_1^0\frac{\{\cos[(\beta L/2)\tau]-\cos(\beta L/2)\}^2}{1-\tau^2}(-\mathrm{d}\tau)$$

$$=\frac{\eta}{4\pi}I_m^2\int_0^1\left(\frac{\{\cos[(\beta L/2)\tau]-\cos(\beta L/2)\}^2}{1+\tau}+\frac{\{\cos[(\beta L/2)\tau]-\cos(\beta L/2)\}^2}{1-\tau}\right)\mathrm{d}\tau \tag{5-11}$$

在最后一个表示式中使用了恒等式

$$\frac{1}{1-u^2}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{1+u}+\frac{1}{1-u}\right) \tag{5-12}$$

式(5-11)可通过正弦积分(F-13)和余弦积分函数(F-14)算出。对半波振子的特殊情形，其简单的表示式可以由单一的余弦积分函数得到。因此，当 $\beta l=\pi/2$ 时，式(5-11)变成

$$P=\frac{\eta}{4\pi}I_m^2\int_0^1\left[\frac{\cos^2(\pi\tau/2)}{1+\tau}+\frac{\cos^2(\pi\tau/2)}{1-\tau}\right]\mathrm{d}\tau \tag{5-13}$$

再次改变变量如 $v=1-\tau$ 和 $w=1+\tau$，并代入式(5-13)得

$$P=\frac{\eta}{4\pi}I_m^2\left[\int_1^0\frac{-\sin^2(\pi v/2)}{v}\mathrm{d}v+\int_1^2\frac{\sin^2(\pi w/2)}{w}\mathrm{d}w\right]$$

$$=\frac{\eta}{4\pi}I_m^2\int_0^2\frac{\sin^2(\pi v/2)}{v}\mathrm{d}v=\frac{\eta}{4\pi}I_m^2\int_0^2\frac{1-\cos\pi v}{2v}\mathrm{d}v \tag{5-14}$$

积分变量改为 $t=\pi v$，得到

$$P=\frac{\eta}{8\pi}I_m^2\int_0^{2\pi}\frac{1-\cos t}{t}\mathrm{d}t=\frac{\eta}{8\pi}I_m^2\,\mathrm{Cin}(2\pi)=\frac{\eta}{8\pi}I_m^2(2.44) \tag{5-15}$$

其中，$\mathrm{Cin}(x)$ 由式(F-16)与余弦积分函数相联系，且列表于参考文献[6]。此处，$\mathrm{Cin}(2\pi)=2.44$。在式(5-15)中利用此式及 $\eta=120\pi$ 得出半波振子的辐射电阻是

$$R_r=\frac{2P}{I_m^2}=\frac{2(15\,I_m^2\,2.44)}{I_m^2}=73\ \Omega\quad\left(L=\frac{\lambda}{2}\right) \tag{5-16}$$

无限细振子天线也具有电抗性阻抗分量。对半波振子，电抗是电感性的，整个输入阻抗是

$$Z_A=73+\mathrm{j}42.5\ \Omega\quad\left(L=\frac{\lambda}{2}\right) \tag{5-17}$$

可以通过经典的感应电动势法，求出无限细振子的输入阻抗[7]。但是，导线直径有限的振子的输入阻抗，只能用第10章的数值方法计算，而不用假定电流形式。对小直径、

中心馈电的振子，计算所得的输入电阻与电抗，如图 5-5 与图 5-6 所示。在这些图中，谐振效应很明显。注意，对于小长度，如 2.1 节中所指出的那样，输入电抗是电容性的。

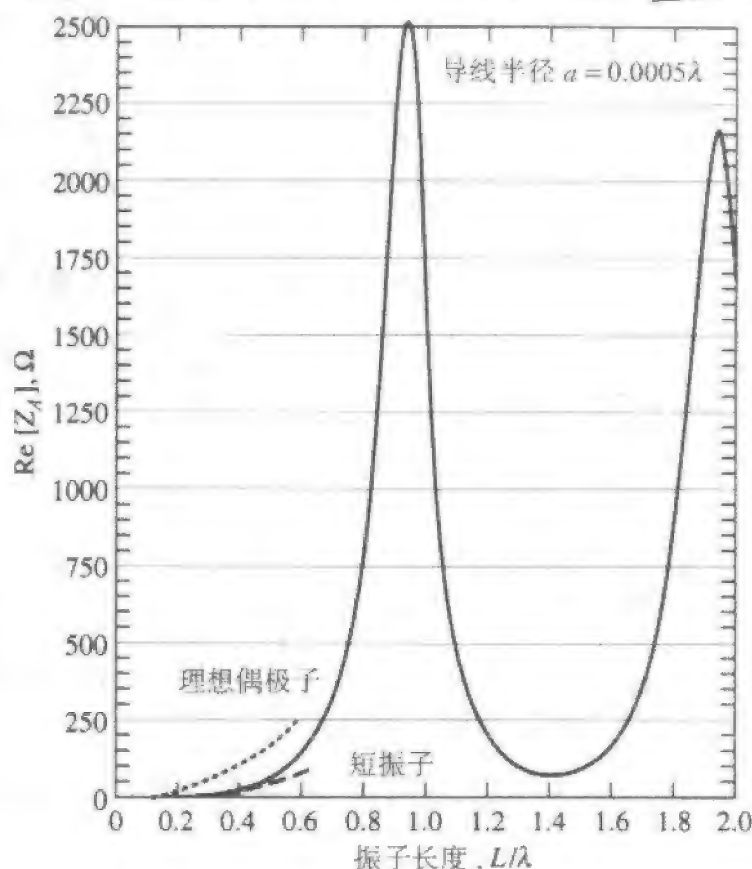


图 5-5 一个中心馈电的直径为 0.0005λ 的导线振子的算得的输入电阻与长度 L 的关系图（实线）。还示出了具有均匀电流分布的理想偶极子的输入电阻 $R_a=80\pi^2(L/\lambda)^2$（点线）以及具有近似三角形电流分布的短振子的输入电阻 $R_a=20\pi^2(L/\lambda)^2$（虚线）

图 5-5 中的虚线是由均匀电流理想偶极子的式(1-172)得到的输入电阻。它没有给出实际导线振子的良好结果，即图 5-5 所示的实线曲线。不过，由式(1-177)得到的三角形电流近似 $R_a=20\pi^2(L/\lambda)^2$ 却对短振子给出输入辐射电阻的良好近似，见图 5-5 所示的虚曲线。导线振子输入电阻的一些简单近似公式列于表 5-1[8]。例如，对 $L=\lambda/2$，使用第 2 个公式，得出 $R_a=24.7(\pi/2)^{2.4}=73.0\Omega$，它与式(5-17)的结果一致。表 5-1得到的值与图 5-5 相当符合。

表 5-1 振子输入电阻的简单公式

长度 L	输入电阻 R_a, Ω
$0<L<\lambda/4$	$20\pi^2(L/\lambda)^2$
$\lambda/4<L<\lambda/2$	$24.7(\pi L/\lambda)^{2.4}$
$\lambda/2<L<0.637\lambda$	$11.14(\pi L/\lambda)^{4.17}$

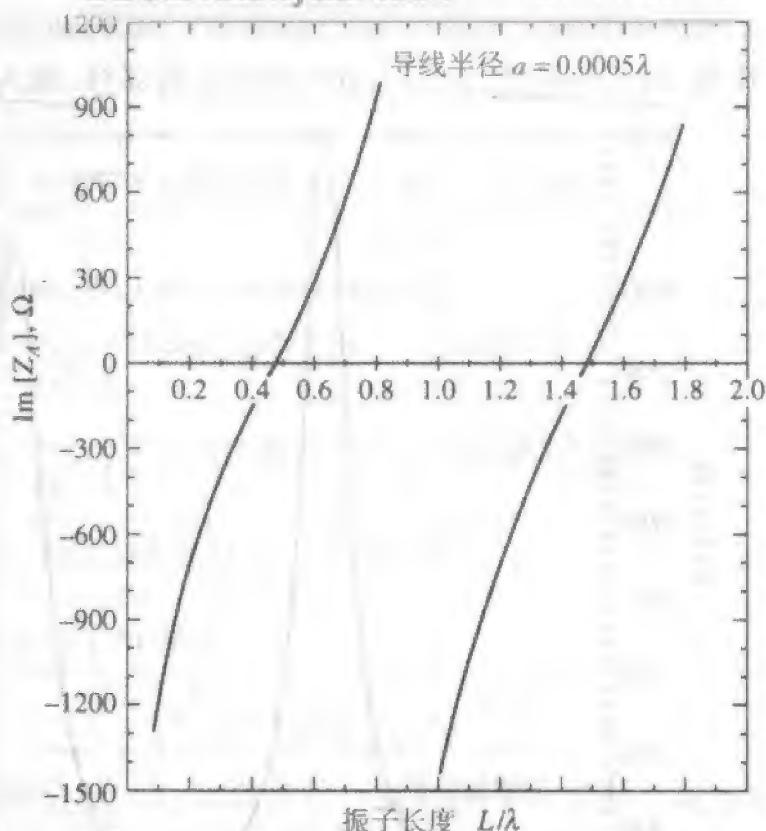


图5-6 中心馈电的直径0.0005λ的导线振子的算得的输入电抗与长度 L 的关系图

输入电阻可以与辐射电阻联系起来。利用不同的电流参考点,可以有几种方法定义辐射电阻。通常以电流分布最大值定义辐射电阻,而不管此最大值是否真出现在天线上。对这样的定义,用符号 R_{rm} 表示。以输入端为参考的辐射电阻也是有用的,可采用符号 R_{ri}。把这些定义联系起来可写出辐射功率

$$P=\frac{1}{2}I_m^2R_{rm}=\frac{1}{2}I_A^2R_{ri} \tag{5-18}$$

对长度是半波长奇数倍的振子,$I_m=I_A$ 且 $R_{rm}=R_{ri}$。第3种常用的辐射电阻符号是 R_r,它是与天线上出现的电流最大值相对应的辐射电阻。对长度短于半波长的振子,天线上电流的最大值总是出现在其中心,所以对中心馈电的振子有 $R_{ri}=R_r$,这在1.9节中已讨论过。在实际运用中,我们对输入电阻感兴趣,所以 R_{ri} 很重要。对中心馈电振子,令式(5-1)中 $z=0$ 得到

$$I_A=I_m\sin\frac{\beta L}{2} \tag{5-19}$$

再代入式(5-18)得 R_{ri} 与 R_{rm} 的关系式

$$R_{ri}=\frac{I_m^2}{I_A^2}R_{rm}=\frac{R_{rm}}{\sin^2(\beta L/2)} \tag{5-20}$$

R_{ri} 是由辐射引起的输入电阻分量,如果忽略欧姆损耗(除非另外指明,否则我们总是忽略),它就等于总的输入电阻 R_A。

对振子长度为 $L=\lambda$、2λ、3λ,…,$\beta L/2=\pi$、2π、3π…情形,由式(5-20)知 R_{ri} 是无穷大

的。例如，图5-3c所示的一波长振子，在其馈点处具有零电流，所以其输入阻抗无穷大。当然，这是基于理想的正弦电流分布。对长度接近波长整数倍的有限粗细的振子，其输入阻抗很大，但为有限值，见图5-5。对振子长度接近波长的整数倍时出现的这种效应，是由于电流分布偏离式(5-1)引起的，在实际中振子上的输入电流总是有限的。对其他长度的细导线振子天线，正弦电流分布是一个良好的近似值。

通过略微减小半波振子的长度，可以使天线谐振($X_A=0$)。则无限细半波振子的输入阻抗约为$70+\mathrm{j}0\Omega$。在图5-6中，半径0.0005λ的振子在对应于与水平轴($X_A=0$)相交的长度处谐振。第一个交点是半波振子的情形，谐振长度略短于$\lambda/2$。随着导线粗细的增加，为了获得谐振，振子必须更短。表5-2中给出谐振长度的近似值。对导线半径0.0005λ的振子，半波振子时，长度对直径的比值是500。由表5-2可见，为了产生谐振需要缩短4%($L=0.48\lambda$)。这与图5-6的谐振点很接近。实践中，导线天线建造得比需要值稍长些。然后，将发射机接上天线，并在馈电传输线上监视驻波比(或反射功率)。再修剪天线的末端，直到获得低的驻波比为止。注意，当长度短到获得谐振时，输入电阻也减小了。例如，对$L/2a=50$、$L=0.475\lambda$的粗振子，表5-1的第二个公式给出$R_A=64.5\Omega$，电抗当然为零。

表5-2 对直径$2a$长度L的导线，形成谐振半波振子所需的导线长度

长度与直径之比$L/2a$	需要缩短的百分数	谐振长度L	振子粗细级别
5000	2	0.49λ	很细
50	5	0.475λ	细
10	9	0.455λ	粗

由于振子是谐振式结构，其带宽是窄的。对于半波振子，$VSWR$与频率的关系如图5-7所示。一般讲，带宽的定义是"天线某些特定的性能符合一个规定的标准的频率范围"[9]。在这里，该规定的标准是$VSWR$低于2.0:1。由图5-7可见，对$a=0.005\mathrm{m}$($L/2a=50$)和$a=0.0001\mathrm{m}$($L/2a=2500$)，带宽分别是$310-262=48\mathrm{MHz}$与$304-280=24\mathrm{MHz}$。用相对于设计频率(300MHz)的百分比表示，带宽是16%和8%。振子愈粗，其带宽愈宽，这是一个重要的普遍性原理。同时要注意，与较细振子相比，较粗振子的$VSWR$最小值出现在较低频率上。事实上，用表5-2中的规则，计算出导线半径为0.005m和0.0001m的谐振频率是285MHz和294MHz。这些数值与图5-7中曲线的最小点相对应。

图5-7中粗圆柱振子提供的带宽改进，也能够用图5-8所示的光滑金属带得到。为在一定条件下达到同样性能，圆柱振子半径与光滑金属带宽度之间的关系是$a=0.25w$[10]。光滑带振子的主要优点是经济。

最后，由$D=4\pi U_m/P$计算半波振子的方向性。辐射功率由式(5-15)算出。利用远区电场式(5-6)得到最大辐射强度为

$$U_m=\frac{r^2}{2\eta}|E_\theta|^2_{\max}=\frac{1}{2\eta}\frac{\eta^2I_m^2}{(2\pi)^2}=\frac{\eta}{8\pi^2}I_m^2 \tag{5-21}$$

以，

$$D_{(\lambda/2)\text{dipole}}=\frac{4\pi U_m}{P}=\frac{4\pi(\eta/8\pi^2)I_m^2}{(\eta/8\pi)I_m^2(2.44)}=1.64=2.15\ \text{dB} \tag{5-22}$$

仅略大于均匀电流理想偶极子的方向性值1.5。所以，对其短振子，方向性是1.5，当度增加到半波长后，方向性增加到1.64。当长度进一步增加，方向性也增加。全波子的方向性是2.41。当长度接近1.25λ时，可得到更大的方向性。当长度继续增，方向图就开始分叉（见图5-4）且方向性急剧下降。参见习题5.1.12。

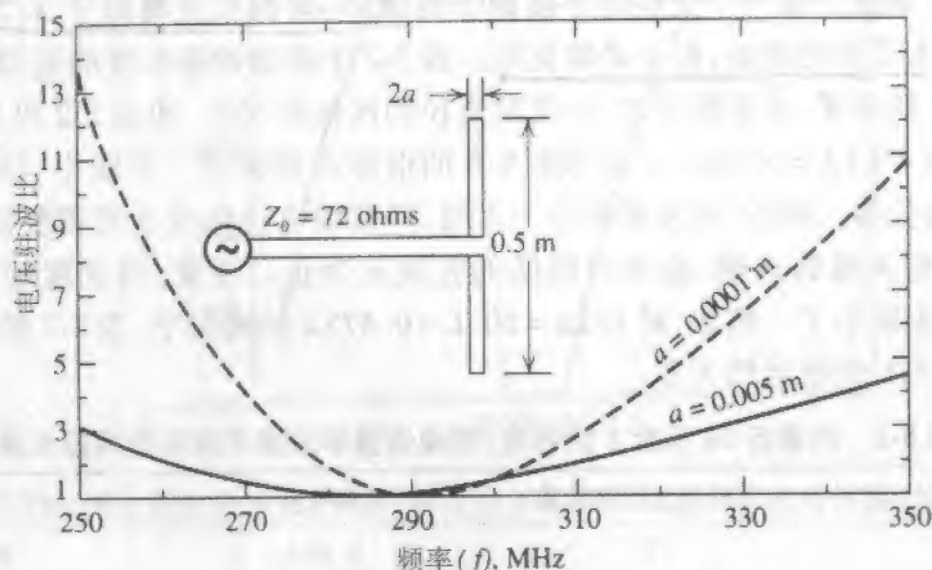


图5-7 对不同直径导线的振子算出的 *VSWR* 与频率的关系

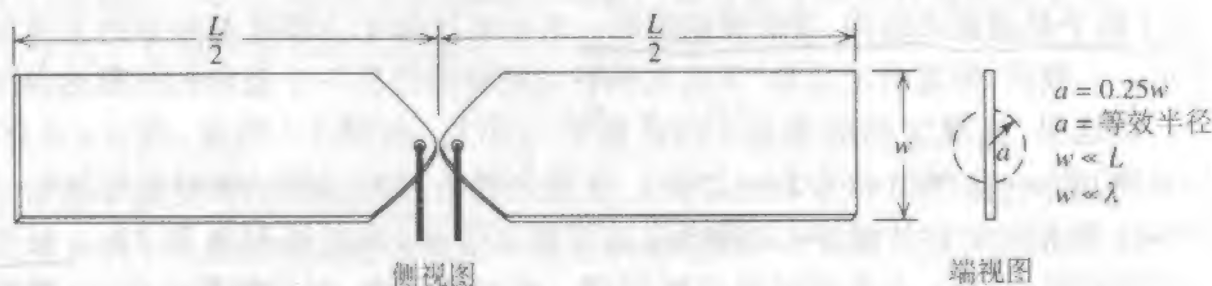


图5-8 薄金属带振子

5.1.2 V形振子

实践中也有非直线的导线振子。图5-9所示的V形振子，就是该类天线的一种。这种天线可以看作是一种开路传输线，其长度为 h 的末端被折成的夹角。在 γ 的扇形区内方向性最大，γ 由式(5-23)给出

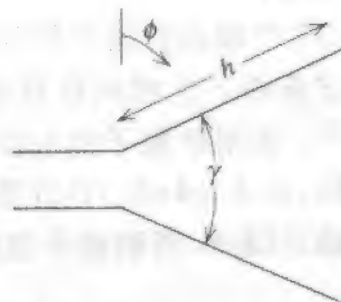


图5-9 V形振子天线

$$\gamma = 152\left(\frac{h}{\lambda}\right)^2 - 388\left(\frac{h}{\lambda}\right) + 324, \quad 0.5 \leqslant \frac{h}{\lambda} < 1.5$$
$$\gamma = 11.5\left(\frac{h}{\lambda}\right)^2 - 70.5\left(\frac{h}{\lambda}\right) + 162, \quad 1.5 \leqslant \frac{h}{\lambda} \leqslant 3.0 \tag{5-23}$$

其中所得 γ 的单位是度。相应的方向性是

$$D = 2.95\left(\frac{h}{\lambda}\right) + 1.15 \tag{5-24}$$

这些公式是用第 10 章的计算方法（矩量法）对 $0.5 \leqslant h/\lambda \leqslant 3.0$ 的天线得出的经验公式。

V 形振子的方向性可以大于直线振子。由图 5-10 的方向图可以看出，其中 $h = 0.75\lambda$，由式(5-23)得出的 γ 是 118.5°。注意，最大辐射方向是 $\phi = 90°$，而 $\phi = 270°$ 方向的辐射约小 2dB。更显著的是旁瓣的低电平。在大部分区域，V 形振子旁瓣电平的减小会使其方向性比直线振子类型大（见图 5-4d）。对图 5-10 的 V 形振子，由式(5-24)得出方向性为 $D = 2.94(0.75) + 1.15 = 3.355 = 5.26\text{dB}$。$1.5\lambda$ 长的直线振子的方向性约是 2.2 或 3.4dB。

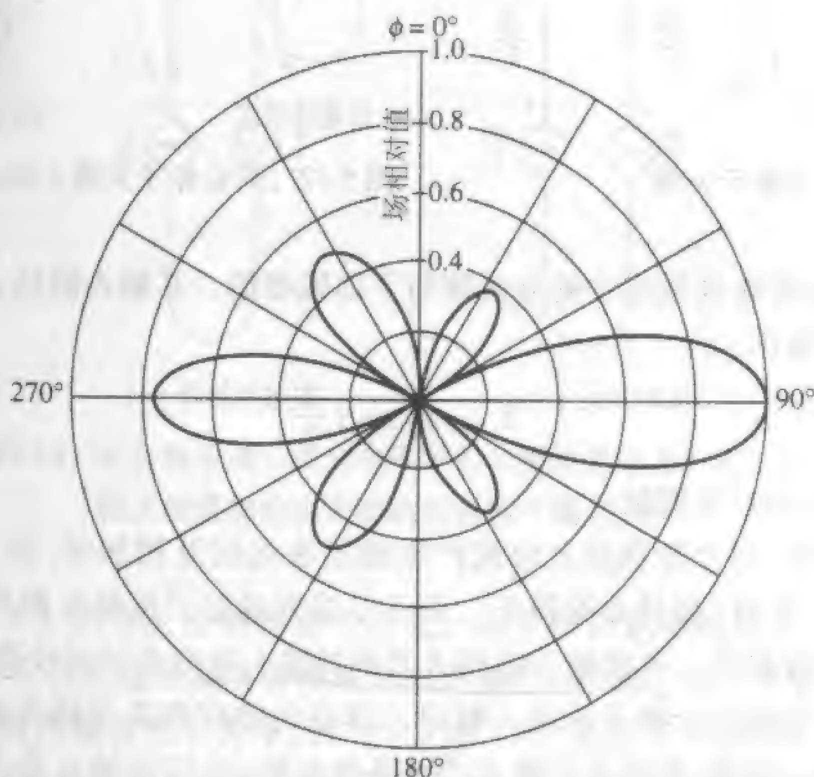


图 5-10　图 5-9 所示的臂长 $h = 0.75\lambda$、$\gamma = 118.5°$、$a = 0.0005\lambda$ 的 V 形振子的远场方向图

一般讲，V 形振子天线的输入阻抗比同样长度的直线振子的输入阻抗小。例如，图 5-10 中的 V 形振子是 $106 + j17\Omega$，比图 5-5 及图 5-6 所得相应($L = 1.5\lambda$)的直线振子的阻抗小。

5.2　折合振子天线

一个极其实用的导线天线是**折合振子**。它由两个两端连接的平行振子组成，形成一个窄导线环，如图5-11所示，其尺寸d远小于长度L，也远小于一个波长。馈点在一边的中心。折合振子本质上是一个具有不等电流的非平衡传输线。分析它的工作原理，可认为电流是传输线模式与天线模式两种模式电流的组合。两种模式的电流见图5-12的说明。



图5-11　折合振子天线



(a) 传输线模式



(b) 天线模式

图5-12　折合振子天线上的电流模式

由于d很小，传输线模式中的电流倾向于远场相消。其输入阻抗Z_t由具有短路负载的传输线方程给出，

$$Z_t = jZ_0 \tan\beta \frac{L}{2} \tag{5-25}$$

其中Z_0是传输线的特性阻抗。

在天线模式中，每个竖直段上电流产生的场在远区互相加强，因为它们的指向相同。在该模式下，电荷"绕转角兜圈子"，而不是像普通振子那样反射回输入端，从而导致谐振长度时电流加倍。这就使天线模式具有的输入电流是谐振长度振子时的一半。

假设电压V加在折合振子的输入端口。其总的效应取决于图5-13中每个模式的等效电路的叠加。注意，如果每个模式的图是叠加的，电压也加上了，则应当是左边总电压为V，右边总电压为零。

传输线模式的电流是

$$I_t = \frac{V}{2Z_t} \tag{5-26}$$

在天线模式下，总电流是每边电流的和，即I_a。对此电流的激励是$V/2$，因此，天线电流是

$$I_a = \frac{V}{2Z_d} \tag{5-27}$$

作为一级近似，其中 Z_d 就是相同导线尺寸的普通振子的输入阻抗[11]。左边的总电流是 $I_t+1/2\ I_a$，总电压是 V，所以折合振子的输入阻抗是

$$Z_A=\frac{V}{I_t+\frac{1}{2}I_a} \tag{5-28}$$

将式(5-26)与式(5-27)代入式(5-28)得

$$Z_A=\frac{4Z_tZ_d}{Z_t+2Z_d} \tag{5-29}$$

将常见的**半波折合振子**作为例子。由式(5-25)及 $L=\lambda/2$，有 $Z_t=\mathrm{j}Z_0\tan[(2\pi/\lambda)(\lambda/4)]=\mathrm{j}Z_0\tan(\pi/2)=\infty$。则式(5-29)给出

$$Z_A=4Z_d \qquad \left(L=\frac{\lambda}{2}\right) \tag{5-30}$$

因此，半波折合振子在阻抗方面是同类普通振子的4倍。半波折合振子和半波振子(在谐振时)一样具有实数输入阻抗。

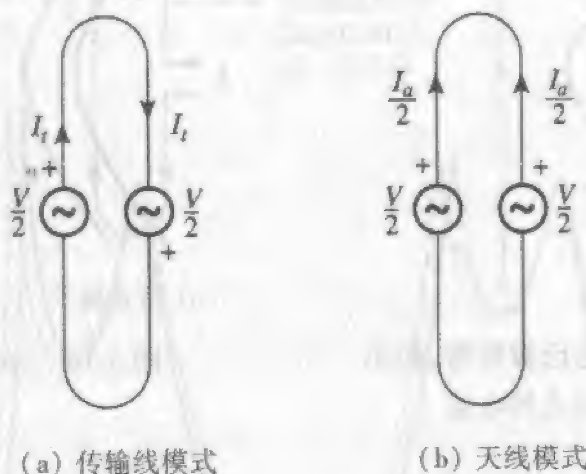


图5-13　折合振子端口施加电压 V 后的模式激励及电流。这些模式的叠加给出完整的折合振子模式

半波折合振子上的电流特别容易可视化。本节将讨论该电流，并重新推导阻抗。如果将图5-11中右边竖直导线段直接从馈点割断，折弯的导线不干扰电流，它将如图5-14所示。在导线两端电流不为零，因为它们实际上是连在一起的。也许，看到这一点的最好办法是，把导线重新折弯下来，同时注意，折弯部分的电流方向现在是颠倒过来的，如图5-15a。区别在于折合振子具有两个位置靠近且数值相等的电流，而普通振子则组合在一根导线上。由此，容易看出两种情形的输入电流由式(5-31)联系

$$I_f=\frac{1}{2}I_d\left(L=\frac{\lambda}{2}\right) \tag{5-31}$$

输入功率是

$$P_f=\frac{1}{2}Z_AI_f^2 \qquad (折合振子) \tag{5-32}$$

和

$$P_d = \frac{1}{2} Z_d I_d^2 \qquad (\text{振子}) \tag{5-33}$$

由于在半波振子情形下总电流是相同的，辐射功率也如此。令式(5-32)与式(5-33)相等，且利用式(5-31)得到

$$\frac{1}{2} Z_d I_d^2 = \frac{1}{2} Z_A \frac{1}{4} I_d^2$$

或

$$Z_A = 4 Z_d \qquad \left(L = \frac{\lambda}{2}\right) \tag{5-34}$$

此结果是对式(5-30)结果的一个独立的确认。

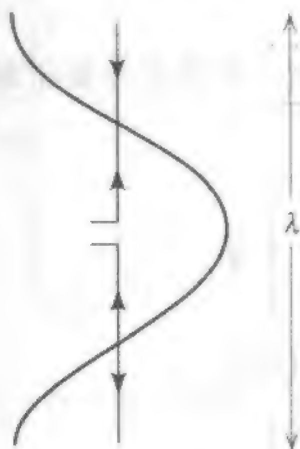
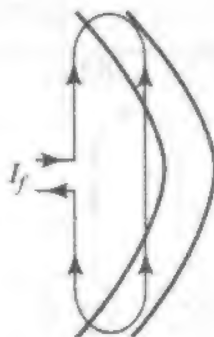
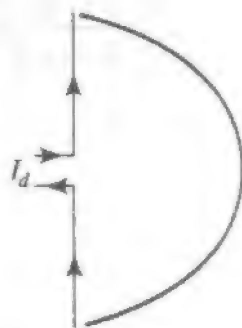


图5-14　半波折合振子（它已被折弯，但不干扰电流）天线模式的电流



(a) 折合振子



(b) 振子

图5-15　半波振子上的电流

半波折合振子（谐振时）输入阻抗是普通振子的4倍。谐振半波振子的输入阻抗约70Ω，所以折合振子输入阻抗为

$$Z_f = 4(70) = 280\ \Omega \qquad (\text{半波}) \tag{5-35}$$

此阻抗非常接近普通双导线传输线的输入电阻300Ω。

图5-16给出的有限粗细导线折合振子的输入阻抗曲线，它为折合振子长度的函数。实线是用传输线模型得到的。导线间距取12.5a是为了使其特性阻抗对应于300Ω的传输线（$Z_0 = (\eta/\pi)\ln(d/a) = 120\ln(12.5a/a) \approx 300\Omega$）。然后由式(5-25)和式(5-29)求出折合振子的输入阻抗。例如，考虑一长度$L = 0.8\lambda$、间距$d = 12.5a$、$a = 0.0005\lambda$的折合振子。由式(5-25)

$$Z_t = \mathrm{j}300\ \tan 0.8\pi = -\mathrm{j}218\ \Omega \tag{5-36}$$

由图5-5和图5-6，

$$Z_d = 950 + \mathrm{j}950 \tag{5-37}$$

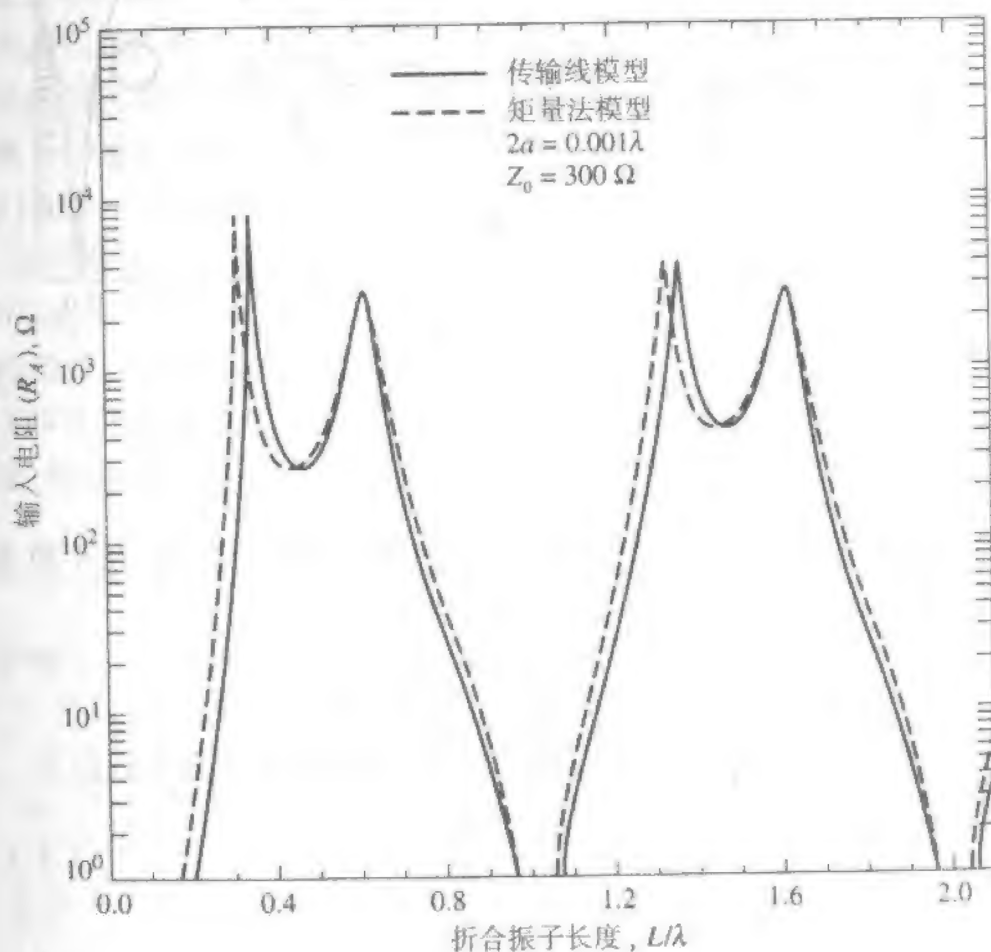
在式(5-29)中利用上面二式，得

$$Z_A = 28 - \mathrm{j}461\ \Omega \qquad (L = 0.8\lambda) \tag{5-38}$$

结果与图 5-16 所示值相符。

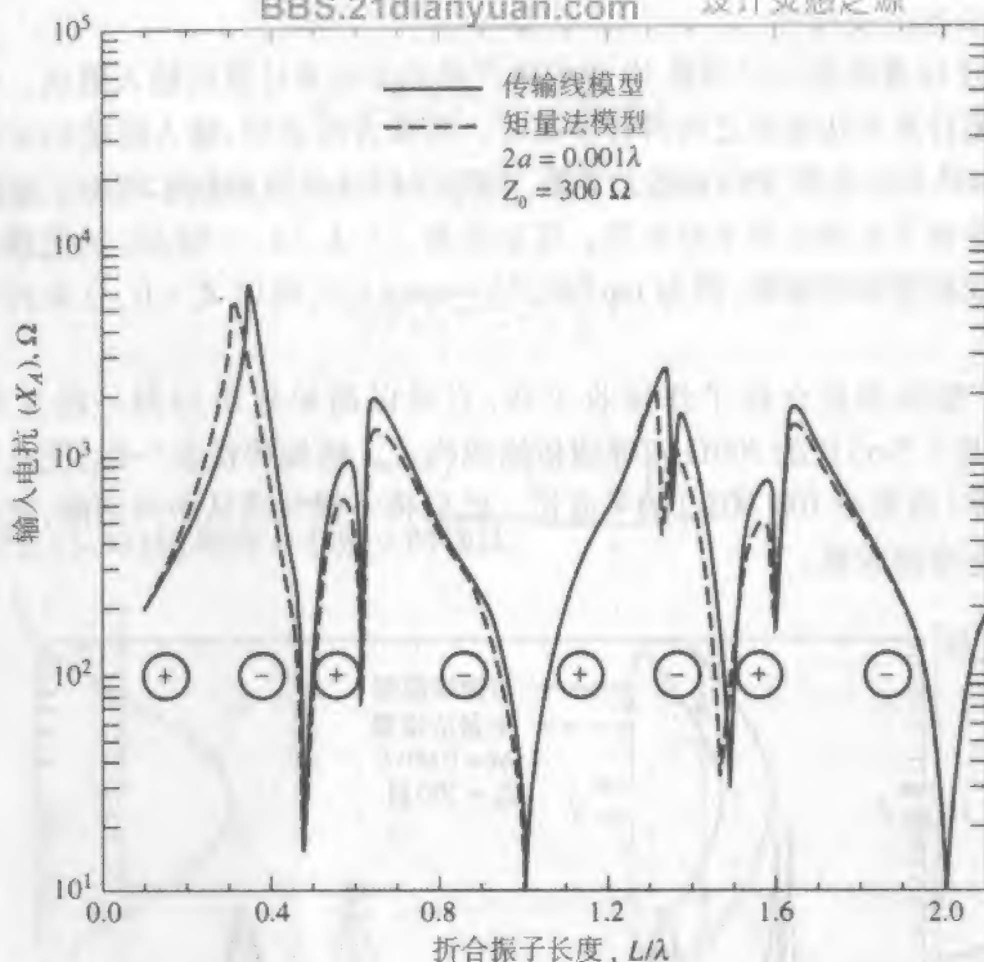
图 5-16 还以虚线表示出用第 10 章中更严格的方法来计算的输入阻抗。简单传输线模型与数值计算方法结果之间符合得很好。两种方法表明，输入阻抗的实部略小于第一谐振（$L=0.8\lambda$）处的 300Ω，略大于第二谐振（$L=1.47\lambda$）处的 300Ω。正是折合振子的这个特性使其在谐波频率处有用。还要注意，$L\approx\lambda$，2λ，…时，Z_t 的值很小。这很容易由传输线模型得到解释，因为 $\tan(\beta L/2)\approx\tan\pi=0$，所以 $Z_t=0$，且由式（5-29）知 $Z_A=0$。

在 FM 广播段用折合振子作接收天线，它可以简单地由切割一段大约半波长（100 MHz时是 1.5m）长的 300Ω 双导线传输线构成。终端焊接在一起，使总长度 L 略小于预期频率（通常是 100 MHz）的半波长。然后将一根导线从中间切断，连接到双导线传输线馈电给接收机。



（a）输入电阻

图 5-16 折合振子的输入阻抗。实线是传输线模型的计算值，虚线是更精确的数值方法计算值。导线半径 a 是 0.0005λ，导线间距是 $12.5a$



(b) 输入电抗

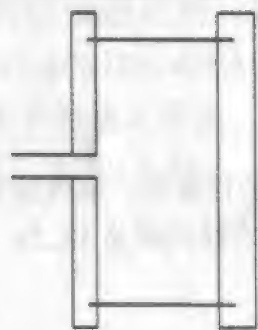
图 5-16 （续）

有时也用两根粗细不同的导线做成折合振子，如图 5-17 所示。在半波条件下，其输入阻抗是

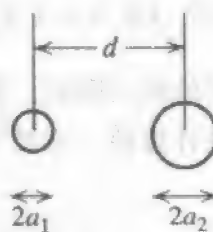
$$Z_A=(1+c)^2Z_d \qquad \left(L=\frac{\lambda}{2}\right) \tag{5-39}$$

对所给 d、a_1、a_2 值，可找到 c 值[11,12]。常常有 a_1、a_2 值远小于 d，则 c 近似为

$$c\approx\frac{\ln(d/a_1)}{\ln(d/a_2)} \tag{5-40}$$



(a) 侧视图



(b) 端视图

图 5-17 由两个不同尺寸导体构成的折合振子天线

折合振子天线之所以是非常流行的导线天线，是由于它的阻抗特性、容易构建以及结构的刚性。正如图 5-16 所示，等尺寸导体的折合振子的特性阻抗，十分接近 300Ω 双导线传输线。而且改变导体的直径还可以改变输入阻抗。除具有预期的阻抗特性外，半波折合振子的带宽还比普通半波振子的大[13]。某种程度上由于这些原因，折合振子常常用作八木天线阵及其他流行天线的馈电天线。

5.3 导线天线的馈电

当把天线连接到传输线时，重要的是有效地利用来自发射场合的发射机和接收场合的天线的可用功率。有两个要考虑的基本因素是：天线与传输线之间的阻抗匹配、天线上电流分布的激励。本节中将讨论这些一般性论题，也讨论导线天线的特殊应用。

首先考虑阻抗匹配。一个典型的发射机或接收机电路如图 5-18 所示。通常，发射机或接收机的阻抗等于传输线的阻抗 Z_0。不过，天线阻抗 Z_A 往往与 Z_0 相差很大。问题在于这是否会造成麻烦。答案取决于其用途。在某些场合需要精确测量，如匹配网络。让我们考察一下失配产生的影响。众所周知，当阻抗共轭匹配时有最大传输功率。而且，如果系统在天线匹配很差的情况下工作，沿传输线就建立起反射，即电压驻波比(*VSWR*)远大于 1。如果传输线具有高品质(低损耗)，反射表现出低的耗散损失。在许多应用场合，极低的 *VSWR* 不是必需的。这由式(9-9)所得的表 5-3 可以看出。例如，2:1 的 *VSWR* 导致 89% 的功率传输。从另一方面看，如果 *VSWR* 很大，功率在传输线上往返行进，则如果传输线有耗或很长，耗散损失可能很可观。

表 5-3 失配天线的 *VSWR* 和发射功率

VSWR	反射功率百分数 $=\lvert\Gamma\rvert^2\times 100$ $=\left(\frac{VSWR-1}{VSWR+1}\right)^2\times 100$	发射功率百分数 $=q\times 100$ $=(1-\lvert\Gamma\rvert^2)\times 100$
1.0	0.0	100.0
1.1	0.2	99.8
1.2	0.8	99.2
1.5	4.0	96.0
2.0	11.1	88.9
3.0	25.0	75.0
4.0	36.0	64.0
5.0	44.4	55.6
5.83	50.0	50.0
10.0	66.9	33.1

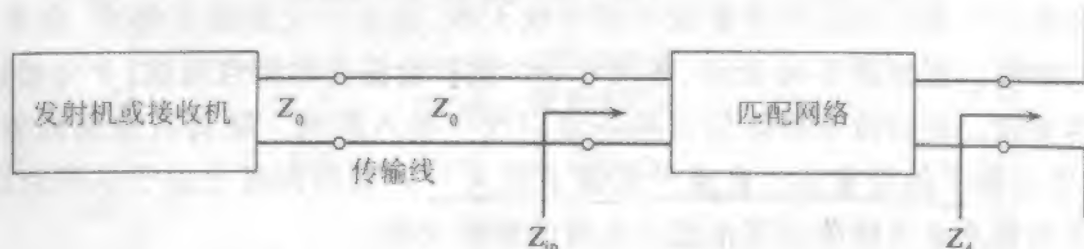


图5-18 典型的发射机/接收机组成

高的 *VSWR* 对系统还会有其他不良的影响。在高功率应用时,沿传输线上某些点处,导体之间可能出现高电压。这些点称为"热点",可能引起放电。而且,高 *VSWR* 意味着阻抗沿传输线变化大,任一点的阻抗会随频率而改变。这就可能影响传输线的工作。例如,由于严重的阻抗失配,发射机的频率可能改变,这就是所谓的"频率牵引"。

如果阻抗失配是不可接受的,也有一些办法来改善性能。由于通常采用无耗传输线,其特性阻抗 Z_0 接近于实数。因此,为了能匹配,天线的输入阻抗应该等于 Z_0+j0。有时,可能通过选择天线达到此目的。如果这样不行,可以采用图5-18所示的匹配网络。这种匹配网络可以采用多种形式。四分之一波长变换器就是一例。它是一段长度为四分之一波长的传输线,其特性阻抗是 $\sqrt{Z_0R_A}$,其中 R_A 是天线的输入阻抗。如果天线阻抗具有电抗分量,就要用到其他器件。在UHF和微波频率,诸如使用短截线调谐器与螺钉等调谐器件,把阻抗的实部变换成传输线阻抗,同时调掉电抗分量。在低频率时,电抗的调谐由可变电容器与线圈来完成,因为这些分立元件的电尺寸比波长小。

采用匹配网络也有缺点。例如,如果匹配网络设计成接近理想匹配,通常它就是窄带的。如果匹配网络设计成宽频带,它就不可能在全频段接近理想匹配,甚至在该频段的任何频率都没有理想匹配。关于匹配技术的讨论可参考文献[14、15]。

另一方面,除了用匹配网络,还有几种途径改变天线的输入阻抗。例如,可以改变振子的输入电阻使馈点偏离中心。如果馈点离开振子中心距离 z_f,输入端的电流是

$$I_A = I_m \sin\left[\beta\left(\frac{L}{2} - |z_f|\right)\right] \tag{5-41}$$

在图5-19所示半波振子的情形下,$\beta L/2=\pi/2$,上式简化为

$$I_A = I_m \cos \beta z_f \tag{5-42}$$

利用式(5-42)可由式(5-20)求得输入电阻(不包括欧姆损耗)

$$R_A = \frac{I_m^2}{I_A^2}R_{rm} = \frac{R_{rm}}{\cos^2 \beta z_f} \qquad \left(L = \frac{\lambda}{2}\right) \tag{5-43}$$

当馈点接近于导线末端时,该结果指出其输入电阻趋向无穷大。在实际情况下,当馈点外移,输入电阻变成很大。当馈点移动时,方向图基本不变。对较长的振子,馈点偏移后,其方向图和阻抗与中心馈电时有很大差别。例如,馈点离开末端四分之一波长的全波振子,

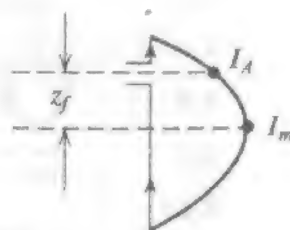


图5-19 馈点偏离的半波振子

如图 5-20 所示,其电流分布与图 5-3c 中心馈电全波振子时明显不同,那里的方向图的边射方向是零点。

偏离中心馈电的布局是不对称的,可能导致天线上相位的意外反转,如图 5-20 所示。随着偏离天线中心距离的增加而输入电阻增加的对称馈电是并联馈电。几种并联匹配如图 5-21 所示。现在讨论 T 匹配,其余并联匹配的性能是同样类型的。T 匹配的中心部分可以看作是一个短路传输线与具有很宽馈电间隙的振子并联。短路传输线的长度小于四分之一波长,其阻抗是感性的。通过缩短振子长度或在两臂并联可变电容,可以引入电容来调掉电感。随着距离 D 的增加,输入阻抗也增加,其峰值大约出现在 D 是振子长度的一半时。当 D 进一步增加,阻抗减小,当 D 等于振子长度时,阻抗减小到等于折合振子的阻抗。阻抗的严格值取决于 C 和 D,以及振子导线直径与并联臂导线直径之比(与折合振子的情况类似)。实践中,在并联臂与振子之间有滑动接触调节阻抗。并联匹配会产生辐射,造成不希望的结果。

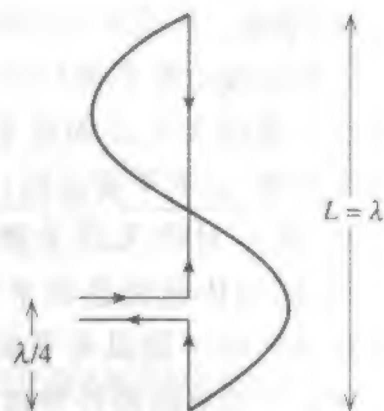
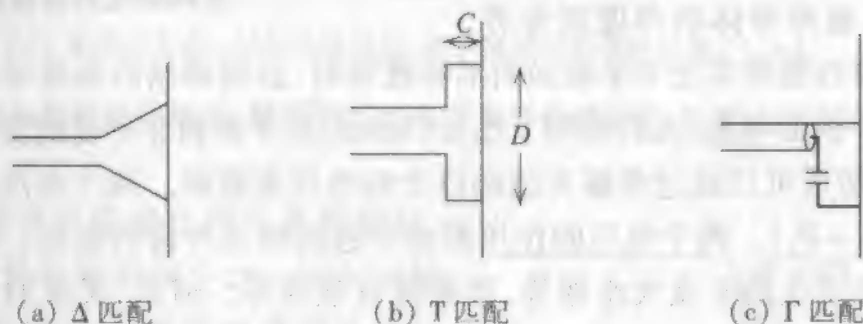


图 5-20 偏心馈电全波振子上的电流分布



(a) Δ 匹配 (b) T 匹配 (c) Γ 匹配

图 5-21 并联匹配构形

现在把注意力转向一个独立而与其他方面又有一定联系的问题,即导线天线上的电流平衡问题。许多导线天线是天然对称的,因此电流也是对称(或平衡)的。一个半波振子的平衡或非平衡工作的例子如图 5-22 所示。在平衡的条件下,传输线上的电流幅度相等、方向相反。对导体间隔很近的传输线,它产生的辐射很小。对图 5-22b 所示



(a) 平衡电流,$I_1 = I_2$ (b) 非平衡电流,$I_1 > I_2$

图 5-22 中心馈电半波振子的平衡与非平衡工作

的非平衡工作，电流 I_1 大于电流 I_2，传输线上有净电流流动，会导致非预期方向或非预期极化的非可控辐射。而且，天线上的非平衡电流会改变平衡时的方向图。因此，很显然，平衡工作是所预期的。

传输线也有平衡与非平衡之分。平行线传输线天生是固有平衡的，因为如果入射波（具有平衡电流）发送到传输线上，它将在对称天线上激发平衡电流。然而，同轴传输线是非平衡的。沿同轴线行进的波可能具有平衡电流模式，即内导体上的电流和外导体内壁的电流幅度相等而方向相反。但是，当波抵达对称天线时，外导体的外壁上可能有电流流回，这就使传输线上的电流不平衡。这在图5-23中已表明。注意，在振子两半上的电流是不平衡的。在同轴线外表面上流过的电流 I_3 还会辐射。同轴线内的电流 I_1 与 I_2 是被外导体的厚度对外界屏蔽的。它们可以是事实上非平衡的而不导致辐射，必需抑制的是外导体的外表面电流。为了抑制外表面电流，人们采用了巴伦（balun，从平衡到非平衡的变换器）。

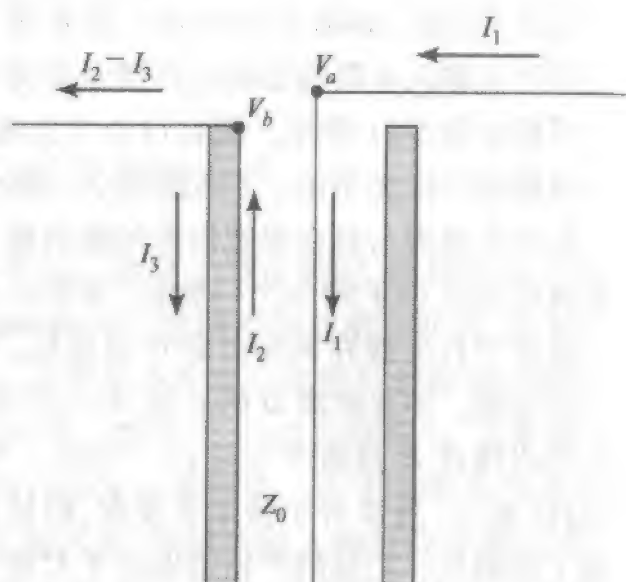


图 5-23　在振子天线中心馈电的同轴线的横截面

图 5-23 的情形可以通过考察天线端口上的电压来理解。两个电压幅度相等但相位相反（即 $V_a=-V_b$）。两个电压的作用都会引起同轴线外边的电流。如果两个电压在同轴线外表面产生的电流大小相等，净电流应该为零。但是，天线的一个终端直接接在外导体上，其电压 V_b 产生的电流远大于电压 V_a 的电流。采用一个巴伦，将振子的平衡输入阻抗变换到非平衡的同轴线，使同轴线外导体外没有净电流。

为了说明巴伦如何工作，考虑图5-24的套筒巴伦（或称 bazooka 巴伦）。套筒和同轴线的外导体构成特性阻抗为 Z'_0 的另一个同轴线，它在离输入端（天线端口处）四分之一波长处短路。图5-23的等效电路是图 5-25a。图 5-24 的等效电路是图 5-25b，它表明两个终端对地有很大的阻抗。因此，图 5-25b，等效于图 5-25c 的巴伦条件，而电流 I_1 与 I_2 相等。

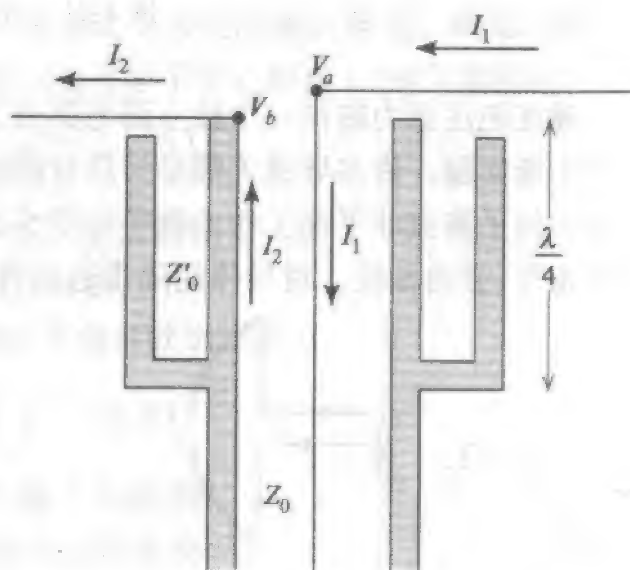
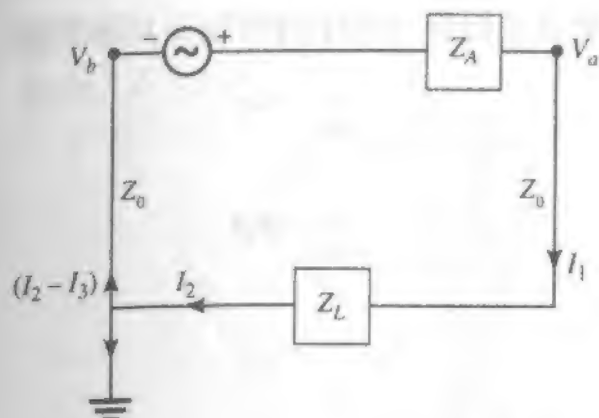
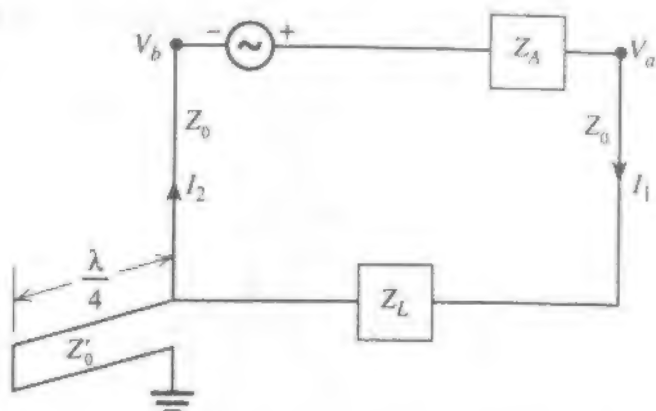


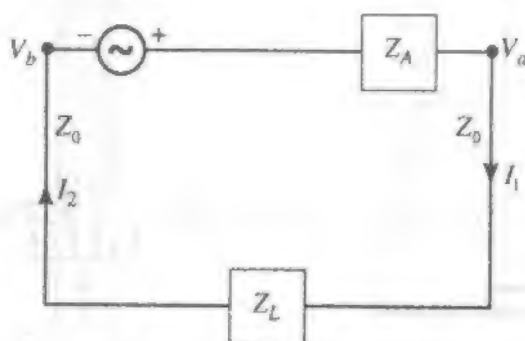
图 5-24　在振子天线中心馈电的套筒巴伦的横截面



(a) 图 5-23 中同轴线馈电振子的等效电路



(b) 图 5-24 中套筒巴伦馈电振子的等效电路



(c) 去掉四分之一波长传输线后，图 5-24 的最终等效电路。$I_1=I_2$

图 5-25 由具有特性阻抗 Z_0 的同轴线馈电并具有负载阻抗 Z_A 的振子的等效电路

图 5-26 的折合巴伦是比较容易构建的。从 a 端到传输线外导体的四分之一波长同轴线，不影响天线阻抗 Z_A。该外加的四分之一波长同轴线，与主传输线的外导体形成另一等效传输线。此等效传输线长为四分之一波长，且在 C 处短路。因此，C 处的短路（理想地）在天线端口处转换成无穷大阻抗与 Z_A 并联，且保持输入阻抗不变。该四分之一波长线在同轴传输线外表感应出抵消电流，使 C 点以下的主同轴线外表的净电流为零，如图5-26所示。折合巴伦和套筒巴伦当然都不是宽带的，因为它们的结构中涉及四分之一波长。

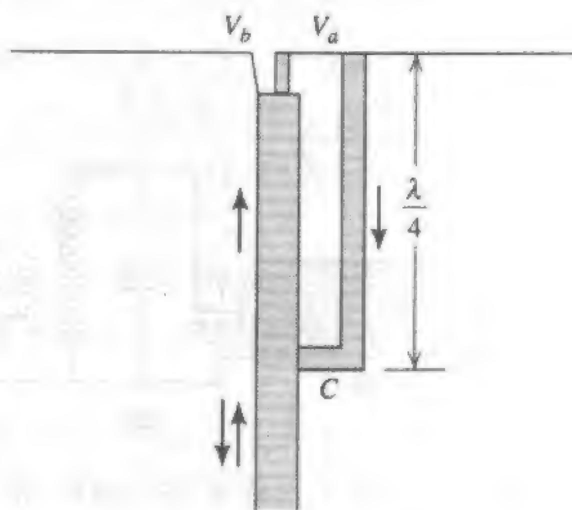
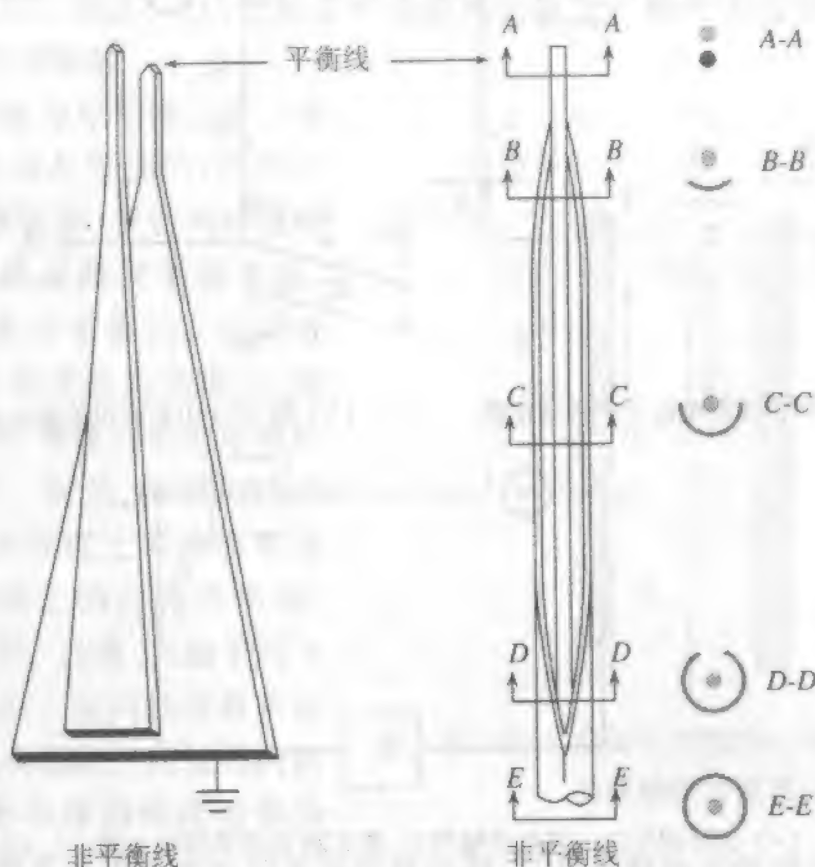


图 5-26 折合巴伦

宽带巴伦可以这样来构建：通过至少几个波长的传输线长度，从平衡传输线渐渐变细成非平衡传输线，如图 5-27 所示。图 5-27a 表示一个平衡传输线渐渐变细成非平衡微带线，图 5-27b 表示一个平衡传输线渐渐变细成非平衡同轴线。

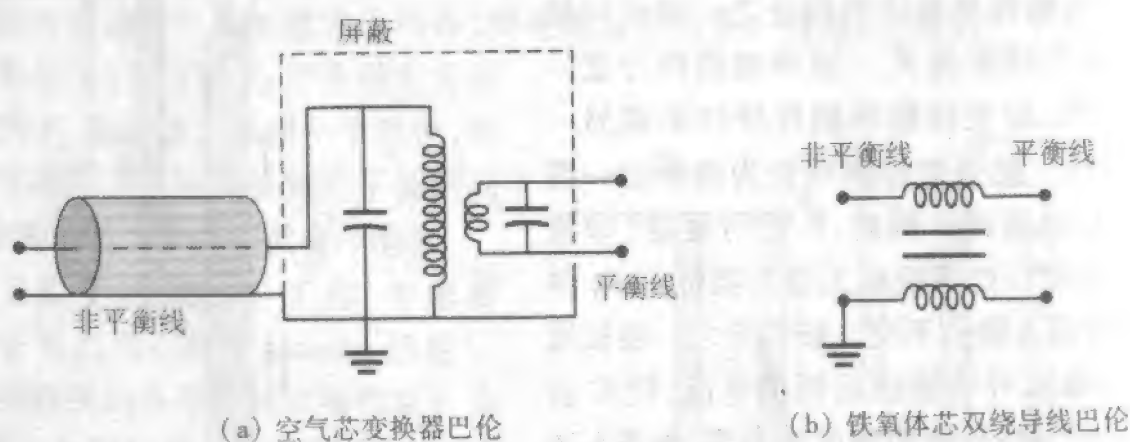
迄今，我们已考虑的巴伦从微波频率到 VHF 都有用。从 VHF 到低频，在许多场合采用这些结构是不实际的，而采用图 5-28 所示的变换器。图 5-28a 是一个低频时有用

的空气芯变换器布局。图5-28b是一个双绕铁氧体芯巴伦，它可用于VLF～UHF范围。



(a) 渐变微带巴伦　　(b) 渐变同轴巴伦

图5-27 宽带巴伦

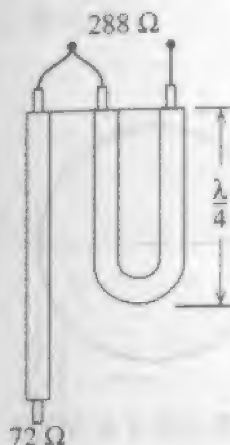


(a) 空气芯变换器巴伦　　(b) 铁氧体芯双绕导线巴伦

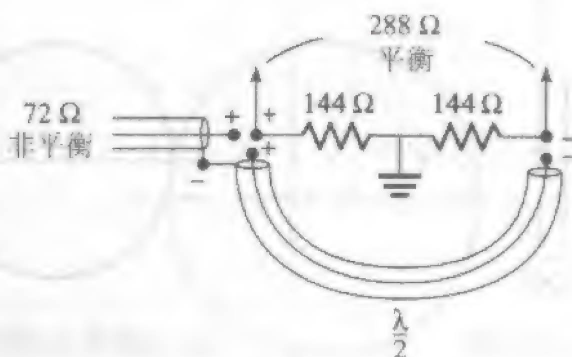
图5-28 用于低频的巴伦

为了匹配，巴伦中也可以包含阻抗变换。例如，图5-29a的"四到一"巴伦可将非平衡72Ω阻抗变换成288Ω的平衡阻抗。这种巴伦可与折合振子联用。为了理解四到一巴伦如何工作，分析图5-29b，它示出288Ω平衡阻抗分成两个144Ω电阻且二者的连接点接地。288Ω阻抗（相对于地）仍旧是平衡的。其次，负端通过一半波长传输线连接到正端，如图5-29b所示。因此，非平衡端呈现的阻抗是72Ω，这时平衡端呈现的阻抗

是288Ω,从而完成了四到一的平衡变换。保持阻抗不变的巴伦常常称作"一到一"巴伦。



(a) 半波巴伦



(b) λ/2 线与两个144Ω负载并联,把平衡288Ω变换到非平衡72Ω

图5-29 提供阻抗设置比为4:1的半波巴伦

5.4 八木天线

我们在第3章中谈到,阵列天线可用于增加方向性。天线阵的所有阵元都是有源的,需要通过馈电网络直接连接每个阵元。如果仅有少量阵元是直接馈电的,那么天线阵的馈电网络就可以大为简化。这样的天线阵称为寄生阵。非直接激励的阵元(称为寄生)通过近场耦合从有源元处获得激励。一种平行振子的寄生直线阵称为**八木-再田天线**,八木-再田阵,或简称"八木"。八木天线非常流行,因为它们简单而且有相对高增益。本节,将给出八木天线的工作原理和设计数据[16]。

最早完成八木天线研究的是1926年日本仙台大学的Shintaro再田,他的文章用日文分别发表于1926年和1927年。再田的教授H·八木1928年在一篇英文的论文中评论了再田的工作[17]。

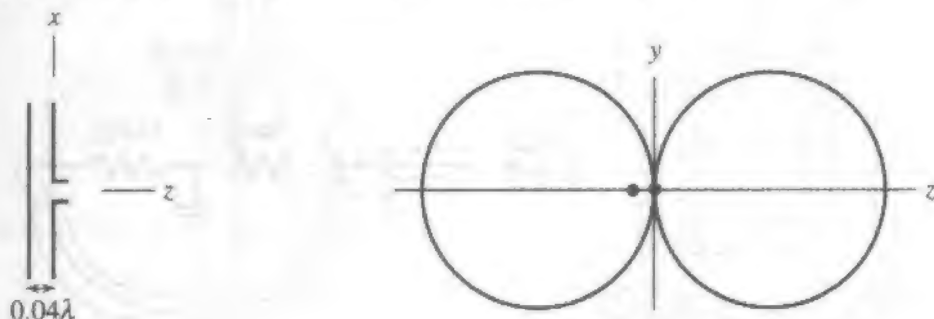
八木天线的最基本的部分由3个阵元组成。为了理解三元八木的工作原理,可从有源元(或激励元)开始,再给阵添加寄生元。考虑用一个谐振半波振子作为有源元。如果一个寄生元放得很靠近有源元,有源元将以几乎相等的幅度激励寄生元,所以寄生元上的入射场是

$$E_{\text{incident}} = E_{\text{driver}} \tag{5-44}$$

寄生元将激发起电流,所产生的辐射电场与导线相切,其幅度等于入射场的,但相位与入射场的相反。这是因为从激励元到达寄生元的电场与其相切,对良导体其总切向电场为零。因此,寄生元辐射的场使导体上总切向场为零,或$0 = E_{入射} + E_{寄生}$。结合式(5-44),得到

$$E_{parasite} = -E_{incident} = -E_{driver} \tag{5-45}$$

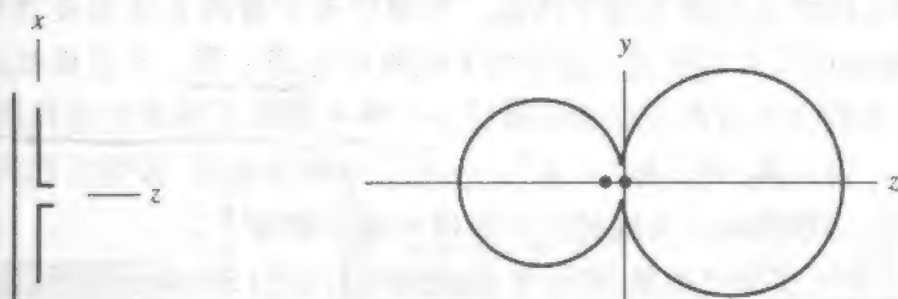
由阵列理论可知，两个靠得很近且等幅反相阵元具有端射方向图，例如，见图3-4。间距为0.04λ的简单二元寄生阵的方向图如图5-30b所示。



(a) 阵结构　　(b) 由简单天线阵理论计算出的H面方向图

图5-30　半波谐振振子的二元阵，一个有源、一个寄生。两者电流幅度相等而相位相反

通过加长寄生元可以揭示出八木天线的妙处。双端射波束会变成更加合意的单端射波束。图5-31所示二元寄生阵可以解释此效应。激励器是长为0.4781λ的振子，当其在自由空间工作时，它的长度等于半波长谐振长度。寄生元是长0.49λ的直导线，距离激励器0.04λ。由第10章的数值方法得到的图5-31b中的H面方向图，表明了寄生元比激励器长的一般趋势：出现了沿端射方向且是从寄生元指向激励元的单一主瓣。这样的寄生元称为反射器，因为它似乎反射了激励器的辐射。



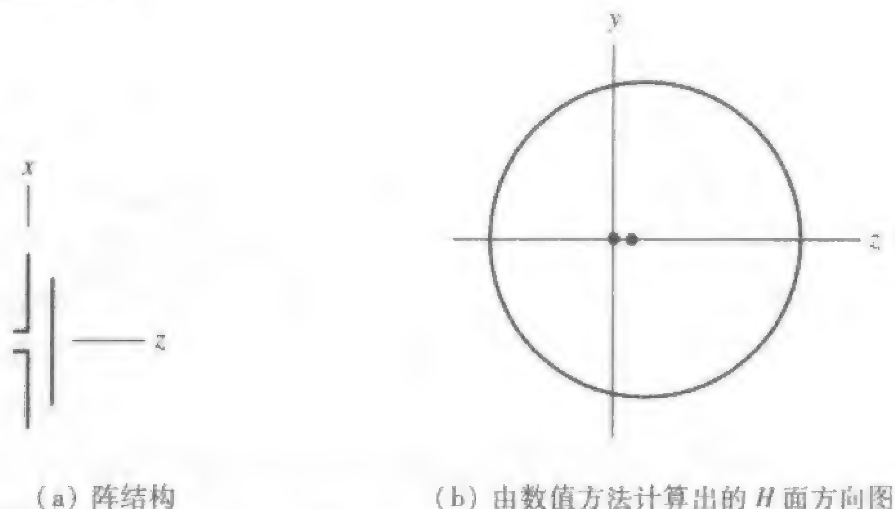
(a) 阵结构　　(b)由数值方法计算出的H面方向图

图5-31　二元八木天线，由长0.4781λ的有源元、长0.49λ的反射器相隔0.04λ组成。导线半径都是0.001λ

如果寄生元比激励元短，但置于激励器的另一边，从增强同一方向的主瓣的角度看，它对方向图的影响与用反射器是类似的。该寄生元称为指向器，因为它似乎将辐射从激励元引向指向器的方向。由一个激励器和一个指向器组成的图5-32a的寄生阵具有图5-32b所示的方向图。

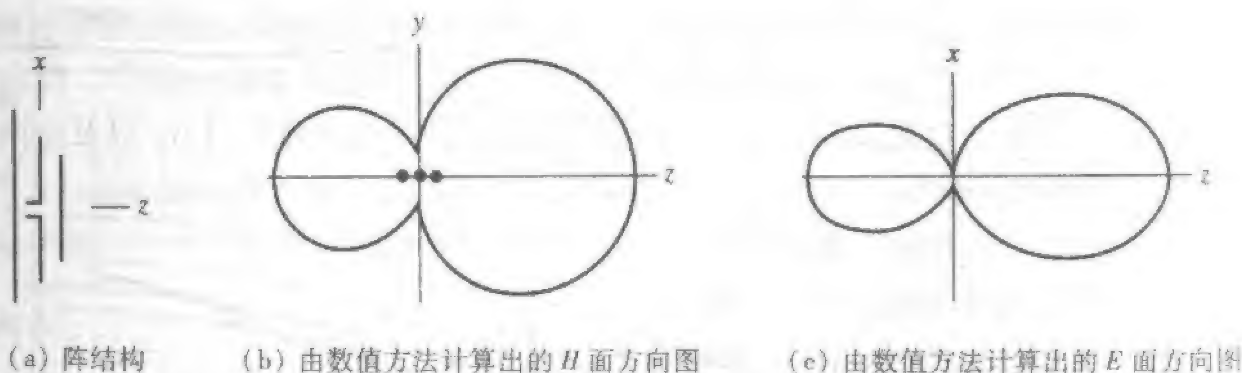
利用一个反射器或一个指向器与激励器相连能产生单个端射波束，间接说明若在激励器两边同时加反射器和指向器，可能会加强效应。情况正是如此。一个三元八木天线的例子如图5-33a所示，它是图5-31a及图5-32a几何上的组合。图5-33b的方向

图、比两个二元阵都有改善。三元八木天线的 E 面方向图如图 5-33c 所示。它基本上等于 H 面方向图乘以半波振子的阵因子。这些方向图仍旧是由计算特别小的阵元间距(0.04λ)的数值得到。



(a) 阵结构　　(b) 由数值方法计算出的 H 面方向图

图 5-32　二元八木天线，由长 0.4781λ 的有源元、长 0.45λ 的指向器相隔 0.04λ 组成。导线半径都是 0.001λ



(a) 阵结构　　(b) 由数值方法计算出的 H 面方向图　　(c) 由数值方法计算出的 E 面方向图

图 5-33　三元八木天线，由长 0.4781λ 的激励器、长 0.49λ 的反射器、长 0.45λ 的指向器相隔间距 0.04λ 组成，导线半径都是 0.001λ

一般的八木天线阵的结构如图 5-34所示。从三元八木可得到的最大方向性约为 9dBi 或 7dBd[18]。最佳的(为得到最大方向性)反射器间距 S_R 在0.15～0.25 个波长之间，如图 5-35 所示。增益比孤立振子高出 2.5dBd，而如果用平板取代简单的导线状阵元，增益将是 3dBd。因此，单个导线状阵元反射器，在增强振子增益方面几乎和平板一样有效。

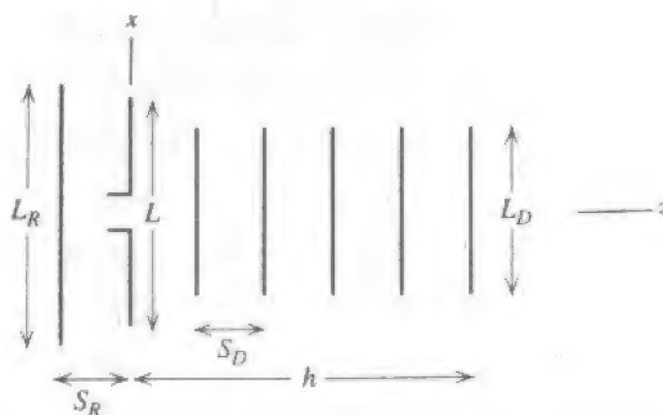


图 5-34　一般八木天线的结构

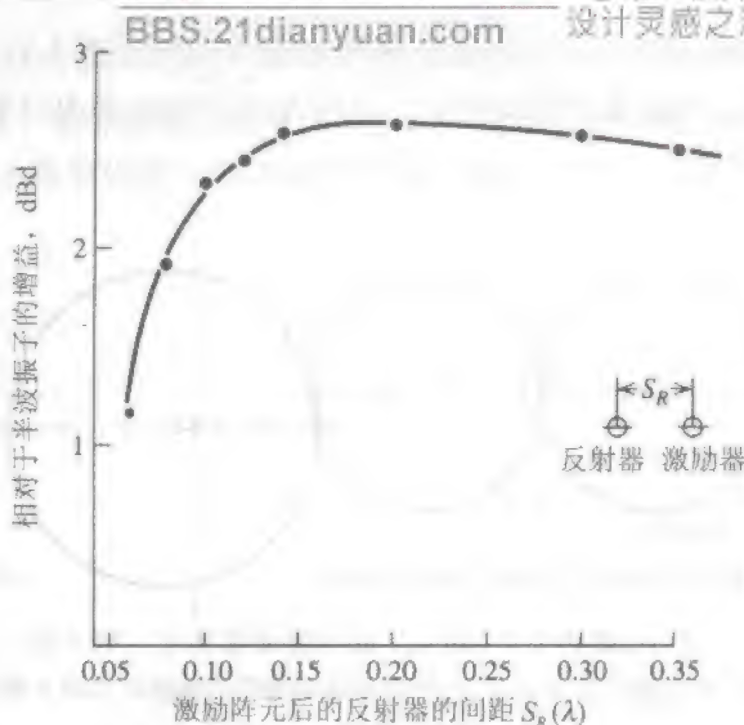


图 5-35　对振子与反射器不同的间距 S_R 测得的增益(dBd)[21]

指向器到指向器的典型的间距是 0.2 ~0.35 个波长，长阵多用长间距，短阵用短间距。典型的反射器长度是 0.5λ，激励器的长度是无寄生元时的谐振长度[19]。指向器的典型长度比谐振长度短 10% ~20%，其长度的精确值对指向器数目 N_D 以及指向器间距 S_D 的变化比较敏感。

正如由前章研究的均匀线源可知，八木天线的增益还与其支撑杆的长度有关。但是对寄生阵如八木天线，当指向器每增加一个阵元时，增益增加较小(假定 S_D 固定)，因为八木天线不是均匀激励的(见图 5-39)。事实上，当指向器增加至5 ~6 个时，增益的分贝数有明显增加，而若再增加指向器，就会超出"增益率回缩点"，如图 5-36 所示。图 5-36 画出了所有元间距为 $S_R = S_D = 0.15\lambda$ 的 N 元阵(包括一个反射器和一个激励器)[20]的增益对阵元数 N 的曲线。注意，增加指向器使 N 从 3 增加到 4，增加的增益约 1dB，而增加指向器使 N 从 9 增加到 10，增加的增益只有约0.2dB。

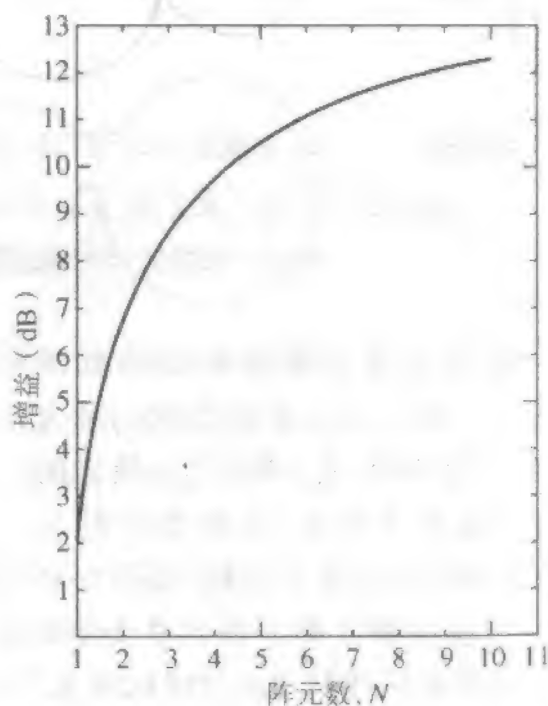


图 5-36　典型八木天线的增益与总阵元数的关系。阵元间距 $S_R = S_D = 0.15\lambda$。导体直径是 0.0025λ(源自 Green[20])

增加更多的反射器阵元，增益只增加

十分之几分贝，所以通常不这么做。反射器主要影响馈点的激励点阻抗，以及天线阵的后瓣。由方向图形状知增益主要由指向器阵元控制。指向器间距与指向器长度是相互关联的，不过最敏感的参数是指向器长度。当支撑杆的长度增加时，指向器长度变得更加严格了。

Viezbicke[21] 在国家标准局 National Bureau of Standard（后来称为 NIST）进行了长达数十年的实验研究，给出了有关八木天线设计的丰富信息。该实验研究的目的之一，就是对特定长度为 $L_B = S_R + h$ 的支撑杆确定最优设计。在该研究中支撑杆长度在 0.2λ到4.2λ 之间。Viezbicke 的部分工作成果归纳在表 5-4 中，它可以用于设计。Viezbicke 的工作成果及其摘要在文献[22,23]指出了，如何根据所用导体的直径（见图 5-37）以及金属支撑杆的直径（如果采用金属支撑杆的话，见图 5-38）校正其自由空间的寄生元长度。因为寄生元上分布在阵元中心的电压为零，所以可以采用金属支撑杆。在理想情况下，沿阵中心线的无限细金属支撑杆不会改变电压分布。不过实际尺寸的金属支撑杆的确会对其有影响，所以必须通过增加寄生元的长度来补偿。或者，寄生元与支撑杆绝缘的接触，就不需要补偿了。

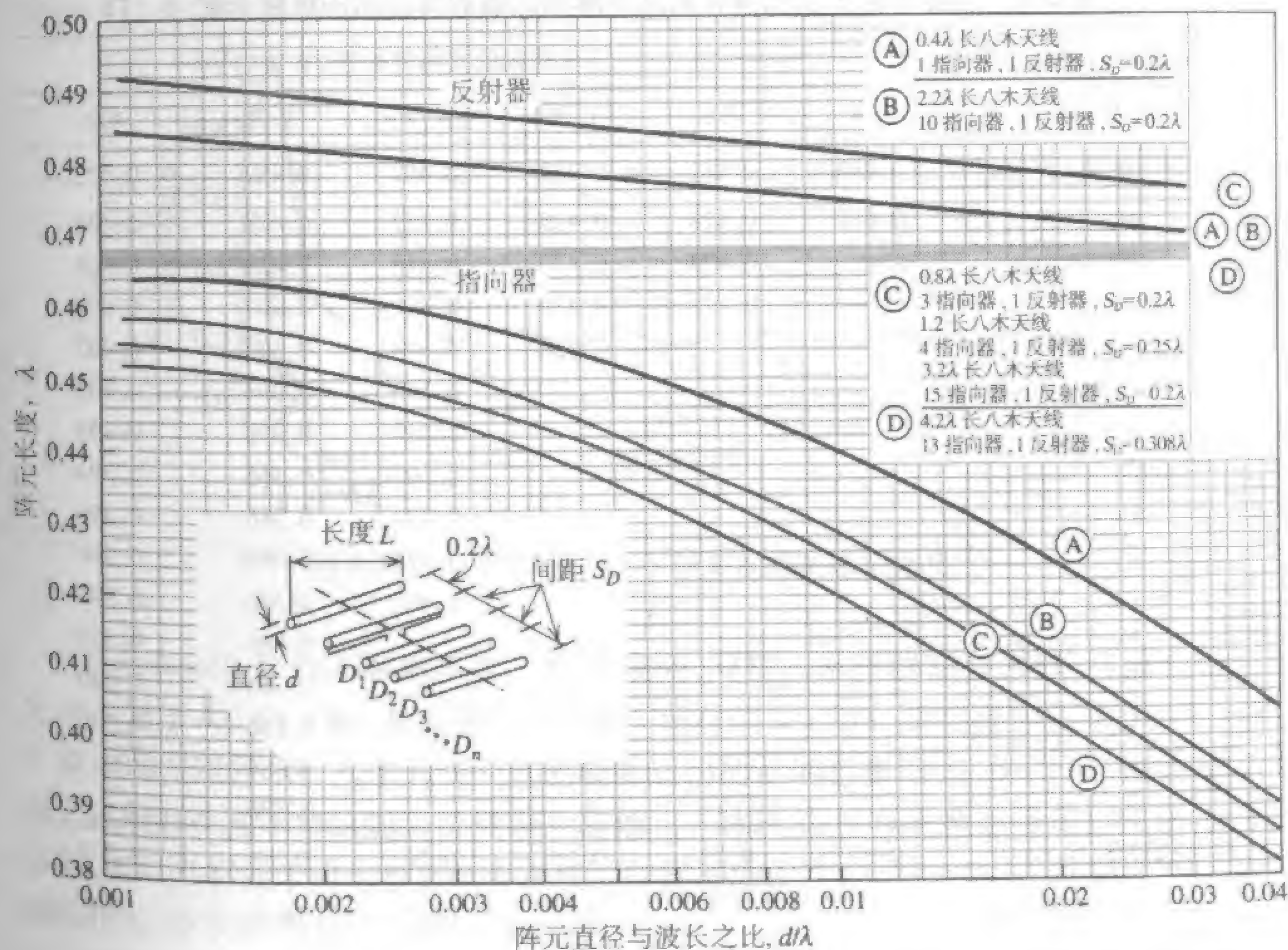


图 5-37 表 5-4[21]中八木天线的设计曲线

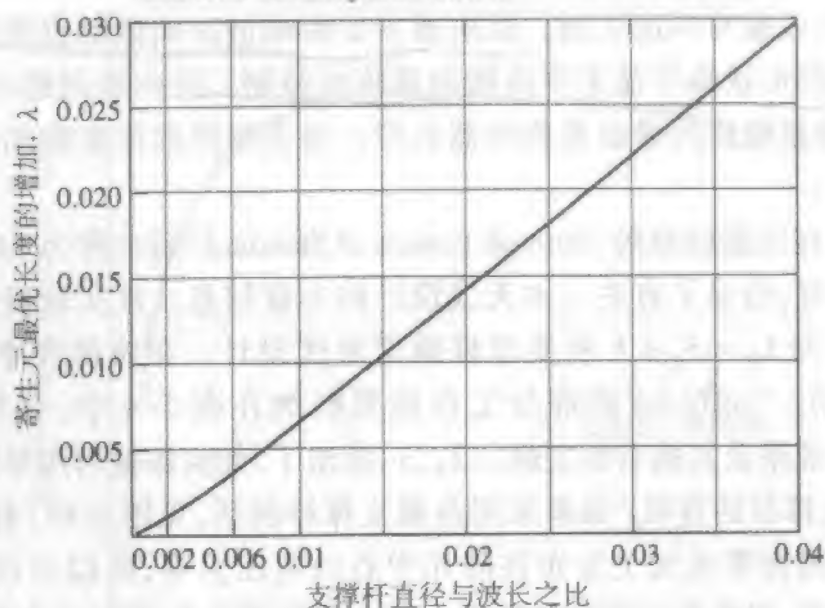


图5-38　金属支撑杆对八木天线寄生元长度的影响[21]

表5-4　六种不同长度支撑杆的八木阵列天线的寄生元的最佳长度

$d/\lambda=0.0085$	八木阵列的支撑杆长度					
$S_R=0.2\lambda$	0.4	0.8	1.20	2.2	3.2	4.2
反射器长度 L_R/λ	0.482	0.482	0.482	0.482	0.482	0.475
指向器长度 $D_n,(L_{D_n}/\lambda)$ D_1	0.442	0.428	0.428	0.432	0.428	0.424
D_2		0.424	0.420	0.415	0.420	0.424
D_3		0.428	0.420	0.407	0.407	0.420
D_4			0.428	0.398	0.398	0.407
D_5				0.390	0.394	0.403
D_6				0.390	0.390	0.398
D_7				0.390	0.386	0.394
D_8				0.390	0.386	0.390
D_9				0.398	0.386	0.390
D_{10}				0.407	0.386	0.390
D_{11}					0.386	0.390
D_{12}					0.386	0.390
D_{13}					0.386	0.390
D_{14}					0.386	
D_{15}					0.386	
指向器间距(S_D/λ)	0.20	0.20	0.25	0.20	0.20	0.308
相对于半波振子的增益	7.1	9.2	10.2	12.25	13.4	14.2
设计曲线(图5-37)	(A)	(C)	(C)	(B)	(C)	(D)
前后瓣比,dB	8	15	19	23	22	20

注：来源是 P. P. Viezbicke“八木天线设计”NBS Tech. Note 688，NBS，华盛顿特区，1968年12月。

至少具有几个指向器的八木天线是端射行波天线，它支持慢波型的表面波（即 $c/v>1$）（见习题4.4.3）。即激励器－反射器对向指向器发射一个波，指向器将相速 v 减慢，使 v 小于自由空间光速 c。换言之，沿阵轴前向单位距离的相位延迟大于普通端射条件。有人也许会预期，超过普通端射获得最大增益所需的额外相位延迟，是均匀阵的汉森－伍德亚德条件的相位延迟（例如，3.2.4 节）。如果支撑杆相当长，这近似正确。

在设计良好的八木天线上的指向器电流接近于图 5-39 所示[16]。如果从激励器到最远的指向器的支撑杆段长度 h 较长（$h\gg\lambda$），根据汉森－伍德亚德条件的要求，离激励器最远的指向器（末端指向器）处，表面波与自由空间波的相位差近似为 180°。因此

$$h\beta_g-h\beta=\pi \tag{5-46}$$

或

$$\lambda/\lambda_g=c/v=1+\lambda/2h \tag{5-47}$$

其中 β_g 是沿阵轴向前的导波的相位常数，λ_g 代表相应的导波波长，而 λ 是非导波（自由空间波）的波长。注意，$\beta_g=-\beta\cos\theta_0\approx-\beta(c/v)$，而且由 $c/v>1$ 可知 $|\cos\theta_0|>1$。由式(5-47)画出的曲线是图 5-40 上部的虚线。

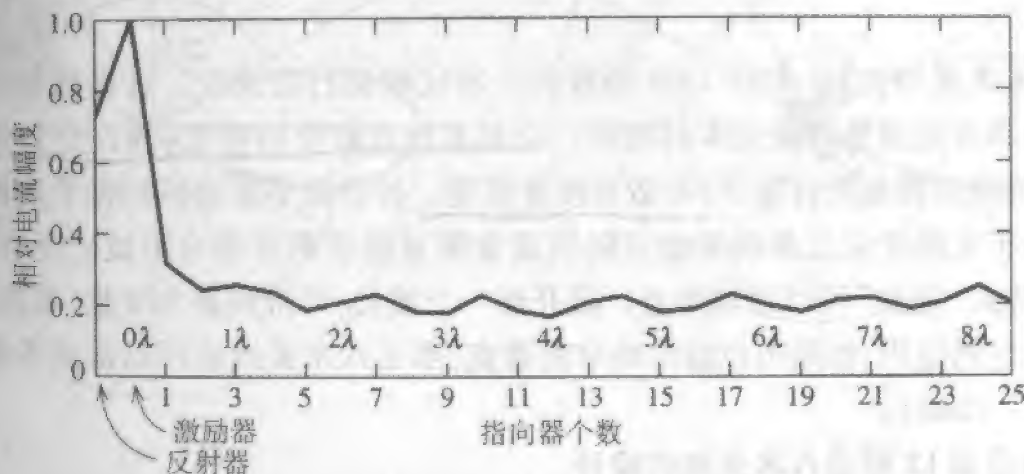


图 5-39 一个 27 元八木天线阵的相对电流幅度[16]

Ehrenspeck 和 Poehler 的实验工作[19]表明，对短八木天线而言，最佳终端相位差约为 60°，对于 $4\lambda<h<8\lambda$，相位差升至 120°，而对于 $h>20\lambda$，相位差趋近于 180°。如图 5-40 中的实线所示。八木天线及其他端射结构的不同数据指出，最佳 c/v 值处于实曲线上或刚好在其下方的阴影区域中。其他比八木天线更有效地激励表面波的表面波结构，可以具有处于更加靠近低界虚线的阴影区的最佳 c/v 值。不过，如果这些表面波结构很长，它们都会趋于汉森－伍德亚德条件。

把指向器阵列看作其上传播表面波的电抗性表面，并由表 5-4 可知对于较长的支撑杆，指向器将会较短，由此推测较长的支撑杆其电抗性表面对表面波的耦合较少，所以总相位延迟不会过长而且会落到图 5-40 的实线上。观察表 5-4 中指向器间距为 $SD=0.2\lambda$ 的那些天线阵可知，对较长的支撑杆，指向器趋向于更短。

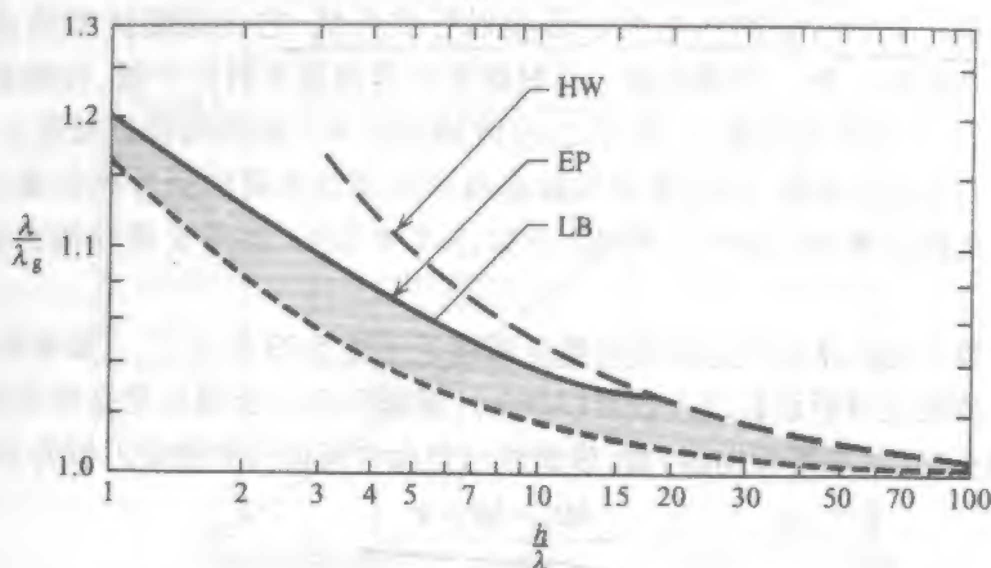


图5-40　最大增益表面波天线的相对相速 $c/v=\lambda/\lambda_g$ 作为天线长度 h/λ 的函数。HW＝汉森－伍德亚德条件(5-46)；EP＝Ehrenspeck 和 Poehler 实验值；LB＝低界(理想表面波激励)

注：摘自“天线工程手册”第3版，R. C. Johnson 编，纽约，McGraw-Hill 公司，1993。

八木天线是用在 HF-VHF-UHF 频段的一种比较流行的天线。它提供相当高的增益，同时又具有低重量和低成本的特点。它具有相对较窄的带宽(约百分之几)，采用除振子外的馈电器如折合振子，可适当改善带宽。折合振子还提供比振子高的输入阻抗，尽管由于互耦效应二者的激励点阻抗通常明显低于两者的自阻抗。还有，通过八木天线组阵或“叠加”可以增加增益。隔开近一个波长，可得到最大增益(见图3－20)。因此，对给定的应用，如果可以容许略窄的带宽，那么八木天线就可以低成本提供好的增益(如9～12dB)。

例5-1　电视第12频道八木天线的设计

为电视第12频道设计一个工作在205.25 MHz的12元八木天线，使用直径1cm的阵元，且与金属支撑杆绝缘[23]，支撑杆长为2.2λ。表5-4指出，需要0.2λ的间距。在205.25 MHz时的波长是1.46 m。因此，所有阵元间的间距是29.2 cm。为得到阵元长度，要遵循下列4步：

(1)由表5-4，在图5-37中的“B”曲线上画出阵元长度。设计曲线对导线直径为0.0085λ。

(2)因为所用1 cm的导线直径是0.0065λ，表中的阵元长度必须略有增加。从水平轴0.0065λ处向上画一条竖直线即可完成。该竖直线与两条相关的设计曲线相交，交点给出反射器与第一指向器经过补偿的长度：

$$L_R=0.483\lambda,\qquad L_{D_1}=0.4375\lambda$$

注意沿指向器“B”曲线上，0.0065λ竖直线与它的交点以及由步骤1所得第一指向器长度位置之间的距离。所有指向器的长度，都必须增加由该距离确定的一段长度。

(3)用一对指向器,测量第一指向器的原始长度与校正长度在指向器曲线 B 上的距离。将其他每个指向器长度向左移动这段距离,以确定其补偿长度:

$$L_{D_1} = 0.421\lambda$$

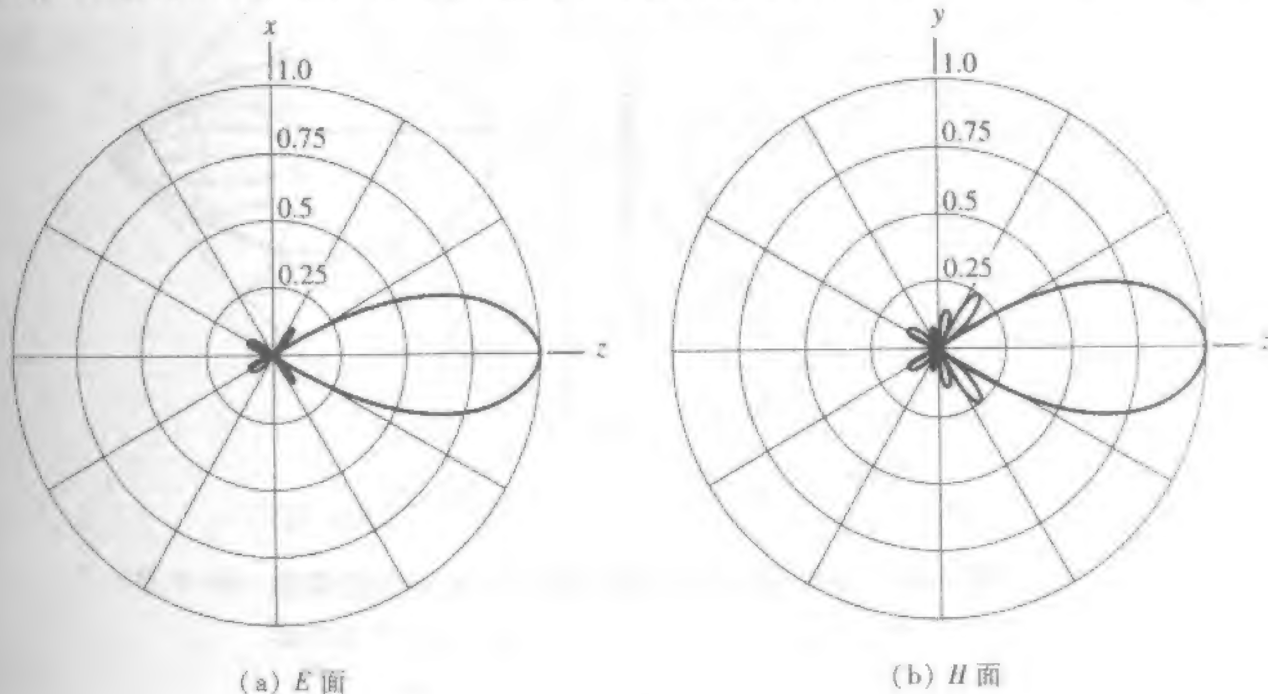
$$L_{D_2} = L_{D_{10}} = 0.414\lambda$$

$$L_{D_3} = L_{D_9} = 0.405\lambda$$

$$L_{D_4} = L_{D_6} = L_{D_7} = L_{D_8} = 0.398\lambda$$

(4)第 4 步是利用图 5-38 校正金属支撑杆(如果采用时)对阵元长度的影响。这里,支撑杆是金属的,但阵元对它绝缘,不需要校正因子(见习题 5.4.5)。

对例 5-1 用数值方法(如第 10 章)算得的方向图如图 5-41 所示,算出的方向性是 11.82dBd,它与表 5-4 中的增益值符合良好。算出的振子激励器的阻抗是 26.5 + j23.7Ω。算出的前后比是 38.5dB,因为在计算所得的方向图中几乎完全没有后瓣。



(a) E 面　　(b) H 面

图 5-41 对例 5-1 计算所得方向图

5.5 角反射器天线

另一个能用半波振子产生 10 ~ 12 dB 增益的实用天线,就是 J. D. Kraus 于 1938[4] 年发明的角反射器天线。他的第一个实验模型是 90°角反射器。虽然也可以用其他角度的反射器,但是图 5-42 所示的 90°角反射器是最实用的,这里将讨论它。在 UHF 频率,角反射器是增益标准。

角反射器天线很容易用镜像法和天线阵理论进行分析。图 5-43 显示出源及其 3 个镜像。由式(3-4)知,阵元[#1]和镜像#4 对阵因子的作用是 $2\cos[\beta s\cos(\phi)]$。镜像#4 和#3 的贡献也一样,但方向旋转 90°并且反相,即是 $-2\cos[\beta s\cos(90° - \phi)]$。因此,如

果假定导体反射板无限延伸，xy 平面（H 面）内在 $-45°\leqslant\phi\leqslant45°$ 范围内有效的阵因子是

$$AF(\theta=90°,\phi)=2\cos(\beta s\cos\phi)-2\cos(\beta s\sin\phi) \tag{5-48}$$

随之，在 xz 平面或 E 面，阵因子可由类似推论给出

$$AF(\theta,\phi=0°)=\{-2+2\cos[\beta s\cos(90°-\theta)]\}g(\theta) \tag{5-49}$$

其中，元因子 $g(\theta)$ 通常就是半波振子的。

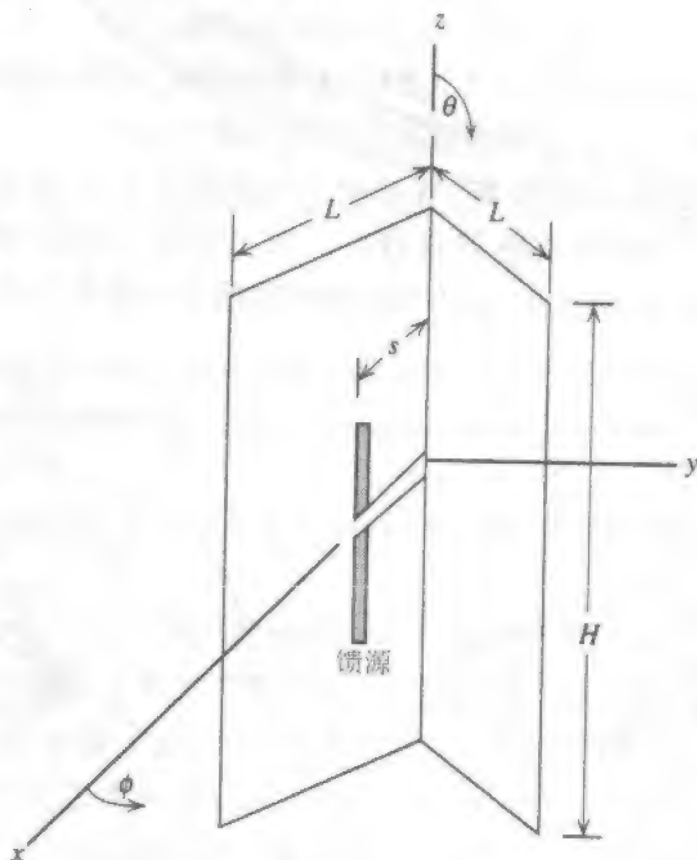


图5-42 在 $\phi=\pm45°$ 平面具有金属板的直角反射器

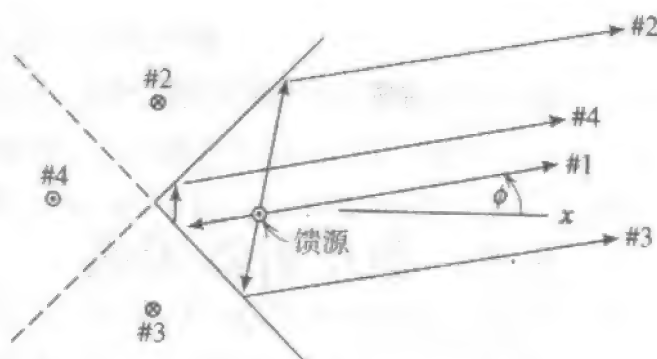
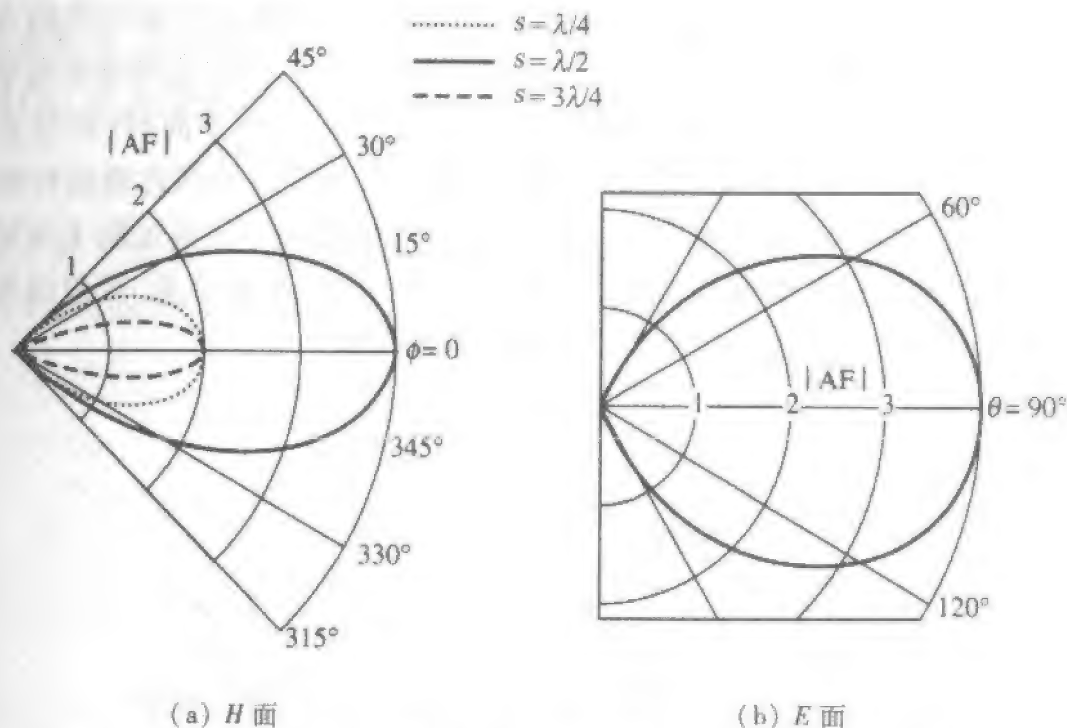


图5-43 直角角反射器与所示镜像以及如何计算反射

方向图形状、增益、馈点阻抗都是馈点到反射器棱距离 s 的函数（见图5-44a）。对90°角反射器，在 $-45°\leqslant\phi\leqslant45°$ 范围内没有副瓣，如果 $0.25\lambda\leqslant s\leqslant0.7\lambda$，方向性也会很好。当导体板无限延伸 $s=0.5\lambda$[24] 时的方向性最大，但振子馈点的输入阻抗较高（即在125Ω左右）。将间距调小至 0.35λ，从理论上会产生70Ω输入阻抗，而增益的增加

值则可略去不计。蝶形天线(见图6-32)经常用作馈源,因为与普通直线振子相比,它具有出色的阻抗带宽特性。

当然,制作无限延伸的导电板时根据实际设计是必要的。通过射线跟踪法可看出,长度值 $L=2s$ 是比较合理的最小长度,它可使有限尺寸的导电板不会削弱主瓣。尺度 H 通常选择为馈源长度的1.2~1.5倍,以减小振子馈源向背后区域的直接辐射。有限延伸的板会导致方向图宽于图5-44中无限板时的预期图。有限尺寸板的馈源激励点阻抗的影响可以忽略。



(a) H 面　　(b) E 面

图5-44　由两个(半无限)半平面和一个半波振子馈源组成的直角角反射器的主平面方向图、|AF|(在 E 面只用最佳方向性的间距)

5.6 非完纯导电地平面上方的线天线

低频(大致为VHF及更低频率)工作的天线,明显地受周围典型环境如地球、建筑物等的影响。在2.3节中,讨论过分析完纯导电地平面上方天线的原理。完纯导电地平面的理想形式是无限、平面、完纯导体。实际中,用比天线尺寸大得多的平面良导体可以很好的近似。2.3.1节的镜像理论揭示出,完纯导电地平面或其近似物上方的天线具有一种等效形式,即天线阵。从而可以用天线阵理论得到地平面上方的辐射方向图。

本节认为地平面不能很好地近似为完纯导电地平面。由于低频天线最容易受其周围环境的影响,而且低频天线通常是导线天线,所以将举例说明地平面上方的导线天线。但是,普遍原理可以适用于许多种天线。

地平面可以取多种形式,例如单极子周围的径向导线簇,轿车的车顶,或真实地

面。在许多场合，地球可以作为无限及平面的良好近似，但是它是不良导体。良导体的电导率在 10^{-7}S/m 的量级。地球的电导率变化很大，典型数据是 $10^{-1}\sim10^{-3}$S/m，沃土取高限，岩石与砂土取低限。在如此低的电导率下，附近天线产生的电场将穿透进地球并激发电流，进而产生欧姆损耗 $\sigma|E|^2$。这个损耗增加了输入欧姆电阻，从而降低了天线的辐射效率。

5.6.1 真实地球面对方向图的影响

真实地球面上方天线的方向图，与工作在完纯导电地平面上方的天线的方向图是不同的。利用镜像理论可以得到近似的方向图。在2.3.1节中对完纯导电地平面讨论的同样原理仍能应用，但实际地面中镜像的强度比完纯导电地平面时（对竖直元等幅等相，对水平元等幅反相）减小。镜像的强度可以近似为用与场到达地面时极化状态相应的平面波反射系数加权。为了说明，把地面上方距离 h 的竖直短振子与其镜像一起示于图5-45。有一条直射线和一条反射线到达远场区。正如所见，反射线看上去像是由镜像天线发出的。初级源与其镜像构成一个天线阵。

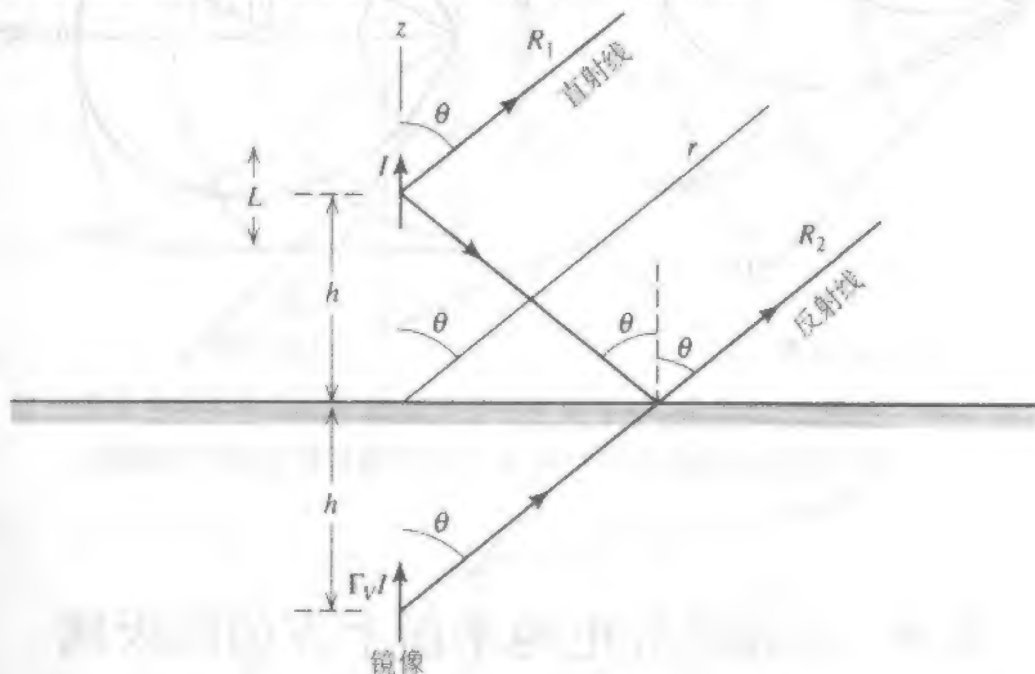


图5-45 真实地面上方具有电流 I 的竖直短振子、与它的具有电流 $\Gamma_V I$ 的镜像在一起

对此例，由式(1-78)与式(1-93)知地面上方的电场是

$$E_\theta = \mathrm{j}\omega\mu\sin\theta\left(IL\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta R_1}}{4\pi R_1}+\Gamma_V IL\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta R_2}}{4\pi R_2}\right) \tag{5-50}$$

其中 L 是短振子的长度，$\Gamma_V I$ 是镜像振子的电流。Γ_V 是地球平面对竖直极化平面波的反射系数，E 处于由地面的法线定义的入射面内，且射线从源射到地面的法线处。利用远场平行线算法得到远场距离表示式为

$$R_1 = r - h\cos\theta \qquad 和 \qquad R_2 = r + h\cos\theta \tag{5-51}$$

然后,式(5-50)简化为

$$E_\theta = \mathrm{j}\omega\mu \frac{IL}{4\pi}\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta r}}{r}\sin\theta(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta h\cos\theta} + \Gamma_V \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta h\cos\theta}) \tag{5-52}$$

其中,分母中用了 $R_1 \approx R_2 \approx r$。此式仅在地平面上方有效。它包含阵元方向图 $\sin\theta$ 和括号中阵元间距 $2h$ 的二元阵的阵因子。

对图 5-46 所示水平取向短振子也类似,则有(在 xz 平面内)

$$E_\theta = \mathrm{j}\omega\mu \frac{IL}{4\pi}\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta r}}{r}\cos\theta(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta h\cos\theta} - \Gamma_V \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta h\cos\theta}) \tag{5-53}$$

式中出现负号,是因为镜像电流反向。该式仅在 xz 平面内有效。采用 Γ_V 是因为 E 在入射面内。在 yz 平面内的场是

$$E_\phi = \mathrm{j}\omega\mu \frac{IL}{4\pi}\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta r}}{r}(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta h\cos\theta} + \Gamma_H \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta h\cos\theta}) \tag{5-54}$$

阵元因子是 1,因为在与振子轴垂直的平面内,振子具有全向方向图。这里采用水平反射系数 Γ_H 是因为电场垂直于入射面。

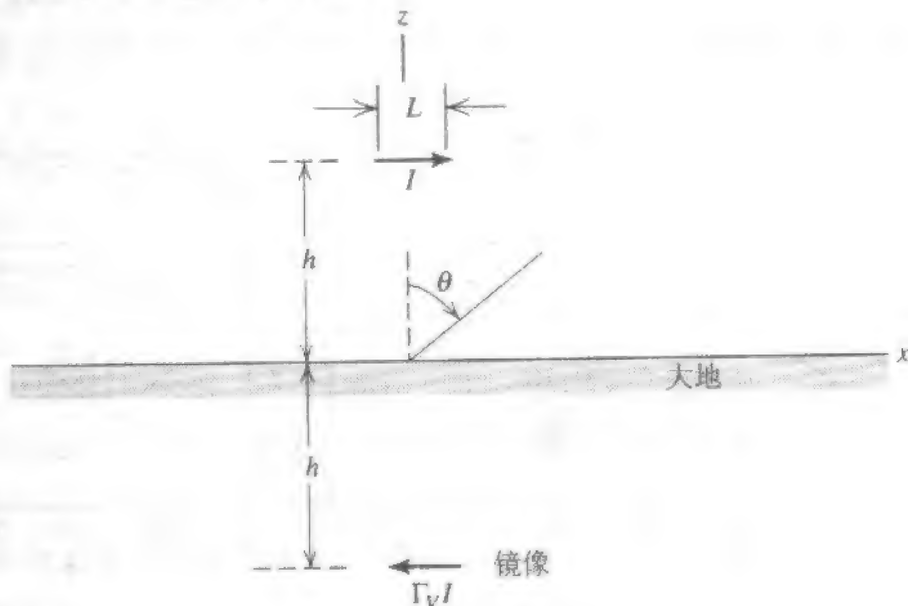


图 5-46 在真实地球面上方具有电流 I 的短振子,和其对 xz 平面具有电流 $\Gamma_V I$ 的镜像在一起。在 yz 平面的镜像是 $\Gamma_H I$

式(5-54)的第 2 项中没有负号,是由于 Γ_H 的定义是[25]

$$\Gamma_H = \frac{\cos\theta - \sqrt{\varepsilon'_r - \sin^2\theta}}{\cos\theta + \sqrt{\varepsilon'_r - \sin^2\theta}} \tag{5-55}$$

这是入射电场与极化面垂直时的平面波反射系数(即由表面法线和传播反向形成的平面)。对于 Γ_V 有[25]

$$\Gamma_V = \frac{\varepsilon'_r\cos\theta - \sqrt{\varepsilon'_r - \sin^2\theta}}{\varepsilon'_r\cos\theta + \sqrt{\varepsilon'_r - \sin^2\theta}} \tag{5-56}$$

这是入射电场平行于极化面时的平面波反射系数。ε'_r 是地面的相对复介电常数(见1.4节)

$$\varepsilon'_r = \frac{\varepsilon'}{\varepsilon_0} = \varepsilon_r - \mathrm{j}\frac{\sigma}{\omega\varepsilon_0} \tag{5-57}$$

ε_r 与 σ 是地面的相对介电常数与电导率。地球具有平均值 $\varepsilon_r = 15$。美国国土面积上的电导率变化范围是 $10^{-3} \sim 3\times10^{-2}\mathrm{S/m}$[25]。

把 ε'_r 虚部表示成下式是合适的

$$\frac{\sigma}{\omega\varepsilon_0} = 18\times10^3\frac{\sigma}{f_{\mathrm{MHz}}} \tag{5-58}$$

在低频率(如1MHz及以下),复介电常数的虚部或产生损耗的部分成为主导。在高频率(即100 MHz及以上),实部为主。

典型的地面电导率为 $\sigma = 12\times10^{-3}$时,反射系数如图5-47所示。这些曲线含有大量信息。首先,应注意到在低仰角($\theta\approx90°$),对所有频率和各种电导率,Γ_H 接近于 -1。而对于 Γ_V 则情况大不相同,幅度与相位两者在低仰角处均剧烈变化,这是由于在 $\angle\Gamma_V = -90°$时出现了伪布鲁斯特角。当 $\sigma\to\infty$ 或 $\omega\to0$ 时却不会出现这种现象,因为由式(5-56)和式(5-57)可见,$|\Gamma_V|\to1$。

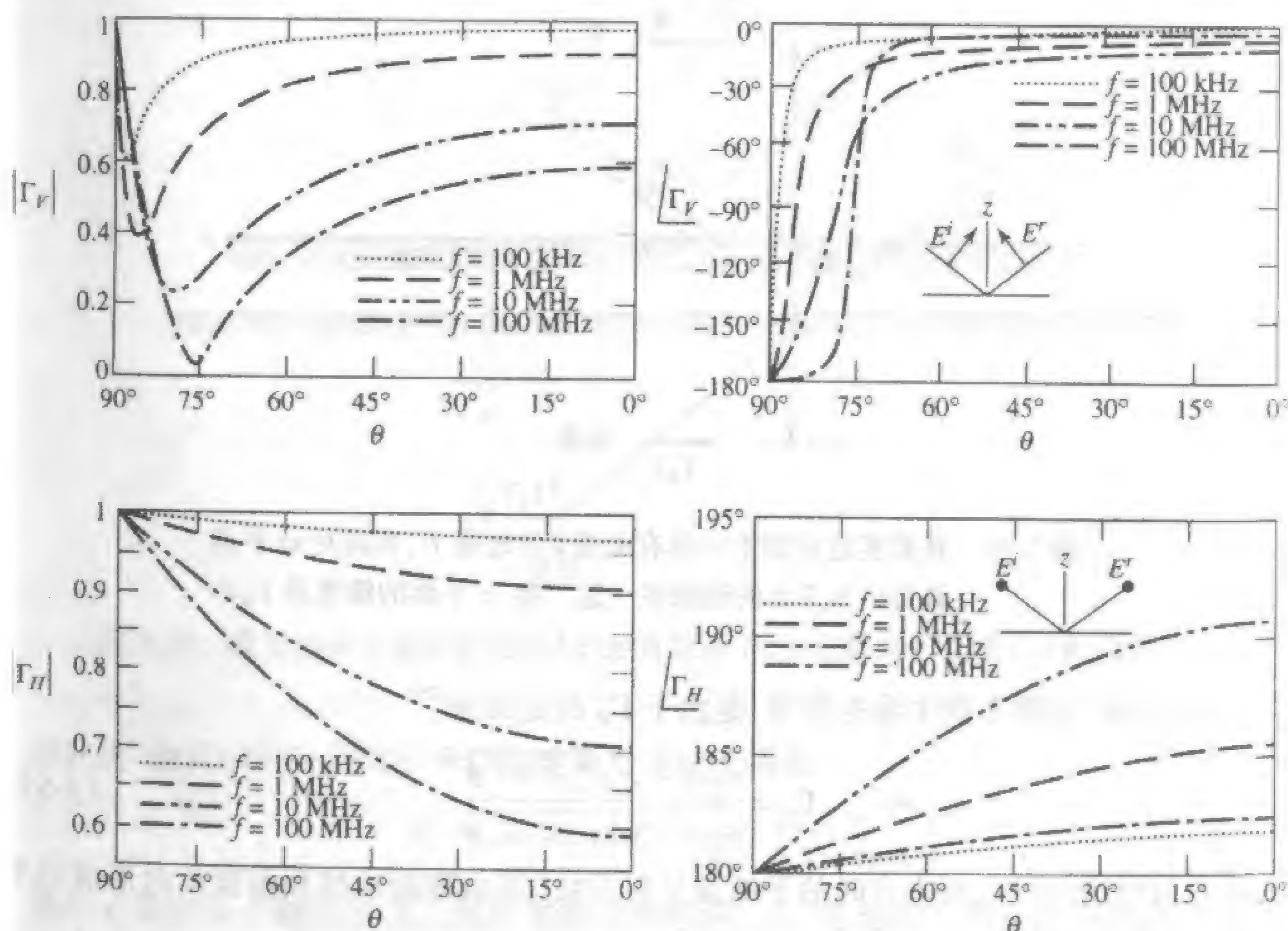


图5-47　在4个频率处 Γ_V 和 Γ_H 的幅度与相位

注:地平面在 $\theta = 90°$处。$\sigma = 12\times10^{-3}\mathrm{S/m}$,$\varepsilon_r = 15$。

利用平面波反射系数求得镜像强度仅仅是一种近似，因为地面附近的天线并不形成平面波入射到地面上。除辐射外，上面已指出，有表面波沿地表面传播。对 HF 及 VHF 频率，表面波衰减得很快。对掠射角（θ 接近 90°），$\Gamma_V \approx -1$，且贴近地面的竖直天线具有零辐射，因为 $\theta = 90°$，见式（5-52）。此时，传播的全是表面波，如白天的调幅广播。对竖直天线，略去表面波并使用上述处理方法的，可认为其影响不严重[26]。对于水平天线，为了使平面波反射系数法有效，天线至少应该高出地面 0.2λ[27]。

各种地表面上的竖直短振子的仰角方向图如图 5-48 所示。当地面是完纯导电的（$\sigma = \infty$）时，地面上的方向图与自由空间短振子的一样，都是 $\sin\theta$。所以，在完纯导电地平面的情况下，沿地平面的辐射最大，而在同样的输入功率下对于真实的地面，由于效率的降低，辐射最大值偏离地面向上倾斜，强度也会减小。这是一般趋势。有耗地面对竖直天线的影响是使其辐射方向图向上倾斜。一个良好的径向接地系统为使其方向图更接近于完纯导电地平面时的方向图，可增加低角度（沿地面）辐射。低角度辐射对依靠电离层反射的长距离（跳越）中继通信特别重要。

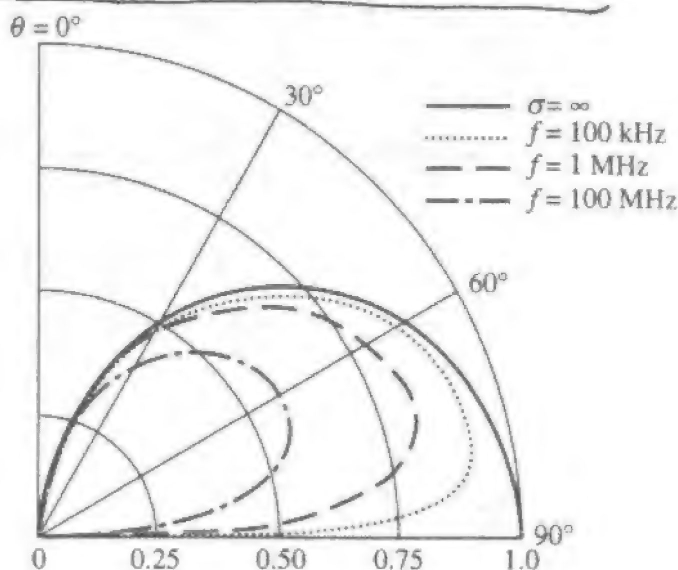


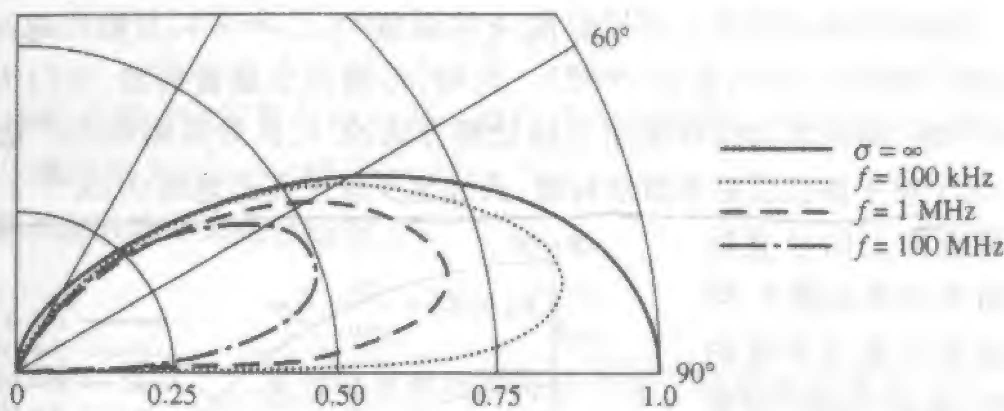
图 5-48　三个频率的平直地球表面处（$\sigma = 12 \times 10^{-3}$S/m，$\varepsilon_r = 15$）竖直短振子的仰角面方向图，并与完纯导电地平面情况（$\sigma = \infty$）作比较

离地面 $\lambda/4$ 处的竖直短振子与其镜像构成间距 $\lambda/2$ 的阵。对于完纯导电地平面，$\varepsilon'_r = \infty$，且由式（5-56）知 Γ_V 是 +1。该天线阵是间距 $\lambda/2$、等激励、同相共线阵的。其方向图由图 3-17 和图 5-49a（$\sigma = \infty$）给出。对于真实地面，在掠射角（θ 接近 90°），$\Gamma_V \approx -1$。因此天线阵的作用抵消了，沿地平面为零，如图 5-49a 所示。当高度升至 $\lambda/2$ 时，图 5-45 的等效天线阵具有间距 λ，除 $h = \lambda/4$ 时的效应外，还出现了多瓣。$h = \lambda/2$ 的仰角方向图如图 5-49b 所示。

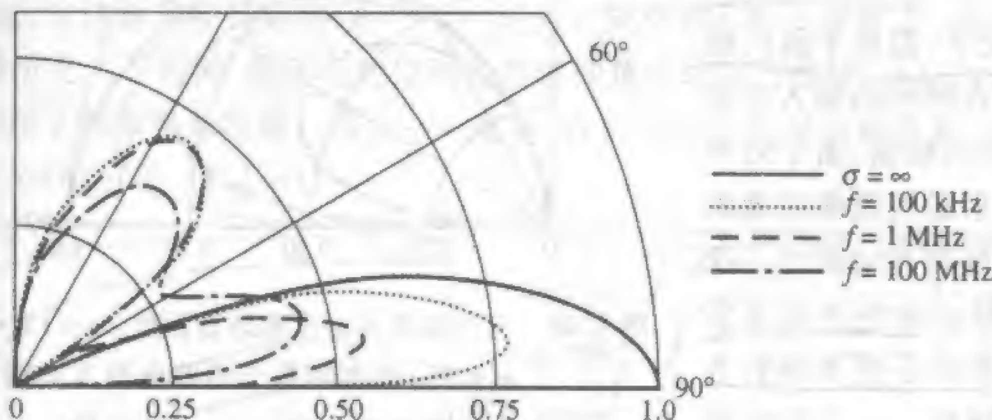
对于图 5-46 中的水平短振子，通过 z 轴的所有平面里的辐射并不都相同，并不像竖直振子时那样。在 yz 平面里（垂直于振子轴），辐射电场由式（5-54）给出。对完纯导电地平面，反射系数 Γ_H 严格为 -1，而对于真实地面，如果频率低，在任何角度 θ 近似为 -1。元因子是各向同性的，因为在 H 平面（yz 平面）中看到的是阵元的端视图。因此，阵因子完全决定着方向图。与竖直天线相比，有限电导率对水平天线仰角方向图的影响要少得多。

地面上方短振子的场表示式（5-52）～式（5-54）可以用于其他天线，但要用于合适

的阵元方向图。特别是式(5-52)的 $\sin\theta$ 和式(5-54)的 $\cos\theta$ 将被所考虑的天线的自由空间方向图所取代。



(a) 地面上方的 $\lambda/4$ 短振子，$2h = \lambda/2$



(b) 地面上方的 $\lambda/2$ 短振子，$2h = \lambda$

图 5-49　竖直短振子在三个频率上的仰角面方向图
与完纯导电地平面情况($\sigma = \infty$)作比较

5.6.2　地平面的构建

利用比天线尺度大得多的金属片可以建造卓越的地面。在低频时，因为所需的尺寸，使这种地面变得不切实际。本节讨论增加真实地面的表观电导率的各种方法。

考虑一个基座在地平面上的竖直单极天线(见 2.3.2 节关于完纯导电地平面上方单极子的讨论)。沿天线流上去的电流，离开天线后在空气中形成位移电流。一进入地球，就形成传导电流，并朝天线基座集中。可以通过提供高导电回路而减小地球地面的损耗。这通常由一个径向接地系统来完成。对所用导线的尺寸要求并不严格，该尺寸由所需机械强度决定。典型的是 8 号 AWG(美国线规)导线。它们并不一定要埋设，但通常为方便起见还是这么做。不过，不能埋得太深，以减小场必须通过地球的长度。有时，在单极子基座处，用一环形接地板把径向导线互相连接起来。有时，在单极子基座附近，将一个或多个接地桩打入地下。

径向系统的欧姆电阻和地面一起加入单极子欧姆电阻的结构，来决定输入阻抗的

总欧姆电阻分量。天线系统的效率取决于辐射电阻与欧姆电阻的比率，见式(1-173)。对高功率发射天线，用设计良好的径向系统来获得高效率是至关重要的。但是，对简单的单极子结构，3根等间距径向导线就可以构成径向系统了。

最复杂的接地系统，如一个标准调幅广播发射天线，围绕塔有120根等间距径向导线，间隔3°，离塔约四分之一波长距离。通常，径向线的长度大致等于单极子天线的高度。对典型的土壤，具有120根径向线的接地系统的总欧姆电阻值作为径向长度对几个频率的函数，如图5-50所示[28]。注意，在3MHz时，具有120根长约四分之一波长(25m)的径向接地系统，给出的接地系统电阻为1Ω。由于地球表面电阻随频率的平方根变化(见式(1-176))，如果径向线的长度随波长的平方根按比率增加，低频时接地系统的电阻将保持不变。对3MHz以上频率，径向线长度曲线仅比图5-50中3MHz曲线稍微右移。这是因为，当径向线长度达到四分之一波长后，大电流密度大部分出现在径向线区域，进一步增加长度不会产生重要影响。

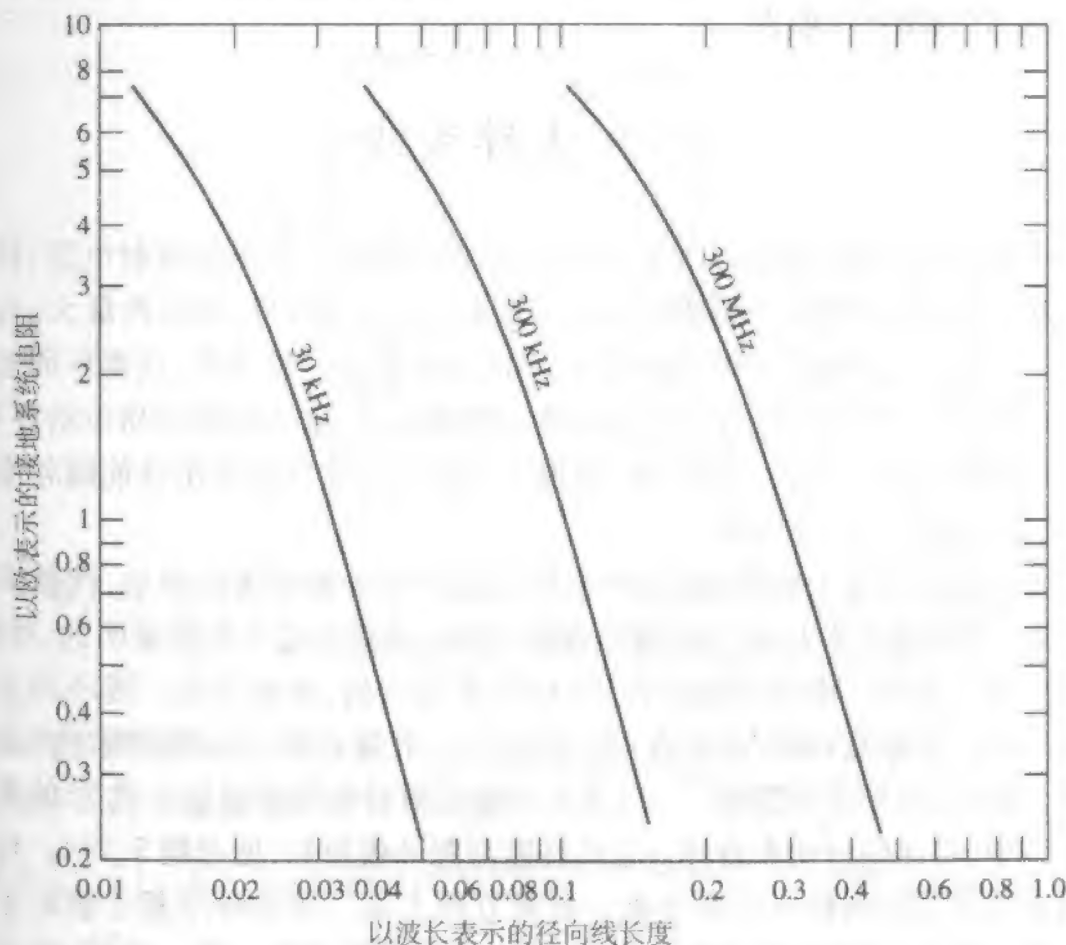


图5-50 在一般土壤中采用120根径向线的径向接地系统的典型电阻

注：摘自Griffith[28]。© 1962，McGraw-Hill公司。得到McGraw-Hill公司授权。

径向导线接地系统的顶端或地下部分的结构原理可以简单地归纳一下。径向系统的功能是防止天线发出的电磁场进入地下，从而激发电流造成欧姆损耗 $\sigma|E|^2$。正

如上面讨论的，如果采用120根四分之一波长径向线，接地系统引入的欧姆电阻最多只有几欧，而且通常是低于1Ω的。在许多应用中，安装像120根的径向线是不现实的。一般说来，50根四分之一波长的径向线将使地球电阻降至几欧。当仅使用几根径向线时，地面的附加电阻可达好几欧。而且，如果径向线长度（几乎不依赖于线数）降至十分之一波长以下，接地系统电阻也会显著增加①。径向导线可以放在地表上，也可以浅埋地下（但是千万不可深埋）。导线的选择主要取决于机械上的考虑。当径向线数目增加时，由于每根线载的电流小了，所以要求的导线直径也小了。在天线基座处，径向线应该连接到一个或几个接地桩。

在高频率（VHF或更高），天线经常安装在长度相对小的金属（固体、网眼或径向电线）地面上方。因此，接地平面的尺寸和形状就很重要。一般而言，在接地面最大部分的方向辐射最强。例如，考虑安装在一辆汽车上的单极子天线。如果把它放在右后保险杠上，方向图最大值出现在离开轿车左前方的方向上。当天线装在车顶中央，在前向和后向，方向图有所增强。

5.7　大环天线

在2.4节中已求得周长远小于波长的电小环天线的方向图和辐射电阻，且它们对小环的形状不敏感，只依赖于小环的面积。而且小环的辐射在环面内最大，在垂直于环的轴向上为零。这些是沿环电流幅度及相位为常数的必然结果，只要环周长 L 是电小的，结论就成立。当环周长为几分之一波长或更长时，电流幅度及相位沿环变化，引起性能随尺寸的变化而变化。同样地，物理尺寸固定的大环显示出性能随频率的变化而变化，类似于谐振天线的特性。

尽管为了避免数学上的困难，普遍采用假定均匀电流幅度和相位，代替实际上不精确的结果（如习题5.7.1）对大环特性进行分析。正如在这节中要证明的，对谐振环，电流分布接近于正弦。由于结构原因，大环周界有圆的，也有方的。圆环和方环通常工作在接近第一谐振点，该点出现在周长稍长于一个波长时。以前对圆环已经有大量研究工作，已给出圆环天线的场[31]，以及方向性与辐射电阻的近似公式[32]的常规分析法。在本节中，将详细讨论大方环。它的性能与圆环很相似，见习题5.7.4。可以用分析其他谐振线天线的同样方法来分析一波长方环天线。首先介绍基于假定正弦电流分布的方法。其次，将给出精确的数值计算结果以支持近似分析。最后，给出方环性能随周长改变的计算结果。

如图5-51所示的**一波长方环天线边长**为四分之一波长。对一波长周长，可以合理地假定电流是正弦分布的。这样，沿环的电流分布就是连续的，如图5-51（实线）所示。当馈点处于平行于 x 轴的一边的中心时，正弦电流可表示成

① 在文献[29]中有关于接地系统设计的更详细的资料和参考文献。

$$\boldsymbol{I}_1=\boldsymbol{I}_2=-\hat{\boldsymbol{x}}I_0\cos(\beta x'),\qquad |x'|\leqslant\frac{\lambda}{8}$$
$$\boldsymbol{I}_4=-\boldsymbol{I}_3=\hat{\boldsymbol{y}}I_0\sin(\beta y'),\qquad |y'|\leqslant\frac{\lambda}{8}\tag{5-59}$$

按通常办法求解辐射特性。首先由式(1-101)知矢位是

$$\boldsymbol{A}=\mu\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta r}}{4\pi r}\int_{\mathrm{loop}}\boldsymbol{I}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta\hat{\boldsymbol{r}}\cdot\boldsymbol{r}'}\mathrm{d}l\tag{5-60}$$

为了求出相位函数，必须写出从原点到每边任意点的矢量表示式。它们是

$$\boldsymbol{r}'_1=x'\hat{\boldsymbol{x}}-\frac{\lambda}{8}\hat{\boldsymbol{y}}\qquad \boldsymbol{r}'_2=x'\hat{\boldsymbol{x}}+\frac{\lambda}{8}\hat{\boldsymbol{y}}$$
$$\boldsymbol{r}'_3=-\frac{\lambda}{8}\hat{\boldsymbol{x}}+y'\hat{\boldsymbol{y}}\qquad \boldsymbol{r}'_4=\frac{\lambda}{8}\hat{\boldsymbol{x}}+y'\hat{\boldsymbol{y}}\tag{5-61}$$

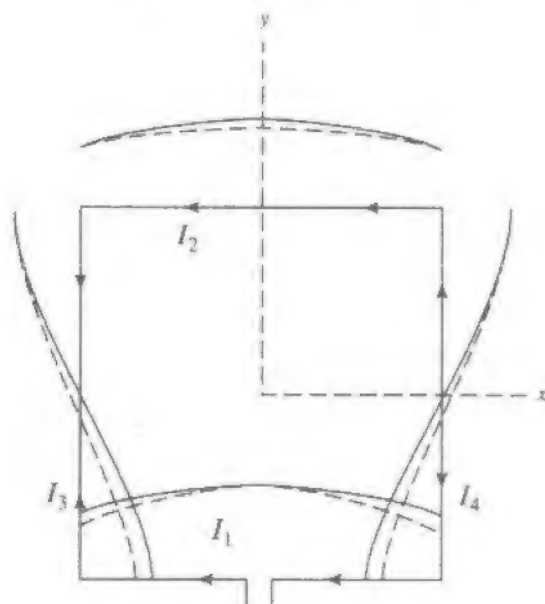


图 5-51　一波长方环天线。每边长 λ/4。实线是式(5-59)的正弦电流分布。虚线曲线是由更严格的数值方法得到的电流幅度

其中的数字下标表示相应的环边。把式(C-4)和式(5-61)的 $\hat{\boldsymbol{r}}$ 表示式用于式(5-60)，把环积分分解成每边的积分，得到

$$\begin{aligned}\boldsymbol{A}&=\mu\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta r}}{4\pi r}I_0\Big[-\hat{\boldsymbol{x}}\int_{-\lambda/8}^{\lambda/8}\cos(\beta x')\mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta x'\sin\theta\cos\phi}\left(\mathrm{e}^{-\mathrm{j}(\pi/4)\sin\theta\sin\phi}+\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\pi/4)\sin\theta\sin\phi}\right)\mathrm{d}x'\\&\quad+\hat{\boldsymbol{y}}\int_{-\lambda/8}^{\lambda/8}\sin(\beta y')\mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta y'\sin\theta\sin\phi}\left(-\mathrm{e}^{-\mathrm{j}(\pi/4)\sin\theta\cos\phi}+\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\pi/4)\sin\theta\cos\phi}\right)\mathrm{d}y'\Big]\\&=\mu\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta r}}{4\pi r}I_0\Big[-\hat{\boldsymbol{x}}2\cos\left(\frac{\pi}{4}\sin\theta\sin\phi\right)\int_{-\lambda/8}^{\lambda/8}\cos(\beta x')\mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta x'\sin\theta\cos\phi}\mathrm{d}x'\\&\quad+\hat{\boldsymbol{y}}2\mathrm{j}\sin\left(\frac{\pi}{4}\sin\theta\cos\phi\right)\int_{-\lambda/8}^{\lambda/8}\sin(\beta y')\mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta y'\sin\theta\sin\phi}\mathrm{d}y'\Big]\end{aligned}\tag{5-62}$$

上式括号中两项的第一个因子分别是 1,2 与 3,4 两组边的阵因子。计算积分并经过简化得

$$A=\mu\frac{e^{-j\beta r}2\sqrt{2}I_0}{4\pi r\quad\beta}\left\{\hat{x}\frac{\cos[(\pi/4)\cos\Omega]}{\sin^2\gamma}\left[\cos\gamma\sin\left(\frac{\pi}{4}\cos\gamma\right)-\cos\left(\frac{\pi}{4}\cos\gamma\right)\right]\right.$$
$$\left.-\hat{y}\frac{\sin[(\pi/4)\cos\gamma]}{\sin^2\Omega}\left[\cos\Omega\cos\left(\frac{\pi}{4}\cos\Omega\right)-\sin\left(\frac{\pi}{4}\cos\Omega\right)\right]\right\}\tag{5-63}$$

其中

$$\cos\gamma=\sin\theta\cos\phi\qquad 和\qquad \cos\Omega=\sin\theta\sin\phi\tag{5-64}$$

角度 γ 和 Ω 有一种几何解释，它们是 x 轴和 y 轴的球面极角（类似于 θ），见(C-4)。

远区电场分量是

$$E_\theta=-j\omega A_\theta=-j\omega\boldsymbol{A}\cdot\hat{\boldsymbol{\theta}}=-j\omega(A_x\hat{\boldsymbol{x}}\cdot\hat{\boldsymbol{\theta}}+A_y\hat{\boldsymbol{y}}\cdot\hat{\boldsymbol{\theta}})$$
$$=-j\omega(A_x\cos\theta\cos\phi+A_y\cos\theta\sin\phi)\tag{5-65a}$$

$$E_\phi=-j\omega\boldsymbol{A}\cdot\hat{\boldsymbol{\phi}}=-j\omega(-A_x\sin\phi+A_y\cos\phi)\tag{5-65b}$$

把式(5-63)中的 A_x 与 A_y 代入得到

$$E_\theta=\frac{jI_0\eta e^{-j\beta r}}{\sqrt{2}\pi r}\cos\theta\left\{\frac{\sin\phi\sin[(\pi/4)\sin\theta\cos\phi]}{1-\sin^2\theta\sin^2\phi}\right.$$
$$\cdot\left[\sin\theta\sin\phi\cos\left(\frac{\pi}{4}\sin\theta\sin\phi\right)-\sin\left(\frac{\pi}{4}\sin\theta\sin\phi\right)\right]$$
$$-\frac{\cos\phi\cos[(\pi/4)\sin\theta\sin\phi]}{1-\sin^2\theta\cos^2\phi}\tag{5-66a}$$
$$\left.\cdot\left[\sin\theta\cos\phi\sin\left(\frac{\pi}{4}\sin\theta\cos\phi\right)-\cos\left(\frac{\pi}{4}\sin\theta\cos\phi\right)\right]\right\}$$

$$E_\phi=\frac{jI_0\eta e^{-j\beta r}}{\sqrt{2}\pi r}\left\{\frac{\cos\phi\sin[(\pi/4)\sin\theta\cos\phi]}{1-\sin^2\theta\sin^2\phi}\right.$$
$$\cdot\left[\sin\theta\sin\phi\cos\left(\frac{\pi}{4}\sin\theta\sin\phi\right)-\sin\left(\frac{\pi}{4}\sin\theta\sin\phi\right)\right]$$
$$+\frac{\sin\phi\cos[(\pi/4)\sin\theta\sin\phi]}{1-\sin^2\theta\cos^2\phi}\tag{5-66b}$$
$$\left.\cdot\left[\sin\theta\cos\phi\sin\left(\frac{\pi}{4}\sin\theta\cos\phi\right)-\cos\left(\frac{\pi}{4}\sin\theta\cos\phi\right)\right]\right\}$$

这些表示式形式是复杂的，但是从1.7节给出的原理可以直接导出。

主平面中远场的表示式比较简单。在环所在的 xy 平面（E 面），$\theta=90°$，式(5-66)简化成

$$E_\theta\left(\theta=\frac{\pi}{2}\right)=0\tag{5-67a}$$

$$E_\phi\left(\theta=\frac{\pi}{2}\right)=\frac{jI_0\eta e^{-j\beta r}}{\sqrt{2}\pi r}\frac{\pi}{4}\left\{\frac{\sin[(\pi/4)\cos\phi]}{(\pi/4)\cos\phi}\left[\sin\phi\cos\left(\frac{\pi}{4}\sin\phi\right)-\sin\left(\frac{\pi}{4}\sin\phi\right)\right]\right.$$
$$\left.+\frac{\cos[(\pi/4)\sin\phi]}{(\pi/4)\sin\phi}\left[\cos\phi\sin\left(\frac{\pi}{4}\cos\phi\right)-\cos\left(\frac{\pi}{4}\cos\phi\right)\right]\right\}\tag{5-67b}$$

E_ϕ 的表示式以归一化形式画在图 5-52a 中(实曲线)。沿 x 轴($\phi=0°$与 180°),$E_\phi=0$。这是正确的,因为 3 边和 4 边的单独方向图在边射方向都有零点(由于这些边上的电流分布对线中心奇对称)。沿 y 轴,式(5-67b)简化成

$$E_\phi\left(\theta=\frac{\pi}{2},\phi=\frac{\pi}{2}\right)=-\frac{\mathrm{j}I_0\eta\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta r}}{\sqrt{2}\pi r}\frac{1}{\sqrt{2}} \tag{5-68}$$

在 xz 平面,也就是 E 面,式(5-66)得到

$$E_\phi(\phi=0)=0 \tag{5-69a}$$

$$E_\theta(\phi=0)=\frac{\mathrm{j}I_0\eta\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta r}}{\sqrt{2}\pi r}\frac{\sin\theta\sin[(\pi/4)\sin\theta]-\cos[(\pi/4)\sin\theta]}{\cos\theta} \tag{5-69b}$$

该 E_θ 表示式的归一化图如图 5-52b 所示(实曲线)。可以证明,当 $\theta=90°$时,式(5-69b)趋于零,这也是按式(5-67a)应该有的结果。

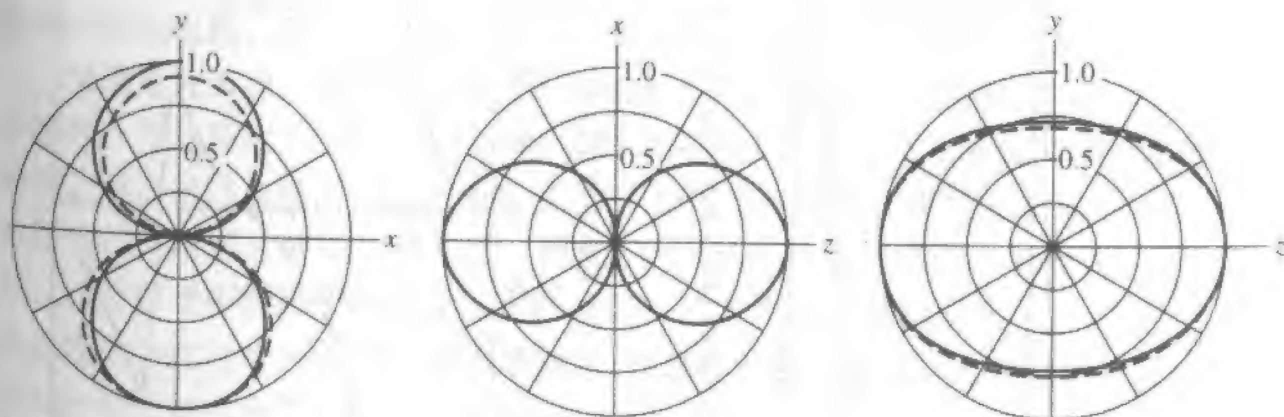
在 yz 平面,也就是 H 面,式(5-66)简化为

$$E_\theta\left(\phi=\frac{\pi}{2}\right)=0 \tag{5-70a}$$

$$E_\phi\left(\phi=\frac{\pi}{2}\right)=-\frac{\mathrm{j}I_0\eta\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta r}}{\sqrt{2}\pi r}\cos\left(\frac{\pi}{4}\sin\theta\right) \tag{5-70b}$$

图 5-52c(实曲线)给出 E_ϕ 表示式的归一化图。方向图 $\cos((\pi/4)\sin\theta)$ 是处于 1、2 边中点的两个点源的阵因子。注意,在 z 轴方向,式(5-69)和式(5-70)给出同样的结果(对 $\theta=0°$):电场平行于 x 轴,且等于

$$E_x=-\frac{\mathrm{j}I_0\eta\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta r}}{\sqrt{2}\pi r} \tag{5-71}$$



(a) xy 平面(环面是一个 E 面)的归一化 E_ϕ 方向图。此面中 HP = 94°

(b) xz 平面(是一个 E 面)的归一化 E_θ 方向图。此面中 HP = 85°。两种方法所得方向图重合

(c) yz 平面(H 面)的 E_ϕ 方向图

图 5-52 一波长方环的主平面方向图。实曲线是基于图 5-51 正弦电流分布的方向图。虚线是通过更严格的数值方法得到的电流产生的方向图

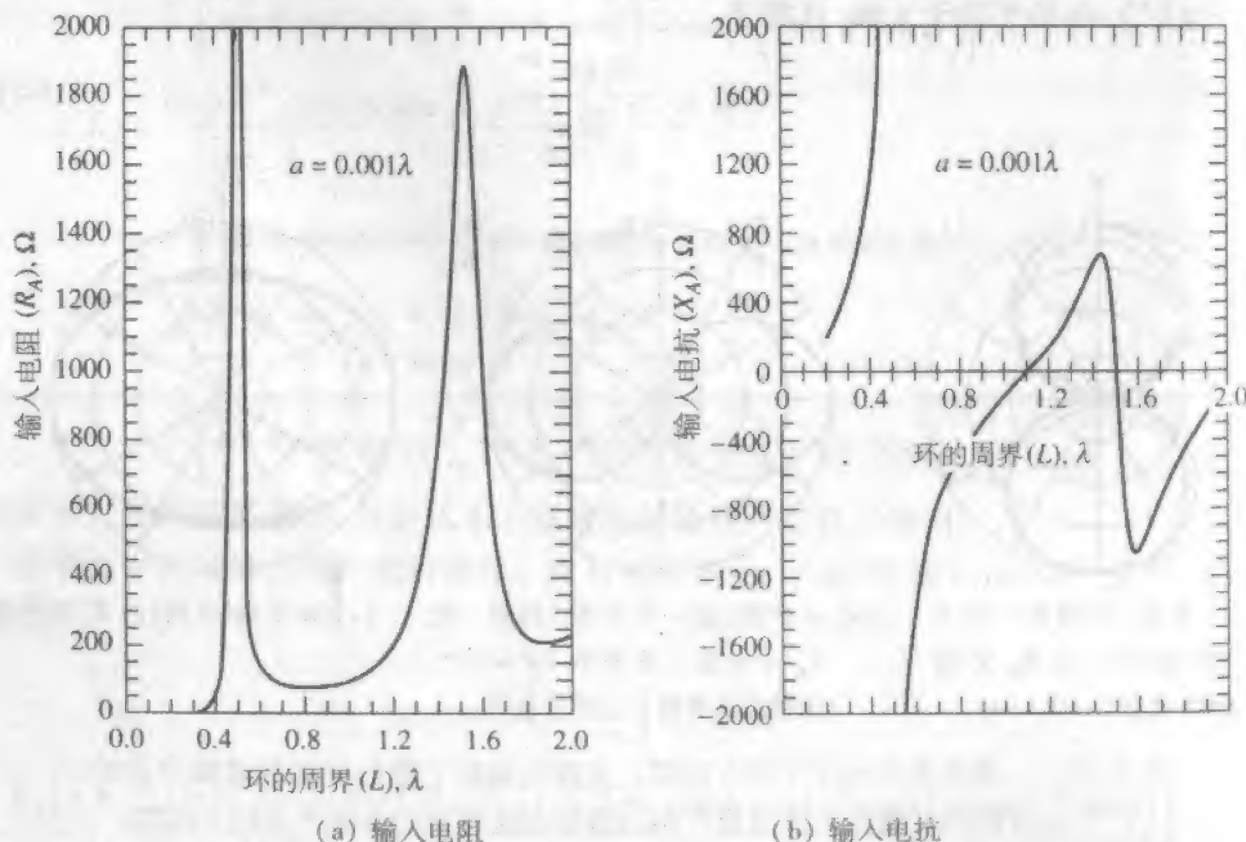
它比式(5-68)给出的沿 y 向的 E_x 大$\sqrt{2}$倍。这从图 5-52c 中也可看出。比较式(5-71)

和式(5-68)可见，y 轴方向的 E_x 是 z 轴方向的0.707倍。因此，图5-52a中 xy 平面归一化的方向图沿 y 轴的值，乘以0.707后，才与图5-52c沿 y 轴的值相当。

从图5-52的方向图，可以得出关于一波长方环天线辐射特性的若干普遍性结论。在垂直于环面方向（沿 z 轴）的辐射最大，而且极化方向平行于含有馈源的环边。在环面内，平行于包含馈点边的方向（沿 x 轴）的辐射是零，而在与包含馈源的边垂直的方向上有一个瓣（沿 y 轴）。这些结果与小环天线有很大不同，小环天线沿轴的辐射为零，而最大（均匀）辐射在环面内。

通过求解时不假定方环天线的电流分布为正弦，来考察结果的精度。将第10章的数值方法用于导线半径为0.001λ的一波长方环天线，提供的电流分布如图5-51所示（虚曲线）。注意，这与实际符合得很好。这些电流分布中的微小差异的含义已在图5-52中揭开了。虚曲线是相应于严格电流分布计算辐射积分得到的，步骤与前面假设电流时的详细过程相似。用简单电流假设与用更严格方法所得方向图符合得非常好。事实上，yz 平面中的方向图几乎严格吻合。本书迄今采用的天线近似分析法与更严格（但是更麻烦）的数值方法的这种详细的比较，提供了置信度，即通过合理地假定天线的工作，可以得到良好的工程结果。

导线半径0.001λ的方环天线的阻抗与周长的关系图如图5-53所示。注意一波长周长的输入电抗实际上相对较小，而且在1.09λ的周界时出现谐振。一波长周界的输入电阻约为100Ω。其他周长值给出的输入阻抗不方便运用。对圆环也有类似结果。



(a) 输入电阻 (b) 输入电抗

图5-53 方环天线的输入阻抗与以波长表示的环周长的关系。环的馈源在一边的中心，导线半径 $a = 0.001λ$。使用了数值解法

一波长方环的增益是 3.09dB，比一波长直导线振子的增益 3.82dB 要小。将图 5-52的方向图与图 5-4 的一波长振子的方向图比较可知图 5-52 方向图明显要小一些，并由此可以预期上面的结果。

5.8 微带天线

印制天线是用印刷电路制造工艺构建的，其一部分金属层是起辐射作用的。**微带天线**贴片与贴片阵是印制天线的最普通的形式，在 20 世纪 50 年代已构想出来了。对贴片天线的广泛研究始于 20 世纪 70 年代[33,34]，而且研究出了许多有用的设计结构[35]。印制天线在天线工程师中间很流行，因为它们轮廓低，容易构成特殊几何图形，且大批量生产时成本低。本节说明微带元和阵的工作原理。给出近似结果的简单公式。文献中有大量更普遍、更精确的公式[36,37]。

5.8.1 微带贴片天线

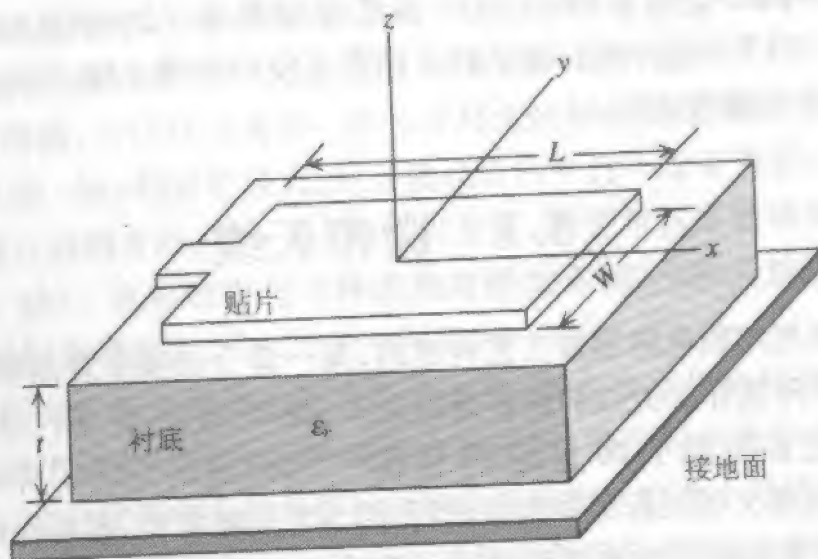
微带装置的最简单形式是一个叠层结构，一层薄介质基片将两个平行导体面分开，下导体与地面的作用相同。如果上面的金属是长窄带，就能构成微带传输线。如果上导体是贴片，面积是波长的几分之一，该装置就成为了如图 5-54 所示的微带天线。微带天线属于谐振天线一类，而微带天线设计的主要挑战——获得适当的带宽，就是由其谐振行为造成的。普通贴片设计产生的带宽小于百分之几。微带天线的谐振性质也意味着在 UHF 以下的频率变得过大。它们的典型使用频率是 1GHz ~ 100GHz。微带天线的协调设计是，设计一个贴片，既具有延伸到空间的束缚场，同时又能将场紧束缚于馈电电路。最后达到高的辐射效率、预期的方向性、阻抗以及带宽。

普通贴片天线。最常用的微带天线如图 5-54 所示，即一个由微带传输线馈电的矩形贴片。基片厚度 t 远小于波长。矩形贴片常常工作于靠近谐振处，以获得实数输入阻抗。可通过已有模型确定谐振频率，谐振腔模型通常能获得精确结果，见文献[33]。边缘场的作用是延伸贴片的长度。因此，半波贴片的长度略小于衬底介质中的半波长。这类似于半波振子的缩尺以获得谐振。长度的减小量取决于 ε_r、t 和 W。估计谐振长度的公式已给出[33,36,37]，但在实践中，经验性的调节还是必要的。谐振半波贴片长度的一个近似值是[34]

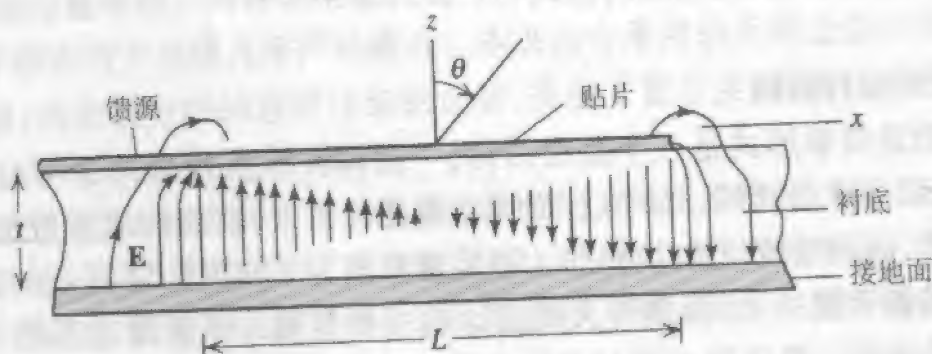
$$L \approx 0.49\lambda_d = 0.49\frac{\lambda}{\sqrt{\varepsilon_r}} \qquad \text{半波贴片} \tag{5-72}$$

其中 λ 是自由空间波长，λ_d 是介质中的波长，ε_r 是衬底的介电常数。这里注意力集中在半波贴片天线上。

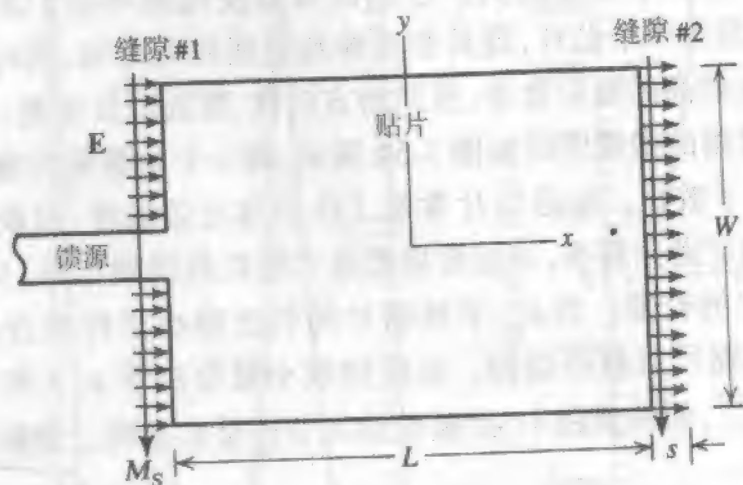
导体之间的区域起着终端开路半波长传输线谐振腔的作用。图 5-54b 给出了与介质中驻波模相关的电场。电力线如边界条件所要求的垂直于导体，看上去与平行板电容器时很类似。贴片边上的边缘场暴露在上半空间($z>0$)，并由其产生辐射。边界之



(a) 分析边馈贴片微带天线的几何结构



(b) 显示电场的侧视图



(c) 显示边缘电场产生辐射的顶视图

图 5-54 半波长矩形贴片微带天线，$L=0.49\lambda_d$

间间隔半波长的驻波模形成的电场左右两半(即正、负 x)是反相的。因此，两个边上的边缘场幅度相等而相位相差180°。从顶上俯视(见图5-54c)，边缘场的 x 分量实际上是同相的，这导致一个边射方向图，即 $+z$ 向的辐射峰。该模型提示一个“口径场”的分析方法，即贴片具有电场在贴片平面内的两个辐射缝隙口径。在半波贴片场合，缝隙

等幅等相。沿缝隙 1、2 边界的场是恒定的，但是由图 5-54b 可见，沿其他两边的场具有奇对称性，它们的辐射在边射方向相消，通常略去不计。缝隙的宽度通常与衬底尺寸一样，即 $s \approx t$。贴片辐射是 xz 平面内的线极化，即平行于缝隙中的电场。

矩形贴片天线的方向图比较宽，其最大值方向垂直于天线平面。矩形贴片的方向图计算比较容易，利用式(1-23)或(7-2)的 $\boldsymbol{M}_s = 2\boldsymbol{E}_a \times \hat{\boldsymbol{n}}$，先建立如图 5-54c 的等效表面磁流，其中 $\boldsymbol{E}_a$ 是每个边界缝隙处的边缘电场。如果假设 t 很小，系数 2 则来自电地面(见图 7-4c)中的磁流镜像。由式(7-26)(见习题 7.1.7)得远场分量

$$E_\theta = E_0 \cos\phi f(\theta,\phi) \tag{5-73a}$$

$$E_\phi = -E_0 \cos\theta \sin\phi f(\theta,\phi) \tag{5-73b}$$

其中

$$f(\theta,\phi) = \frac{\sin\left[\dfrac{\beta W}{2}\sin\theta\sin\phi\right]}{\dfrac{\beta W}{2}\sin\theta\sin\phi}\cos\left(\frac{\beta L}{2}\sin\theta\cos\phi\right) \tag{5-73c}$$

而 β 是普通的自由空间相位常数。第一个因子是宽度为 W 的均匀线源在 y 方向上的方向图因子。第二个因子是与边缘缝隙相应的沿 x 方向的二元阵的阵因子，见式(3-8)。谐振的贴片长度 L 由式(5-72)确定。贴片宽度 W 选择能给出适当的辐射电阻，通常为 50Ω。从式(5-73)知主平面方向图表示式是

$$F_E(\theta) = \cos\left(\frac{\beta L}{2}\sin\theta\right) \qquad E\ 面, \phi = 0° \tag{5-74a}$$

$$F_H(\theta) = \cos\theta \frac{\sin\left[\dfrac{\beta W}{2}\sin\theta\right]}{\dfrac{\beta W}{2}\sin\theta} \qquad H\ 面, \phi = 90° \tag{5-74b}$$

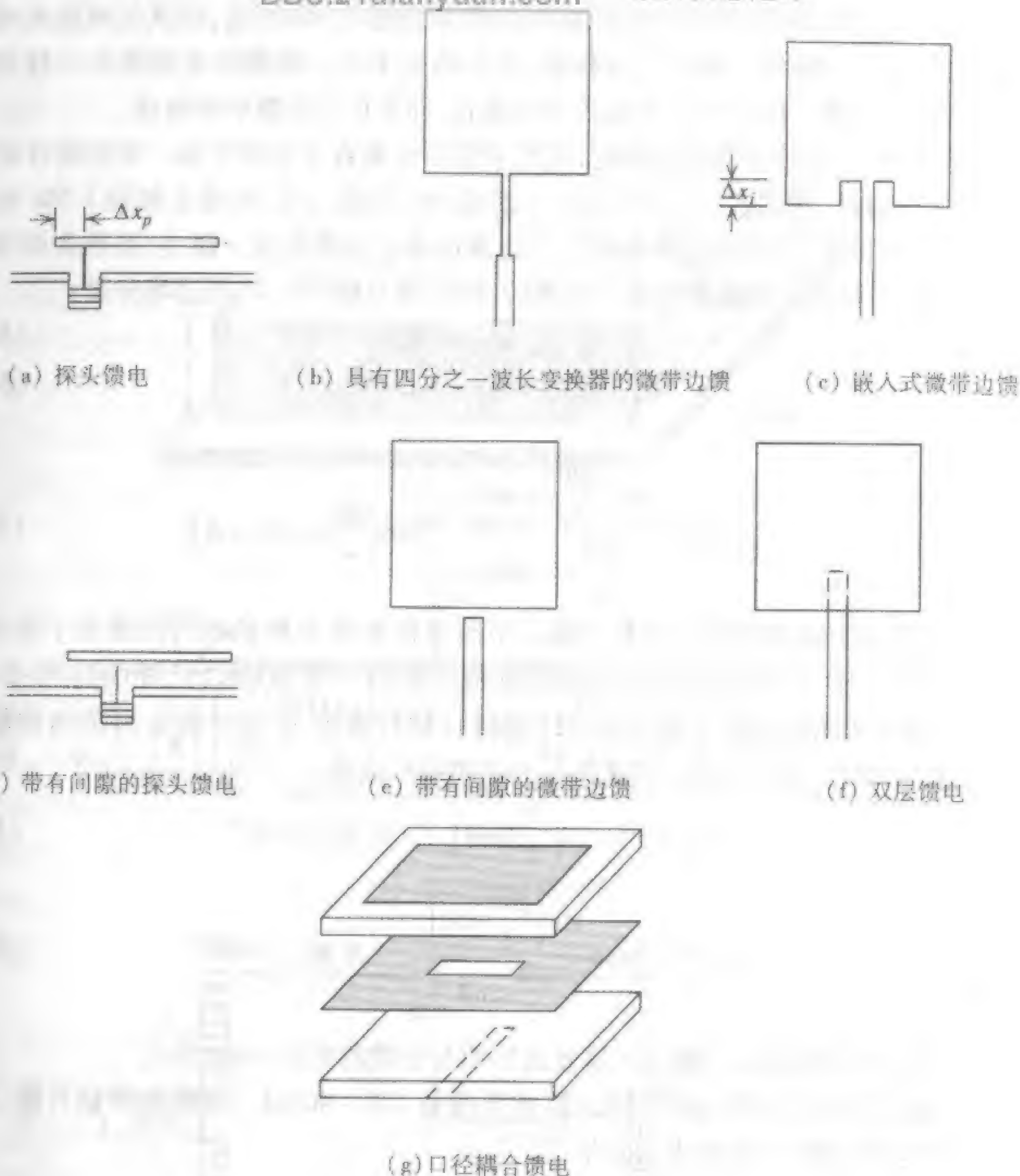
这一简单的方向图表示式略去了基底的影响及缝隙的宽度(即边缘)。

谐振矩形贴片边缘的典型输入阻抗范围是 100 ~ 400Ω。谐振边馈贴片输入阻抗(谐振时电抗为零)的近似表示式是[36]

$$Z_A = 90\frac{\varepsilon_r^2}{\varepsilon_r - 1}\left(\frac{L}{W}\right)^2 \Omega \qquad 半波贴片 \tag{5-75}$$

因此，通过加宽贴片可以降低输入阻抗(电阻)。例如，由电介质为 $\varepsilon_r = 2.2$ 和长宽之比 $W/L = 2.7$，得出了 50Ω 输入阻抗。

贴片的馈电技术归纳在图 5-55 中。它们可以分成 3 组：直接耦合、电磁耦合、口径耦合。直接耦合法最古老也最常用，但只通过一个自由度来调节阻抗。微带馈电线激励贴片边缘以及同轴探头是直接馈电的例子。矩形贴片的馈电沿着贴片中心的 E 面，如图 5-55 所示。这样可以避免激发与所需模式正交的第二个谐振模而导致的过度交叉极化。



(a) 探头馈电　(b) 具有四分之一波长变换器的微带边馈　(c) 嵌入式微带边馈

(d) 带有间隙的探头馈电　(e) 带有间隙的微带边馈　(f) 双层馈电

(g) 口径耦合馈电

图 5-55　微带贴片天线的馈电技术

图 5-55a 所示的直接同轴线探头馈电安装简便，只需把接头的中心导体从地面延伸到贴片。通过将探头馈源安放在适当的位置可以调节阻抗。当图 5-55a 中探头到边界的距离 Δx_p 增加时，式(5-75)的输入阻抗随因子 $\cos^2(\pi\Delta x_p/L)$ 降低[36]。如果 $t \geq 0.1\lambda$，探头馈电的一个缺点是引入了感抗，它妨碍了贴片的谐振。而且，探头可能是交叉极化的一个来源。

图 5-54 的微带馈源是平面的，允许将贴片印刷在单个金属层上。这种馈电方法特别适合于天线阵，它的馈电网络可以和阵元一起印刷。通过改变式(5-75)决定的贴片宽度来控制阻抗，往往是不方便的。不过，可以通过微带传输线的四分之一波长匹配

段,变换成边缘馈电贴片的阻抗,如图5-55b所示。即天线的输入阻抗 Z_A 可以用一段四分之一波长(传输线中的波长)的传输线与传输线的特性阻抗 Z_0(通常是50Ω)相匹配。该匹配段的特性阻抗由下式给出

$$Z'_0 = \sqrt{Z_A Z_0} \quad \text{四分之一波长变换器} \tag{5-76}$$

一般而言,微带线的特性阻抗随微带宽度的增加而降低,非常类似于损耗电阻反比于导线的直径,见式(1-175)。即微带愈宽,特性阻抗愈低。

另一类微带馈源是图5-55c所示的嵌入式馈源,它的优点是具有平面性,而且容易刻蚀,还可以通过改变嵌入的几何尺寸调节输入阻抗。式(5-75)的输入电阻乘上了因子 $\cos^2(\pi\Delta x_i/L)$[33]。但是,对高介电常数的衬底,输入阻抗变化大就要求嵌入深度深,这会影响交叉极化和辐射方向图的形状。

图5-55a到5-55c的直接馈电方式具有窄的频带,所以只能通过增加衬底厚度来增加带宽。但上述方法的缺点是增加了沿表面下陷的波的功率,该波即表面波。电磁耦合馈源(也称为接近式、非接触式或缝隙馈源)不接触贴片,并具有至少两个设计参数。它们还具有对刻蚀误差不敏感的优点。图5-55a到5-55c中的每个直接馈源,都有一个相应的缝隙馈源如图5-55d到5-55f所示。图5-55d中的具有缝隙的探头馈源,具有同轴馈电的优点。而且,缝隙电容部分地抵消了探头的电感,允许有较厚的介质衬底。图5-55e中具有缝隙的微带馈源是完全平面的,并且容易刻蚀。不过,在高介电常数设计中,缝隙距离可能变得很小。图5-55f的双层馈源是近期的技术,其顶层是贴片,第二层是微带馈电网络,对微带天线阵特别有用。

图5-55g的口径耦合馈源日益流行。上层衬底可能是低介电常数的,以利于促进辐射,下层衬底包含馈源可能是高介电常数的,以利于将场约束在馈线内。这就导致带宽的增加。另一个优点是中央接地平面可将馈电系统与贴片隔离。

用于衬底的材料有PTFE复合材料和氧化铝,其 ε_r 的范围可以从1~25,而2.5左右的最普遍[33,38,第3章]。介质类型的选择是基于其损耗、温度与尺寸稳定性、制造均匀性(特别是 ε_r 的变化)以及可利用的介质片尺寸及厚度的。

带宽和贴片的效率可以通过增加衬底厚度 t 和降低 ε_r 来实现。在天线阵应用中的不利结果是旁瓣和交叉极化的增加,因为在贴片阵中出现了表面波。这是设计的一种基本协调。带宽往往是性能参数的最主要限制,阻抗带宽可以由如下的经验公式求得[36]:

$$B = 3.77\frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r^2}\frac{W}{L}\frac{t}{\lambda}, \frac{t}{\lambda} \ll 1 \tag{5-77}$$

其中带宽定义为VSWR小于2:1时的带宽相对于中心频率的百分比。例如,由式(5-77)可知,工作频率为3.78GHz,$t = 1/16$ in(1.59 mm) $= 0.02\lambda$,在 $\varepsilon_r = 2.2$ 的衬底上的正方贴片的带宽是1.9%。在式(5-77)中,带宽明显地取决于厚度 t。

在实践中遇到的另一种矩形贴片天线是四分之一波长元,其 $L \approx \lambda_d/4$,它是在图5-54a中 $x = 0$ 处,从贴片到地面放置一短路箱(bin),并去除 $x > 0$ 的贴片金属形成的。

而电流峰值(电场零点)也出现在这一位置,像是半个贴片。

例 5-2　半波方形微带贴片天线

在 $\varepsilon_r=2.35$、厚度 $t=0.114$cm 的衬底上,设计一个方形半波贴片,谐振为 3.03GHz ($\lambda=9.9$cm)。由式(5-72),

$$L=W=0.49\frac{\lambda}{\sqrt{\varepsilon_r}}=0.49\frac{9.9}{\sqrt{2.35}}=3.16\ \text{cm} \tag{5-78}$$

从式(5-75)知输入阻抗是 $Z_A=368\Omega$,而谐振点测量值是 316Ω。测得的谐振频率 3.01 GHz 与设计频率 3.03 GHz 符合得很好。主平面的辐射方向图表示式为式(5-74)。方向图如图 5-56 所示,图中给出了美国弗吉尼亚工学院的测试数据。对所用简单理论来说,符合得已相当好。

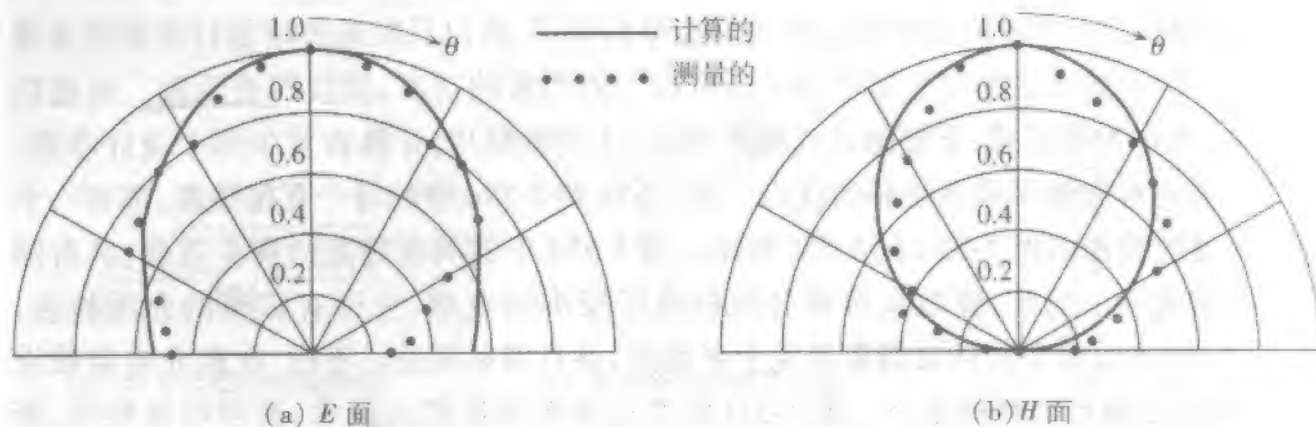


图 5-56　对例 5-2 的微带贴片,用式(5-74)计算的(曲线)和测量的(点)辐射方向图

其他贴片形式。用于特殊目的的贴片形状有许多种[35]。其中重要的是能产生圆极化的贴片。通过对方形贴片进行角馈,或通过方形贴片相邻正交边相位差 90°的馈电,以及通过五边形贴片都可以得到圆极化。有很多软件包可用于分析几乎所有形状的微带元的电流、阻抗和辐射以及带有馈电网络的小贴片阵。

5.8.2　微带阵

微带天线阵的优点是馈电网络可以与辐射元一起印制,常制作在同一层印制板上。在许多系统应用中,广泛用到了更加复杂的装置,把微带辐射元、馈电线与发射及接收电路全部集成在一起。事实上,天线技术正在遵循类似于电子学发展的路径,从单独连接到天线元的分立器件向全集成发展,芯片与馈线以及辐射器集成在一起。

微带天线是常用的多种天线结构之一。微带阵在固定波束的应用中很普遍,因为可以运用廉价的光刻技术将辐射元与馈电网络制作在单面印刷电路板上。通常在固定波束应用中这样选择阵元间隔:小于自由空间波长(λ),以避免栅瓣;大于 $\lambda/2$,以给馈线提供足够的空间、对给定的阵元数获得最高的增益并减小互耦。图 3-30 所示的有源元方向图都很相似,这表明间距 0.57λ 的微带贴片间互耦效应不显著。

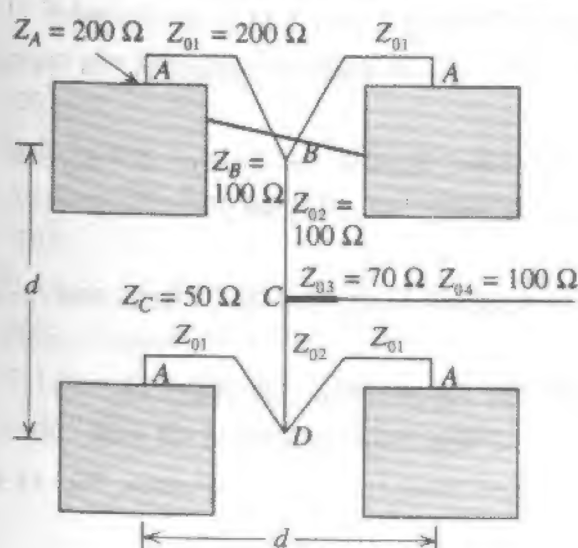
主要由于对复杂的军用雷达的开创性研究,微带相控阵已能以微波单片集成电路

(MMIC)来生产，它把放大器、相移器和其他器件集成在同一基片上。对于任何天线阵，阵几何结构可以是直线、平面或共形的，馈电系统可以是并联、串联或混联的。这里考察并联馈电平面微带天线阵。

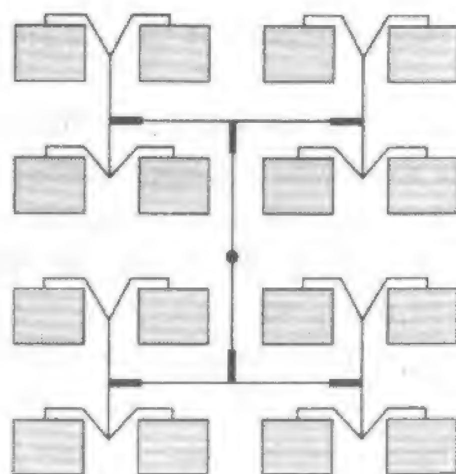
用 $N=4^n$ 个阵元(n 是正整数)的边射平面阵来举例说明微带阵的设计。设计目标是获得最大增益，所以要求每个阵元的幅度和相位是均匀的。本设计课题使用一个微带馈电网络来说明阻抗匹配和相位匹配。图 5-57a 给出基本的 2×2 子阵单位，用它可以建立很大的天线阵。4 个贴片由来自子阵中心(C 点)的等长微带线边馈，以保证有相等的激励相位。工作频率是 10GHz($\lambda=3$ cm)，衬底的 $\varepsilon_r=2.2$，所以 $\lambda_d=\lambda/\sqrt{\varepsilon_r}=2.02$cm。在两个主方向的元间距是 $d=0.8\lambda=2.4$cm。由式(5-72)知每个半波贴片的 $L=0.49\lambda_d=0.99$cm。预期输入阻抗是 200Ω，所以式(5-75)可以用于求解贴片宽度：

$$W=\sqrt{\frac{90\dfrac{\varepsilon_r^2}{\varepsilon_r-1}}{Z_A}}L=\sqrt{\frac{363}{200}}\cdot 0.99=1.33\ \text{cm} \tag{5-79}$$

将特性阻抗为 200Ω 的微带传输线连接到贴片就完成了阻抗匹配。图 5-57a 所示的并联馈电网络采用两个二分支到达每个阵元，在 C 点处得到预期的 50Ω 输入阻抗。例如，对上方的两个阵元，由于 $Z_A=200\Omega$ 与传输线 $Z_{01}=200\ \Omega$ 匹配，左线与右线都在 B 点呈现 200Ω 阻抗，并联组合后为 100Ω，与线 $Z_{02}=100\Omega$ 匹配。该线在 C 点的阻抗仍是 100Ω。再与下方的两个元并联结合后得到 50Ω。从衬底背面的地面伸出一个探头与 C 点相连。或如图 5-57b 所示，用另一个微带线连接到其他的同类子阵，建立更大的天线阵。为了阻抗匹配，采用具有阻抗 $Z_{03}=\sqrt{Z_cZ_{04}}=\sqrt{50\times100}=70.7\Omega$ 的四分之一波长变换器，当然，这会引起带宽的限制。



(a) 4 元子阵



(b) 由子阵组成的 16 元阵

图 5-57 一个平面微带阵其馈电网络产生等幅等相元激励

构建并实测了一些类似于图 5-57 所示的天线阵，阵元数 $N=16$、64、256 和 1024[39]。间距 $d=0.8\lambda$ 时，天线阵的增益容易利用下式算出

$$G=\varepsilon_{ap}\frac{4\pi}{\lambda^2}A_p=\varepsilon_{ap}\frac{4\pi}{\lambda^2}L_xL_y=\varepsilon_{ap}\frac{4\pi}{\lambda^2}(\sqrt{N}d)(\sqrt{N}d)=\varepsilon_{ap}\frac{4\pi}{\lambda^2}N\,d^2$$

$$=\varepsilon_{ap}\frac{4\pi}{\lambda^2}N(0.8\lambda)^2=8.04\,N\,\varepsilon_{ap} \tag{5-80}$$

由于天线阵是均匀激励的，如果没有损耗，ε_{ap}将接近 100%。但是由于存在由传输线辐射、表面波以及线的耗散引起的损耗，会使口径效率降低。对于 1024 元的天线阵，测得的增益接近于用式(5-80)算出值 $\varepsilon_{ap}=0.5$[39]。这可以与普通的口径天线，如同样面积的反射器相比较。但是，大于 1024 元的天线阵，会受到严重的馈电网络耗散损失，导致效率低于 50%。

参考文献

1. R. W. P. King, "The Linear Antenna – Eighty Years of Progress," *Proc. IEEE*, Vol. 55, pp. 2 – 16, Jan. 1967.
2. R. W. P. King, *The Theory of Linear Antennas*, Harvard University Press, Cambridge, MA, 1956.
3. R. W. P. King, *Tables of Antenna Characteristics*, Plenum, New York, 1961.
4. J. D. Kraus, *Antennas*, 2nd ed., McGraw-Hill, New York, 1988.
5. R. W. P. King, H. R. Mimno, and H. H. Wing, *Transmission Lines, Antennas, and Waveguides*, Dover, New York, 1965, p. 86.
6. M. Abramowitz and I. A. Stegun, *Handbook of Mathematical Functions*, NBS Applied Math. Series 55, U. S. Government Printing Office, Washington, DC, 1964, Chap. 5.
7. E. Jordan and K. Balmain, *Electromagnetic Waves and Radiating Systems*, 2nd ed., Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1968, Chap. 14.
8. R. F. Schwartz, "Input Impedance of a Dipole or Monopole," *Microwave J.*, Vol. 15, p. 22, Dec. 1972.
9. "IEEE Standard Definitions of Terms for Antennas," *IEEE Trans. Antennas & Propagation*, Vol. AP-22, Jan. 1974.
10. Y. T. Lo and S. W. Lee, Eds., *Antenna Handbook*, Van Nostrand Reinhold, New York, pp. 27 – 21, 1988.
11. H. Jasik, Ed., *Antenna Engineering Handbook*, McGraw-Hill, New York, 1961, Sec. 3. 3.
12. E. Wolff, *Antenna Analysis*, Wiley, New York, 1967, p. 67.
13. E. Jordan and K. Balmain, *Electromagnetic Waves and Radiating Systems*, 2nd ed., Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1968, p. 402.
14. R. C. Johnson, Ed., *Antenna Engineering Handbook*, McGraw Hill, New York, 1993, Chap. 43.
15. W. N. Caron, *Antenna Impedance Matching*, American Radio Relay League, Newington, CT, 1989.
16. G. A. Thiele, "Analysis of Yagi – Uda Type Antennas," *IEEE Trans. Antennas & Propagation*, Vol. AP-17, pp. 24 – 31, Jan. 1969.
17. H. Yagi, "Beam Transmission of Ultra-short Waves," *Proc. IRE*, Vol. 16, p. 715, 1928.
18. S. Uda and Y. Mushiake, *Yagi – Uda Antenna*, Saski Printing and Publishing Company, Ltd., Sendai, Japan, 1954.
19. H. W. Ehrenspeck and H. Poehler, "A New Method for Obtaining Maximum Gain for Yagi Antennas,". *IRE*

Trans. Antennas & Propagation, Vol. AP-7, pp. 379 – 386, Oct. 1959.

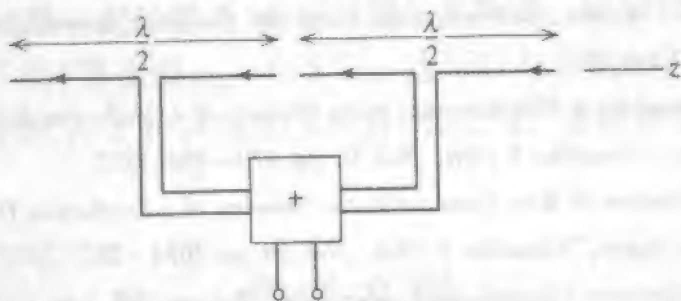
20. H. E. Green, "Design Data for Short and Medium Length Yagi – Uda Arrays," *Institution of Engineers (Australia), Elec. Eng. Trans.*, pp. 1 – 8, March 1966.
21. P. Viezbicke, "Yagi Antenna Design," NBS Technical Note 688, U. S. Government Printing Office, Washington DC, Dec. 1976.
22. J. L. Lawson, *Yagi Antenna Design*, American Radio Relay League, Newington, CT, 1986.
23. J. H. Reisert, "How to Design Yagi Antennas," *Ham Radio Magazine*, pp. 22 – 31, Aug. 1977.
24. D. Proctor, "Graphs Simplify Corner Reflector Antenna Design," *Microwaves Magazine*, pp. 48 – 52, July 1975.
25. E. C. Jordan and K. G. Balmain, *Electromagnetic Waves and Radiating Systems*, 2nd ed., PrenticeHall, Englewood Cliffs, NJ, 1968, Chap. 16.
26. E. K. Miller et al., "Analysis of Wire Antennas in the Presence of a Conducting Half-Space. Part I. The Vertical Antenna in Free Space," *Canadian J. Phys.*, Vol. 50, pp. 879 – 888, 1972.
27. E. K. Miller et al., "Analysis of Wire Antennas in the Presence of a Conducting Half-Space. Part II. The Horizontal Antenna in Free Space," *Canadian J. Phys.*, Vol. 50, pp. 2614 – 2627, 1972.
28. B. W. Griffith, *Radio-Electronic Transmission Fundamentals*, McGraw-Hill, New York, 1962, Chap. 43.
29. W. L. Weeks, *Antenna Engineering*, McGraw-Hill, New York, 1968, Sec. 2. 6.
30. D. H. Werner, "An Exact Integration Procedure for Vector Potentials of Thin Circular Loop Antennas," *IEEE Trans. Antennas & Propagation*, Vol. 44, pp. 157 – 165, Feb. 1996.
31. J. D. Mahony, "Approximations to the Radiation Resistance and Directivity of Circular-Loop Antennas," *IEEE Antennas & Propagation Magazine*, Vol. 36, pp. 52 – 55, Aug. 1994.
32. R. A. Burberry, *VHF and UHF Antennas*, Peter Peregrinus Ltd., London, 1992, Chap. 4.
33. K. R. Carver and J. W. Mink, "Microstrip Antenna Technology," *IEEE Trans. Antennas & Propagation*, Vol. AP-29, pp. 2 – 24, Jan. 1981.
34. R. E. Munson, "Conformal Microstrip Antennas and Microstrip Phased Arrays," *IEEE Trans. Antennas & Propagation*, Vol. AP-22, pp. 74 – 78, Jan. 1974.
35. D. H. Schaubert, "Microstrip Antennas," *Electromagnetics*, Vol. 12, pp. 381 – 401, July – December 1992.
36. D. R. Jackson and N. G. Alexopoulos, "Simple Approximate Formulas for Input Resistance, Bandwidth, and Efficiency of a Resonant Rectangular Patch," *IEEE Trans. Antennas & Propagation*, Vol. 3, pp. 407 – 410, March 1991.
37. D. R. Jackson, S. A. Long, J. T. Williams, and V. B. Davis, "Computer-Aided Design of Rectangular Microstrip Antennas," Ch. 5 in *Advances in Microstrip and Printed Antennas*, edited by K. -F. Lee, Wiley, New York 1997.
38. P. Bhartia, K. V. S. Rao, and R. S. Tomar, *Millimeter-Wave Microstrip and Printed Circuit Antennas*, Artech House, Norwood, MA, 1991.
39. E. Levine, G. Malanurd, S. Shtrikman, and D. Treves, "A Study of Microstrip Array Antennas with the Feed Network," *IEEE Trans. Antennas & Propagation*, Vol. 37, pp. 426 – 433, April 1989.

习　题

1.1 利用式(F-11)的积分，从式(5-3)证明式(5-4)。

1.2 从式(5-6)出发，证明当$L \ll \lambda$，振子的辐射方向图简化成短振子的方向图$\sin\theta$。

1.3 (a) 两个共线的、靠得很紧的半波振子，通过下图所示的加法器相加。从天线到加法器的传输线长度相等。利用阵列方法写出该天线系统的方向图$F_a(\theta)$。

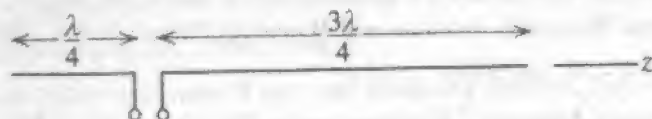


习题5.1.3图

(b) 考虑一中心馈电的沿z轴的全波振子，写出其方向图表示式$F_b(\theta)$。

(c) 画出这两根天线的电流分布$I_a(z)$和$I_b(z)$。从这些电流分布，能说一下这两个天线的方向图吗？回到方向图表示式，从数学上证明上述问题的结论。

.1.4 中心馈电的全波振子很少应用到，因为其馈点电流为零。如果以如下馈电方式代替，画出电流分布。并大致画出应该看到的方向图，并解释一下是如何得到的。



习题5.1.4图

5.1.5 (a) 习题5.3.1(a)的天线阵是并联馈电的同相阵。指明平行线传输线如何连接能形成加法功能。并给每条导线画上电流箭头。

(b) 考虑一与(a)类似的天线阵，但现在阵元(半波振子)是相位差180°馈电。指明传输线如何连接能形成减法功能。再次指明每条导线上的电流方向。

5.1.6 用4.2节中余弦渐削电流分布的结果，推导出式(5.7)的半波振子方向图。

5.1.7 证明$3\lambda/2$振子的方向图式(5-9)中的归一化常数是0.7148。辐射最大时，θ_0是多少度？

5.1.8 一个谐振半波振子将用于接收频率177 GHz的电视7频道。如果采用1/2 in直径的铝片，天线应该有多长(以厘米表示)？

5.1.9 一个半波振子4元共线阵，间距半波长，沿z轴排列。所有阵元都是等幅、等相馈电。

(a) 确定该天线阵的完整方向图$F(\theta)$。

(b) 利用天线阵概念画出以线性极坐标表示的方向图草图。

5.1.10 重复习题5.1.9，但现在的半波振子元相互平行的，并与x轴平行，其相位能形成普通端射。4个元的中心都在z轴上，间距半波长。

5.1.11 利用式(5-1)和(5-4),对于长度为 2.0λ 和 2.5λ 的振子,计算并画出电流分布及远场方向图。与图 5-3 及 5-4 作比较。

5.1.12 (a) 证明具有正弦分布的、长度 L 为任意的中心馈电振子的辐射功率是

$$P=\frac{\eta I_m^2}{4\pi}\left\{0.5772+\ln(\beta L)-\mathrm{Ci}(\beta L)+\frac{1}{2}\sin(\beta L)\left[\mathrm{Si}(2\beta L)-2\,\mathrm{Si}(\beta L)\right]\right.$$
$$\left.+\frac{1}{2}\cos(\beta L)\left[0.5772+\ln\left(\frac{\beta L}{2}\right)+\mathrm{Ci}(2\beta L)-2\mathrm{Ci}(\beta L)\right]\right\}$$

(b) 导出方向性表示式,并将方向性作为振子长度 L(从 0 到 3λ)的函数作图。

5.1.13 利用表 5-2 中半波谐振的长度缩短法,计算图 5-7 中两个振子的谐振频率。

5.1.14 设计一个最佳方向性的 V 形振子,使其具有 6 dB 方向性。

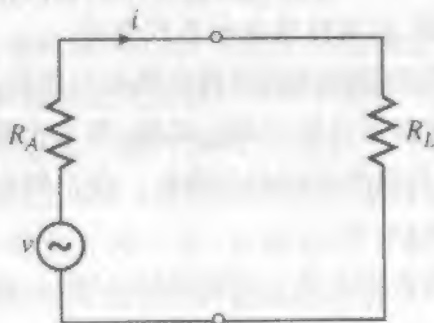
5.1.15 证明式(5-23)和(5-24)的 V 形振子结果能给出全波直线振子的大致正确的结果。利用 $D=2.41$ 确定 γ。

5.2.1 (a) 证明关于细导线半波折合振子长度的简单公式是 $L(\mathrm{cm})=14250/f(\mathrm{MHz})$。

(b) 对于 VHF 中的每个电视频道以及调频广播频段(100 MHz)所实际用作接收天线的半波折合振子,确定其的长度并以厘米表示。将所得结果列表。

5.2.2 利用传输线模型,计算长度为 $L=0.4\lambda$、导线尺寸为 $2a=0.001\lambda$、导线间距为 $d=12.5a$ 的折合振子的输入阻抗。将结果与图 5-16 的值在比较。

5.3.1 一个终端接有实阻抗 R_L 的接收天线,具有如图所示的等效电路。证明对于固定的实天线阻抗 R_A,当 $R_L=R_A$ 时,有最大功率传输给负载。



习题 5.3.1 图

5.3.2 一个具有实阻抗 R_t 的发射机,连接到具有实特性阻抗 R_0 的无耗传输线,然后接到一个实输入阻抗 R_0 的天线上。

(a) 推导出传输效率的公式,即功率输送给天线且全部功率耗散掉了。略去任何失配的影响。

(b) 对 $R_t=R_0$, $R_t=0.5R_0$ 及 $R_t=0.1R_0$ 等情形,求出效率的百分比。

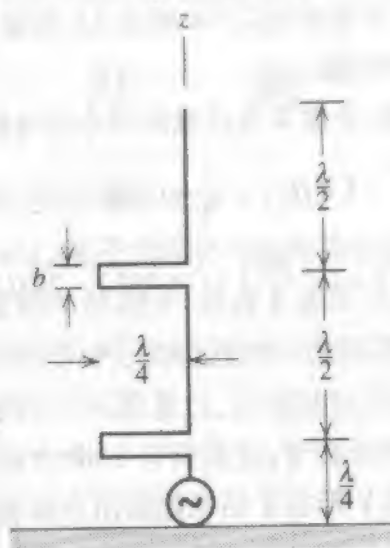
5.3.3 图中所示天线在完纯导电地平面上方工作。其目的是增强在 xy 平面内的辐射使其比单个四分之一波长单极子的要强。

(a) 确定并画出电流分布。假定 $b\ll\lambda$。

(b) 用四分之一波长"短截线"的目的是什么?

(c) 利用天线阵概念,得出包含 z 轴平面内的辐射方向图,用线性极坐标作图。

(d) 为匹配目的,给出输入阻抗的粗略估计。



习题5.3.3图

5.4.1 利用天线阵理论分析图5-30a的阵，其中每个阵元的方向图就是半波振子的方向图。
(a) 画出 H 面方向图并与图5-30b作比较。
(b) 画出 E 面方向图。

5.4.2 数值方法解得，图5-30a的二元寄生天线的阵元电流分布接近正弦分布。在每个阵元中心的电流幅度与相位，对激励元是 $1.0\angle-88°$，对寄生元是 $0.994\angle81.1°$。利用简单天线阵理论得出 H 面方向图，以线性极坐标形式作图。

5.4.3 相量图在粗略估计天线阵性能如何的过程中是很有用的。为了说明，利用相量图得出习题5.4.2的二元寄生阵端射方向的相对远场值（即求出前后比）。为此，求出每个阵元处的总相量，包括阵元隔开引起的空间相位滞后。假定每个阵元的幅度是1，对激励元相位是 $-88°$，对寄生元相位是 $81.1°$。

5.4.4 设计一付10.2dBd增益的八木天线，工作在50.1MHz。寄生元与金属支撑杆是绝缘的。阵元的直径是 0.0021λ。

5.4.5 设计一付14.2dBd增益的八木天线，工作在432MHz。寄生元安装在金属支架上，有电接触。阵元的直径是 0.00343λ。支撑杆直径为 0.0275λ。

5.4.6 构造课题——一个10美分的八木天线。该课题是设计来展示如何以低于10美分的成本建设一付高增益天线。在TV接收机上锁定一个频道，该频道在使用一般的天线（如兔耳天线）时，勉强可以接收，诸如雪花图像。如果恰好是第13频道，可以用习题5.4.5的数据。如果不是，对你选择的频道重复该计算。构造按如下步骤进行。找一大块硬瓦楞纸板，将它修剪成比整个天线阵的长度长若干厘米，比指向器长度窄约5cm的形状。再选定若干粗的大衣支架，尽可能将它们拉平，再剪成反射器和引向器的长度。馈电阵元是一个折合振子，由一段双线传输线做成。将它剪得比激励器的尺寸稍长。把两端剥开，每端分别焊接在一起，使其总长度等于激励器的尺寸。然后，将折合振子激励器的一条导线从中间割断，再与一长段双线焊接，作为连接到天线的传输线。将全部阵元位置在纸版上放置并适当作记号。把折合振子粘贴到纸版上的激励器位置。塑料大衣架阵元差不多恰好嵌入瓦垅纸版上固定。现在，将传输线连接到接收机。旋转天线并注意对

其接收的影响。应该观察到性能有很大的不同。注意,也许有必要把天线抬高,例如把它放在阁楼上。以这种方法建造,很容易改变阵元位置,只要把大衣架阵元放在不同的瓦垅里即可。对小的距离变化,只看到很小的差别。通常,对水平极化,即阵元平行于地面时,能得到最佳性能。

5.4.7 构造课题——稍贵一些的八木天线。可以用下面的方法来建造相当结实的八木天线。选择一个勉强能接收的 TV 频道,并设计该频率的八木天线。此课题所需的材料是长度比天线总长度稍长的 1×2 in 的板,几米长的铝导线(通常是 8 号 AWG)。修剪导线并使其平直,作反射器和指向器。在木杆的适当位置为反射器和引向器钻孔。孔应该比导线直径稍大一点。确保所有孔在一条直线上。激励器是折合振子,其取向应使振子所在平面垂直于阵列线。在阵列线上方约 2 cm 处钻一个孔。在阵列线下方等距离处从木杆两边钻入约为 0.5 cm 深的孔。剪一段长度为激励器长度的两倍或更长的导线。把它穿过上方的孔,并把它放在中央。每边按所需长度折弯,并折弯回木杆中。然后,要细心地修剪多余的导线,使导线端恰好能插入浅孔,并构成对称折合振子。再把裸露的双线传输线端头绕在折合振子端口靠近木杆处(即馈点),确保良好的机械接触。在双线的剥开处放一个聚乙烯垫片(tab)。在导线端的馈点处及木杆处用小的劈形导线角钉(brad)固定,同时把天线导线与角钉之间的双线接头也夹紧。把馈点接头焊上。把聚乙烯垫片绷紧在木杆底部以提供应力的释放。把阵元的余下部分插入孔中,把它们放在中央位置,并将角钉沿导线钉入以确保其位置固定。现在,构建已完成,可以将传输线接到接收机并测试其接收性能。尝试几种天线位置和定位。

5.4.8 一个二元阵八木,激励元电流是 $1\angle 164°$,寄生元电流是 $0.5\angle 238°$。阵元间距是 0.2λ。寄生元的作用类似于指向器还是反射器?利用相量图说明为什么。

5.4.9 当存在短路寄生元时,激励元的输入阻抗是 $40\angle 45°$;而当存在开路寄生元时,是 $60\angle 30°$。激励元的近似自阻抗是多少?为什么答案只是近似的?

5.4.10 一个阵元间距为 0.2λ 的二元阵八木,在激励元上电流是 $1\angle 254°$,寄生元上电流是 $0.6\angle -32°$。寄生元的作用类似于指向器还是反射器?为什么?

5.5.1 (a) 计算并画出式(5-48)中的阵因子的幅度,并证明当 $s=0.5\lambda$ 时,由 $|AF(\theta=90°,\phi=0°)|$ 得到最大值。

(b) 利用图 5-43 说明必然是该情况的理由。

5.6.1 一个谐振半波长细竖直振子,在完纯导电地平面上方半波长处工作。利用 3.6 节的结果计算其输入阻抗。

5.6.2 推导出完纯导电地平面上方高度 h 处的理想(无限小)偶极子的方向性表示式。偶极子的取向垂直于地面。利用 2.3 节和 3.4 节的结果。

5.6.3 一个短振子在完纯导电地平面上方四分之一波长处。利用关于振子及其镜像的简单阵理论,画出 E 面和 H 面方向图的极坐标草图。当振子的取向为(a)竖直的;(b)水平的。

5.6.4 当短振子在完纯导电地平面上方二分之一波长处,重复习题 5.6.3。

5.6.5 一个水平短振子在平直实际地面上方四分之一波长处,工作在 1MHz。地面的电导率是 $\sigma=12\times 10^{-3}$ S/m,相对介电常数是 $\varepsilon_r=15$。对这样的频率及 σ、ε_r,可以用 0.9 近似 $|\Gamma_H|$ 和对任何角以 $-190°$ 近似为 Γ_H 的相位。

(a) 在上半空间计算并画出 H 面仰角方向图的极坐标图。

(b) 计算完纯导电地平面上方短振子的方向图(即习题5.6.3b的结果)。

.6.6 一个四分之一波长的谐振单极子，将用作1MHz的发射天线。打算用120根径向线的径向系统。如果要达到97%的效率，径向导线需要多少长？略去塔的任何欧姆电阻。

.7.1 均匀圆环天线。一个 xy 平面中的圆环天线，其中心在原点处，半径为 b，载有如下均匀幅度与均匀相位的电流

$$\mathbf{I} = I_0\hat{\boldsymbol{\phi}}'$$

(a) 由于对称性，方向图将不是 ϕ 的函数，且 $\mathbf{A}$ 只有 ϕ 分量。利用该事实，证明远场区有

$$\mathbf{A} = \hat{\boldsymbol{\phi}}\mu\frac{e^{-j\beta r}}{4\pi r}I_0 b\int_0^{2\pi}\cos\phi' e^{j\beta b\sin\theta\cos\phi'}d\phi'$$

利用对称性，说明可以假定 $\phi=0$，而且只存在 ϕ 分量。

(b) 求出 E_ϕ 的表示式。提示：利用式(F-7)。

(c) 证明此结果对小环天线可简化成式(2-53)。提示：利用 $J_1(x)\approx x/2$，对 $x\gg 1$。

5.7.2 证明从式(5-62)可得出式(5-63)。为了积分，利用式(E-6)和(E-7)，把函数 $\cos(\beta x')$ 和 $\sin(\beta y')$ 分解成指数函数。

5.7.3 计算周长为 0.2λ 的方环天线的输入阻抗，利用小环分析法，与图5-53b的值作比较。

5.7.4 本习题比较圆的和方的大环天线。

(a) 对图5-51的几何结构，用矩量法程序(见第10章)计算 $L=1$、1.5 和 2λ 的方向性与输入阻抗。

(b) 运行该程序，确定接近 1λ 的 L 的谐振值。给出方向性与输入阻抗，并画出主平面方向图。

(c) 对具有同样周长值和相对于坐标轴有类似形态取向的圆环，重复(a)和(b)。使用同样的导线半径。

(d) 对所有 L 值的两种天线的性能列表作比较。对相似点作评论。

5.7.5 在一通信链路中，一垂直于 z 轴的半波折合振子用作发射天线，一个一波长方环如图5-51所示用作接收天线。在常用坐标系中画出天线的透视图，包括天线的取向、及馈点，要求最大功率传输。

5.7.6 UHF电视天线。采用矩量法程序(见第10章和附录G)，计算一流行的UHF电视天线，它具有直径为18cm的圆环，由直径为2mm的铝导线做成。求出在电视37频道中心测得的下列性能：输入阻抗；增益以及辐射方向图。

5.8.1 证明式(5-74)的归一化主平面方向图可以从式(5-73)得出。讨论在每个平面内的电场的极化。

5.8.2 一具有 $L=W=4.02$cm 的方形微带贴片印刷在厚为0.159cm、$\varepsilon_r=2.55$ 的衬底上。求出谐振频率、边缘馈电的谐振输入阻抗和带宽。

5.8.3 在0.3cm厚、$\varepsilon_r=4.53$ 的衬底上，设计一个探针馈电的方形微带贴片天线，使其在3.72MHz工作。求出探针位置，使之得到的输入阻抗为50Ω。

第 6 章　宽带天线

在许多应用中,天线必须在一个宽的频率范围内才能有效地工作。一个具有宽频带的天线称为**宽带天线**。术语"宽带"是带宽的一个相对度量,而且随环境而改变。明确规定了宽带的定义。用两种方法之一来计算带宽。令 f_U 和 f_L 分别为能获得满意性能的高、低频率。中心频率(或有时是设计频率)以 f_C 表示。则带宽作为中心频率的百分比 B_p 是

$$B_p = \frac{f_U - f_L}{f_C} \times 100\% \tag{6-1}$$

带宽也用下式定义成比值 B_r

$$B_r = \frac{f_U}{f_L} \tag{6-2}$$

窄带天线的带宽通常用式(6-1)的百分比表示,而宽带天线用式(6-2)的比值来表达。

由前一章知道谐振天线具有小的带宽。例如,图 5-7 的半波振子具有 8% 和 16% 的带宽(f_U 和 f_L 由 VSWR = 2.0 的点确定)。另一方面,其上具有行波(6.1 节)而非驻波(如在谐振天线中)的天线,能在较宽的频率范围内工作。一个宽带天线的定义比较随意,而且依赖于特定的天线,但是将采取一个工作的定义。如果在大约(或大于)一个倍频程($f_U/f_L = 2$)内,一个天线的阻抗和方向图没有显著的改变,则将其归类为宽带天线。

正如将要在本章中看到的,宽带天线通常需要涉及的结构没有物理尺寸的突变,而是使用平滑边界的材料。平滑的物理结构倾向于产生随频率平滑变化的方向图和输入阻抗。在宽带天线中这个简单概念非常重要。

6.1　行波线天线

迄今已讨论的线天线是谐振结构的。从馈点向外行进的波,在导线的终端发射,建立起驻波型的电流分布。通过检验振子上半部分的电流分布表示式(5-1)可看出这点。它可写成

$$I_m \sin\left[\beta\left(\frac{L}{2} - z\right)\right] = \frac{I_m}{2\mathrm{j}} \mathrm{e}^{\mathrm{j}(\beta L/2)} \left(\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta z} - \mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta z}\right) \tag{6-3}$$

圆括号中的第一项可代表向外的行波,而第二项是反射波。负号是开路端的电流反射系数。

如果出现在天线上的反射波不强,它就是所谓的**行波天线**。一个行波天线的作用

行波的导波结构，而一个谐振天线支持的是驻波。利用终端处接匹配负载防止反射，可以建立起行波。而且，由于很长的天线能耗散大部分功率，事实上入射到终端的功率很小，导致了小的反射波。本节中将讨论若干形式的导线行波天线。本节中的某些天线实质上是第5章中给出的谐振导线天线的行波对应物。它们是宽带的，带宽可达2:1。

最简单的行波线天线是载有纯行波的直导线，称为**行波长线天线**。一条长电线是指长于半波长的线。该行波长线如图6-1所示，它带有匹配负载 R_L 以防止来自导线终端的反射。严格分析这样的结构，及本节将给出的其他结构，是棘手的。所以将作一些使方向图计算与实际性能没有太大差别的简化假设。首先，忽略地面影响，并假设天线工作在自由空间里。一个行波长线工作在非完纯导电地平面时，称为 Beverage 天线或波天线。在特定场合，利用上一章的方法可以将地面考虑进去。其次，假定馈电的细节不重要。在图6-1中给出的从同轴传输线馈电的长线可作为一种现实的办法。因为 $d \ll L$ 可假定长度为 d 的竖直段不产生辐射，这样近似是正确的。最后，假定沿导线的辐射和损耗很小。当略去衰减后，电流幅度恒定，相速就是自由空间相速[1]。则可以写出

$$I_t(z) = I_m e^{-j\beta z} \tag{6-4}$$

它代表一个无衰减的行波，其自由空间的相位常数为 β 且沿 $+z$ 方向传播。

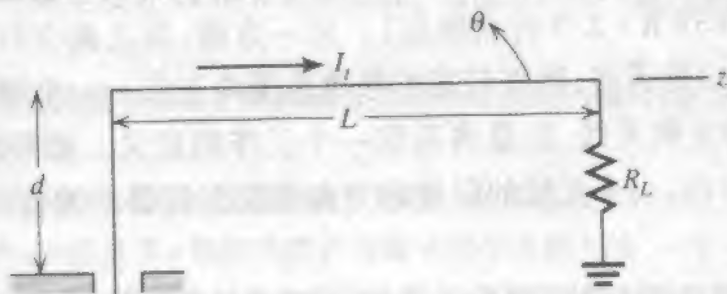


图6-1　行波长线天线

式(6-4)中的电流是具有线性相位常数为 $\beta_0 = -\beta$ 的均匀线源的电流。由式(4-6)，$\beta_0 = -\beta\cos\theta_0$，所以方向图因子最大辐射角（不包括元因子的影响）是 $\theta_0 = 0°$，这意味着是端射方向图。由式(4-8)知完整的辐射方向图形式是

$$F(\theta) = K\sin\theta \frac{\sin[(\beta L/2)(1-\cos\theta)]}{(\beta L/2)(1-\cos\theta)} \tag{6-5}$$

其中 K 是依赖于长度 L 的归一化常数。对 $L=6$ 的极坐标方向图如图6-2所示。长度 $L=n\lambda$ 导致在 $0<\theta_m<90°$ 角度范围内有 n 个前向瓣。上述的 $n=6$。元因子 $\sin\theta$ 使在端射方向上有一个零点。因此，不再是单一的端射瓣（这是方向图因子产生的），"主瓣"是关于 z 轴旋转对称的锥形。这种情形下，最大辐射角是 $\theta_m(L=6\lambda)=20.1°$。一般地，它是 L 的函数。把 θ_m 作为 L 的函数从式(6-5)求解出来，得出图6-3所示的曲线。最大辐射角的近似表示式是[2]

$$\theta_m = \cos^{-1}\left(1 - \frac{0.371}{L/\lambda}\right) \qquad (6\text{-}6)$$

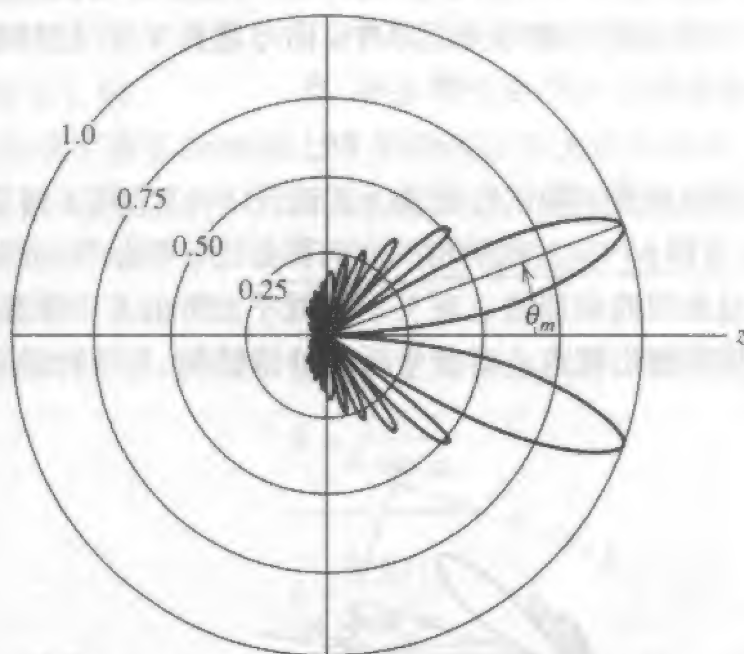


图 6-2 行波长线天线的方向图。$L = 6\lambda$，$\theta_m = 20°$

从图 6-3 或式(6-6)得出的长度为 L 的行波长线的波束方向值，也可用于近似计算驻波直线天线（即振子）的波束方向。例如，对于 $L = 3\lambda/2$，由图 6-3 知 θ_m 是 40°，而对于图 5-4d 中的振子，θ_m 是 42.6°。随着 L 的增加，行波和驻波天线的波束最大值彼此趋近[3]。驻波线天线区别于其行波同类物的特征是，在反方向上出现第二个主波束，见图 5-4d。注意到式(6-4)的行波电流相当于式(6-3)驻波电流的第一项，就能看出这点了。式(6-3)的第二项是反射波，产生相同形状的方向图，但方向相反。因此，行波天线波束最大值方向在 $\theta = \theta_m$ 上，而同样长度的驻波天线还有另外一个波束在 $\theta = 180° - \theta_m$ 方向上。

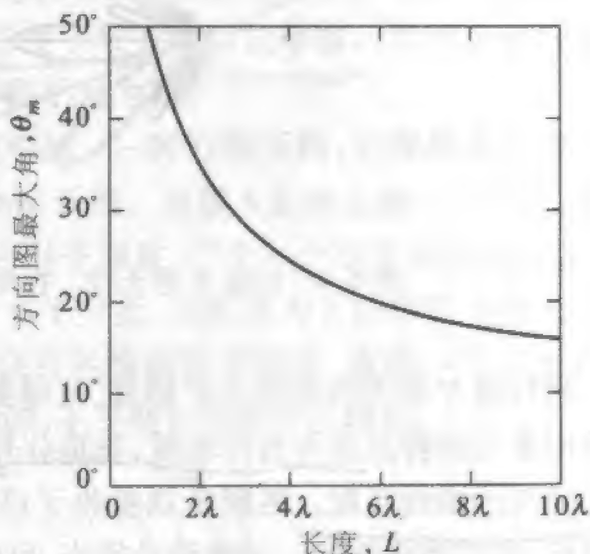


图 6-3 工作在自由空间、长度为 L 的行波长天线的方向图最大角。见式(6-5)

行波天线的输入阻抗总是以实数为主。这也可以理解为在低损耗传输线上，纯行波的阻抗等于传输线的（实数）特性阻抗。支持行波的天线以类似的方式工作。行波长线天线的辐射电阻是 200 ~ 300Ω（见习题 6.1.5）。端接电阻必须等于辐射电阻值。

通过在导线末端接匹配负载，可以将 5.1.2 节讨论的谐振 V 形天线做成行波天

线。该行波 **V 形天线**如图 6-4 所示。每个臂单独产生的方向图由式(6-3)表示,其中一例如图 6-2 所示。由图 6-4 可见,当 $\alpha \approx \theta_m$,V 形的每个臂的波束最大点排成一条向前的线。关于 V 形天线的更精确的分析其中(见习题 6.1.8)包括臂的空间分开所产生的影响。作为 α 函数的方向图由计算显示,当

$$\alpha = 0.8\theta_m \tag{6-7}$$

可得 V 形天线的良好方向图,其中 θ_m 由图 6-3 或式(6-4)求得。对于 $L=6\lambda$,$\theta_m=20°$,由图 6-3 或式(6-4)可得 $\alpha \approx 16°$,此结构的方向图如图6-4所示。大的旁瓣来自 V 形的每一半中没有沿轴对准的波束部分。在 V 形天线平面外的方向图比较复杂,因为 V 形天线的每一半都出现了锥形波束。对于弯折的导线结构,V 形行波提供了相对高的增益。

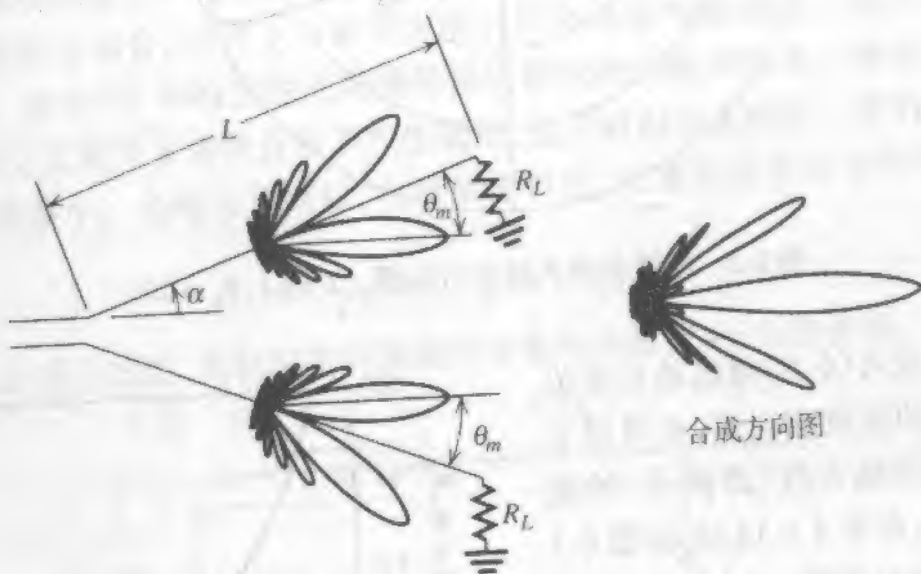


图 6-4 行波 V 形天线。在此场合,$L=6\lambda$,$\alpha=0.8\ \theta_m=16°$

将行波 V 形天线的想法扩展开,可得到**菱形天线**,如图 6-5 所示。该天线的工作时最显而易见的特点是作为传输线,先是分开,然后特性阻抗又增加了。负载电阻 R_L 取值要能与传输线匹配。匹配负载吸收了该天线携带的外向行波。由于线间的分开大于波长,该结构将辐射。如果设计得当,可以得到具有 z 向单波束的定向方向图。

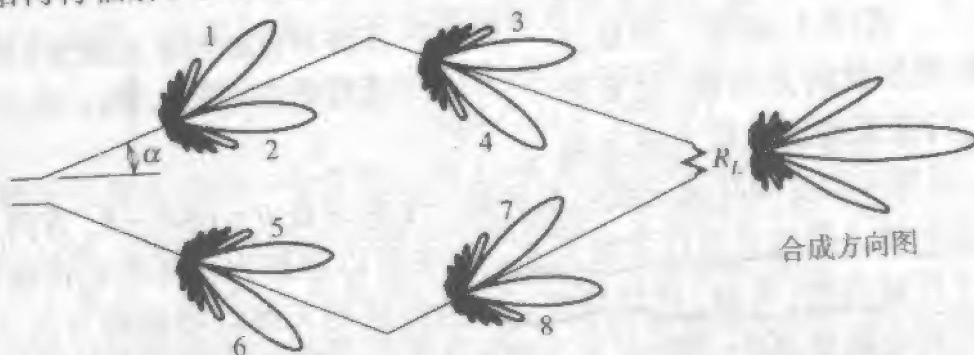


图 6-5 菱形天线。每边长度 L。分波束 2、3、5、8 方向一致形成合成方向图的主波束。此处 $L=6\lambda$,$\alpha=16°$

在自由空间工作的菱形天线可以模拟成两个行波 V 形天线的组合。如果对 V 形天线选择 $\alpha = 0.8\theta_m$，图 6-5 中菱形天线的第 2、3、5 和 8 个波束将排成一线。而 θ_m 仍由图 6-3 确定。由于两个 V 形天线在空间分开，菱形天线的方向图将与单个 V 形天线时不一样[3]。（见习题 6.1.9）

用前面的方法包含了在实际地面上方工作对菱形天线的影响。对一个水平取向的菱形天线，反射系数 Γ_H 近似为 -1，而真实地面可以模拟成完纯导体，图 5-47 说明这样的假设对水平天线的影响很小。高于完纯导电地平面 h 的菱形天线的阵因子沿地面会产生零点。文献中关于地面上方的菱形天线有若干种设计方法[2-5]。其中一种设计是使大瓣对准特定的仰角。则菱形角 α 和主瓣仰角相等，离地高度为

$$h = \frac{\lambda}{4 \sin \alpha} \tag{6-8}$$

每个支线的长度是

$$L = \frac{0.371\lambda}{\sin^2 \alpha} \tag{6-9}$$

例如，如果 $\alpha = 14.4°$，则 $L = 6\lambda$，$h = 1\lambda$。菱形阻抗典型值在 600 ~ 800Ω 量级之间。

由于终端的匹配，菱形天线的效率会显著降低。没有辐射的功率被负载 R_L 所吸收。不过，如果不存在匹配负载，该损耗功率实质上就会出现在反射电流引起的巨大背瓣中。行波行为不仅改善了方向图，而且产生了较宽的阻抗带宽。设计良好的菱形天线，输入阻抗具有小的电抗，因为反射功率很小或为零。

以上讨论的行波天线是在处于自由空间中的。一种行波天线，它需要真实地面的非完纯导电性质，这就是图 6-6 所示的 Beverage 天线。高度 h 是波长的一小部分，长度 L 通常在 2 ~ 10λ 之间。图 6-6 的竖直极化入射平面波，产生一个水平的电场分量，它没有被非完纯的地面所完全短路。就是这个水平分量，在长度为 L 的导体上感应出电流。换一种方法，也可把 Beverage 天线及其在有耗地面里的镜像，看作一个不平衡传输线。就像在 5.2 节中讨论折叠振子时提到的，不平衡传输线可以辐射。

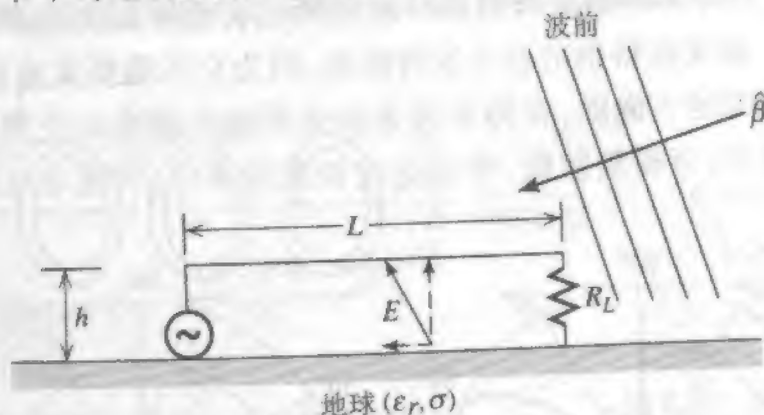


图 6-6　在非完纯导电地平面上方的 Beverage 接收天线

图 6-7 所示的是长度为 2.18λ 的 Beverage 天线上的电流。该曲线是用严密的索末

非理论计算邻近非完纯导电地球的天线所得[6.7]。由于地的巨大耗散损失和辐射损失,电流从源端到负载端表现出明显的衰落。这段电流分布可以通过改动式(6-4)作说明:

$$I_t(z) = I_m e^{-\alpha z} e^{-j\beta z} \tag{6-10}$$

该电流表示式还显示出在电流的主要部分上叠加了一个驻波。很显然,有一个来自终端负载的小的反射波。该反射波在向馈源端移动时,强度似乎在逐渐减弱。该反射波可以用类似于式(6-10)的关系来表示。从5.6节给出的近似理论不能得到图6-7的电流分布,因为Beverage太靠近地面,水平长度又长,与地面的相互干扰太强。必须用严密的,但是复杂的索末菲理论代替。

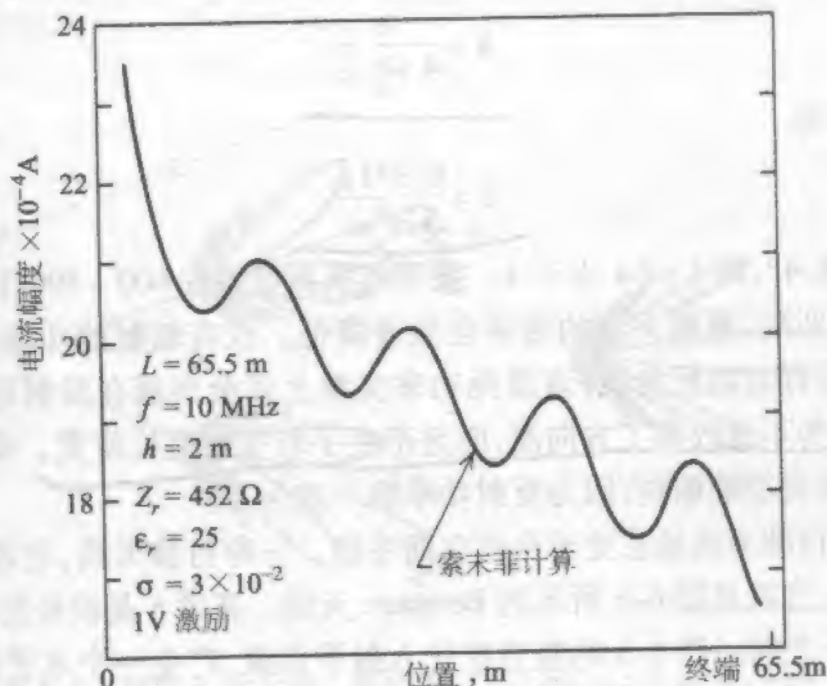


图6-7　Beverage天线上的电流分布,$L=2.18\lambda$,$h=0.067\lambda$

图6-8给出了一个Beverage天线的一些通用的仰角平面方向图,它是军事上用作战术野外的天线。该天线特别适合于这种用途,因为它不需要离地面太高。注意有关其方向图。较高频率的方向图,在仰角和方位角平面内都有比较窄的束宽,并预期有较低的辐射角。还有,背瓣辐射低,特别是在较高频率时,天线电尺度加倍,有更多机会散逸损耗。

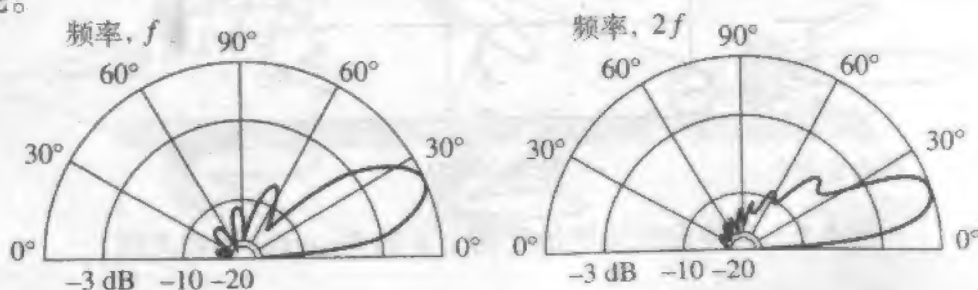


图6-8　对Beverage天线的通用仰角方向图

通常，Beverage 的馈源端高于负载端，以使辐射角相对于地面（发射角）尽可能低。Beverage 天线通常用于频谱的 LF 频段和 HF 的低端。美国和伦敦之间早期作跨大西洋无线电话通信时，一般认为首次在长岛上使用过 Beverage 天线，其频率在 50kHz ~ 60kHz 之间。Beverage 是使用行波原理的第一种天线。

6.2 螺旋天线

如果一根导线绕成螺旋形并合适地进行馈电，它就称为**螺旋天线**，或简称为**螺旋线**。典型的螺旋线平面形状如图 6-9 所示。如果螺旋线的一圈被展开，各种螺旋线参数间的关系就揭示出来，如图 6-10 所示。用于描述螺旋线的符号定义如下：

D = 螺旋线直径（线圈材料中心之间）

C = 螺旋线周长 = πD

S = 圈间间距 = $C\tan\alpha$

α = 螺距角 = $\tan^{-1}\dfrac{S}{C}$

L = 一圈的长度 = $\sqrt{C^2+S^2}$

N = 圈数

L_n = 螺旋线圈的长度 = NL

h = 高度 = 轴向长度 = NS

d = 螺旋线导线的直径

注意，当 $S=0(\alpha=0°)$，螺旋线简化为环天线，当 $D=0(\alpha=90°)$，它简化为线天线。

螺旋线可以工作在两种模式：法向模和轴向模。法向模产生的辐射大部分趋向于垂直于螺旋线轴的方向。当螺旋线直径远小于一个波长时，就出现上述情况。轴向模提供的最大辐射是沿螺旋线轴方向的。当螺旋线的周长等于波长大小时，就产生轴向模。本节将介绍法向模螺旋线和轴向模螺旋线。详细可参考文献[8、9]。

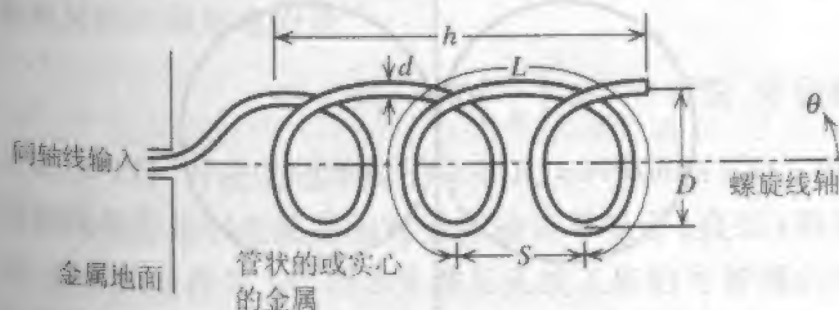


图 6-9 螺旋天线的几何结构和尺寸。这是一个左绕螺旋线

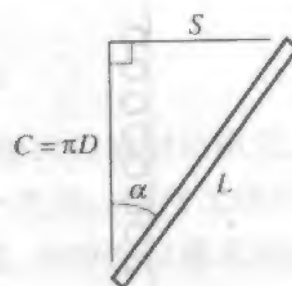


图 6-10 被展开的一圈螺旋线

6.2.1　法向模螺旋线天线

工作在法向模时，在垂直于螺旋线轴的辐射场最大，且在理论上对一定的几何结构，将辐射圆极化波。为了法向模工作，螺旋线尺度必须远小于波长，即 $D \ll \lambda$，且通常也有 $L \ll \lambda$。这种法向模螺旋线是电小的，因而效率也低。

由于螺旋线小，可假设电流的幅度和相位在其整个长度上都是恒定的。远场方向图不依赖于螺旋线的圈数，只用考察一圈。一圈螺旋可以近似成小环和理想偶极子，如图 6-11 所示。由式(1-72a)知远区电场是

图 6-11　法向模螺旋线的一圈，近似为一个小环和一个理想偶极子

232

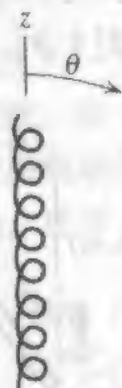
$$\boldsymbol{E}_D = \mathrm{j}\omega\mu IS\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta r}}{4\pi r}\sin\theta\,\hat{\boldsymbol{\theta}} \tag{6-11}$$

其中螺旋线线圈间距 S 是图 6-11 中理想偶极子的长度。由式(2-53)知小环的远区电场是

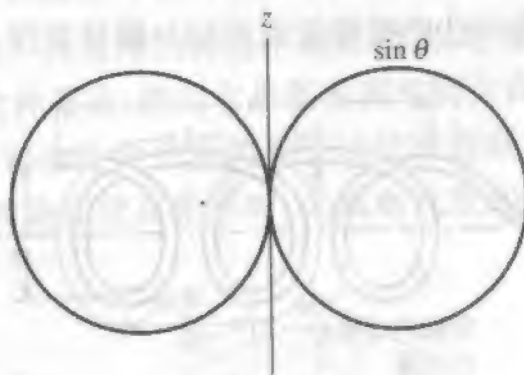
$$\boldsymbol{E}_L = \eta\beta^2\frac{\pi}{4}D^2 I\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta r}}{4\pi r}\sin\theta\,\hat{\boldsymbol{\phi}} \tag{6-12}$$

其中 $\pi D^2/4$ 是环的面积。图 6-11 中一个圈的模型的总辐射场是式(6-11)和式(6-12)场的矢量和。注意，两个分量都有 $\sin\theta$ 方向图(见图 6-12)，且二者相位差 90°。电场分量的比是

$$\frac{|E_\theta|}{|E_\phi|} = \frac{4\omega\mu S}{\sqrt{(\mu/\varepsilon)}\,\omega\,\sqrt{\mu\varepsilon}(2\pi/\lambda)\pi D^2} = \frac{2S\lambda}{\pi^2 D^2} = \frac{2\dfrac{S}{\lambda}}{\left(\dfrac{C}{\lambda}\right)^2} \tag{6-13}$$



(a) 几何结构



(b) $|E_\theta|$ 和 $|E_\phi|$ 二者的辐射方向图

图 6-12　法向模螺旋线及其辐射方向图

当它大于 1 时，它等于极化椭圆的轴比；当它小于 1 时，它等于极化椭圆轴比的倒数，见

1.10 节。极限情形是0(同时 $S=0$),相当于小环水平极化,以及∞(同时 $D=0$)时,相当于偶极子竖直极化。

由于垂直线极化相位差90°,如果轴比是1,就得到圆极化。它出现在

$$C=\pi D=\sqrt{2S\lambda} \tag{6-14}$$

令式(6-13)等于1后得到上式。除方向图为零(沿螺旋线轴)处外,都得到此圆极化。从图6-10可见,

$$L\sin\alpha=S \qquad 或\ \alpha=\sin^{-1}\frac{S}{L} \tag{6-15}$$

和

$$C^2+S^2=L^2 \tag{6-16}$$

为得到法向模的圆极化,将式(6-14)给出的螺旋线周长用于式(6-16),得出

$$S_{CP}^2+2S_{CP}\lambda-L^2=0 \tag{6-17}$$

这是一个二次方程,可以解出 S 为

$$S_{CP}=\frac{-2\lambda\pm\sqrt{4\lambda^2+4L^2}}{2}=\lambda\left[-1\pm\sqrt{1+\left(\frac{L}{\lambda}\right)^2}\right] \tag{6-18}$$

取正号以保持物理长度 S 为正值,并代入式(6-15),得出圆极化所需的螺距角为

$$\alpha_{CP}=\sin^{-1}\left[\frac{-1+\sqrt{1+(L/\lambda)^2}}{L/\lambda}\right] \tag{6-19}$$

通常,法向模螺旋线是竖直指向,并工作在使式(6-13)中的比值大于1的条件下,产生了以竖直极化为主的辐射。该天线在小的收发机如手持个人无线电中很流行。在这些应用中,导线长度 L_w 约为四分之一波长,天线的工作相当于一个相对于地面馈电的单极子。由于这个原因,它常常被称为**法向模螺旋天线**(NMHA)或**谐振(四分之一波长)短截螺旋天线**。当然,其方向图接近各向同性。短截螺旋线相对于同样高度的普通直线单极子的优点是,螺旋线表现得类似于电感,倾向于抵消电短天线天生具有的电容。沿螺旋线导线的电流近似地为正弦的。离完纯导电地平面 $\lambda/8$ 的谐振短截螺旋线的辐射电阻是[9]

$$R_r\approx 640\left(\frac{h}{\lambda}\right)^2\Omega \qquad 谐振,短截螺旋线 \tag{6-20}$$

由式(2-19),对应的短单极子具有 $R_r=395(h/\lambda)^2\Omega$。由于电短天线辐射电阻低,短截螺旋线的高辐射电阻是相对于普通短单极子(直线)的另一个改进。手持无线电的天线,通常具有作为1/2或5/8波长天线工作的可伸缩的中间段,当伸缩段缩起来时,短截螺旋线就发挥作用了。通常还包含一个阻抗匹配网络。

例6-1 用于手持蜂窝无线电的短截螺旋线

考虑一个工作在蜂窝电话频段为883MHz($\lambda=34$cm)的短截螺旋线。四圈螺旋线高为2.25in(5.7cm),或 $h=0.168\lambda$,直径为0.2in(0.5cm),给出周长 $C=0.046\lambda$。圈间间距 $S=h/N=5.7\ \text{cm}/4=1.43\ \text{cm}=0.042\lambda$。而螺旋线长度 $L_w=[(NC)^2+h^2]^{1/2}=$

0.25λ，它是谐振长度。

由式(6-13)，轴比是

$$|AR| = \frac{2\left(\dfrac{S}{\lambda}\right)}{\left(\dfrac{C}{\lambda}\right)^2} = \frac{2(0.042)}{(0.046)^2} = 38$$

这证实了它接近竖直线极化状态。由式(6-20)，辐射电阻是 $R_r = 640(0.168)^2 = 18\Omega$。同样高度的直线单极子具有 $R_r = 395(0.168)^2 = 11\Omega$。

另一种流行的谐振式紧凑螺旋天线，它比轴向模螺旋线小，采用四个半波长绕线并产生单一的宽的圆极化端射波束。**此谐振四臂螺旋天线，或蜗壳天线**，在开口端馈电使两对正交螺旋线相位差为90°。绕线的另一端对地短路。这种天线没有作为正式的广播天线，因为它只有百分之几的带宽[9]。

6.2.2　轴向模螺旋天线

当需要圆极化和约15dB的增益时，可使用轴向模螺旋天线。相对小的螺旋线截面，使它流行于UHF频率段上，且广泛用于卫星通信中。本节详细考虑轴向模和单线(单绕)螺旋天线，侧重在设计上考虑。对于轴向模，螺旋线作为端射天线，以单一波束沿螺旋线轴辐射(图6-9中的 $+z$ 方向)。在近轴处，辐射接近于圆极化。而且，主瓣随螺旋线圈数的增大而变窄。当螺旋线的周长 C 在一波长的量级时，出现轴向模。有好几圈的螺旋线，在某些的频率范围内的性能良好，如果

$$\frac{3}{4}\lambda \leqslant C \leqslant \frac{4}{3}\lambda \tag{6-21}$$

这给出一个带宽比

$$B_r = \frac{f_U}{f_L} = \frac{c/\lambda_U}{c/\lambda_L} = \frac{4/3}{3/4} = \frac{16}{9} = 1.78 \tag{6-22}$$

它接近于通常对宽带天线的定义的带宽比2∶1。对长螺旋线，高端工作频率低于4λ/3，会使带宽低于1.78。

Kraus[8]在轴向模螺旋天线方面做出了开创性的工作，并对它的工作原理提出了一种简单的解释，同时给出了方向图、增益、极化和阻抗的经验公式。随后的实验[10,11]给出了螺旋天线性能的更精确的模型。以下的推演就是基于上述条件的。

一个轴向模螺旋线的近似模型，提供了关于其工作的简单解释，它假设螺旋线携带的是纯行波，从馈源向外行进。与该行波关联的电场呈圆形旋转，离开螺旋线终端时产生近乎圆极化的辐射。

法向模螺旋线的电流，在整个螺旋线线圈上，相位近乎均匀。这里却不同，轴向模电流的相位沿螺旋线连续变动，这是行波的一个特征。由于周长接近一个波长，在一圈上相对称点的电流相位差180°。这抵消了半圈造成的电流方向反转的影响。因此，螺旋线上相反点的辐射近乎是同相的，且在远区轴向增强。该辐射机制与5.7节讨论

的一波长环相当一致。

轴向模螺旋线的辐射方向图可用阵列理论来建模，把每一圈当作阵元。元因子是 $\cos\theta$，近似于一波长环的方向图，见图 5-52b。阵因子是间距为 S、具有渐进相位 α_h 和 N 个等间距元的。在这个简单的模型中，线圈上的电流幅度取成均匀的。则阵因子由式(3-33)得出，且总方向图表达式是

$$F(\theta)=K\cos\theta\frac{\sin(N\psi/2)}{N\sin(\psi/2)} \tag{6-23}$$

$$\psi=\beta S\cos\theta+\alpha_h \tag{6-24}$$

其中 K 是归一化常数。(见图 9-18 的测量图。)

沿螺旋线行进的波，产生沿螺旋线轴(z 轴)的端射波束。假定一开始该螺旋线被模拟成普通的端射阵。则对于 $\psi=0$，主瓣最大值出现在 $\theta=0$ 方向。由式(6-24)，有 $\alpha_h=-\beta S$，也可参见式(3-36)。此 $-\beta S$ 相位是由于轴向传播相应于沿轴一圈距离 S 引起的相位延迟。不过，电流波沿螺旋线前进。由于周长约一个波长，这就引入了另一个 -2π 的相移。因此，对普通端射阵，$\alpha_h=-\beta S-2\pi$。有趣的是，在轴向模螺旋线上，行波模是近乎对应于自然产生的汉森 - 伍德亚德增强方向性型端射阵的。考虑到此影响，在普通端射情况上应该加上相位延迟 $-\pi/N$，见式(3-49)。元与元之间的相移是

$$\alpha_h=-\left(\beta S+2\pi+\frac{\pi}{N}\right) \tag{6-25}$$

该相移产生了行波的相速值。为得出相速值，先写出某瞬间一圈长度 L 上的波的相移如下

$$\alpha_h=-\beta_h L \tag{6-26}$$

其中 β_h 是与波沿螺旋线导体传播关联的相位常数。使之与式(6-25)相等，得出

$$\beta_h=\frac{1}{L}\left(\beta S+2\pi+\frac{\pi}{N}\right) \tag{6-27}$$

速度系数(相速相对于自由空间光速)是

$$p=\frac{v}{c}=\frac{\omega/c}{\omega/v}=\frac{\beta}{\beta_h} \tag{6-28}$$

其中 v 是行波沿螺旋线导体的相速。在式(6-28)中利用式(6-27)，得出

$$p=\frac{L/\lambda}{S/\lambda+(2N+1)/2N} \tag{6-29}$$

一个典型的结构是，$C=\lambda$，$\alpha=120°$，$N=12$。则 $S=C\tan\alpha=0.213\lambda$，$L=\sqrt{C^2+S^2}=1.022\lambda$ 和 $p=0.815$。因此，该行波的相速小于它在自由空间时平面波的速度。这种波称为慢波。螺旋线的另一个突出的性质是，当螺旋线的参数在相当大的范围内变动($5°<\alpha_h<20°$和 $3/4\lambda<C<4/3\lambda$ 时，相速能自动地调节到保持增加其方向性。

回到方向图计算上，主瓣最大值出现在 $\theta=0$ 时，而且由式(6-24)及式(6-25)，$\psi=-2\pi-\pi/N$。则式(6-23)是

$$F(\theta=0)=K\frac{\sin(-N\pi-\pi/2)}{N\sin(-\pi-\pi/2N)}=\frac{K(-1)^{N+1}}{N\sin(\pi/2N)} \tag{6-30}$$

归一化使最大值为1，得出 $K=(-1)^{N+1}N\sin(\pi/2N)$，而方向图函数最后是

$$F(\theta)=(-1)^{N+1}\sin\frac{\pi}{2N}\cos\theta\frac{\sin(N\psi/2)}{\sin(\psi/2)} \tag{6-31}$$

其中

$$\psi=\beta S(\cos\theta-1)-2\pi-\frac{\pi}{N} \tag{6-32}$$

该方向图表示式适用于 E_θ 和 E_ϕ 二者。

当然，轴向模螺旋线的电性能受其结构参数值的影响。螺旋线在很宽的螺距角内的工作情况良好，但在 $12°<\alpha<14°$ 时最优，则螺旋线常常以13°构建。圈数增加，增益也增加，极化轴比则减小。由 Kraus 最初基于大批测量数据提出[8]的，后来由 King 和 Wong[11]修正的一系列经验公式，从螺旋线的几何结构估计了其电性能。这里给出的近似公式就是基于这些结果的，对设计 $3/4<C/\lambda<4/3$，$12°<\alpha<15°$ 和 $N>3$ 的轴向模螺旋天线很有用。

以度表示的半功率束宽为

$$\mathrm{HP}=\frac{65°}{\frac{C}{\lambda}\sqrt{N\frac{S}{\lambda}}} \tag{6-33}$$

由于主瓣近乎对称，上式适用于任何平面。由式(7-95)可得出增益公式为

$$G=\frac{26\,000}{\mathrm{HP}^2}=6.2\left(\frac{C}{\lambda}\right)^2N\frac{S}{\lambda} \tag{6-34}$$

237

此公式指出，增益正比于 f^3。实验表明，当 $N\approx10$ 时精度最高[11]。基于式(6-34)的增益值随圈数而呈线性增加，且 N 增加一倍，增益增加3dB。此结果有点乐观。虽然式(6-34)指出，增益强烈依赖于周长，但必须记住，螺旋线结构要保持 $C\sim\lambda$。实验表明增益的峰值出现在 $C\approx1.1\lambda$[11]时。

轴比的经典公式是[8]

$$|\mathrm{AR}|=\frac{2N+1}{2N} \tag{6-35}$$

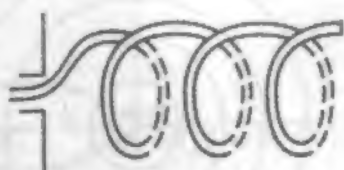
它指出圆极化的品质随圈数而增加。此公式最多只是个近似。对 $0.8<C/\lambda<1.2$，根据(6-35)，相当于 $N>2.5$，测量数据得出 $|\mathrm{AR}|<1.2$[11]。通过在螺旋线末端最后几圈的渐变，可以改善轴比[12]。极化的旋转方向取决于螺旋线绕组的方向，如图6-13所示。一个左(右)手绕组的螺旋线，是左(右)旋极化。

输入阻抗的经典公式是

$$R_A=140\frac{C}{\lambda}\Omega \tag{6-36}$$

由于一个设计合适的螺旋线有近似于纯行波的行为，其输入阻抗是实数值。这个简单公式必须当作是一种近似，因为实际螺旋天线的输入阻抗受馈源细节的影响。不过，

输入阻抗的确在很宽的频带范围内保持实数。



(a) 左手旋转螺旋线



(b) 右手旋转螺旋线

图 6-13 左绕和右绕螺旋。对轴向模，绕组的旋转方向决定了天线极化的旋转方向

当满足方向性增大的条件时，一个轴向模螺旋线的运行良好，并能由前面的经验公式来近似表示。对具有好几圈的螺旋线，这出现在式(6-22)所示的频带内。不过，长螺旋线在高端工作的频率降低，例如对 $N=50$，f_U 相应于 $C\approx\lambda$[10]。

如果螺旋线上只存在纯行波，地面的影响将很小。不过，其他模式的存在，包括反射到馈源的螺旋线终端反射波。这使地面的几何结构变得重要了。一个近似的准则是地面直径至少为 $3\lambda/4$。通常用诸如杯形或锥形地面结构代替大的地面[13]。同轴接头的内导体接触螺旋线，外导体连接地面结构，如图 6-13 所示。通常导体直径的选择应该能提供自行支持所需的刚性。螺旋线绕组导体的直径 d 通常在 0.005λ 和 0.05λ 之间。通过在馈源中加入阻抗变换器，或者通过调节同轴线到螺旋线绕组的位置，来得到 50Ω 输入阻抗。

有许多种螺旋天线。例如，通过逐渐减小螺旋线末端附近的直径使螺旋线渐变，可以改善阻抗、方向图和极化[9,14]。把一个螺旋线共形在球表面而不是共形在柱面，可在牺牲螺旋线带宽情况下获得轻巧的体积[15]。

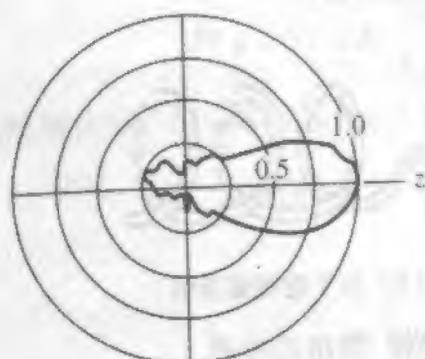
例 6-2 一个 10 圈的轴向模螺旋天线

螺旋天线比较容易构建，且表现出接近于本节给出的简单理论指出的、并将在本例中展示的良好性能。一个中心频率为 8GHz($\lambda=3.75$cm)的 10 圈螺旋线，螺旋线周长 $C=0.92\lambda=3.45$cm。螺旋线的螺距角 $\alpha=13°$。线圈之间间距是 $S=C\tan\alpha=3.45\tan13°=0.796$cm。测得的两个主平面的辐射方向图如图 6-14a 和图 6-14b[10] 所示。这些方向图很相像，且与式(6-31)计算出的方向图 6-14c 也对应良好。测出的方向图的束宽是 44°。为了比较，图 6-14c 计算出的方向图有 HP = 39°，由近似的经验公式(6-34)给出带宽为

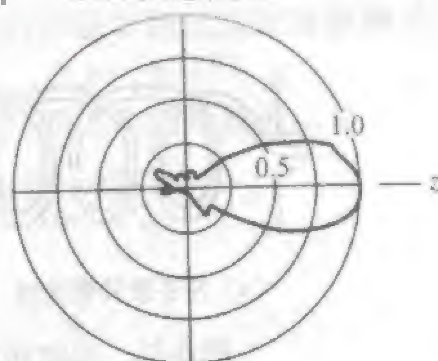
$$\mathrm{HP}=\frac{65°}{\frac{C}{\lambda}\sqrt{N\frac{S}{\lambda}}}=\frac{65°}{0.92\sqrt{10(0.212)}}=48° \tag{6-37}$$

式(6-34)预测的增益是

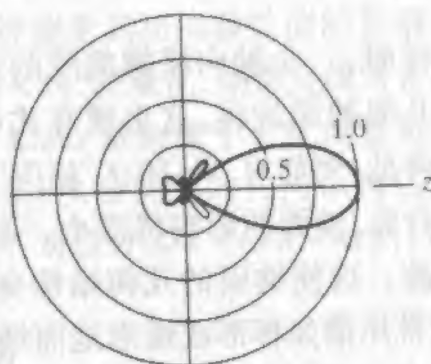
$$G=6.2\left(\frac{C}{\lambda}\right)^2N\frac{S}{\lambda}=6.2(0.92)^2 10(0.212)=11.1=10.5\mathrm{dB} \tag{6-38}$$



(a) 8GHz 时测得的 E_θ 方向图



(b) 8GHz 时测得的 E_ϕ 方向图



(c) 由式(6-31)计算出的方向图

图 6-14　具有 $C=\lambda$ 和 $\alpha=13°$ 的 10 圈轴向模螺旋线的方向图(例 6-2)

6.3 双锥天线

如 5.7 节所指出的，采用较粗的导线，可以扩展一个简单的振子天线的带宽。此概念可扩展到如果导体形成双锥结构，可进一步增加带宽。这时，具有一个固定角度的(该双锥表面)平滑变化的直径取代了固定的导线直径。本节中，首先考虑理想化的双锥天线，接着研究两种实际的形式——有限双锥天线和锥台天线。

6.3.1 无限双锥天线

如果一个天线的两半导体是端对端的无限锥形表面，但在馈点处有一个有限的缝隙，就能得到图 6-15 所示的**无限双锥天线**。由于其结构是无限的，可以作为传输线来分析。在缝隙上施加时变电压，电流将沿导体表面径向地从缝隙向外流出。此电流随之产生一个环形的磁场 H_ϕ。如果假设 TEM 传输线模(所有场对传播方向为横向)，电场将垂直于磁场，为 θ 向。当锥形顶部的电位为正时，底部的电位就为负的，电力线从上锥延伸到下锥如图 6-15 中所示。

在锥间区域，$\boldsymbol{J}=0$，$\boldsymbol{H}=H_\phi\hat{\boldsymbol{\phi}}$，$\boldsymbol{E}=E_\theta\hat{\boldsymbol{\theta}}$。则安培定律知 $\nabla\times\boldsymbol{H}=\mathrm{j}\omega\varepsilon\boldsymbol{E}+\boldsymbol{J}$，简化为

$$\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}(\sin\theta\,H_\phi)=\mathrm{j}\omega\varepsilon E_r=0 \tag{6-39}$$

对 r 分量和对 θ 分量是

$$-\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rH_{\phi}) = \mathrm{j}\omega\varepsilon E_{\theta} \tag{6-40}$$

从式(6-39)看到，$\frac{\partial}{\partial\theta}(\sin\theta H_{\phi}) = 0$，所以

$$H_{\phi} \propto \frac{1}{\sin\theta} \tag{6-41}$$

由于该结构的作用像球面波波导，可以将式(6-41)写成

$$H_{\phi} = H_0 \frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta r}}{4\pi r} \frac{1}{\sin\theta} \tag{6-42}$$

然后，将其代入式(6-40)，得到

$$E_{\theta} = \frac{-1}{\mathrm{j}\omega\varepsilon}\frac{1}{r}\frac{H_0}{4\pi\sin\theta}\frac{\partial}{\partial r}(\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta r}) = \frac{\beta H_0}{\omega\varepsilon}\frac{1}{r}\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta r}}{4\pi}\frac{1}{\sin\theta}$$
$$= \eta H_0 \frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta r}}{4\pi r}\frac{1}{\sin\theta} \tag{6-43}$$

该方程简单地形式就是 $E_{\theta} = \eta H_{\phi}$，这证实了此波是 TEM 波。场分量按 $1/\sin\theta$ 变化，所以辐射场是

$$F(\theta) = \frac{\sin\theta_h}{\sin\theta}, \theta_h < \theta < \pi - \theta_h \tag{6-44}$$

它在导体表面上对最大值的归一化为 1。其方向图如图 6-16 所示。

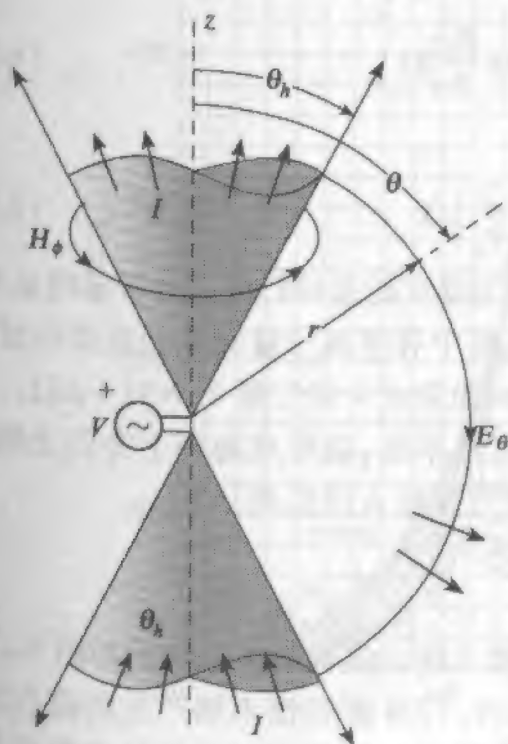


图 6-15 无限双锥天线。给出了场分量和电流

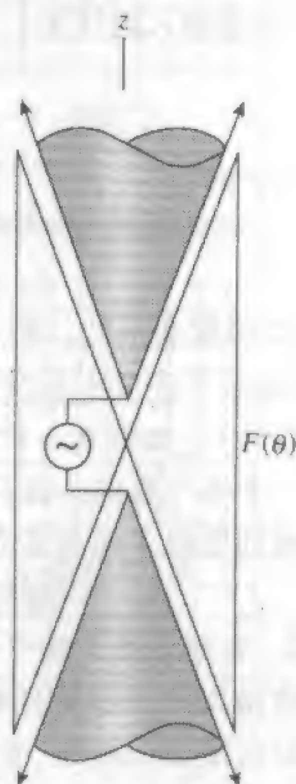


图 6-16 无限双锥天线的辐射方向图

为了确定输入阻抗，应先找出终端电压和电流。参考图6-15，可看到通过沿恒定半径 r 的积分，可以求出电压，它是

$$V(r) = \int_{\theta_h}^{\pi-\theta_h} E_\theta r \mathrm{d}\theta \tag{6-45}$$

由于锥面是等位面，可以沿任何 r 积分。将式(6-43)代入上面式子，得出

$$\begin{aligned} V(r) &= \frac{\eta H_0}{4\pi}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta r}\int_{\theta_h}^{\pi-\theta_h} \frac{\mathrm{d}\theta}{\sin\theta} = \frac{\eta H_0}{4\pi}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta r}\left[\ln\left|\tan\frac{\theta}{2}\right|\right]_{\theta_h}^{\pi-\theta_h} \\ &= \frac{\eta H_0}{2\pi}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta r}\ln\left(\cot\frac{\theta_h}{2}\right) \end{aligned} \tag{6-46}$$

在导体表面上，H_ϕ 的边界条件是 $J_s = H_\phi$。在一个锥上的总电流，可以由电流密度 J_s 沿锥进行积分求出，如图6-15所示，所以

$$I(r) = \int_0^{2\pi} H_\phi r\sin\theta\,\mathrm{d}\phi = 2\pi r H_\phi \sin\theta \tag{6-47}$$

将式(6-42)代入(6-47)得出

$$I(r) = \frac{H_0}{2}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta r} \tag{6-48}$$

由式(6-46)和式(6-48)，在任意点 r 处的特性阻抗是

$$Z_0 = \frac{V(r)}{I(r)} = \frac{\eta}{\pi}\ln\left(\cot\frac{\theta_h}{2}\right) \tag{6-49}$$

由于它不是 r 的函数，所以必然也是输入点处($r=0$)的阻抗。因此，将 $\eta\approx 120\pi$ 代入式(6-49)中，得出输入阻抗为

$$Z_A = Z_0 = 120\ \ln\left(\cot\frac{\theta_h}{2}\right)\Omega \tag{6-50}$$

当 θ_h 小于20°时，

$$Z_A = Z_0 \approx 120\ \ln\left(\frac{2}{\theta_h}\right)\Omega \tag{6-51}$$

其中 θ_h 是以弧度表示的。输入阻抗是实数，是因为存在的是纯行波。由于结构是无限大的，没有出现不连续引起反射而建立的驻波，阻抗中有电抗分量时才会出现驻波(除少数谐振点外)。如果 $\theta_h = 1°$，则 $Z_A = 568 + \mathrm{j}0\Omega$。如果 $\theta_h = 50°$，则 $Z_A = 91 + \mathrm{j}0\Omega$。

如果一个锥一直向外张开成为一个完纯导电地平面，就形成地面上方的无限锥。该无限双锥的单极子模型具有的输入阻抗是无限双锥输入阻抗的一半。

6.3.2　有限双锥天线

通过终结无限双锥的延伸就形成了有限双锥天线。该**有限双锥天线**如图6-17所示。在恰好包围该天线的、半径为 h 的虚构球面内，TEM波和锥末端产生的高次模同时存在。这些高次模主要产生天线的电抗。锥末端引起反射而建立的驻波导致复数的输入阻抗。

42

通过增加图6-17中的 θ_h 角，可在逐渐变宽的带宽内使输入阻抗的电抗部分保持

最小。同时，输入阻抗的实部变得对频率的改变（或改变图 6-17 中的 h）不太敏感。这可以通过分析图 6-18 的锥形单极子的测量数据[3] 加以说明，其中天线阻抗相对于单极子高度 L_h 的值如图所示。这些数据清楚地表明，可以达到宽带天线定义部分所需的 2 : 1 阻抗带宽的要求。这是关于一个天线几何结构中对角度的依赖大于对长度依赖的第一个例子。本章后面考虑的与频率无关的天线将利用这个性质。在许多宽带及与频率无关天线中考虑的另一个性质是，一些重要的尺寸至少为 λ/4。仔细考察图 6-18 显示，阻抗带宽从锥形单极子高度约为 λ/4 开始，一直延伸到超过 λ/2。对小锥角，锥形单极子或有限双锥的方向图类似于同样长度的常规单极子或振子。

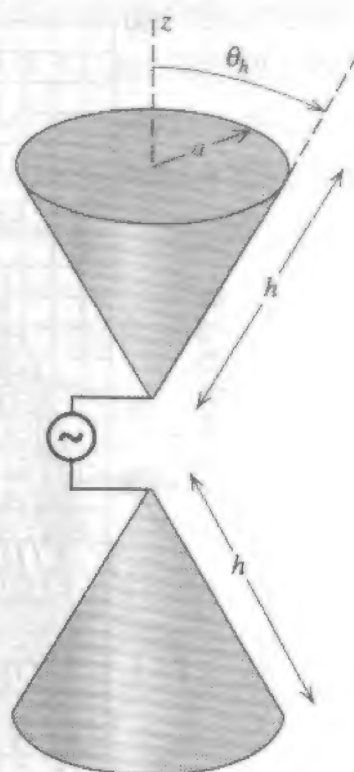
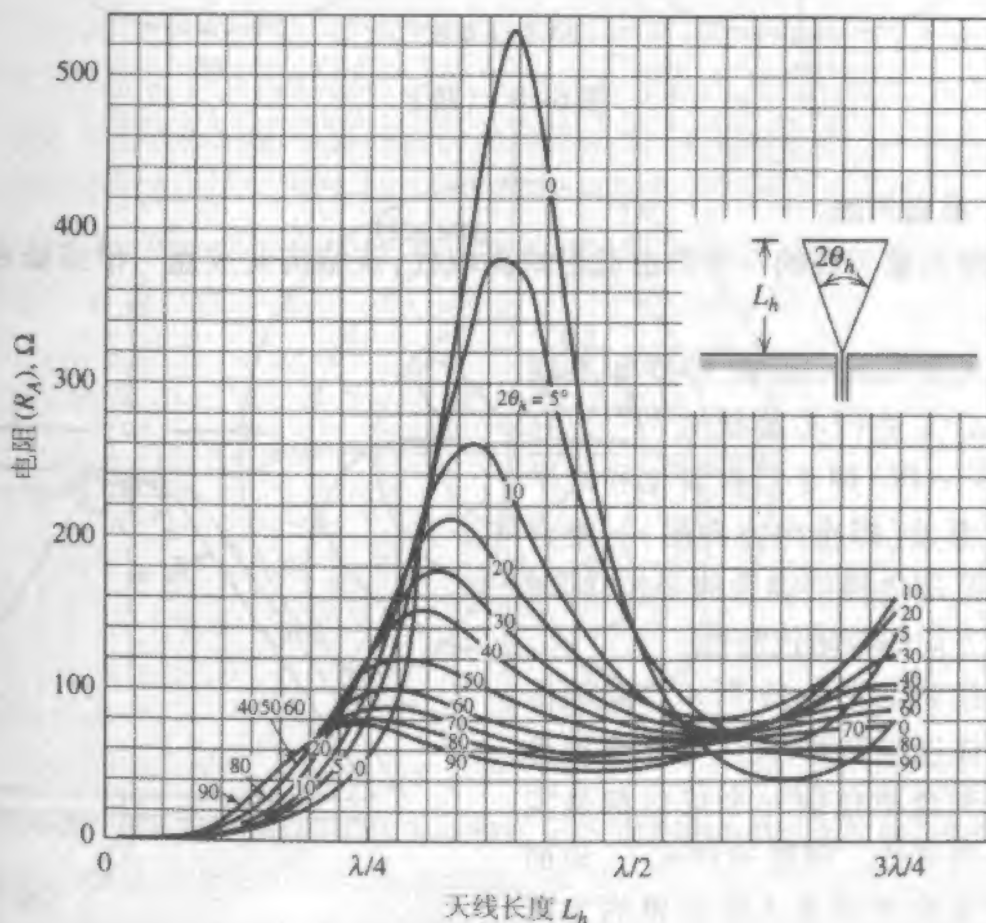


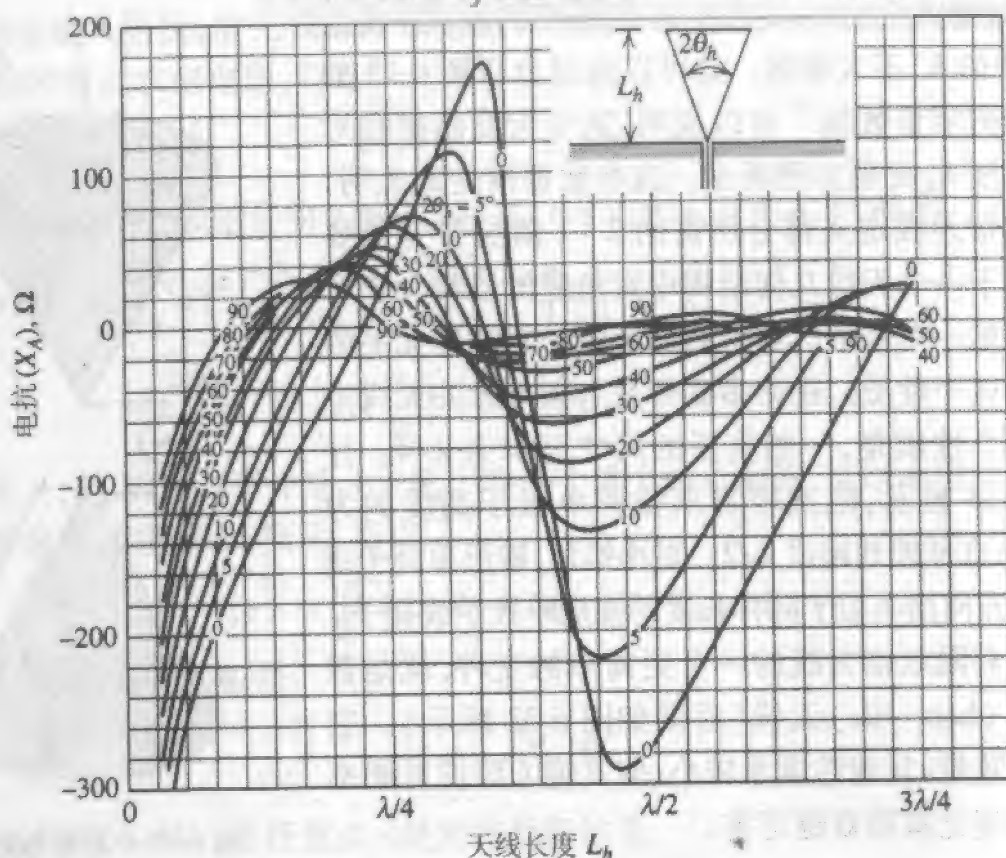
图 6-17　有限双锥天线

相对于有限双锥天线的一个更简单的变种，就是普通的“**蝶形**”（bow - tie）天线（后面如图 6-32 所示）。它提供较小的重量，且建造成本较小，但其输入阻抗对频率改变的敏感度比有限双锥厉害。



(a) 输入电阻

图 6-18　张角 $2\theta_h \leq 90°$ 的锥形单极子，相对于单极子高度 L_h 测得的输入阻抗



(b) 输入电抗

图 6-18　(续)

6.3.3　锥台天线

如果有限双锥天线的一个锥由盘形地面取代，该结构变成盘－锥或锥台天线(见图 6-19)。

锥台天线是 Kandoian 在 1945 年发展的[16]，几年后又进行实验研究[17,18]。它(像竖直振子一样)用于竖直极化和近乎均匀的角向覆盖(即全向方向图)。锥台在宽的频率范围内提供满意的工作，同时保持合理的方向图与阻抗特性。

锥台的结构如图 6-19 所示。同轴传输线的外导体连接到锥，而内导体连接盘形地面。锥和盘中任何一个可以都是实体金属或径向导线。理想的情况下，地面和锥之间的方向图就是无限双锥的方向图。这种全向方向图特别适合于应用广播中。

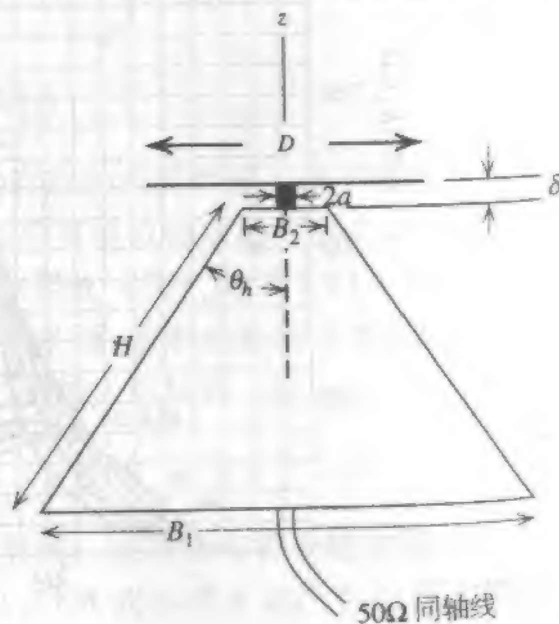


图 6-19　锥台天线。典型尺寸是 $H\approx0.7\lambda$，$B\approx0.6\lambda$，$D\approx0.4\lambda$ 和 $\delta\ll D$

锥台天线可以设计成具有宽带阻抗特性(典型值是 50Ω),同时保持合理的方向图频率特性[18]。典型的中心频率尺寸是 $H=0.7\lambda, B=0.6\lambda, D=0.4\lambda, \theta_h=25°$ 和 $\delta \ll D$。例如,一个具有图 6-20 所示方向图的锥台,中心频率是 1GHz($\lambda=30$cm)。所以,在 1GHz 时,$H=21.3\text{cm}=0.71\lambda, B=19.3\text{cm}=0.64\lambda$,而 $\theta_h \approx \sin^{-1}[(B/2)/H]=27°$。Nail [17]给出最佳设计公式 $D=0.7B$ 和 $\delta=0.3B_2$,且不依赖于 H 和 θ_h。

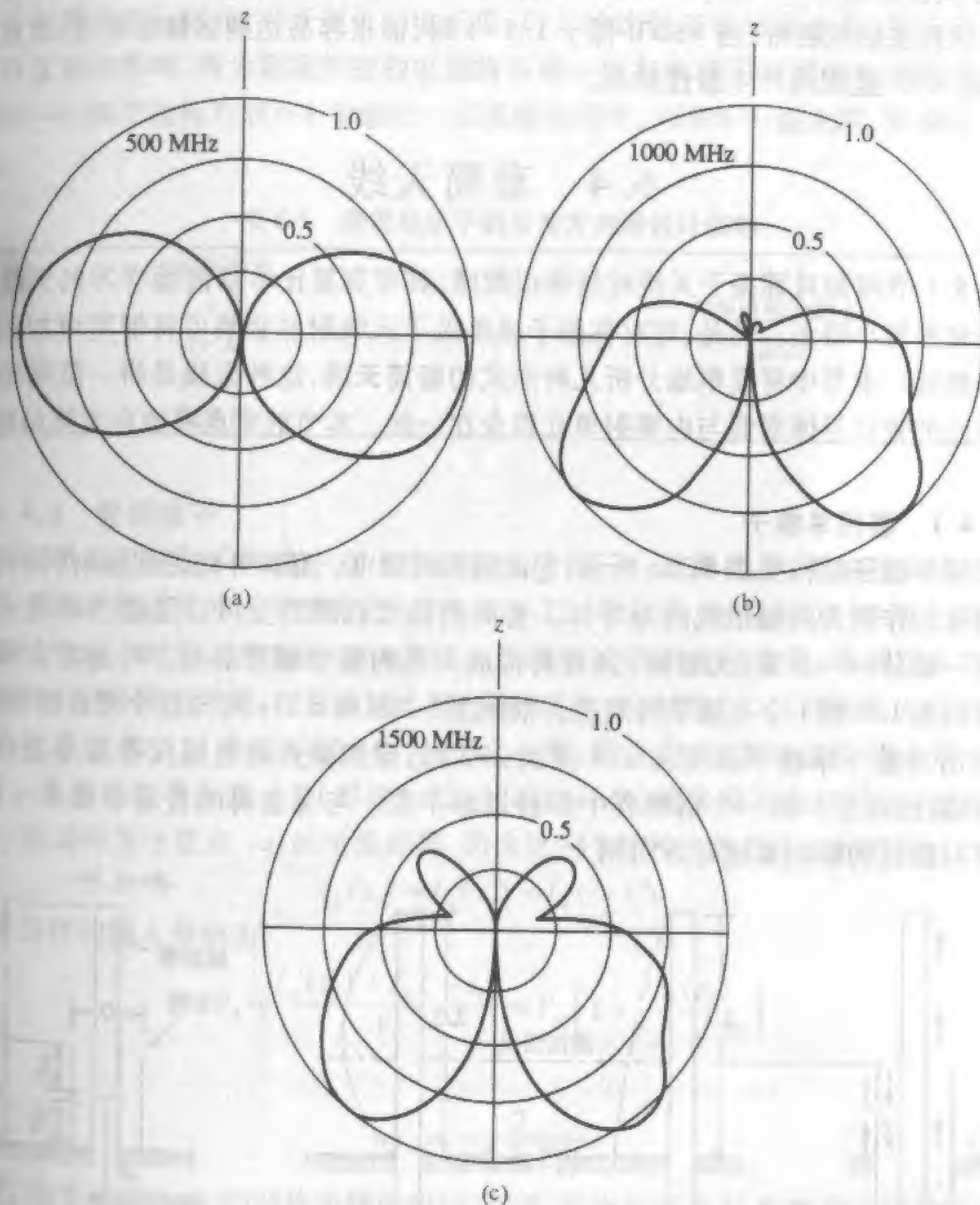


图 6-20 $H=21.3\text{cm}, B_1=19.3\text{cm}$ 和 $\theta_h=25°$ 时测得的锥台天线的方向图

图 6-20 中所示的方向图性具有大于 3:1 的带宽。在低频率,该结构比波长小,其方向图与短振子没有太大差别(见图 6-20a)。当频率增加时,地面电尺寸也增加,方向图也向下半空间压缩(见图 6-20b)。当频率进一步增加,天线的行为接近于无限结构。

例如,在1500MHz时,方向图(图6-20c)非常接近于图6-15中的无限双锥天线的单极子型。对若干盘参数D和锥间距δ作测量后表明,方向图对这些参数不敏感[18]。

Nail的最佳设计公式[17]是适合在天线的最高工作频率处$B_2 \approx \lambda_U/75$和$\delta \ll D$。当在盘和锥裙之间采用N形接头时,对于较大的B_2值和$\delta \approx 0.5B_2$,Nail方程不变[19]。这时,基于实验测量,$\delta = 0.5B_2$,$2a = 0.33B_2$,$D = 0.75B_1$,$L = 1.15\lambda_L$。有报道[19]说,可以容易地达到在倍频程带,当VSWR低于1.5:1时,能很容易达到倍频程带宽,而且可在$45° < 2\theta_h < 75°$范围内产生最佳结果。

6.4 套筒天线

由5.1节可知对称振子天线对频率很敏感,其带宽要比本章前面学习的天线能提供的倍频程要小得多。但是,对对称振子或单极子天线附加套筒可将带宽增加到超过一个倍频程。本节中将简单地分析几种形式的**套筒天线**,这种天线是将一段围绕内部辐射单元的管状导体套筒与内辐射单元组合在一起。本节的重点将放在实际结构上。

6.4.1 套筒单极子

套筒单极子结构如图6-21a所示,它由同轴线馈电。套筒外壁的起辐射元的作用,而其内壁的作用为同轴馈线的外导体。套筒的长度在原则上可以是整个单极子长度的任何一部分——从零(无套筒)到套筒构成天线的整个辐射部分。可是在实际上套筒通常约为1/3到1/2单极子的高度。根据图6-21b和6-21c可知这个理由很明显,图中表示出当整个单极子高度从$\lambda/4$变到$\lambda/2$时,虚拟馈点的电流仅有微小变化。这样,天线阻抗在至少在一个倍频程中保持近似不变。与无套筒的普通单极子一样,天线尺寸对阻抗的影响要比对方向图大。

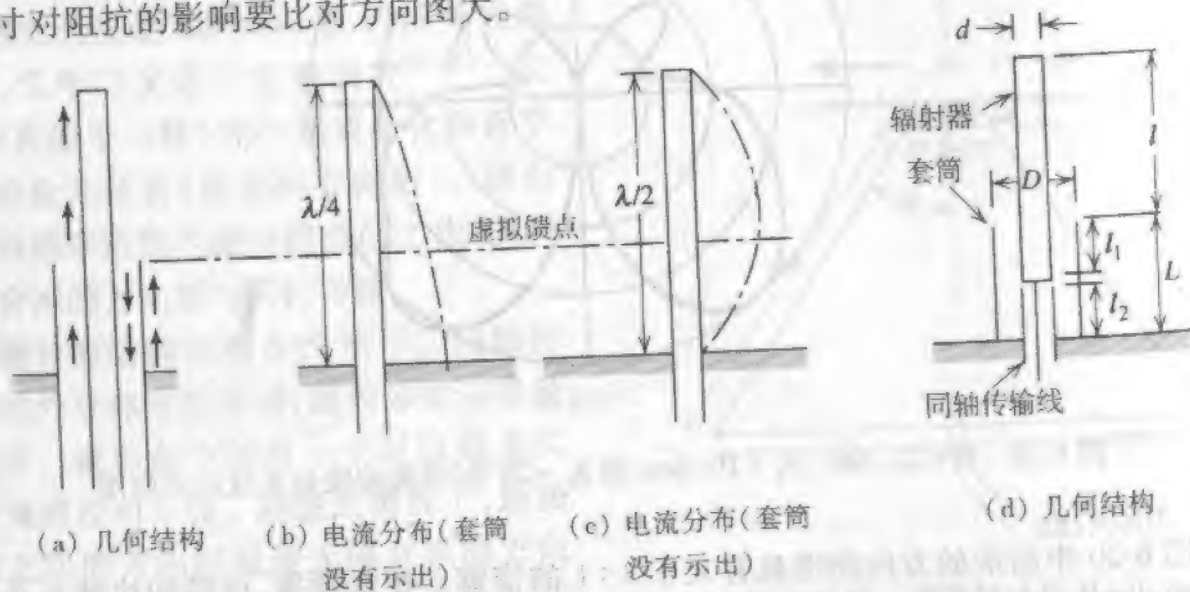


图6-21 套筒单极子结构:在(a)的箭头指出当$l + L \leqslant \lambda/2$时的极性。在中心导体不同的电流分布在(b)和(c)示出

考虑图 6-21d，套筒单极子天线的第一个谐振发生在单极子长度 $l + L$ 近似为 $\lambda/4$ 的频率上。设计通过将此第一个谐振定为接近频带的低端来进行，因此确定了整个物理长度 $l + L$。余下的设计变量 l/L 是已通过实验发现的，其值等于 2.25 在大于4 : 1 频段产生最佳（相对频率近乎不变）的辐射方向图[20]。l/L 的值对 $l + L \leqslant \lambda/2$ 的影响很小，因为在套筒外壁的电流将具有与单极子本身的顶部电流近似的相位，如图 6-21a 的箭头所指示的。可是，对于更长的电长度，l/L 的比值变得非常重要，对于辐射方向图具有显著的影响，因为套筒外壁的电流将不再一定与单极子顶部的电流同相。优化性能的一些典型指标在表 6-1 中给出。在某些应用中，VSWR 可能太高，需要加入匹配网络。

表 6-1　套筒单极子的最佳方向图设计指标

方向图带宽	4 : 1
$l + L$	在频段低端的 $\lambda/4$
l/L	2.25
D/d	3.0
VSWR	小于 8 : 1

6.4.2　套筒振子

套筒单极子在振子天线中有一个对应的结构——**套筒振子**，其如图 6-22a 所示。套筒振子的近似阻抗分析可根据图 6-22b 和 6-22c 来分析，在图 6-22b 中图 6-22a 的双线激励结构由一对非对称激励结构替代。忽略较长臂的直径变化，得到图 6-22c。根据图 6-22c 中的两个结构，在套筒输入端（虚拟馈点）的电流 $I_A(z_f)$ 可近似为在点 $z = z_f$ 的两个电流之和。对于图 6-22c 中左边的一半，在非对称结构虚拟馈点的电流为 $I_{as}(z_f)$。由套筒振子下面一半（即图 6-22c 的右边一半）的激励而在相同点引起的电流与点 z_f 激励时发生在点 $-z_f$ 的电流相同，因为这两个结构在物理上是相等的。这样，

$$I_A(z_f) \approx I_{as}(z_f) + I_{as}(-z_f) \tag{6-52}$$

于是对套筒的输入导纳为

$$Y_A \approx \frac{I_{as}(z_f) + I_{as}(-z_f)}{V_A} \approx Y_{as}\left[1 + \frac{I_{as}(z_f)}{I_{as}(-z_f)}\right] \tag{6-53}$$

式中

$$Y_{as} \approx \frac{2}{(Z_1 + Z_2)} \tag{6-54}$$

式中 Z_1 是半长度为 L_1 的对称天线的阻抗，而 Z_2 是半长度为 L_2 的对称天线的阻抗[21]。公式(6-54)对估计非对称振子阻抗是有用的，如习题 5.1.4。

图 6-22a 的套筒振子可用**开放型套筒振子**来近似，在这种天线结构中，靠近驱动单元两边的两根导线替代了管状套筒，如图 6-23 所示。这两根寄生振子（模拟套筒）的长度近似为中馈振子的一半。现在将从实验的观点来描述工作在平面反射器、或接地平面前的开放型套筒振子[22]。此结果也可用于无平面反射器存在的套筒振子。

(a) 套筒振子　(b) 中间形态等效模型　(c) 最终等效模型

图6-22　套筒振子的结构和近似的等效模型[21]

图6-23　示出了正视、俯视和侧视图的带平滑反射器的开口套筒振子天线

此天线设计为用于225MHz～400MHz频段。在400MHz时振子到反射器的间距 S_d 选择为0.29λ，以避免大间距时的辐射方向图失真。设计开放型套筒振子所需的所有尺寸在表6-2给出。这些设计值在宽频范围产生低的 *VSWR*。在图6-24中这通过比较

传统(无套筒)振子和直径 D 为 2.9cm 的开放型套筒振子的 *VSWR* 特性来说明。虽然这些结果不代表开放型套筒天线完整的设计数据,但它们确实在设计反射器存在或不存在时的开放型套筒振子中起到了起点作用。

表 6-2 最低 *VSWR* 的带有反射器的开放型套筒振子的电尺寸

参数(见图 6-23)	在最低频率的电尺寸(225 MHz)	在最高频率的电尺寸(400MHz)
D	0.026λ	0.047λ
H	0.385λ	0.684λ
L	0.216λ	0.385λ
S	0.0381λ	0.0677λ
S_d	0.163λ	0.29λ

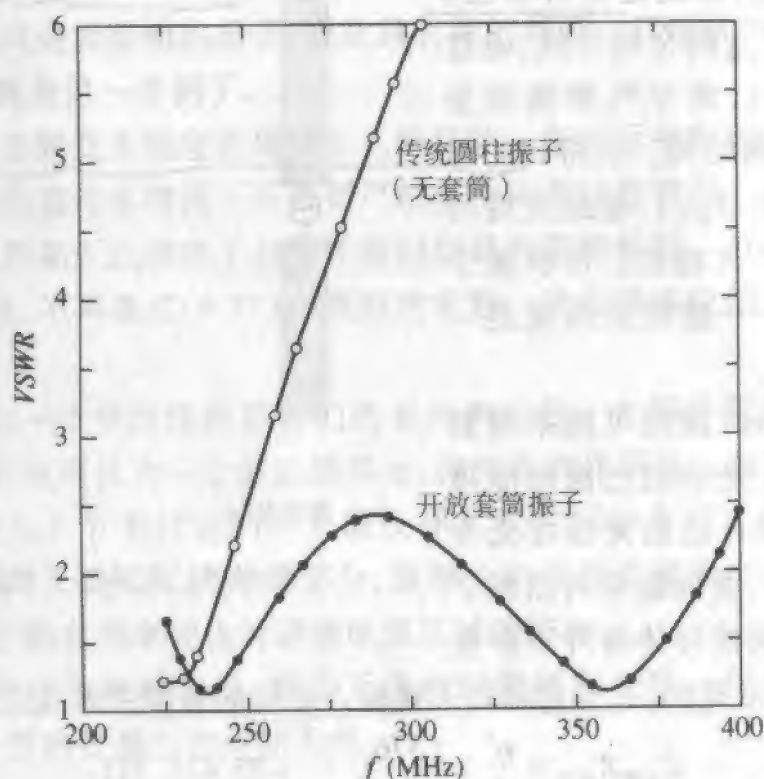


图 6-24 传统(无套筒)圆柱振子与开放型套筒振子的 *VSWR* 之间的比较,两种振子的直径 D 都为 2.9cm[22]

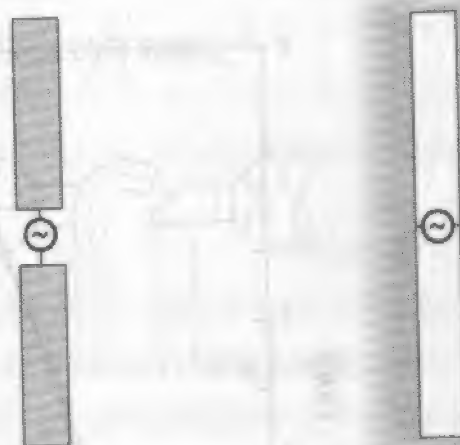
6.5 非频变天线的原理

下一章将讨论具有 2 : 1 或更高的带宽能力,但其主波束随频率增加而变窄的口径天线。常希望天线方向图在一个很宽的频带保持不变。具有 10 : 1 或更宽带宽的天线称为**非频变天线**。最纯的非频变天线具有不随频率变化的方向图、阻抗、极化和相位

中心。几乎没有天线能满足这些标准。轴向模螺旋天线在约为2:1的频带范围有不变的阻抗和相位中心位置，但其主波束随频率增加而变窄。本章讨论非频变天线原理，在下面两节中介绍具有10:1带宽的天线。

双锥天线代表非频变性能天线的出现。由6.3节知道无限长双锥天线的输入阻抗和方向图不随频率变化。这正好是希望得到的性能。双锥结构的非频变特性是着重于角度，而完全避免了有限长度。这可以通过以下事实来验证，当双锥被截断而形成一个如图6-17的有限长度的双锥天线时，它的带宽就变得有限了。当然，一般说来如果天线上不存在有限长度，其结构就得是无限的了。Rumsey[23]注意到在实际中可通过使有限的长度效应最小化及角度依赖性最大化来设计非频变天线。角度条件的概念已用来产生了一系列非频变天线。

除角度条件外还有另外一种特性可导致非频变性能，那就是自补特性。考虑输入阻抗为$Z_{金属}$的金属天线，通过将金属替换成空气，将空气替换成金属，可形成一个对偶结构。所得到的辅助天线有输入阻抗$Z_{空气}$。辅助天线与照片中的正片和负片相似。带状振子和它的互补天线——缝隙天线就是一例，如图6-25所示。



(a) 带状振子　　(b) 缝隙天线

图6-25　互补振子和缝隙天线

巴比涅(Babinet)原理可用来得到辅助天线的阻抗。光学的巴比涅原理说明在辅助导体薄片后的光源在无光源的一边产生亮区，叠加起来时出现了一个完整的亮区，就像导体薄片不存在一样。将其推广到电磁场，可得到辅助天线输入阻抗的重要关系式[24, p.16]：

$$Z_{金属}Z_{空气}=\frac{\eta^2}{4}=\frac{(376.7)^2}{4}=35\,475.7\Omega \tag{6-55}$$

这是假定不存在电介质或磁介质的情况，如果存在，必须用合适的η值来替代自由空间的η值。如果图6-25a中的振子天线通过将其长度减小为略小于半波长，它将处于谐振状态，其阻抗为$Z_{金属}=Z_{振子}=70\Omega$。于是根据式(6-55)，图6-25b中的缝隙天线阻抗$Z_{空气}$为

$$Z_{缝隙}=\frac{\eta^2}{4Z_{振子}}=\frac{35\,475.7}{4\times70}=506.8\Omega\quad 半波缝隙天线 \tag{6-56}$$

习题6.5.2提到了缝隙天线是理想偶极子的辅助形式。

两个辅助天线阻抗的乘积为常数$\eta^2/4$。如果天线是自己的互补，则可获得非频变特性。这就是自补特性，具有自补特性的天线和它的辅助天线是相同的。自补结构可通过平移和(或)旋转手段精确覆盖它的互补结构来实现。阻抗值可直接从式(6-56)

得出,如 Mushiake

$$Z_{金属} = Z_{空气} = \frac{\eta}{2} = 188.5\Omega \qquad 自补天线 \qquad (6\text{-}57)$$

式(6-57)的非频变阻抗是非频变天线的第二个设计原理,即自补天线易于非频变。但是,也已发现许多有随频率的变化而阻抗变化很小的非自补天线。

在本章的天线学习中已产生了几个可能得到宽带性能的特征。在转移到以下几节能产生极宽频带的天线类型的研究之前,先对这些特征进行一下小结。产生宽带性能的特征有:

(1)突出角度而不是长度。例如6.2节的螺旋线天线和6.6节的螺旋天线,它们都避免了固定的长度单元而产生了宽频带。

(2)自补结构。图6-27的等角螺旋天线是一个例子。

(3)粗导体——"越粗越好"。增加谐振式天线如振子天线的线径,可增加其带宽,见图5-7。双锥天线是无限粗的振子,因此具有宽的频带。双锥天线也满足角度条件。图6-32的蝶型天线是另一个例子。

理想情况下,非频变天线应表现以上三种特性。在实际中发现成功的宽带设计是突出这些特征的,但在许多情况下不需要严格坚持所有这些特征。例如,将要在6.7节中看到,某些对数周期天线偏离了自补原理但仍具有宽带特性。通常这样做的损失是阻抗将随频率变化,不再是式(6-57)所预测的常数。这在很多应用中可能不是一个严重的问题。

非频变天线的一个突出性质是它们的自比例特性。大部分辐射发生在非频变天线的宽度为半波长或周长为一个波长的部分,称为有效作用区。垂直于结构平面的辐射最大,这可以用5.7节中讨论的一个波长环天线相同的方式来解释。当频率下降时,有效作用区移向天线尺度较大的部分,该部分的天线宽度为半波长。角度条件和粗导体特征产生了能在频率变化时调整电流区域的结构。

非频率天线可分为两种类型:螺旋天线和对数周期天线。在下一节讨论螺旋天线,而在接下去一节将处理对数周期天线。

6.6 螺旋天线

螺旋天线以及它们的变形形式通常构筑成严格的或接近自补的结构。这可得到特别宽的频带,高至40:1。等角螺旋天线先发明,因此首先对它进行讨论[25,26]。

6.6.1 等角螺旋天线

图6-26所示的等角螺旋天线由生成公式表示

$$r = r_0 e^{a\phi} \qquad (6\text{-}58)$$

式中为 r_0 为 $\phi = 0$ 时的矢径,而 a 为一个常数,用于控制螺旋的张率。图6-26中的螺

旋是右旋的。左旋螺旋可通过用负的 a 值,或者简单地将图 6-26 的螺旋结构翻转来得
到。用等角螺旋曲线建立的图 6-27 中的天线,称为**平面等角螺旋天线**。对于金属部分
的四条边,它们的每条曲线都具有式(6-58)中的形式。尤其是第一条边正好就是图
6-26的曲线,因此 $r_1 = r_0\,e^{a\phi}$。第二条边为相同的螺旋曲线,但转过一个角度 δ,因此为
$r_2 = r_0\,e^{a(\phi-\delta)}$。天线的另外一半具有使结构成对称的边缘,即将螺旋臂旋转半圈后与
另一臂全等。因此,$r_3 = r_0 e^{a(\phi-\pi)}$ 和 $r_4 = r_0\,e^{a(\phi-\pi-\delta)}$。图 6-27 的结构是自补的,因此
$\delta = \pi/2$。也并不一定要用这样的方式来构置,但是在自互补情况下,方向图对称性最好。

平面等角螺旋天线的阻抗,方向图和极化在很宽的频带中保持几乎不变。在中心
处的馈电点总的半径和张率影响了天线的性能。张率 a 通过展开率 ε 表示更方便,它
是螺旋线一圈的半径增长因子:

$$\varepsilon = \frac{r(\phi+2\pi)}{r(\phi)} = \frac{r_0 e^{a(\phi+2\pi)}}{r_0 e^{a\phi}} = e^{a2\pi} \tag{6-59}$$

一个典型的 ε 值为4,于是根据式(6-59),$a = 0.221$。工作频带的上限频率 f_U 由馈电
结构决定。最小半径 r_0 在展开率 ε 为4时约为 f_U 的四分之一波长[23]。几乎等效的判
据是在馈电区的周长 $2\pi r_0 = \lambda_U = c/f_U$。当然,螺旋在该点终止,连接到馈电传输线。下
限频率通过天线整体半径 R 来限制,使其约为 f_L 的四分之一波长。另一种判据是正好
包含螺旋的圆周长 $C = 2\pi R = \lambda_L$ 可用来限制下限频率。

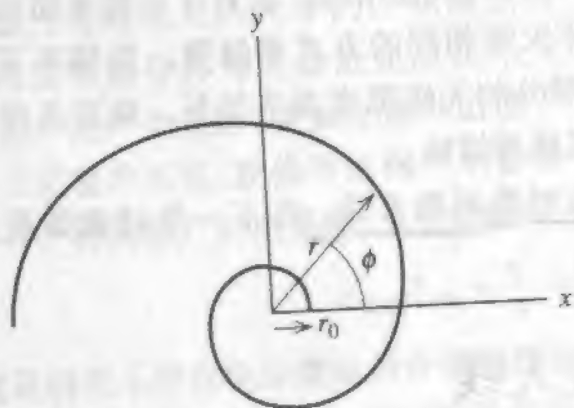


图 6-26 等角螺旋曲线,$r = r_0\,e^{a\phi}$,
$r_0 = 0.311\text{cm}$ 和 $a = 0.221$

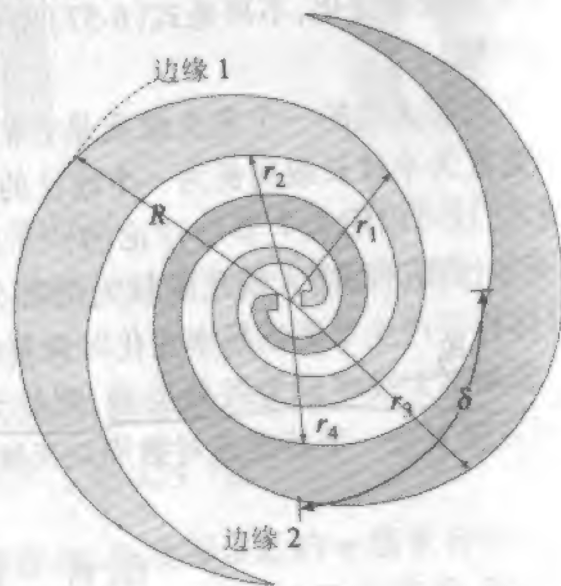


图 6-27 $\delta = 90°$的自补平面螺线天线

已通过实验发现半圈到三圈的螺旋对参数 a 和 δ 相对来说不敏感[25]。一圈半的
螺旋大约为最佳。例如,再次考虑图 6-27 所示的一圈半的螺旋天线,其中 $a = 0.221$。
每条边缘曲线为式(6-59)的形式,因此最大半径为 $R = r(\phi = 3\pi) = r_0 e^{0.221(3\pi)} =$
$8.03r_0$。这等于 $\lambda_L/4$,λ_L 是频带下限频率的波长。在馈电点,$r = r(\phi = 0) = r_0 e^0 = r_0$,

这等于 $\lambda_U/4$，λ_U 是上限频率的波长。于是带宽为 $f_U/f_L=\lambda_L/\lambda_U=\lambda_L/4/\lambda_U/4=8.03$。可是这 8 : 1 的带宽只是典型值，实际可以获得 40 : 1 的带宽。

基于式(6-57)，自补等角螺旋天线的输入阻抗值应当为 188.5 + j0 Ω。实际测量的阻抗值比这低（约 120 + j0Ω），这是由金属的有限厚度以及同轴馈线的存在引起的。该同轴馈线沿一条臂绕向中心处的馈源[25]。这种类型的馈电称为无限平衡转换器。因在同轴线外壁激励起的任何电流从中心馈电点流出，其基本作用类似于在螺旋臂上的电流产生了到达有效作用区的辐射，所以平衡功能要求出现了。为了保持对称性，经常在第二个臂上附加一根模拟同轴线。

自补平面等角螺旋天线的辐射方向图是双向的，且相对于螺旋天线平面有两个宽波束边射。当 z 轴垂直于螺旋天线平面时，场方向图近似为 $\cos\theta$。于是，半功率波束宽度约为 90°。辐射的极化在一个宽角度范围接近圆极化，这个角度范围可从侧面方向直到 70°。极化的方向取决于螺旋张开的方向，例如，例 6 - 27 中的螺旋天线相对于该垂直页面向上的方向辐射右旋方向的波，而相对于垂直页面向下方向辐射左旋方向的波。

6.6.2 阿基米德螺旋天线

平面螺旋天线的另一种形式是如图 6-28 所示的**阿基米德**（Archimedean）**螺旋天线**。如同许多螺旋天线一样，这种天线很容易由应用印制电路技术来制造。图 6-28 中的两个螺旋天线的方程为

$$r=r_0\phi \qquad 和 \qquad r_0(\phi-\pi) \tag{6-60}$$

阿基米德螺线关于角度成线性比例关系，而不是像等角螺旋线那样的成指数关系，因此螺旋线张开慢得多。

阿基米德螺旋天线的简单几何结构提供了解释非频变天线的一个重要工作原理的机会。这就是辐射的“带”描述，它是以参与辐射的有效作用区为特征的。在非频变天线的馈点与有效作用区之间，电流以传输线模存在，其产生的场在远场区相互抵消。有效作用区发生在天线上的某一部分，当天线结构为曲线时其周长为一个波长，当天线是直导线或边缘时其周长为半波长。超出有效作用区的电流很小，因为在有效作用区的辐射已消耗了功率。天线有效地工作，好像它的长度是无限的。当然，有效作用区随频率在天线上移动。由于螺旋线的几何结构是平滑的，当频率下降时有效作用区移向螺旋线的偏外的部分，使电性能保持不变。于是，发生了自比例效应，导致了非频变性能。

现在用图 6-28 来给出有关螺旋天线是如何工作的物理解释。天线两臂在点 F_1 和 F_2 以 180°相位差馈电。图中是以相反方向的电流箭头表示的。1 号臂上的（ - ）电流向内，而 2 号臂的（ + ）电流向外。天线臂外到 A 的长度 F_1A_1 和 F_2A_2 相同，因此从馈点到 A 的相移一样，保持如图 6-28 所示电流的方向。有效作用区的范围是周长为一个波长的区域，包含标记为 A 或 B 的点。可以假定在此区域中的电流幅度近似相等。但

是,随行波沿天线臂前进时发生相移。由于在有效作用区的周长是电大尺寸的,所以必须考虑相位。在 A_1 和 A_1' 之间和 A_2 和 A_2' 之间因 $\lambda/2$ 的路径差会有180°的相移。由于180°的相移再加上半圈引入的相反方向,不同臂上的邻近点(A_1,A_2' 和 A_2,A_1')现在是同相的。另外,与这一对点相对的点即 A_1,A_2' 与 A_2,A_1' 也是同相的。这同相的条件引起在边射方向的电场加强,给出辐射的最大值。在有效作用区以内的区域,沿不同臂到相邻点的电距离不再是电大的了,而保持激励引起的反相条件。这是传输线模,辐射很低。在螺旋天线终端常加以电阻性负载以防止剩余行波的反射。

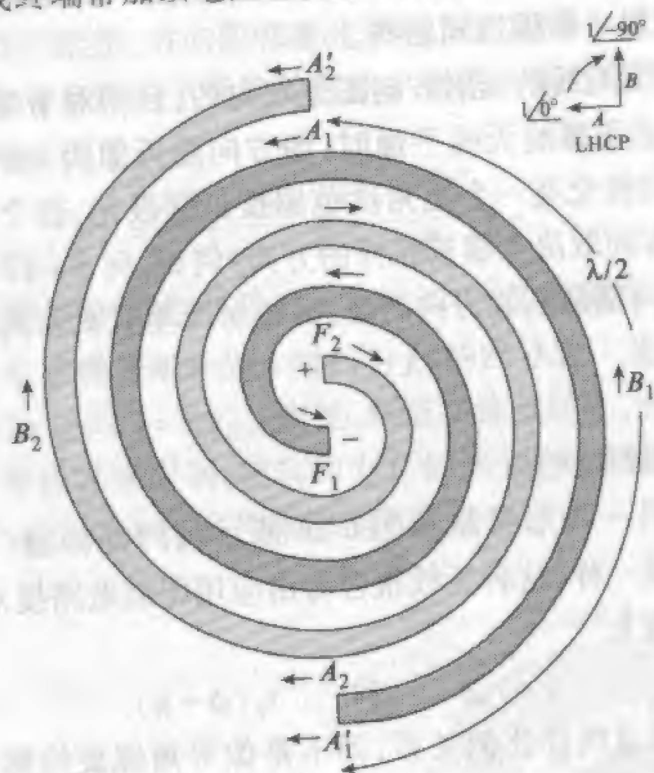


图6-28　阿基米德螺旋天线。在此情况中,外部周长为一个波长,即有效作用区。插图是一个矢量图,示出了外向辐射是左旋圆极化波

需要最后说明的是圆极化特性。在有效作用区,沿螺旋四分之一圈的点有90°的相差。例如,在点 B_1 的相位比点 A_1 滞后90°。另外,这些电流在空间上是正交的。电流的幅度也几乎相等。这样,所有满足圆极化辐射的条件:辐射场(由电流产生)是正交的,幅度相等,相位差为90°。如在图6-28插入的矢量图指出的,波是左旋圆极化的。左旋的方向根据螺旋的左旋绕向得到。这适用于从纸面向外的辐射。从纸面另一面来看,该螺旋天线是右旋绕向的,于是产生右旋极化波(RHCP)。

255

基于上述讨论,很明显螺旋天线产生垂直于螺旋所在平面的宽波束。大多数应用需要一个单方向的波束。这可以通过地面支持的螺旋天线来产生。最通用的结构方法是在螺旋天线后面用一个金属腔体,形成一个**背腔式阿基米德螺旋天线**。由于这引入了一个固定的物理长度(到接地面的距离),因此改变了真正的非频变性能。在大多数商品单元中这个问题是通过在背腔中加载吸收材料以减小谐振影响来解决的,但是

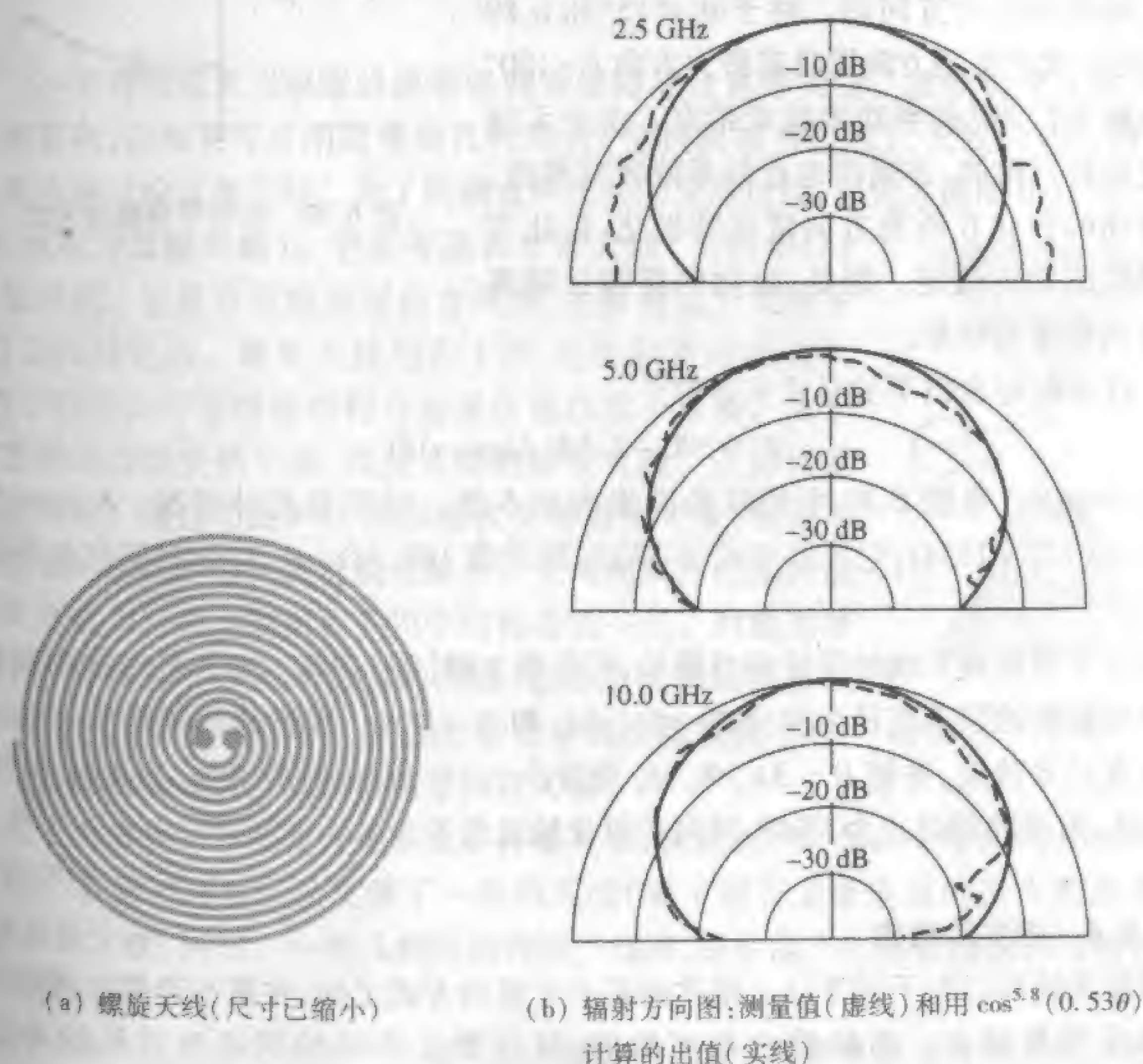
这种方法引起了折 [illegible] 能参数值为 HP = 75°，|AR| = 1dB，G = 5dB，工作频带 10 : 1 或更宽。输入阻抗约为 120Ω，并近似为实数。等角螺旋天线的性能与阿基米德螺旋天线相似。

带宽很宽的天线如螺旋天线是平衡结构。它们通常连接于同轴电缆，而同轴电缆是非平衡结构。因此螺旋天线的馈电必须包括一个巴伦，见 5.3 节有关巴伦原理的讨论。有一种宽带巴伦叫渐削同轴宽带巴伦，它是通过逐渐切削掉同轴电缆的外导体，留下平行导线连接到螺旋天线的两臂而形成的[27]，如图 5-27b 所示。

背腔式阿基米德螺旋天线的方向图可以用以下经验公式[28]来模拟：

$$F(\theta) = \cos^{5.8}(0.53\,\theta) \tag{6-61}$$

该方向图模型的半功率束宽 HP = 74°。图 6-29a 给出了一个直径为 5.4cm 的实验模型。这对应于低端截止频率 $f_L = c/\lambda = c/\pi D = 30/\pi\,5.4 = 1.77$ GHz。对于三个频率：2.5（稍高于截止频率）、5 和 10GHz 的测量方向图如图 6-29b 所示。还画出了式（6-61）的方向图模型。注意该方向图在 4 : 1 的带宽保持近似不变，即非频变天线的特性。在图 9-15 中的待测天线方向图是一个阿基米德螺旋天线的方向图。



（a）螺旋天线（尺寸已缩小）　（b）辐射方向图：测量值（虚线）和用 $\cos^{5.8}(0.53\theta)$ 计算的出值（实线）

图 6-29　4 : 1 带宽的背腔式阿基米德螺旋天线

6.6.3 锥形等角螺旋天线

非平面形式的螺旋天线用于产生单个波束，因此不需要背腔。例如，平面等角螺旋天线共形到圆锥表面形成如图 6-30 所示的**锥形等角螺旋天线**。锥形等角螺旋天线的公式为

$$r = e^{(a\sin\theta_h)\phi} \tag{6-62}$$

平面螺旋是锥形等角螺旋天线的 $\theta_h = 90°$ 的特殊情况。金属螺旋天线一条臂的边缘方程是 r_1 为式(6-62)，而 $r_2 = e^{(a\sin\theta h)(\phi-\delta)}$，对于自补情况 $\delta = \pi/2$。另一条臂通过 180°的旋转产生。对于任何圆锥半张角 θ_h，天线臂边缘保持与径向线的恒定角度 α[23]：

$$a = \cot\alpha \tag{6-63}$$

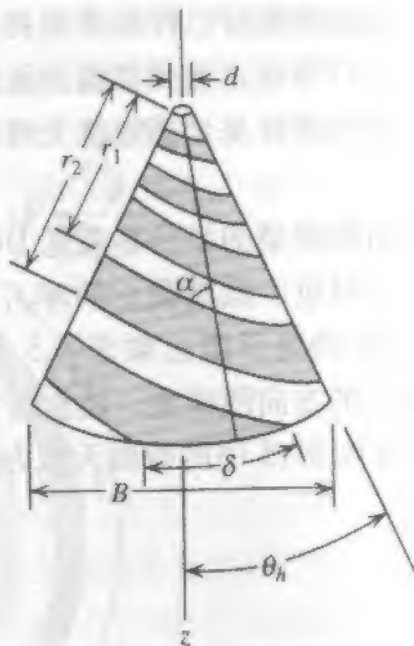


图 6-30 锥形等角螺旋天线

锥形等角螺旋天线具有单一的主波束，其方向为与锥顶相反的方向，即 $-z$ 方向，是自补的形状产生最佳的辐射方向图。对于 $\theta_h \leq 15°$ 和 α 约为 70°的天线的典型方向图具有最大方向 $\theta = 180°$ 的宽主瓣和约 80°的半功率波束带宽。由于天线结构是旋转对称的，方向图也近似是旋转对称的。该旋转场的极化在所有方向接近圆极化，极化方向由螺旋的绕向决定。但是，极化的椭圆性随离开轴线的角度而增加。

天线阻抗可由以下关系式来近似[23]

$$Z_0 \approx 300 - 1.5\delta(\text{degrees})\,\Omega \tag{6-64}$$

式中 δ(degrees) 是图 6-30 中的以角度来表示 δ 值。对于自互补情况。δ 为 90°，根据式(6-61) $Z_0 \approx 165\Omega$，它接近于式(6-57)的理论值 188.5Ω。θ_h 和 α 对阻抗的影响不大。

锥形等角螺旋天线的设计相当简单，可根据文献[29]进行。工作频带的高端频率 f_U 发生在截断的顶点直径为四分之一波长时，即为 $\lambda_U/4$。频带的低端频率 f_L 由天线的基面直径 B 决定，并使 $B = 3\lambda_L/8$。θ_h 通常小于 15°，而 α 约为 70°。当 $\theta_h = 10°$ 和 $\alpha = 73°$时，天线的前后比为 15dB，轴向的极化轴比低于 3dB。

6.6.4 相关的结构

螺旋天线可以与不同于以上描述的基本奇模的方式工作，在基本奇模方式中馈电终端是反相激励的。高阶模也是可能的，其有效工作区的周长为波长的奇数倍(3、5、…)。通过同相激励的天线臂可产生偶模，其在螺旋天线的边射方向辐射为零。这种方向图用于定向应用中[30]。

平面阿基米德天线的方形形式可使天线尺寸减小 22%。其根据是周长从 πD 增加到 $4D$。要了解方形螺旋天线及螺旋天线的其他变化形式可参见文献[31]。

与螺旋天线有联系的宽带天线是**正弦天线**[32]。可从图 6-31 看到，正弦天线比螺旋天线要复杂得多。但是，它可提供更灵活的极化应用。两对相反的天线臂可提供正交线极化。这两对臂可分别用为极化分集或发射接收工作。或者可以将这两对臂的输出组合起来同时产生 LHCP 和 RHCP。这种天线的工作原理与平面螺旋天线非常相似。



图 6-31 正弦天线

6.7 对数周期天线

上一节对螺旋天线原理的说明强调角度将导致宽带天线。虽然螺旋天线的结构不是很复杂，但如果可应用简单的几何形状(包括圆或直边缘)，天线的构造将简化。在本节中将讨论这类天线。为了明确这种想法的发展过程，首先考虑图 6-32 中的**蝶形天线**(也称为**双鳍天线**)。它是有限长双锥天线(见图 6-17)的平面形式。它具有宽波束双向方向图，主瓣垂直于天线平面，且是线极化的。蝶形天线用作 UHF 电视频道的接收天线，在它的后面常用线栅结构与地面连接以减小背瓣。由于电流在鳍的边缘突然中断，因此天线的频带有限。正如将要看到的那样。通过如图 6-33 所示修改简单蝶形天线，电流将随离馈点的距离的增大而更快地减小。引入周期性位置的齿使该天线成为对数周期天线系列中的有名的一员。**对数周期天线**是一种具有下述几何结构的天线，它的阻抗和辐射特性以频率的对数重复。实际上，在工作频带中的变化是微小的，因此对数周期天线通常被认为是非频变天线。

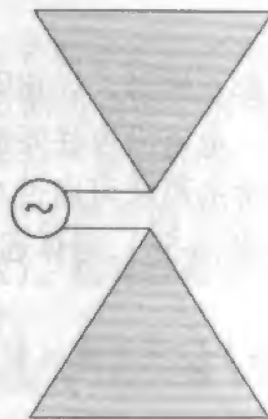


图 6-32 蝶形天线

关于大多数的非频变天线研究工作是在 20 世纪 50 年代和 60 年代的 Illinois 大学进行的[33]。通过许多实验发展了一系列天线(要了解有关该进展的杰出的历史性讨论，请参见文献[34])。一些几何结构得到了检验，那些能产生宽带性能的结构确定了宽带所需的特性。

上一节中已讨论了非频变螺旋天线。在这一节中，将简单叙述对数周期天线系列的发展。对数周期的变化产生了对数周期振子天线，它仅由直导线段组成。

最早的对数周期天线之一是如图 6-33 所示的**齿形对数周期平面天线**。它除了齿

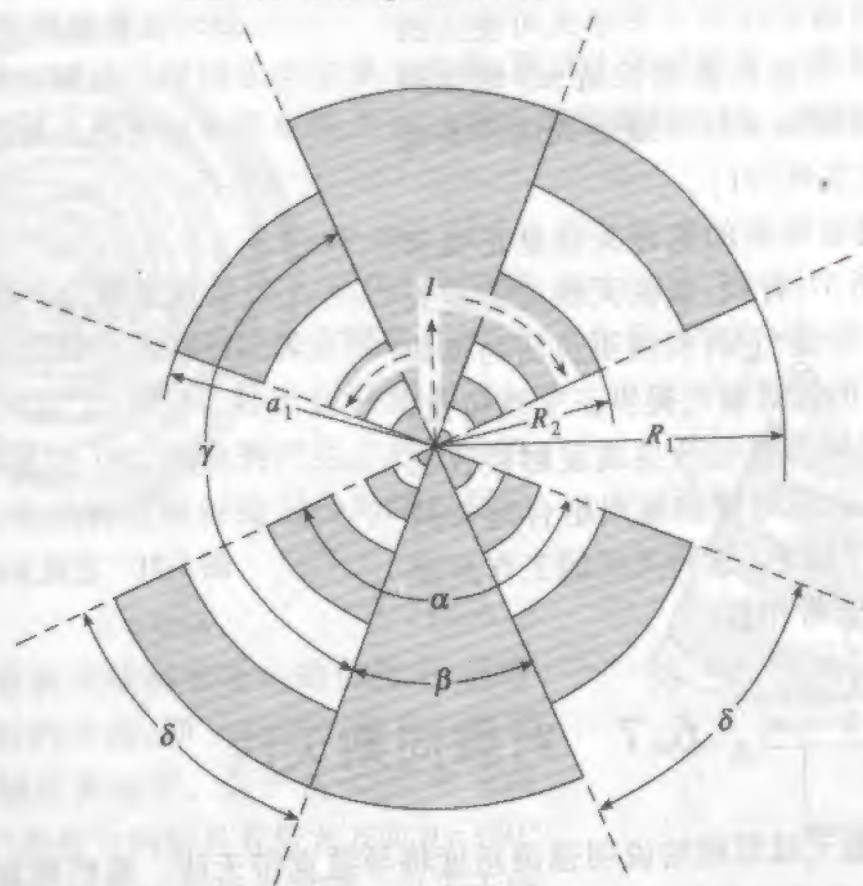


图6-33　齿形对数周期平面天线(自补型)。中心频带的电流仅在上半部分显示了

之外都与蝶形天线相同。如果天线是蝶形类结构,这些齿的作用是对流动的电流进行扰动。电流沿齿往外流,除了在频率的上、下限时,天线端的电流都不大。这种天线的不寻常的形状可通过对平面等角螺旋天线的分析来解释。沿螺旋中心出发的径向线,根据式(6-58),导体远(或近)边缘的位置为

$$r_n = r(\phi + n2\pi) = r_0 e^{a(\phi + n2\pi)} \tag{6-65}$$

第 $n+1$ 位置对第 n 位置的比值为

$$\frac{r_{n+1}}{r_n} = \frac{r_0 e^{a(\phi+(n+1)2\pi)}}{r_0 e^{a(\phi+n2\pi)}} = e^{a2\pi} = \varepsilon \tag{6-66}$$

它是式(6-59)中的展开率。这是一个常数,于是平面螺旋边缘的距离(或周期)是常数比值,由以下比例因子给出:

$$\tau = \frac{R_{n+1}}{R_n} < 1 \tag{6-67}$$

缝隙的宽度由下式表示

$$\sigma = \frac{a_n}{R_n} < 1 \tag{6-68}$$

这些关系对任意 n 都是适用的。参数 τ 给出了结构的周期。于是可期望存在相同周期的周期性方向图和阻抗。也就是说,如果相邻周期的频率 f_{n+1} 和 f_n 将导致相同的性能,

则

$$\frac{f_n}{f_{n+1}} = \tau, \qquad f_n < f_{n+1} \tag{6-69}$$

由式(6-69)可得$f_{n+1} = f_n/\tau$,并对式子两边取对数,有

$$\log f_{n+1} = \log f_n + \log(1/\tau) \tag{6-70}$$

这样,天线的性能是以对数形式为周期的,于是叫做对数周期天线。所有的对数周期天线都有该特性。

如果齿形对数周期平面天线的齿尺寸调整得合适,则可做成自补的结构。从图 6-33 可知在一般情况下(不管是否自补)

$$\gamma + \beta = 180° \text{和} \beta + 2\delta = \alpha \tag{6-71}$$

如果天线结构是自补的(如图所示)

$$\alpha = \gamma \text{和} \beta = \delta \tag{6-72}$$

将式(6-72)代入式(6-71)得到$\alpha + \beta = 180°$和$\beta + 2\beta = \alpha$。求解这两个式子得出

$$\alpha = 135° \text{和} \beta = 45° \tag{6-73}$$

该式用于自补齿形对数周期平面天线。由上一节可知,自补天线是趋向于宽带的,并且其输入阻抗为 188.5Ω。

如果齿宽和间隙相同,$\sigma = a_n/R_n = R_{n+1}/a_n$。应用式(6-67)求解$\sigma$得出

$$\sigma = \sqrt{\tau} \tag{6-74}$$

该关系和自补特性在实际中应用广泛。

齿形对数周期平面天线的特性取决于τ。已从实验得出天线半功率波束宽度随τ的值增加而增加[23],从$\tau = 0.2$的30°增加到$\tau = 0.9$的75°。方向图有两个波瓣,最大值在垂直于天线平面的两个方向。辐射为线极化,极向方向平行于齿的边缘,与无齿($\delta = 0$)的蝶形天线的极化垂直。原因是横向电流相对于径向电流而言明显占主导地位。大部分电流出现在约为四分之一波长的齿上(有效作用区)。这是获得宽带的关键。工作频率的上下限通过最大最小齿为四分之一波长来设置。

齿形对数周期平面天线应当具有式(6-67)给出的(方向图和阻抗)以周期τ重复的性能。天线的自补特性虽然不能使天线非频变地工作,但能使天线在$f_n < f < f_{n+1}$的范围里性能随频率的变化不大。事实上,实验已在超过 10∶1 的带宽上得到了几乎相同的方向图[23]。

26

图 6-34 中的**齿形对数周期楔形天线**是其图 6-33 中平面形式的具有单向辐射的形式,在平面形式中内角ψ为 180°。天线在z方向有单个宽主瓣存在。对$30° < \psi < 60°$,天线方向图几乎为非频变的。天线为线极化,当轴向辐射时其极化为y向,如图 6-34 所示。天线有由辐射电流模引起的小的交叉极化分量(x方向),这与在双锥天线中发现的一样。这个交叉极化分量典型值为比轴向的共极化(y方向)分量低 18dB,表明与非频变性能相关的是横向电流的强激励。楔形形式的带宽与片状形式的相似,输入阻抗随ψ减小而减小。对平面情况($\psi = 180°$),理论上应为 188.5Ω 阻抗的自补天线的

实际阻抗约为165Ω，而对于ψ = 30°的楔形天线形式，其阻抗为70Ω。当ψ减小时，在一个结构周期(频率比τ)的阻抗变化增加。例如当ψ = 60°时相对于几何平均值有3:1的变化发生[23]。

从结构的观点来看，如果能用直边来制造齿形天线那将是所希望的。结构的简化对天线性能影响不大。这是对数周期天线发展的另一个重要的步骤。例如，如果图6-33中的齿形对角周期平面天线的齿边能用直边缘替代，则产生了图6-35的**梯齿形对数周期天线**。这种天线的性能与图6-33中的曲边缘形式相似。**梯齿形对数周期楔形天线**可通过将其平面形式折成楔形来形成，产生一个与图6-34相似的天线。事实上，这两种楔形形式的天线(曲边和梯形)的方向图相似，但梯形形式阻抗性能较好，当ψ = 60°时一个周期的变化仅为1.6:1左右[23]。

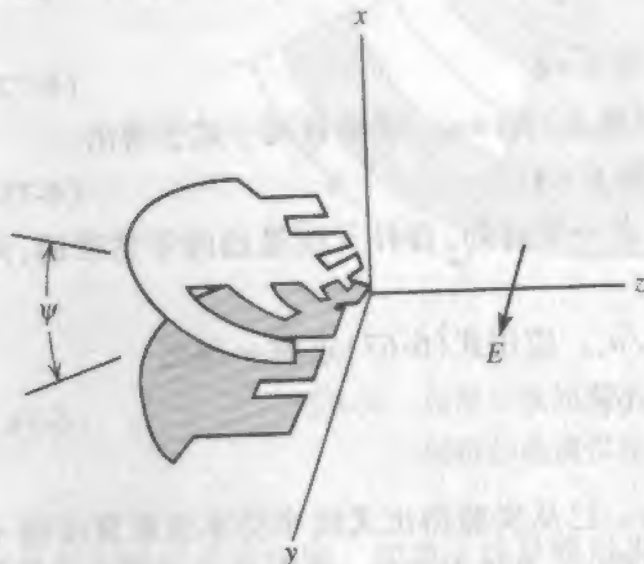
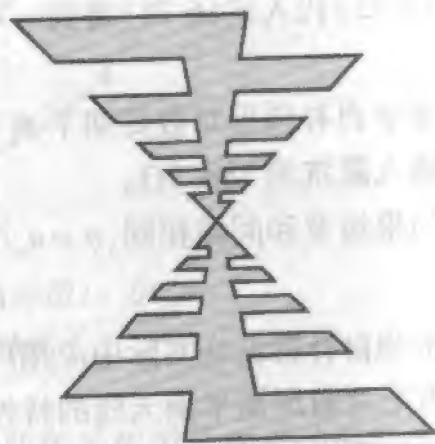


图6-34　齿形对数周期楔形天线


图6-35　梯齿对数周期天线

已描述过的实体金属(或金属片)天线对于短波长情况是实用的，但是在低频时所需的结构可能变得相当不实际。金属片天线可用导线型天线来替代，在导线型天线中细导线做成金属片天线的边缘的形状。这一重要结构简化的例子如图6-36a中所示，它是图6-35中天线的导线形式。这个**梯齿形对数周期天线**也可在顶点弯成楔形以产生单向的方向图。**梯齿形对数周期楔形天线**的性能与它的片状形式相似。对楔角ψ = 45°的天线测量得到E面和H面的半功率束宽为66°，增益为9.2dB和前后比12.3dB。测量的输入阻抗平均值为110Ω，VSWR为1.45的带宽为10:1[35]。与其

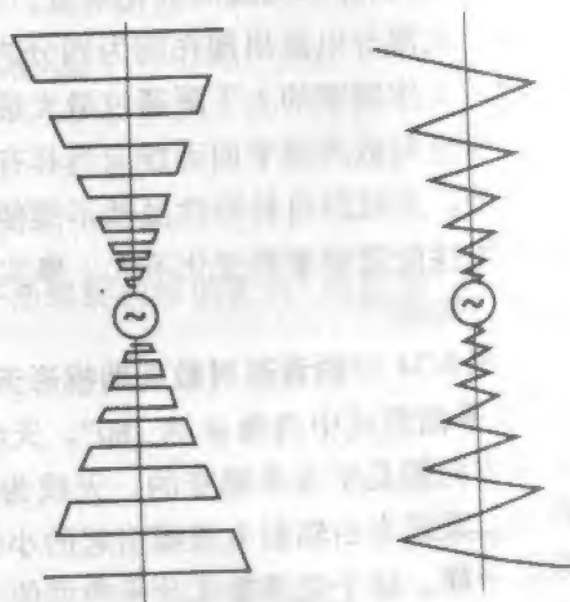

(a) 楔形　　(b) 锯齿形

图6-36　对数周期导线天线的结构

他楔形对数周期天线一样，主瓣最大值在垂直离开顶点的方向上，辐射近似为线极化。

其他甚至更简单的对数周期线天线平面和锲形形状都存在。图 6-36b 的**锯齿形对数周期导线天线**就是一个例子。

在对数周期天线这种变形的最后阶段是仅使用平行导线段。这就是图 6-37 的**对数周期振子阵**[36,37]。对数周期振子阵(LPDA)是一个串联馈电的平行导线振子阵，这些振子在顶点的馈电点向外的长度连续增加。注意相邻单元间的互连馈线的交叉。这可以用以下方式来解释，注意图 6-37 中的 LPDA 与图6-35的梯齿天线自身折叠过来且内角为零时的情形相似。两个中心金属鳍形成平行传输线，齿交替从金属鳍两边伸出。这种交替臂几何结构在所有楔形对数周期天线上都存在。

一个成功构造 LPDA 的方法如图 6-38 所示。同轴传输线穿过一根馈电导管内部，同轴线的外导体与该导管相连接，其内导体与 LPDA 传输线的另一根导体相连。

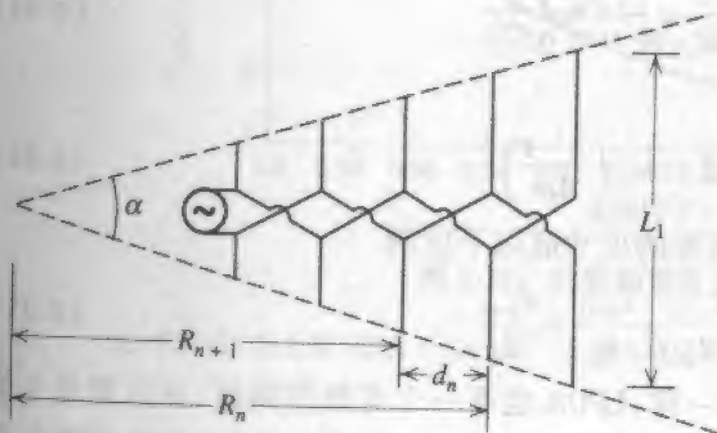


图 6-37 对数周期振子阵的结构

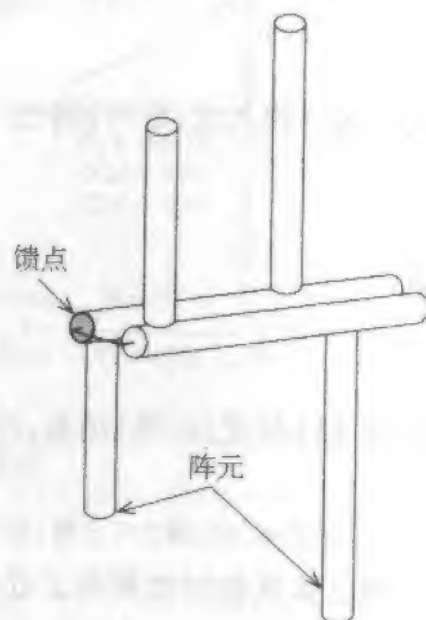


图 6-38 对数周期振子阵的结构细节

如图 6-37 所示，一个围角为 α 的劈约束了振子的长度。LPDA 的比例因子 τ 为

$$\tau=\frac{R_{n+1}}{R_n}<1 \tag{6-75}$$

所围角度为 $\alpha/2$ 的直角三角形揭示了以下关系

$$\tan\frac{\alpha}{2}=\frac{L_n/2}{R_n}=\frac{L_{n+1}/2}{R_{n+1}} \tag{6-76}$$

于是

$$\frac{L_1}{R_1}=\cdots=\frac{L_n}{R_n}=\frac{L_{n+1}}{R_{n+1}}=\cdots=\frac{L_N}{R_N} \tag{6-77}$$

在式(6-75)中应用此结果得出

$$\tau = \frac{R_{n+1}}{R_n} = \frac{L_{n+1}}{L_n} \tag{6-78}$$

4
这样,相继单元位置的比值等于相继振子长度的比值。

LPDA 的间隔因子定义为

$$\sigma = \frac{d_n}{2L_n} \tag{6-79}$$

式中图 6-37 所示的单元间距由式(6-80)给出

$$d_n = R_n - R_{n+1} \tag{6-80}$$

但 $R_{n+1} = \tau R_n$,因此

$$d_n = R_n - \tau R_n = (1-\tau)R_n \tag{6-81}$$

根据式(6-76),$R_n = L_n/2\tan(\alpha/2)$。在式(6-81)中应用此关系得到

$$d_n = (1-\tau)\frac{L_n}{2\tan(\alpha/2)} \tag{6-82}$$

将式(6-82)代入式(6-79)得出

$$\sigma = \frac{d_n}{2L_n} = \frac{1-\tau}{4\tan(\alpha/2)} \tag{6-83}$$

或者

$$\alpha = 2\tan^{-1}\left(\frac{1-\tau}{4\sigma}\right) \tag{6-84}$$

将式(6-83)与式(6-78)结合,注意到所有的尺寸成以下比例

$$\tau = \frac{R_{n+1}}{R_n} = \frac{L_{n+1}}{L_n} = \frac{d_{n+1}}{d_n} \tag{6-85}$$

如已从其他对数周期天线得出的一样,LPDA 也有一个有效作用区,该区里几个接近半波长的振子上的电流比其他辐射元上的电流大得多。可简单地将 LPDA 的工作看成与引向天线是相似的。辐射最强的振子(有最大电流)后面的较长振子的作用类似于反射器,而在其前面的较短振子的作用类似于引向器。于是辐射是在离开天线顶点方向上。包含天线的劈形成一个箭头,指向主波束最大值方向。

当工作频率改变时,有效工作区向天线不同的方向移动。工作频带的上下限近似由最长振子和最短振子为半波谐振的频率确定,即

$$L_1 \approx \frac{\lambda_L}{2} \quad 和 \quad L_N \approx \frac{\lambda_U}{2} \tag{6-86}$$

式中的 λ_L 和 λ_U 为分别对应于下限和上限频率的波长。由于有效作用区不是仅限于一个振子,常在天线阵的两端增加一些振子,以保证整个频带上的合适性能。所需的附加振子的数量是 τ 和 σ 的函数[38,39]。但是对于非关键的应用,式(6-86)已是足够的了。

265

LPDA 的方向图,增益和阻抗取决于设计参数 τ 和 σ。因为 LPDA 是具有结构简单、价格低廉和重量轻等特点的非常流行的宽带天线,下面将给出设计细节,并用例子来说明。增益等值线作为 τ 和 σ 的函数如图 6-39 所示[37]。

注意高的增益需要的 τ 值大，这意味着天线展开得很慢，换句话说是一个整体长度很长的 LPDA。振子粗细对增益的影响是很轻微的。粗细增加一倍，增益增加约 0.2dB[23]。增益还受馈电线阻抗的影响[38]，当馈电线阻抗增加到超过 100Ω 时，增益趋于下降。

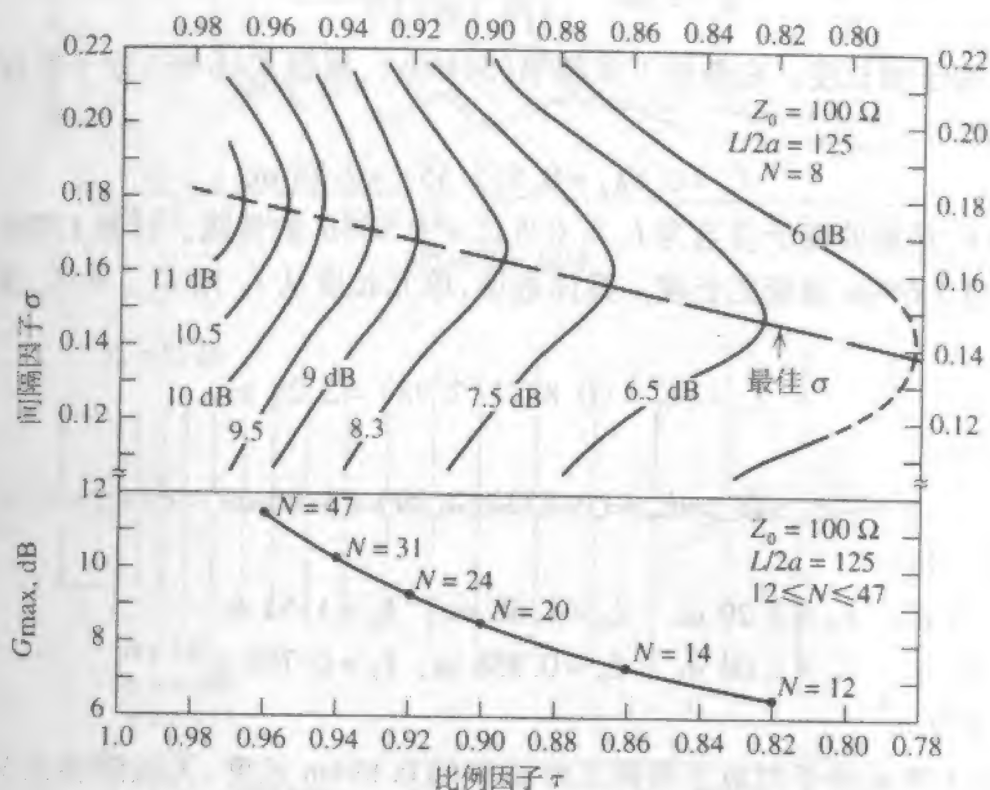


图 6-39 对数周期振子阵的增益

注：等值线（图上部）取自于 Carrel[37]。最大增益曲线（图下部）摘自于文献[38]的数据。

图 6-39 上部给出了 LPDA 的增益随 σ 和 τ 的变化。该曲线是由 Carrel[37] 最初提出曲线的修正版，Carrel 的曲线的增益错误地偏高[38,40,41]。在文献[42]，Carrel 的曲线一律减小 1dB，而在文献[43]则一律减小 1.5dB。根据文献[38,41,42]中的数据，可知 Carrel 的原始曲线对低 τ 值比高 τ 值的时误差更大（对增益）。这样，图 6-39 中的 11dB 和 6dB 的等值线分别比 Carrel 的低 1dB 和 2dB。

图 6-39 的下面部分给出了根据文献[38]中的数据得到的增益曲线，其中振子数 N 从 12 变到 47（不像以上 $N=8$ 的 Carrel 修正等值线）。注意 G_{max} 值比图 6-37 上部的在最佳 σ 线的增益等值线的值大。该 G_{max} 对 τ 的曲线可能代表了 LPDA 增益的上界，实际上可能达到对馈电线阻抗为 100Ω 或更高的值。

对 LPDA 的设计和计算的更详细的介绍可在文献[38～41,43]中找到。另外，LPDA可以用尺寸减缩的形式来构建，或者应用印刷电路技术[46-49]。

例 6-3 54MHz～216MHz 的对数周期振子天线的最佳设计

希望有一个天线可工作于整个 VHF－TV 和 FM 广播频段，这个频带跨越 54MHz～216MHz 的频率范围，且为 4∶1 的带宽。假定所需增益选为 6.5dB。与图6-39相应最佳

设计的 τ 和 σ 值为

$$\tau = 0.822 \quad 和 \quad \sigma = 0.149 \tag{6-87}$$

然后根据式(6-84)，有

$$\alpha = 2\tan^{-1}\left[\frac{1-0.822}{4(0.149)}\right] = 33.3° \tag{6-88}$$

先确定最长振子的长度。在最低工作频率(54MHz)，根据式(6-86)振子长度应近似为半波长，因此

$$L_1 = 0.5\lambda_L = 0.5(5.55) = 2.78 \text{ m} \tag{6-89}$$

在216 MHz时最短的振子应当为 $L_U = 0.5\lambda_U = 0.694\text{m}$ 的量级。计算LPDA单元的长度，直到达到0.694m量级的长度。具体地说，单元长度从 L_1 用 $L_{n+1} = \tau L_n$ 来得到。例如

$$L_2 = \tau L_1 = (0.822)(2.78) = 2.29 \text{ m}$$

和

$$L_3 = \tau L_2 = (0.822)(2.29) = 1.88 \text{ m}$$

完成此过程，得到

$$\begin{aligned} &L_1 = 2.78 \text{ m}, \quad L_2 = 2.29 \text{ m}, \quad L_3 = 1.88 \text{ m}, \quad L_4 = 1.54 \text{ m} \\ &L_5 = 1.27 \text{ m}, \quad L_6 = 1.04 \text{ m} \quad L_7 = 0.858 \text{ m}, \ L_8 = 0.705 \text{ m} \\ &L_9 = 0.579 \text{ m} \end{aligned} \tag{6-90}$$

由于 $L_9 = 0.579$ m 小于对应于最高工作频率的0.694m长度，天线阵会以9个阵元终止。在阵两端可增加单元以改善频带边缘的性能。

此例的阵元间距根据式(6-83)得到

$$d_n = 2\sigma L_n = 2(0.149)L_n = 0.298L_n \tag{6-91}$$

应用式(6-90)中的单元长度，得出

$$\begin{aligned} &d_1 = 0.828 \text{ m}, \quad d_2 = 0.682 \text{ m}, \quad d_3 = 0.560 \text{ m}, \quad d_4 = 0.459 \text{ m} \\ &d_5 = 0.378 \text{ m}, \quad d_6 = 0.310 \text{ m}, \quad d_7 = 0.256 \text{ m}, \quad d_8 = 0.210 \text{ m} \end{aligned} \tag{6-92}$$

这些振子长度和间距完全确定了LPDA，如图6-37所示。整个阵的长度是式(6-92)的间距之和，其长度为3.683m。天线的轮廓对应角度 $\alpha = 33.3°$ 的角扇区。

例6-4　200MHz～600MHz的LPDA的特性

本例分析了作为频率函数的一个LPDA的增益、方向图、阻抗和电流分布。假定天线构建为工作于200MHz～600MHz频带。对于优化性能和9dB增益的设计目标，从图6-39可看到 $\tau = 0.917$ 和 $\sigma = 0.169$。最低工作频率的波长 $\lambda_L = 1.5\text{m}$，因此第一个单元的长度 $L_1 = \lambda_L/2 = 0.75\text{m}$。最短单元的长度应是600 MHz时半波长的量级，因而 $\lambda_U/2 = 0.500\text{m}/2 = 0.250\text{m}$。应用前面一个例子中给出的设计技术，在天线窄端增加4个额外的单元，得到如图6-40所示的18元的LPDA(详细的天线几何结构留下作为一个习题)。

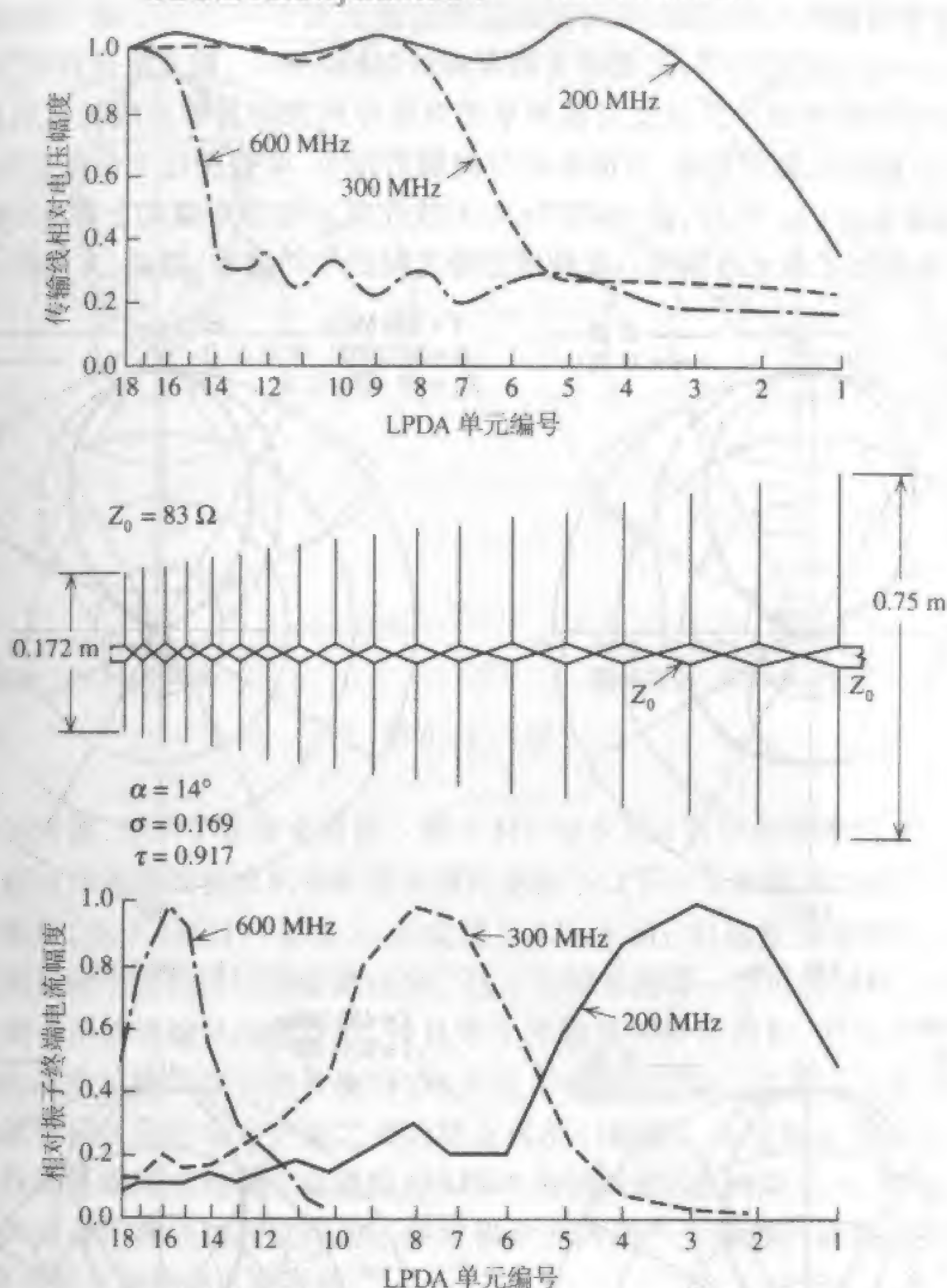
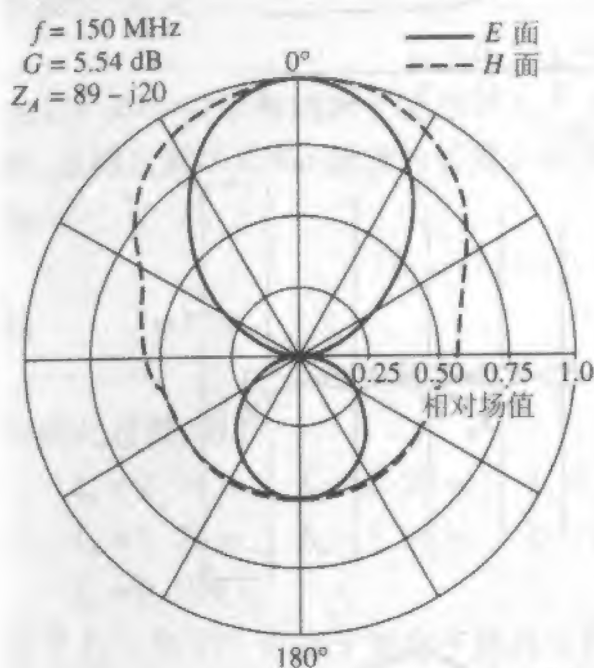


图 6-40 工作于 200MHz ~ 600MHz 的最佳对数周期振子天线(例 6-3)

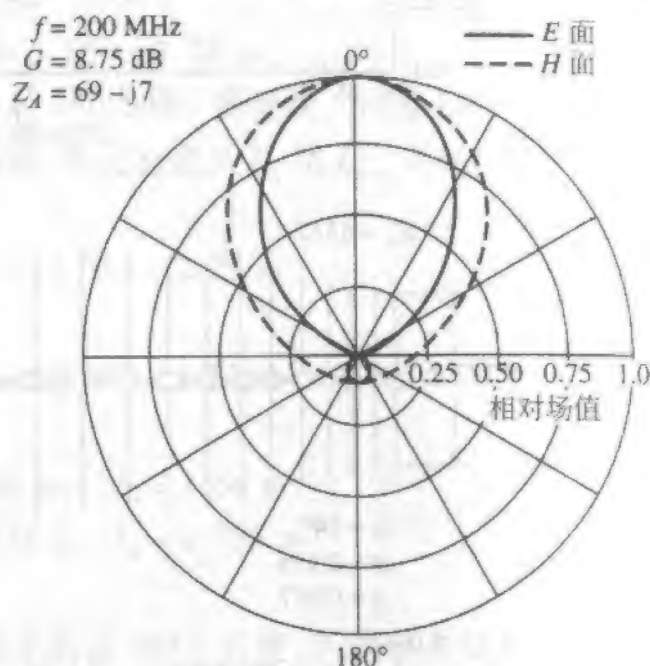
注:(图上部)在 83Ω 的传输线上的电压分布;(图中部)几何结构;(图下部)相对振子终端电流幅度。

图 6-40 的 LPDA 用 10.10.2 节中的计算机技术来模拟,所得到的在两个频带边缘和一个中间频率的振子终端电流如图6-40所示。同时图中还给出了传输线上的电压幅度。这些电流和电压说明了已几次提及的有效作用区。例如,在 200MHz 时,有 3 个振子的电流很强,并且总共有 5 个振子有强的电流。对工作频带中的其他频率也是这样,伴随着有效作用区移到天线上的某个部分,如图 6-40 所示。在频带高端,单元 14 大约为半波波长,额外的 4 个单元支持在 600MHz 的有效作用区。

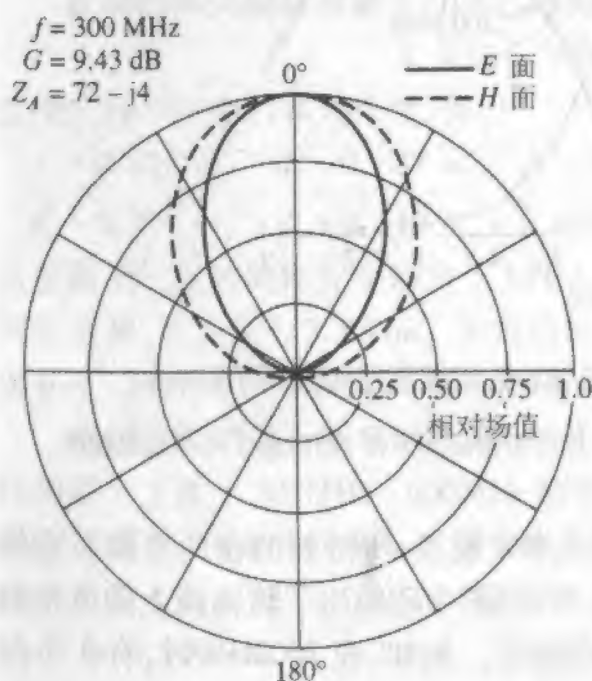
作为频率函数的天线增益、方向图和阻抗性能如图6-41所示。在150MHz时，天线增益比设计值9dB低得多，这是由大的背瓣引起的。而且，输入阻抗有较大的虚部。当然这个较低的性能是由没有支持该频率的有效作用区的足够天线长度引起的。但是在200MHz的较低频带边缘，方向图的背向辐射很小，增益接近于设计目标，输入阻抗值的虚部是较小的。同样，在650MHz时天线性能比频带边缘的上限600MHz时稍差，这是由于增加了单元的原因。在频带边缘之间的中间频率，增益、方向图和阻抗保



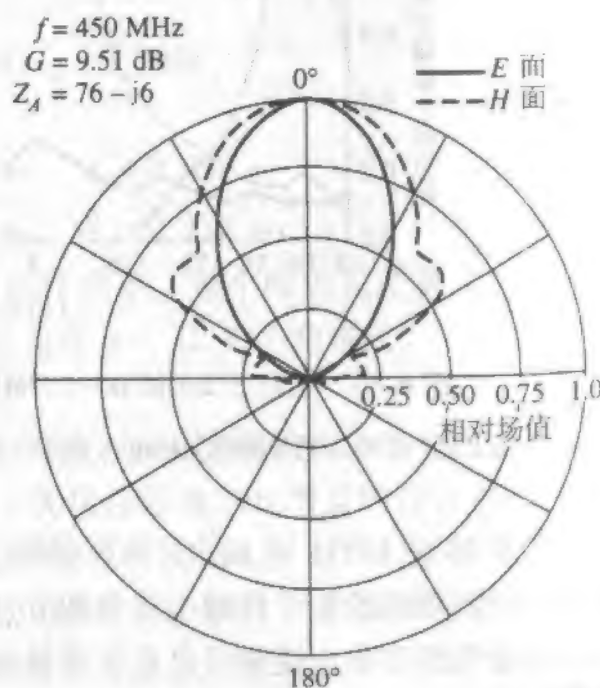
(a) 150 MHz



(b) 200 MHz



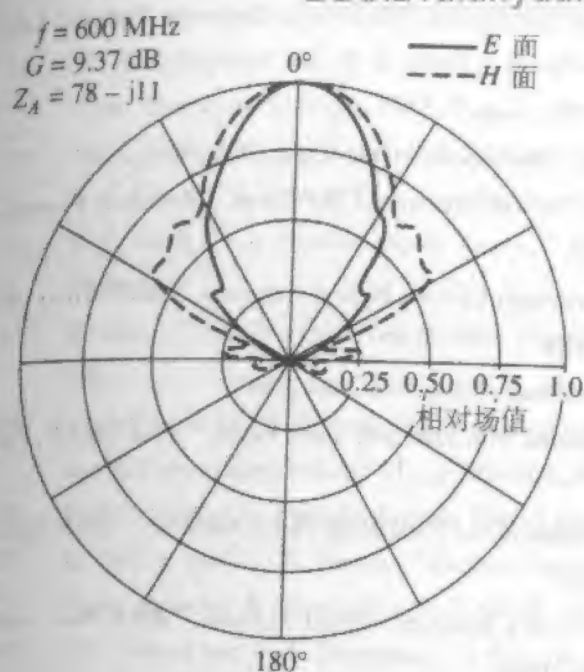
(c) 300 MHz



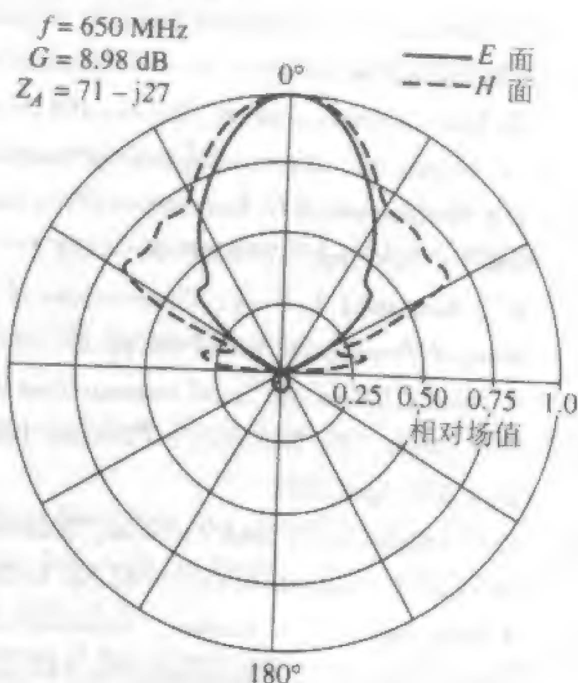
(d) 450 MHz

图6-41　例6-3的对数周期振子天线在几个频率的辐射方向图

注：图中还给出了增益和阻抗值



(e) 600 MHz



(f) 650 MHz

图6-41 （续）

持了合理的常值，显示了非频变性能。图6-41c 和6-41d 是中间频率的典型结果。计算的增益超过由等值线指出的9dB 值的原因是由于以下三个因素的组合：1）用了不同的馈电线阻抗（低于 100Ω）；2）$L/2a$ 的比值与 125 不同；3）这里应用的对 Carrel 的原始等值线增益减小的估计可能略微过分。这三个因素的每一个可能占0.1～0.2dB。

在本例中用的终端是纯阻性的，并且等于传输线的特性阻抗，但也可能使用电抗性终端。应用电抗性终端可能导致 LPDA 产生不希望的谐振，这是由于能量被限制于终端与有效作用区靠终端这一边之间的终止区所引起的。这些高 Q 谐振可通过应用稍带电阻性的终端或应用相对高阻值的 LPDA 传输线阻抗（例如 Z_0 ～ 150Ω）来消除。由于余下的通过传播经过有效作用区并对辐射方向图产生强烈的谐振影响的能量相对很少，这可使有效作用区更有效[49]。

269

参考文献

1. C. H. Walter, *Traveling Wave Antennas*, McGraw-Hill, New York, 1965; Dover, New York, 1970; Peninsula Publishing, Los Altos, CA, 1990, Sec. 8.2.
2. E. A. Wolff, *Antenna Analysis*, Wiley, New York, 1966, Chap. 8.
3. H. Jasik, Ed., *Antenna Engineering Handbook*, McGraw-Hill, New York, 1961, Chap. 6.
4. S. A. Schelkunoff and H. T. Friis, *Antenna Theory and Practice*, Wiley, New York, 1952, Chap. 14.
5. J. D. Kraus, *Antennas*, McGraw-Hill, New York, 1950, Chap. 14.
6. E. K. Miller, et al., "On Increasing the Radiation Efficiency of Beverage-Type Antennas," Lawrence Livermore National Lab, UCRL-52300, July 1977.

7. G. J. Burke, et al., "Computer Modeling of Antennas near the Ground," Lawrence Livermore National Lab, UCID-18626, May 1980.

8. J. D. Kraus, *Antennas*, 2nd ed., McGraw-Hill, New York, 1988, Chap. 7.

9. R. C. Johnson, Ed., *Antenna Engineering Handbook*, 3rd ed., McGraw-Hill, New York, 1993, Chap. 13.

10. T. S. Maclean and R. G. Kouyoumjian, "The Bandwidth of Helical Antennas," *IRE Trans. Antennas & Propagation*, Vol. AP-7, pp. S379-S386, Dec. 1959.

11. H. E. King and J. L. Wong, "Characteristics of 1 to 8 Wavelength Uniform Helical Antennas," *IEEE Trans. Antennas & Propagation*, Vol AP-28, pp. 291-296, March 1980.

12. H. Nakano, *Helical and Spiral Antennas*, Research Studies Press, Wiley, New York, 1987.

13. K. R. Carver, "The Helicone: A Circularly Polarized Antenna with Low Side Lobe Level," *Proc. IEEE*, Vol. 55, p. 559, April 1967.

14. R. G. Vaughan and J. Bach Anderson, "Polarization Properties of the Axial Mode Helix Antenna," *IEEE Trans. Antennas & Propagation*, Vol. AP-33, pp. 10-20, Jan. 1985.

15. A Safaai-Jazi and J. C. Cardoso, "Radiation Characteristics of a Spherical Helical Antenna," *IEEE Proc. —Microwave, Antennas, & Propagation*, Vol. 143, pp. 7-12, Feb. 1996.

16. A. G. Kandoian, "Three New Antenna Types and Their Applications," *Proc. IRE*, Vol. 34, pp. 70W-75W, Feb. 1946.

17. J. J. Nail, "Designing Discone Antennas," *Electronics*, Vol. 26, pp. 167-169, Aug. 1953.

18. T. H. Crowley and W. Marsh, "Discone Type Antennas," Ohio State Research Foundation Tech. Rept. 510-13, June 30, 1954.

19. T. Rappaport, "Discone Design Using Simple *N*-Connector Feed," *IEEE Antennas & Propagation* Newsl., Feb. 1988.

20. A. J. Poggio and P. E. Mayes, "Pattern Bandwidth Optimization of the Sleeve Monopole Antenna," *IEEE Trans. Antennas & Propagation*, Vol. AP-14, pp. 643-645, Sept. 1966.

21. W. L. Weeks, *Antenna Engineering*, McGraw-Hill, New York, 1968, Sec. 4.4.4.

22. H. E. King and J. L. Wong, "An Experimental Study of a Balun-Fed, Open-Sleeve Dipole in Front of a Metallic Reflector," Aerospace Corp. Rept. No. TR-0172 (2158)-2, Feb. 1972.

23. V. Rumsey, *Frequency Independent Antennas*, Academic Press, New York, 1966.

24. Y. Mushiake, *Self-Complementary Antennas*, Springer-Verlag, Berlin, 1996.

25. J. D. Dyson, "The Equiangular Spiral Antenna," *IRE Trans. Antennas & Propagation*, Vol AP-7, pp. 181-187, April 1959.

26. R. C. Johnson, Ed., *Antenna Engineering Handbook*, 3rd. ed. McGraw-Hill, New York, 1993, Chap. 14.

27. J. W. Duncan and V. P. Minerava, "100-1 Bandwidth Balun Transformer," *Proc. IRE*, Vol. 44, pp. 31-35, Jan. 1960.

28. D. G. Shively and W. L. Stutzman, "Wideband Arrays with Variable Element Sizes," *IEE Proc.*, Part H, Vol. 137, pp. 238-240, Aug. 1990.

29. J. D. Dyson, "The Unidirectional Equiangular Spiral Antenna," *IRE Trans. Antennas & Propagation*, Vol. AP-7, pp. 329-334, Oct. 1959.

30. S. E. Lipsky, *Microwave Passive Direction Finding*, Wiley, New York, 1987, Sec. 3.2.

31. H. Nakano, *Helical and Spiral Antennas—A Numerical Approach*, Research Studies Press, Wiley, New York, 1987.

32. T.-T. Chu and H. G. Oltman, "The Sinuous Antenna," *Microwave Syst. News & Communication Technology*,

Vol. 18, pp. 40-48, June 1988.

33. R. H. DuHammel and D. E. Isbell, "Broadband Logarithmically Periodic Antenna Structures," *IRE Intern. Conv. Record*, pp. 119-128, 1957.
34. W. L. Weeks, *Antenna Engineering*, McGraw-Hill, New York, 1968, Sec. 7. 2.
35. R. S. Elliott, "A View of Frequency Independent Antennas," *Microwave. J.*, Vol. 5, pp. 61-68, Dec. 1962.
36. D. E. Isbell, "Log Periodic Dipole Arrays," *IRE Trans. Antennas & Propagation*, Vol. AP-8, pp. 260-267, May 1960.
37. R. Carrel, "The Design of Log-Periodic Dipole Antennas," *IRE Interna. Convention Rec.*, *Part 1*, *pp. 61-75*, *1961*.
38. G. DeVito and G. B. Stracca, "Comments on the Design of Log-Periodic Dipole Antennas," *IEEE Trans. Antennas & Propagation*, Vol. AP-21, pp. 303-308, May 1973.
39. Carl E. Smith, *Log Periodic Antenna Design Handbook*, Smith Electronics, Inc., Cleveland, OH, 1966.
40. G. DeVito and G. B. Stracca, "Further Comments on the Design of Log-Periodic Dipole Antennas," *IEEE Trans. Antennas & Propagation*, Vol. AP-22, pp. 714-718, Sept. 1974.
41. P. C. Butson and G. T. Thompson, "A Note on the Calculation of the Gain of Log-Periodic Dipole Antennas," *IEEE Trans. Antennas & Propagation*, Vol. AP-14, pp. 105-106, Jan. 1976.
42. C. A. Balanis, *Antenna Theory and Analysis*, 2nd ed., Wiley, New York, 1997, p. 561.
43. J. K. Breakall and R. A. R. Solis, "A New Design Method for Low Side Lobe Level Log-Periodic Dipole Antennas," *Appl. Computational Electromagnetics Soc. J.*, Vol. 11, pp. 9-15, Nov. 1996.
44. W. L. Stutzman and G. A. Thiele, *Antenna Theory and Design*, 1st ed., Wiley, New York, 1981, pp. 299-302.
45. M. T. Ma, *Theory and Application of Antenna Arrays*, Wiley, New York, 1974, Chap. 5.
46. D. F. DiFonzo, "Reduced Size Log Periodic Antennas," *Microwave J.*, Vol. 7, pp. 37-42, Dec. 1964.
47. S. C. Kuo, "Size-Reduced Log-Periodic Dipole Array Antenna," *Microwave J.*, Vol. 15, pp. 27-33, Dec. 1972.
48. C. K. Campbell, et al., "Design of a Stripline Log-Periodic Dipole Antenna," *IEEE Trans. Antennas & Propagation*, Vol. AP-25, pp. 718-721, Sept. 1977.
49. C. C. Bantin and K. G. Balmain, "Study of Compressed Log-Periodic Dipole Antennas," *IEEE Trans. Antennas & Propagation*, Vol. AP-18, pp. 195-203, March 1970.

习　题

6.1.1　验证长度为 6λ 的行波长线天线的最大辐射发生在与天线的角度成 20.1°的方向上。

6.1.2　将(6-6)的行波长线天线的近似波束最大角公式与图 6.3 中当 $L/\lambda = 1$、3、6、10 时的值进行比较。

6.1.3　用式(4-8)、(6-5)和(1-30)证明行波长线天线的功率辐射为

$$P = 30I_m^2\left[2.108 + \ln\left(\frac{L}{\lambda}\right) - \mathrm{Ci}(2\beta L) + \frac{\sin(2\beta L)}{2\beta L}\right]$$

6.1.4　用习题 6.1.3 的行波长线天线的辐射功率表达式：

(a) 导出方向性表达式

$$D = \frac{1.69\cot^2\left[\dfrac{1}{2}\cos^{-1}\left(1 - \dfrac{0.371}{L/\lambda}\right)\right]}{2.108 + \ln\left(\dfrac{L}{\lambda}\right) - \mathrm{Ci}(2\beta L) + \dfrac{\sin(2\beta L)}{2\beta L}}$$

(b) 求 $L/\lambda=2$、5、10、20 时的方向性。对这些 L 的值 $\mathrm{Ci}(2\beta L)$ 近似为零。

6.1.5 使用习题 6.1.3 行波长线天线的辐射功率公式：

(a) 找出辐射电阻的表达式。

(b) 计算 $L/\lambda=2$、5、10、20 时的辐射电阻。对这些 L 值 $\mathrm{Ci}(2\beta L)$ 近似为零。

6.1.6 绘制长度为八波长的行波长线天线的线性、极坐标图。

6.1.7 通常，行波长线天线具有电流分布如式

$$I_t(z)=I_m e^{-\alpha z}e^{-j\beta_0 z}$$

式中 α 是代表辐射和欧姆损耗的衰减系数。β_0 是相位常数并与速率因子 $p=v/c$ 相关，表示为 $\beta_0=\beta/p$.

(a) 导出方向图函数

$$F(\theta)=K\sin\theta\frac{\sinh\left[\dfrac{\alpha L}{2}+j\dfrac{\beta L}{2}\left(\dfrac{1}{p}-\cos\theta\right)\right]}{\dfrac{\alpha L}{2}+j\dfrac{\beta L}{2}\left(\dfrac{1}{p}-\cos\theta\right)}$$

(b) 证明当 $\alpha=0, p=1$ 时，上式可简化为(6-5)。

(c) 绘制当 $\alpha=0, L=6\lambda, p=1.0$、0.75、0.5 时的极坐标方向图。

6.1.8 行波 V 形天线

(a) 将零相位的参考点置于图 6-4 中 V 形天线的顶点，推导辐射方向图为如下式

$$F_V(\theta)=K_V[F_1(\theta)-F_2(\theta)]$$

其中

$$F_1(\theta)=e^{j(\beta L/2)[-1+\cos(\theta-\alpha)]}\sin(\theta-\alpha)\frac{\sin[(\beta L/2)(1-\cos(\theta-\alpha))]}{(\beta L/2)(1-\cos(\theta-\alpha))}$$

除了 $-\alpha$ 改为 α，$F_2(\theta)$ 与 $F_1(\theta)$ 相同。这个方向图表达式仅在 V 形天线所在平面有效。

272

(b) 对 $L=6\lambda, \alpha=16°$，绘制图 6-4 中的极坐标方向图。

6.1.9 菱形天线

(a) 证明图 6-5 中的菱形天线方向图为

$$F_R(\theta)=K_R\{F_1(\theta)-F_2(\theta)+e^{-j\beta L}[F_3-F_4]\}$$

式中 $F_3=e^{j\beta L\cos(\theta-\alpha)}F_2$，$F_4=e^{j\beta L\cos(\theta+\alpha)}F_1$，$F_1$ 和 F_2 由习题 6.1.8 给出。这个方向图表示式仅在菱形天线所在平面内有效。

(b) 对 $L=6\lambda, \alpha=16°$，绘制图 6-5 中的极坐标方向图。

6.1.10 设计主波束最大值位于仰角 20°方向上的地面菱形天线。确定所需的菱形天线结构。

6.1.11 (a) 写出图 6-7 中的 Beverage 天线上的总电流表达式。

(b) 对图 6-7 中的 Beverage 天线，确定式(6-10)中的 α 值。

6.2.1 对高度值分别为 0.01、0.05、0.08 和 0.1λ 时，比较谐振式短管螺旋天线和短单极天线的辐射电阻。

6.2.2 计算 6 圈谐振式短管螺旋天线的辐射电阻，天线高度为 2cm，工作频率为 850MHz。

6.2.3 一个可展开式螺旋线天线其总长为 78.7cm，直径为 4.84cm，倾角为 11.7°。中心工作频率为 1.7GHz。计算螺旋线天线的圈数、增益(分贝)、半功率束宽，以及轴比。

6.2.4 需要得到一个工作于 475MHz，半功率波束宽度为 39°的右旋圆极化天线。最容易的方法

之一是使用一个螺旋线天线。螺旋线天线构造成倾角为 12.5°，在工作的中心频率下一圈的周长为一个波长。

(a) 计算需要的圈数。

(b) 用分贝表示的方向性为多少?

(c) 其轴线上场的轴比是多少?

(d) 在怎样的频率范围，这些参数将保持相对不变?

(e) 计算在设计频率和频带边缘的输入阻抗。

(f) 在频带上下端计算半功率束宽。

6.2.5 一个商品轴向模螺旋线天线有六圈，由 0.95cm 的铝管构成，铝管由附有玻璃纤维绝缘体的3.8cm 铝杆支撑。工作的频带从 300 ~ 500MHz。其机械特性如下：螺旋线长为118cm；螺旋线直径(中心线到中心线)为 23.2cm；接地板直径为 89cm。

(a) 确定其倾角 α。

(b) 计算在工作频带边缘的增益(分贝)。

6.2.6 一个 12 圈的轴向模式螺旋线天线周长为 0.197m，倾角为 8.53°，工作频率为 1525MHz。计算并用线性——极坐标形式绘制方向图。

6.2.7 一个螺旋线天线有 5 圈，倾角为 12°。工作时周长为一个波长。(a)使用简单的阵列理论推导并精确地画出其方向图。(b)计算半功率束宽，但不基于(a)中的结果。

6.2.8 一圈的轴向模螺旋线天线类似于一个波长的环天线。解释为什么螺旋线天线辐射圆极化波而环天线辐射线性极化波。

6.3.1 计算如下无限长双锥天线的输入阻抗，锥半角分别为 0.1°、1°、10°、20°和 50°。

6.3.2 证明无限长双锥天线的辐射功率为

$$P = 4\pi\sqrt{\mu/\varepsilon}H_0^2\ln[\cot(\theta_h/2)]$$

方向性为

$$D = \frac{1}{\sin^2\theta\ln[\cot(\theta_h/2)]}$$

6.4.1 设计方案。选择一个可以用实验室器材测量阻抗的频率(可以在 VHF 或 UHF 频段)。构建优化的开放式套筒振子和普通振子天线。(作为替代，可以构建单极天线)在中心频率周围 2:1 的频率范围内测试两个天线的输入阻抗(作为替代，测试 VSWR)。

6.4.2 用式(6-54)、图 5-5 和图 5-6 估计在习题 5.1.4 中非对称振子天线的输入阻抗。

6.5.1 计算互补于阻抗为 73 + j42.5Ω 的半波长导带振子天线的缝隙天线的输入阻抗。

6.5.2 沿 z 轴，长度 $\Delta z \ll \lambda$ 的均匀电场激励的短缝隙，其远场分量为

$$E_\phi = -\frac{V_0\Delta z}{2\pi}j\beta\frac{e^{-j\beta r}}{r}\sin\theta$$

$$H_\theta = \frac{V_0\Delta z}{2\pi\eta}j\beta\frac{e^{-j\beta r}}{r}\sin\theta$$

式中 V_0 是跨越缝隙中心的激励电压。

(a) 计算输入辐射电阻。

(b) 用合适互补天线，验证满足式(6-55)。

6.5.3 非频变天线随频率有恒定的 HP。用公式 $HP = K\lambda/L$ 解释这现象。

6.6.1　设计一个工作频带为450MHz～900MHz的等角螺旋天线。

6.6.2　设计方案。用铝箔粘在纸板上的方法来构建前一问题的等角螺旋天线。使用接收机来测试它的性能(可以是台电视机)。

6.7.1　设计一个自互补的对数周期齿形平面天线，其工作频率为400MHz～2GHz，半功率波束宽度为70°。

6.7.2　设计一个对数周期振子阵，覆盖频率范围84MHz～200MHz，并具有7.5dB的增益。给出优化设计所需的单元长度和间距。

6.7.3　计算例6-3中的LPDA的振子长度和间距。

6.7.4　设计一个工作在470MHz～890MHz并具有9dB增益的优化LPDA。根据式(6-86)的需要在两个端点增加一个额外的单元。

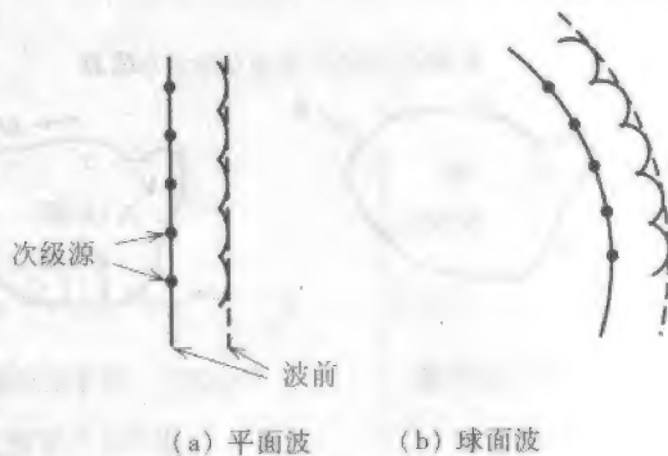
6.7.5　在例6-3中的LPDA的物理长度是什么?

第 7 章　口径天线

图 1-6 归纳的 4 类天线中，已经讨论了 3 类（电小天线，谐振天线与宽带天线）。本章继续讨论第 4 类天线，**口径天线**。口径天线的一部分是一个口径或开口，电磁波通过它流动。口径天线像接收机那样工作，通过口径"收集"波。声学中的类似物是喇叭筒，和利用抛物面反射器把声波聚焦在话筒焦点上的抛物形话筒。还有，人眼的瞳孔是光频电磁波的一个口径。在射频段，口径天线的例子是喇叭和反射器，见图 1-6。在 UHF 及更高频率时，常用口径天线。在需要很高增益的应用场合，它们是常选用的天线。大口径天线的突出特性是增益随工作频率升高而增加。如果口径效率不随频率改变，口径天线的增益按工作频率的平方增加，见式（2-89）。另一个特性是输入阻抗近乎是实数。

7.1　口径辐射与惠更斯原理

虽然直到第二次世界大战期间，口径天线才得到广泛的应用，但是早在 1690 年，经惠更斯以光波会绕着物体弯曲（或绕射）这种简单的方式解释后，基本概念已经有了。把波前上的每个点看作球面波的次级源，即可完成绕射。下一个波前是在前进方向上次级波的包络。在惠更斯理论提出的 150 年后，菲涅尔确认，波前之间的相移，可以由波前之间的距离 ΔL 按熟知的关系 $\beta\Delta L$ 来计算。图 7-1 示出如何由次级波构成平面波和球面波，也参见图 12-1 和图 12-2。次级波的包络形成新的波前。几何光学（射线跟踪）预言，光通过屏上缝隙照射，将有一个亮区和一个全暗的阴影区，二者之间具有鲜明的边界。几何光学仅适用于比波长大很多的口径。次级源概念表明，次级波将从口径扩散出去，亮区和阴影区有一个平滑的过渡。图 7-2 中平面波入射到不透明屏上的一条缝中，是用来说明绕射效应的。



（a）平面波　　（b）球面波

图 7-1　用于构建后续波前的次级波

惠更斯原理发展成称为等效原理（或称为场等效原理）的一种数学形式。场等效原理是用等效流取代一个口径天线，该等效流产生的辐射场等于天线产生的场。等效原理的依据是，研究证明的从麦克斯韦方程和所有电磁问题必须满足的边界条件中得

出的一个解，就是所要求的解。这也遵从数学中的唯一性定理，即，满足微分方程（例如，麦克斯韦方程）和边界条件的解是唯一的。现在利用这个概念，来设置用于分析口径天线的等效电流关系。

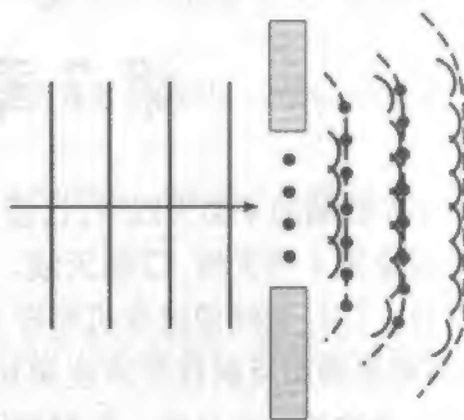


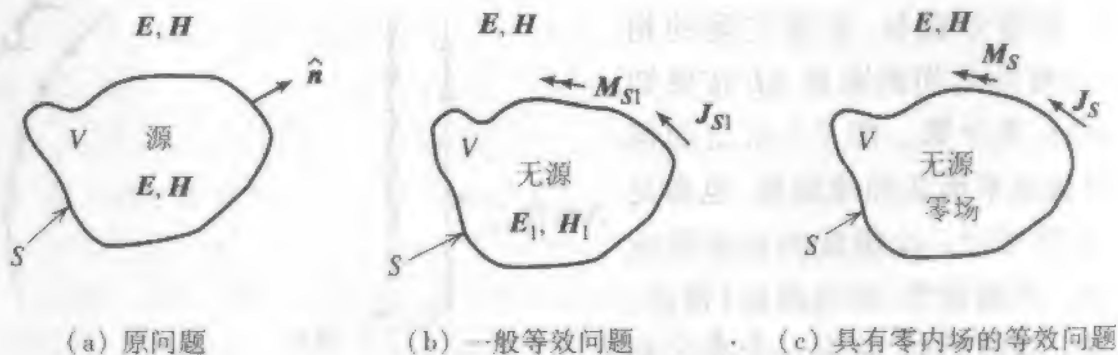
图7-2　平面波入射到屏上的缝。边缘绕射导致缝口辐射的弥散

在图7-3a的原问题中，在体积V外的区域中，满足麦克斯韦方程和沿S的边界条件的场是唯一的。① 只要V外的源和沿S的边界条件不改变，解$(\boldsymbol{E},\boldsymbol{H})$就不变。在等效问题中，$V$外的源不变，因为那里没有源。而且，边界条件也没有变，现在就对此作解释。在原问题中，沿边界的场是$\boldsymbol{E}(S)$和$\boldsymbol{H}(S)$。在图7-3b的等效问题中，原源（例如，天线结构）被移去，改变了S内的场，以$\boldsymbol{E}_1$和$\boldsymbol{H}_1$标记。为了使S外的场保持不变，必须引入等效流以满足场穿越S的连续性。由边界条件式(1-22)和式(1-23)可求得等效流如下

$$\boldsymbol{J}_{S1}=\hat{\boldsymbol{n}}\times[\boldsymbol{H}-\boldsymbol{H}_1]\quad 在S上 \tag{7-1a}$$

$$\boldsymbol{M}_{S1}=[\boldsymbol{E}-\boldsymbol{E}_1]\times\hat{\boldsymbol{n}}\quad 在S上 \tag{7-1b}$$

其中$(\boldsymbol{E}_1,\boldsymbol{H}_1)$和$(\boldsymbol{E},\boldsymbol{H})$是对$S$的内场和外场，见图7-3b。这些仅从$S$的已知切向场上得出的等效流，可以用来求出$S$外的场。不过，决定等效流所需的$S$上的场是未知的。而且，还不知道如何从等效流求出外场。现在从第二个问题开始着手解决这些困难。



(a) 原问题　(b) 一般等效问题　(c) 具有零内场的等效问题

图7-3　等效原理

由于内部场$(\boldsymbol{E}_1,\boldsymbol{H}_1)$是任意的，为计算简单，将它们选为零，见图7-3c。则式(7-3)成为

$$\boldsymbol{J}_S=\hat{\boldsymbol{n}}\times\boldsymbol{H}(S) \tag{7-2a}$$

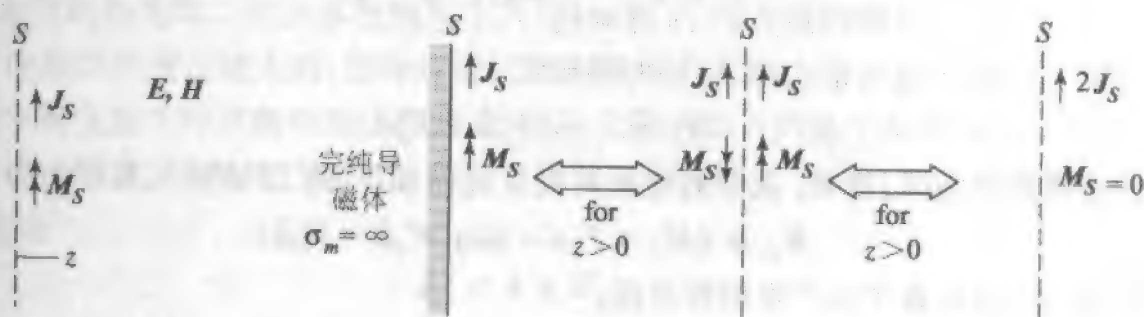
$$\boldsymbol{M}_S=\boldsymbol{E}(S)\times\hat{\boldsymbol{n}} \tag{7-2b}$$

① 本章中，将用大写符号V与S标记体与面。

其中 $\boldsymbol{E}(S)$ 和 $\boldsymbol{H}(S)$ 是表面 S 上的场。这种零内场处理方法称为 Love 等效原理。

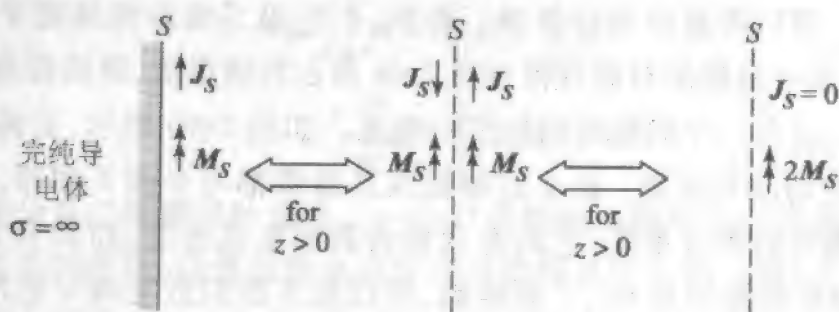
因为图 7-3c 的等效问题中 S 内的场是零，则可以自由地向 S 内引进物质。如果沿 S 面放置完纯导电体，$\boldsymbol{J}_S$ 将消失。给出的解释常常是电流被导体"短路"了。在存在导电体的场合，只留下磁流密度 $\boldsymbol{M}_S$ 来辐射产生外场。类似地，沿 S 面可以放置完纯导磁体以抑制 $\boldsymbol{M}_S$，而仅留下 $\boldsymbol{J}_S$。因此，又有两种另外的等效处理方法。它们是存在完纯导电体时，S 上的磁流 $\boldsymbol{M}_S$ 和存在完纯导磁体时，S 上的电流 $\boldsymbol{J}_S$。二者都在 S 外产生正确的场。不过，若 S 是一般表面，这些问题的求解就是困难的。注意，如果实际天线包含导电部分，则 $\boldsymbol{J}_S$ 等于该部分上的真实电流密度，而口径部分则包含了 $\boldsymbol{J}_S$ 与 $\boldsymbol{M}_S$ 二者（在引入虚设的导体之前）。

如果以波长表示的表面 S 很大，且 S 的曲率很小，那么可以在存在引进导体的情形下，在表面上局域地使用镜像理论，去求解电流，这在第 12 章就用到。不过，由于 S 的选择是为了方便，而且我们感兴趣的是辐射问题，可以将 S 扩展至无穷远。因为，S 必须是封闭表面。S 包括沿 $z=0$ 的无限平面，而且在无穷远处闭合，包含图 7-4 的 $z<0$ 的区域内的源。在这种情况下，可以无近似地应用镜像理论，而且可以方便地以平面口径求解许多实际问题。



（a）两种等效表面流密度在自由空间发挥作用

（b）等效电流密度单独作用



（c）等效磁流密度单独作用

图 7-4 平面口径表面的等效流的结构。位于 $z<0$ 处的天线已移去，并画出了引进的 3 个等效流组

为了简化求解步骤，可以将镜像理论应用于平面表面 S。做法是，求出如图 7-4a 所示的 $z=0$ 平面上的流 $\boldsymbol{J}_S$ 和 $\boldsymbol{M}_S$ 所产生的场，接着应用镜像理论以减少一半求解工作。虽然并非所有天线问题都具有可以放在 xy 平面内的平面口径上，但可以设置一个

等效的平面口径表面 S。如果可以求得 S 面上的切向场，这将是有利的，后面将再谈到它。首先，需要求解图 7-4a 的等效流在 $z>0$ 空间内产生的场。

[8]

一般说，在 $z>0$ 区域的场（$\boldsymbol{E}$,$\boldsymbol{H}$）是这样求的，先利用式（1-58）计算 $\boldsymbol{A}$，再从式（1-47）和式（1-37）求出 $\boldsymbol{E}$ 和 $\boldsymbol{H}$。这里，等效流 $\boldsymbol{J}_S$ 和 $\boldsymbol{M}_S$ 将在 $z>0$ 的区域中产生精确的场。不过，应该把解限制在适合天线问题的远场区。然后采用 1.7.4 节的简单得多的处理方法，我们已多次用它求解辐射问题。下面对 xy 平面中的平面表面流密度略做重新推导。首先从适合于几何结构图 7-4a 的式（1-101）。

求出磁矢位：

$$\boldsymbol{A}=\mu\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta r}}{4\pi r}\iint_S \boldsymbol{J}_S(\boldsymbol{r}')\mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta\hat{\boldsymbol{r}}\cdot\boldsymbol{r}'}\mathrm{d}S' \tag{7-3}$$

由式（1-105）得远区电场为

$$\boldsymbol{E}_A=-\mathrm{j}\omega(A_\theta\hat{\boldsymbol{\theta}}+A_\phi\hat{\boldsymbol{\phi}}) \tag{7-4}$$

下标 A 指明由磁矢位 $\boldsymbol{A}$ 产生的场。

与磁流密度相关联的电矢量位 $\boldsymbol{F}$ 可利用 2.4.1 节介绍的对偶性原理求得①：

$$\boldsymbol{F}=\varepsilon\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta r}}{4\pi r}\iint_S \boldsymbol{M}_S(\boldsymbol{r}')\mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta\hat{\boldsymbol{r}}\cdot\boldsymbol{r}'}\mathrm{d}S' \tag{7-5}$$

由 $\boldsymbol{F}'$ 产生的远区磁场是式（7-4）的对偶形式：

$$\boldsymbol{H}_F=-\mathrm{j}\omega(F_\theta\hat{\boldsymbol{\theta}}+F_\phi\hat{\boldsymbol{\phi}}) \tag{7-6}$$

因为该解在远场区，与 $\boldsymbol{H}_F$ 关联的电场可以从式（1-107）的 TEM 波关系得出为

$$\boldsymbol{E}_F=\eta\boldsymbol{H}_F\times\hat{\boldsymbol{r}}=-\mathrm{j}\omega\eta(F_\phi\hat{\boldsymbol{\theta}}-F_\theta\hat{\boldsymbol{\phi}}) \tag{7-7}$$

则总电场可以由各个流产生的和求得：

$$\boldsymbol{E}=\boldsymbol{E}_A+\boldsymbol{E}_F=-\mathrm{j}\omega[(A_\theta+\eta F_\phi)\hat{\boldsymbol{\theta}}+(A_\phi-\eta F_\theta)\hat{\boldsymbol{\phi}})] \tag{7-8}$$

电流密度和磁流密度二者都涉及了图 7-4a 的等效系统。如果使用镜像理论，仅需处理其中一种流，可以明显减少计算量。首先，引进沿 S 面的完纯磁平面导体。可以通过完纯导磁地面中镜像的对偶性得到图 7-4b 所示的镜像流，该镜像流与平面平行且具有相反的镜像，以及一个同样指向的平行电流。如图 7-4b 所示，去掉导电平面和引入镜像后，$z>0$ 的场没有改变。由于这些流及其镜像都与平面 S 相邻，则可将它们的矢量相加，得到最终的等效系统，它具有双倍的表面电流密度，而没有表面磁流密度。它们在 $z>0$ 处辐射的电场是 $2\boldsymbol{E}_A$。同样地，可以沿 S 面引进完纯导电地面，如图 7-4c 的最左边所示。镜像理论描述了所示的镜像，如图 2-9 所示。这些镜像一起作用，产生总的表面电流为零，而表面磁流密度是 $2\boldsymbol{M}_S$。则 $z>0$ 的辐射电场是 $2\boldsymbol{E}_F$。

[279]

现在可用最适合于辐射方向图计算的方式来归纳等效定理。首先，选择天线的一个口径面，通常是该天线的物理口径，但并非一定要如此。坐标系统设置成口径面在 xy 平面内，$+z$ 轴就是前向辐射方向。然后，可以由图 7-4 的 3 个等效系统之一求出

---

① 不要将电矢位的符号 $\boldsymbol{F}$ 与归一化辐射方向图函数 $F(\theta,\phi)$ 混淆。——译者注

$z>0$的辐射场如下：

(a) S(xy平面)上的$\boldsymbol{J}_S$和$\boldsymbol{M}_S$

$$\boldsymbol{E}=\boldsymbol{E}_A+\boldsymbol{E}_F \tag{7-9a}$$

式(7-4)中用到式(7-3)，式(7-6)和式(7-7)中用到式(7-5)

(b) S上的$2\boldsymbol{J}_S$

$$\boldsymbol{E}=2\boldsymbol{E}_A \tag{7-9b}$$

(c) S上的$2\boldsymbol{M}_S$

$$\boldsymbol{E}=2\boldsymbol{E}_F \tag{7-9c}$$

现在，从等效口径平面流求辐射的程序清楚了。然后，剩下的就是集中确定这些由式(7-2)建立的流。

迄今为止，除了通常的远场近似外，没有引入任何近似。在上述3个处理方法中如果用严格的场$\boldsymbol{E}(S)$和(或)$\boldsymbol{H}(S)$，在$z>0$的半空间里将得到严格的远场结果。不过，很少有严格已知整个S面上的场的情况。通常最好的情况可能是已知在无限口径面上的某个有限部分的近似场。有这样一种方法就是*物理光学近似*，它假定口径场$\boldsymbol{E}_a$和$\boldsymbol{H}_a$就是入射波的场。通常假定，这些场仅存在于无限平面S的某个有限部分S_a，而S上其他地方的场为零。在大多数情形下，口径表面S_a与天线的物理口径重合。当该口径的尺度相对于波长增大时，这种近似的程度得到了改善。

现在来简化这3种求解程序。假定，存在于无限平面S的某个有限部分S_a并且与之相切的口径场$\boldsymbol{E}_a$和$\boldsymbol{H}_a$已知(可能采用了物理光学近似)。由式(7-2)得出的等效面流在S_a上为

$$\boldsymbol{J}_S=\hat{\boldsymbol{n}}\times\boldsymbol{H}_a \tag{7-10}$$

$$\boldsymbol{M}_S=\boldsymbol{E}_a\times\hat{\boldsymbol{n}} \tag{7-11}$$

别处为零。在利用式(7-3)和式(7-5)得出

$$\boldsymbol{A}=\mu\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta r}}{4\pi r}\hat{\boldsymbol{n}}\times\iint_{S_a}\boldsymbol{H}_a\mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta\hat{\boldsymbol{r}}\cdot\boldsymbol{r}'}\mathrm{d}S' \tag{7-12}$$

$$\boldsymbol{F}=-\varepsilon\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta r}}{4\pi r}\hat{\boldsymbol{n}}\times\iint_{S_a}\boldsymbol{E}_a\mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta\hat{\boldsymbol{r}}\cdot\boldsymbol{r}'}\mathrm{d}S' \tag{7-13}$$

上面两式中的积分是二维傅里叶变换。一个口径场的二维傅里叶变换，在口径场的辐射计算中起着重要的作用，就像线源电流分布时的傅里叶变换一样(见第4章)。所以对这些积分作如下定义：

$$\boldsymbol{P}=\iint_{S_a}\boldsymbol{E}_a\mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta\hat{\boldsymbol{r}}\cdot\boldsymbol{r}'}\mathrm{d}S' \tag{7-14}$$

$$\boldsymbol{Q}=\iint_{S_a}\boldsymbol{H}_a\mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta\hat{\boldsymbol{r}}\cdot\boldsymbol{r}'}\mathrm{d}S' \tag{7-15}$$

在文献[1]中常常遇到，基于两个口径场的远区电场可以写成单一的表示式[1]。由式(7-4)和式(7-15)知，以位表示的总电场是

$$\boldsymbol{E}=-\mathrm{j}\omega\boldsymbol{A}-\mathrm{j}\omega\eta\boldsymbol{F}\times\hat{\boldsymbol{r}} \tag{7-16}$$

其中第一项的 r 分量将被略去。将式(7-12)与式(7-13)代入,再做些处理,得到

$$E = -j\beta \frac{e^{-j\beta r}}{4\pi r}\hat{r} \times \iint_{S_a}[\hat{n} \times E_a - \eta\hat{r} \times (\hat{n} \times H_a)]e^{j\beta\hat{r}\cdot r'}dS' \tag{7-17}$$

此式给出了从口径场辐射的电场的全矢量形式,并且常称为矢量绕射积分。之所以用"绕射"这个术语,是因为用式(7-17)求得的场,代表源分布的所有元产生的场的叠加。与这形成对照的是,几何光学射线跟踪是从天线上的点直接到观察点(见12.1节)。随后的推算将锁定在傅里叶变换 P 与 Q,它提供一个更程序化、更有建设性的处理方法。

口径表面在 xy 平面内,所以 $r' = x'\hat{x} + y'\hat{y}$。考虑到式(7-14)和式(7-15)中 $\hat{r}$ 的球坐标式(C-4)得到

$$P_x = \iint_{S_a} E_{ax}(x', y')e^{j\beta(x'\sin\theta\cos\phi + y'\sin\theta\sin\phi)}dx'\,dy' \tag{7-18a}$$

$$P_y = \iint_{S_a} E_{ay}(x', y')e^{j\beta(x'\sin\theta\cos\phi + y'\sin\theta\sin\phi)}dx'\,dy' \tag{7-18b}$$

$$Q_x = \iint_{S_a} H_{ax}(x', y')e^{j\beta(x'\sin\theta\cos\phi + y'\sin\theta\sin\phi)}dx'\,dy' \tag{7-19a}$$

$$Q_y = \iint_{S_a} H_{ay}(x', y')e^{j\beta(x'\sin\theta\cos\phi + y'\sin\theta\sin\phi)}dx'\,dy' \tag{7-19b}$$

现在,根据 $\hat{n} = \hat{z}$ 式(7-12)与式(7-13)简化为

$$A = \mu\frac{e^{-j\beta r}}{4\pi r}(-Q_y\hat{x} + Q_x\hat{y}) \tag{7-20}$$

1

$$F = -\varepsilon\frac{e^{-j\beta r}}{4\pi r}(-P_y\hat{x} + P_x\hat{y}) \tag{7-21}$$

将 $\hat{x}$ 和 $\hat{y}$ 像式(C-1)和(C-2)中那样以球坐标表示,并只保留 θ 和 ϕ 分量,得出

$$A = \mu\frac{e^{-j\beta r}}{4\pi r}[\hat{\theta}\cos\theta(Q_x\sin\phi - Q_y\cos\phi) + \hat{\phi}(Q_x\cos\phi + Q_y\sin\phi)] \tag{7-22}$$

$$F = -\varepsilon\frac{e^{-j\beta r}}{4\pi r}[\hat{\theta}\cos\theta(P_x\sin\phi - P_y\cos\phi) + \hat{\phi}(P_x\cos\phi + P_y\sin\phi)] \tag{7-23}$$

将这些用于式(7-8),得到最终的辐射场分量为

$$\text{(a)}\ E_\theta = j\beta\frac{e^{-j\beta r}}{4\pi r}[P_x\cos\phi + P_y\sin\phi + \eta\cos\theta(Q_y\cos\phi - Q_x\sin\phi)] \tag{7-24a}$$

$$E_\phi = j\beta\frac{e^{-j\beta r}}{4\pi r}[\cos\theta(P_y\cos\phi - P_x\sin\phi) - \eta(Q_y\sin\phi + Q_x\cos\phi)] \tag{7-24b}$$

同样地,另外两个等效系统简化成

$$\text{(b)}\ E_\theta = j\beta\eta\frac{e^{-j\beta r}}{2\pi r}\cos\theta(Q_y\cos\phi - Q_x\sin\phi) \tag{7-25a}$$

$$E_\phi = -j\beta\eta \frac{e^{-j\beta r}}{2\pi r}(Q_y \sin\phi + Q_x \cos\phi) \tag{7-25b}$$

$$(c)\ E_\theta = j\beta \frac{e^{-j\beta r}}{2\pi r}(P_x \cos\phi + P_y \sin\phi) \tag{7-26a}$$

$$E_\phi = j\beta \frac{e^{-j\beta r}}{2\pi r}\cos\theta(P_y \cos\phi - P_x \sin\phi) \tag{7-26b}$$

如果采用在整个口径面上实际的口径场,式(7-24)至式(7-26)的3个公式,每个都产生同样的结果。采用实际的口径场,导致电流和磁流产生相等的分布[2]。因此,利用两种类型流的等效系统,如式(7-24),在 $z<0$ 区域给出的总场为零,因为在 $\pi/2 \leqslant \theta \leqslant \pi$ 区域中 $\cos\theta$ 是负值,而由唯一性定理确保其作用抵消了。不过,式(7-25)和(7-26)的单一的流系统,在 $z<0$ 区域里不产生零场。这是预期的结果,因为推导中包含了的镜像理论仅在 $z>0$ 的区域里得到同样的场。

式(7-24)到式(7-26)出现的三角函数,实际上描述了口径的等效流密度对包含远场的平面(即垂直于 $\boldsymbol{r}$)的投影。对口径场表示式,与辐射积分相乘的三角函数通常称为渐削因子。沿 z 轴线源的元因子 $\sin\theta$ 就是一个渐削因子。对于尺度为几个波长的口径,渐削因子没有明显地削弱主瓣和最初几个旁瓣。傅里叶变换恰当地描述了方向图,且口径天线问题简化为先从口径电场幅度的傅里叶变换求出远区(标量)位。通过将 $\boldsymbol{E}_A$ 投影到远区球面上,与远区球相切的口径电场分量可以决定极化。

282

实际上,只提供了关于口径场的近似信息,如来自物理光学的近似。则3种处理方法会得出不同的结果。3种结果的精确度取决于口径场,但是通常这种差别不大。对于放置在导体地面上的口径,口径面(口径本身除外)可以很好地模拟成无限的完纯导电平面。然后,就选择用式(7-26)的磁流(口径电场)处理法。因为,由于导体上切向电场为零的边界条件,则该口径电场的磁流在口径外为零。对自由空间中的口径,采用式(7-24)的双重流处理法。这通常伴随着假定口径场是横电磁(TEM)波:

$$\boldsymbol{H}_a = \frac{1}{\eta}\hat{z} \times \boldsymbol{E}_a \tag{7-27}$$

这意味着

$$\boldsymbol{Q} = \frac{1}{\eta}\hat{z} \times \boldsymbol{P} \quad 或 \quad Q_x = -\frac{P_y}{\eta}, Q_y = \frac{P_x}{\eta} \tag{7-28}$$

这种假设对中等的和高增益天线是有效的,而且常常成功地应用于尺度仅为几个波长的口径。在式(7-24)中运用式(7-28)导致

$$E_\theta = j\beta \frac{e^{-j\beta r}}{2\pi r}\frac{1+\cos\theta}{2}[P_x \cos\phi + P_y \sin\phi] \tag{7-29a}$$

$$E_\phi = j\beta \frac{e^{-j\beta r}}{2\pi r}\frac{1+\cos\theta}{2}[P_y \cos\phi - P_x \sin\phi] \tag{7-29b}$$

这是比式(7-24)更简单的形式。括号中的因子与式(7-26)中的一样。对小的 θ 值,高增益天线在该处辐射明显,渐削因子 $(1+\cos\theta)/2$ 与式(7-26)中的渐削因子 $\cos\theta$ 仅有

微小差别。因为没有使用镜像理论，不像式(7-26)，式(7-29)在整个区域(即，$0<\theta<180°$)有效。可以取 S 面包围天线，因为除了有限口径外，等效流处处为零。不过，在远离主瓣的方向上，精确度会降低。总之，式(7-26)应该用于地面上的口径，而式(7-29)应该用于自由空间中的口径天线。

例 7-1　无限导电平面中的缝隙

口径天线的计算步骤与物理光学近似，通过图 7-5 中一个平面波垂直入射到无限完纯导电平面上的缝隙，可以相当简单地加以说明。这个问题与图 4-6a 的相同，仅改变了坐标系统。物理光学近似引导我们假设入射场 $\boldsymbol{E}^i=\hat{y}E_0\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta z}$ 与沿 $+z$ 方向传播的平面波关联，得出整个物理口径上的场，所以

$$\boldsymbol{E}_a=\begin{cases}\hat{y}E_0 & |y|\leqslant\dfrac{L}{2},\quad z=0\\ 0 & \text{别处}\end{cases}\tag{7-30}$$

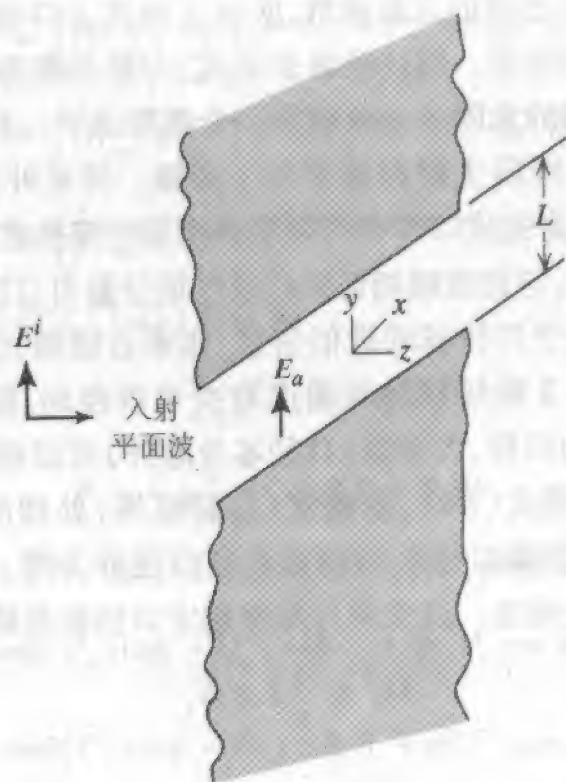


图 7-5　平面波入射到无限导电平面的缝隙上。缝隙沿 x 向无限沿伸，沿 y 向宽 L

在此场合，磁流处理法是合适的，因为在口径表面的完纯导电部分上口径电场为零。这本质上是个一维问题，因为口径场沿 x 方向是均匀的，因而辐射场沿 x 方向不变化。因此，只需考虑 yz 平面($\phi=90°$)，又因为口径场只有 y 向的，式(7-18)简化为

$$\boldsymbol{P}=\hat{y}P_y=\hat{y}\int_{-L/2}^{L/2}E_0\mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta y'\sin\theta}\mathrm{d}y'=\hat{y}E_0L\frac{\sin[(\beta L/2)\sin\theta]}{(\beta L/2)\sin\theta}\tag{7-31}$$

归一化后，由式中的幅度得出如下的辐射方向图表示式：

$$F(\theta) = \frac{\sin[(\beta L/2)\sin\theta]}{(\beta L/2)\sin\theta} \tag{7-32}$$

远场(电场)的极化是口径电场方向 $\hat{y}$ 在远场球上的正切(在 $\phi=90°$ 的观察平面内),它有 θ 分量,没有 ϕ 分量。注意,式(7-23)在 $\theta=90°$时不为零,这也是可以接受的,因为 E_a 可能垂直于导电平面。值得注意的是,对这个例子之所以有效,是因为它的口径是一维无穷大的。该问题实际上是二维的而不是三维的(等效为该口径是一维的而不是二维的)。因此,完整的电场不是由式(7-26)给出。球面波行为 $e^{-j\beta r}/r$(例如,自由空间格林函数)由柱面波行为 $e^{-j\beta r}/\sqrt{r}$代替。不过,这里给出的一维傅里叶变换得到的正确的角向分布(方向图)。基于这种简单处理方法得到的方向图,与由更复杂技术得到的方向图很一致[3]。

7.2 矩形口径

矩形物理口径的天线存在几种类型。例如,许多喇叭天线具有矩形口径。另外的例子就是金属源结构中的矩形槽缝,如波导。本节给出了在具有均匀或渐削激励时,矩形口径的一些普遍原理。在7.4节中这些原理将用于矩形口径喇叭天线。

7.2.1 均匀矩形口径

图7-6所示的是一个一般的矩形口径。它以一种理想的方式被激励,即口径场局限在 L_x 乘 L_y 的矩形范围内。如果在物理口径上,口径场的幅度和相位都是均匀的,就称它为均匀矩形口径。假定口径电场是 y 向的,则均匀矩形口径电场是

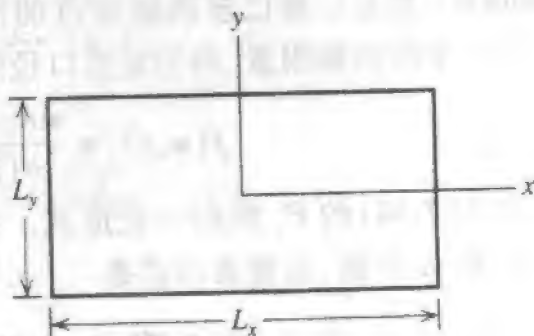


图7-6 矩形口径

$$\mathbf{E}_a = E_0\hat{y},\ |x| \leqslant \frac{L_x}{2},\ |y| \leqslant \frac{L_y}{2} \tag{7-33}$$

则由式(7-18b)有

$$\begin{aligned} P_y &= E_0\int_{-L_x/2}^{L_x/2} e^{j\beta x'\sin\theta\cos\phi}dx'\int_{-L_y/2}^{L_y/2} e^{j\beta y'\sin\theta\sin\phi}dy' \\ &= E_0L_xL_y\frac{\sin[(\beta L_x/2)u]}{(\beta L_x/2)u}\frac{\sin[(\beta L_y/2)v]}{(\beta L_y/2)v} \end{aligned} \tag{7-34}$$

其中引入了方向图变量

$$u = \sin\theta\cos\phi, \qquad v = \sin\theta\sin\phi \tag{7-35}$$

从式(7-26)可求出完整的辐射场为

$$E_\theta = \mathrm{j}\beta \frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta r}}{2\pi r} E_0 L_x L_y \sin\phi \frac{\sin[(\beta L_x/2)u]}{(\beta L_x/2)u} \frac{\sin[(\beta L_y/2)v]}{(\beta L_y/2)v} \tag{7-36a}$$

$$E_\phi = \mathrm{j}\beta \frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta r}}{2\pi r} E_0 L_x L_y \cos\theta\cos\phi \frac{\sin[(\beta L_x/2)u]}{(\beta L_x/2)u} \frac{\sin[(\beta L_y/2)v]}{(\beta L_y/2)v} \tag{7-36b}$$

这些场是关于 θ 和 ϕ 的相当复杂的函数，不过它们在主平面简化了。在 E 面（yz 平面），$\phi = 90°$（和 $270°$），而式(7-36a)简化为

$$E_\theta = \mathrm{j}\beta \frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta r}}{2\pi r} E_0 L_x L_y \frac{\sin[(\beta L_y/2)\sin\theta]}{(\beta L_y/2)\sin\theta} \quad E\ 面 \tag{7-37}$$

在 H 面（xz 平面）里，$\phi = 0°$（和 $180°$），式(7-36b)成为

$$E_\phi = \mathrm{j}\beta \frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta r}}{2\pi r} E_0 L_x L_y \cos\theta \frac{\sin[(\beta L_x/2)\sin\theta]}{(\beta L_x/2)\sin\theta} \quad H\ 面 \tag{7-38}$$

注意，E_ϕ 在 $\theta = 90°$ 处趋于零，在该处它与由等效磁流法引入的完纯导体相切。这些主平面方向图的归一化形式是

$$F_H(\theta) = \cos\theta \frac{\sin[(\beta L_x/2)\sin\theta]}{(\beta L_x/2)\sin\theta}, \quad \phi = 0° \tag{7-39}$$

$$F_E(\theta) = \frac{\sin[(\beta L_y/2)\sin\theta]}{(\beta L_y/2)\sin\theta}, \quad \phi = 90° \tag{7-40}$$

对大口径（$L_x, L_y \gg \lambda$），主瓣是窄的，因子 $\cos\theta$ 可以忽略，两个主平面方向图 $(\sin x)/x$ 都是以前已多次碰到过的形式，例如在均匀线源时就碰到过。通过略去式(7-36)中的倾斜因素，均匀矩形口径的归一化方向图因子是

$$f(u,v) = \frac{\sin[(\beta L_x/2)u]}{(\beta L_x/2)u} \frac{\sin[(\beta L_y/2)v]}{(\beta L_y/2)v} \tag{7-41}$$

它是式(7-34)的 P_y 的归一化形式。由式(4-14)的线源结果可得主平面半功率束宽。在 xz 和 yz 平面，束宽表示式是

$$\mathrm{HP}_x = 0.886 \frac{\lambda}{L_x}\mathrm{rad} = 50.8 \frac{\lambda}{L_x}\mathrm{deg} \tag{7-42a}$$

$$\mathrm{HP}_y = 0.886 \frac{\lambda}{L_y}\mathrm{rad} = 50.8 \frac{\lambda}{L_y}\mathrm{deg} \tag{7-42b}$$

最后，来推导均匀矩形口径的方向性。利用变量 u 和 v 可以大大简化这种计算。式(7-35)给出的 θ、ϕ 到 u、v 的变换，实质上是将单位直径的球面压扁到赤道平面，得出单位半径的圆盘。这个 u、v 盘类似于制图学中的水平地图投影，例如，在平面地图上显示北半球并以北极为中心将球投影，方位（径向）线给出真实的罗盘方向。以 u、v 表示的可见区域，对应于 $\theta \leqslant \pi/2$，有

$$u^2 + v^2 = \sin^2\theta \leqslant 1 \tag{7-43}$$

它由式(7-35)得出。

利用下式可得波束立体角

$$\Omega_A = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2} |F(\theta,\phi)|^2 \mathrm{d}\Omega \tag{7-44}$$

其中只考虑了 $\theta \leqslant \pi/2$ 的辐射。通过对 u 和 v 在整个可见区积分，可以计算出波束立体角。$d\Omega$ 到 u, v 平面的投影由 $dudv = \cos\theta d\Omega$ 给出。从式(7-43)可见，$\cos\theta = \sqrt{1-u^2-v^2}$。因此，$d\Omega = dudv/\sqrt{1-u^2-v^2}$ 而式(7-44)变成

$$\Omega_A = \iint\limits_{u^2+v^2\leqslant 1} |F(u,v)|^2 \frac{du\,dv}{\sqrt{1-u^2-v^2}} \tag{7-45}$$

这是一个普遍的表示式。对大的均匀相位的口径(L_x 及 $L_y \gg \lambda$)，辐射集中在 $u=v=0$ ($\theta=0$)的狭小区域中。从而式(7-45)中的根式近似为 1。而且，由于旁瓣很低，可以把积分限扩展到无穷远而不会明显地影响积分值。

将这些结果以及式(7-41)用于式(7-45)的均匀矩形口径得到

$$\Omega_A = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin^2[(\beta L_x/2)u]}{[(\beta L_x/2)u]^2} du \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin^2[(\beta L_y/2)v]}{[(\beta L_y/2)v]^2} dv \tag{7-46}$$

来改变变量：

$$u' = \frac{\beta L_x}{2} u = \frac{\beta L_x}{2} \sin\theta\cos\phi \tag{7-47a}$$

$$v' = \frac{\beta L_y}{2} v = \frac{\beta L_y}{2} \sin\theta\sin\phi \tag{7-47b}$$

导致

$$\Omega_A = \frac{2}{\beta L_x}\frac{2}{\beta L_y}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin^2 u'}{(u')^2} du' \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin^2 v'}{(v')^2} dv' \tag{7-48}$$

由式(F-12)知，上述每个积分都等于 π，所以

$$\Omega_A = \frac{4}{(2\pi/\lambda)^2 L_x L_y}\pi^2 = \frac{\lambda^2}{L_x L_y} \tag{7-49}$$

$$D_u = \frac{4\pi}{\Omega_A} = \frac{4\pi}{\lambda^2} L_x L_y \tag{7-50}$$

由此式(7-50)可以看出口径的物理面积是 $A_p = L_x L_y$。将式(7-50)与式(2-84)的 $D = 4\pi A_{em}/\lambda^2$ 作比较可见，最大有效口径 A_{em} 等于均匀矩形口径的物理口径 A_p。这对任何形状口径的均匀激励都正确。还要注意，对理想口径没有损耗(辐射效率 $e_r = 1$)，因此增益等于方向性，$A_e = A_{em}$。

例 7-2　一个 $20\lambda \times 10\lambda$ 的均匀矩形口径

由式(7-41)，一个具有 $L_x = 20\lambda$ 和 $L_y = 10\lambda$ 的均匀矩形口径的完整方向图是

$$f(u,v) = \frac{\sin(20\pi u)}{20\pi u}\frac{\sin(10\pi v)}{10\pi v} \tag{7-51}$$

该方向图的轮廓图如图 7-7 所示。其轮廓沿图 7-7 中 u、v 轴的主平面方向图则如图 7-8 所示。图 7-6 口径的比值为 $L_x/L_y = 2$，与本例一样。注意，宽的口径尺度 L_x 导致该方向的窄的波束(沿 u 轴)。由式(7-42)知，在 xz 平面内半功率束宽是 $HP_x = 0.0443\text{rad} = 2.54°$，在 yz 平面内 $HP_y = 0.0886\text{rad} = 5.08°$。由式(7-50)知，方向性是 $D = 4\pi(20\lambda)\cdot(10\lambda)/\lambda^2 = 2513 = 34\text{dB}$。

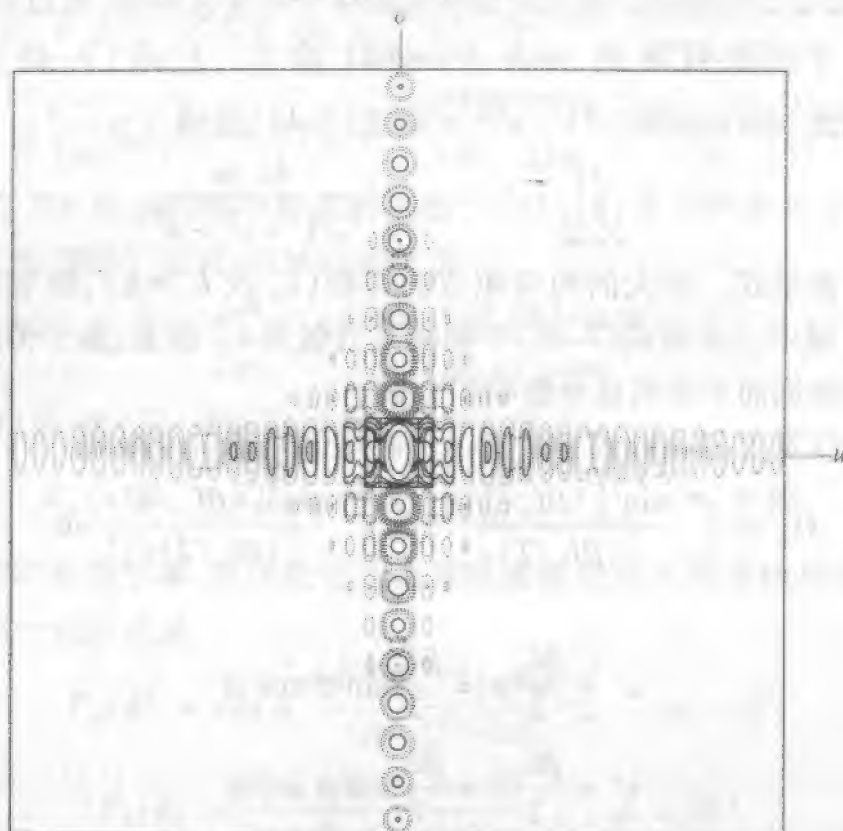
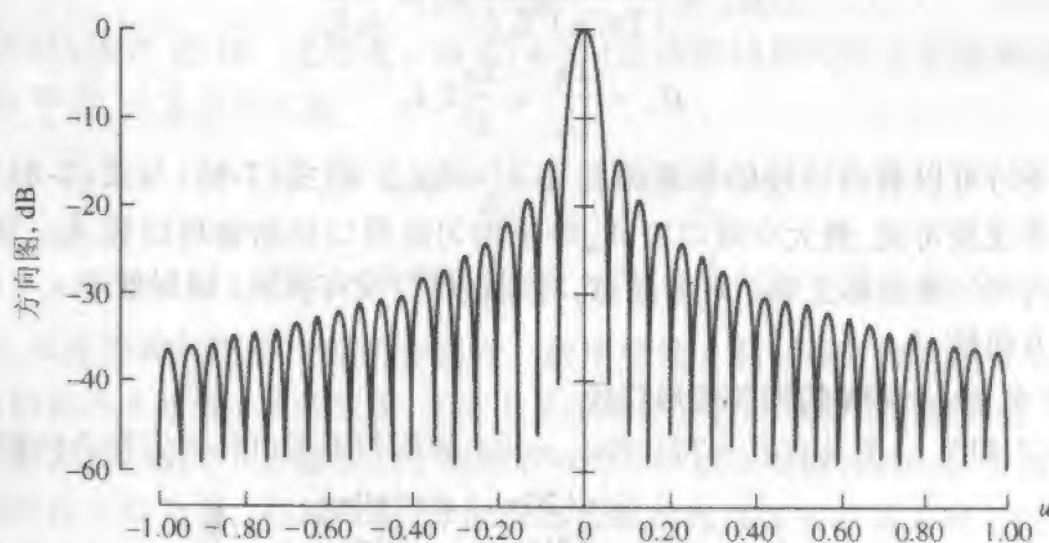
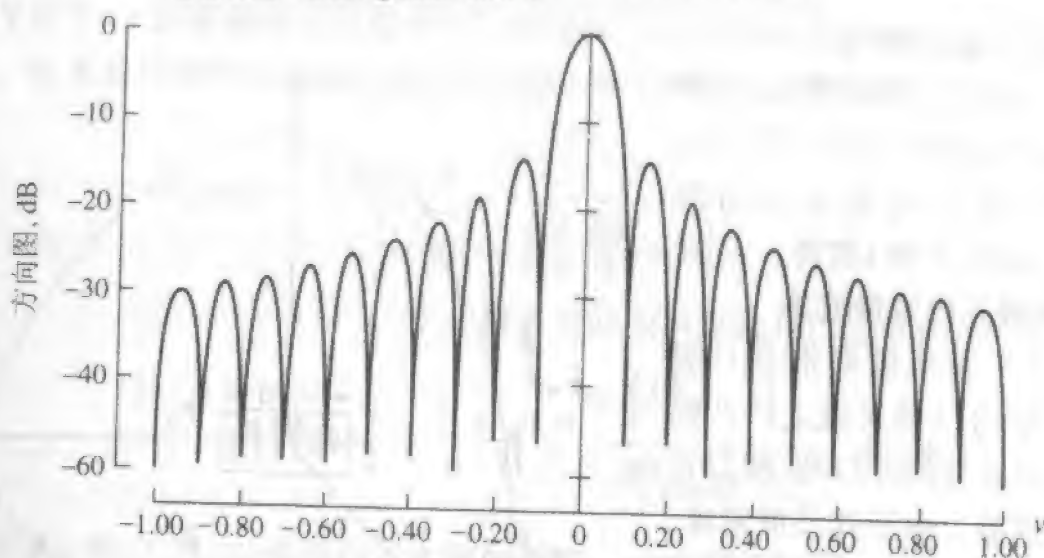


图 7-7 均匀幅度、均匀相位矩形口径的方向图的轮廓图($L_x=20\lambda$, $L_y=10\lambda$)。实线轮廓电平是 0、-5、-10、-15、-20、-25、-30dB。虚线轮廓电平是 -35、-40dB。主平面方向图如图 7-8 所示



(a) xy 平面方向图, $u=\sin\theta$

图 7-8 均匀幅度、均匀相位矩形口径的主平面方向图($L_x=20\lambda$, $L_y=10\lambda$)。完整方向图如图 7-7 所示



(b) yz 平面方向图, $v=\sin\theta$

图 7-8 (续)

7.2.2 渐削矩形口径

由上节知道,均匀矩形口径具有一个等于其物理口径的有效口径。换而言之,均匀照射使口径面积的运用最有效。在 7.3 节中将证明,对所有以恒定相位激励的口径,均匀激励幅度能给出可能的最高方向性。在天线设计课题中,高方向性并非是唯一要考虑的参数。而低旁瓣往往是重要的。正如在第 4 章时看到的,向线源端渐削激励幅度,可以减小旁瓣。这对二维口径也是正确的。事实上,线源的许多结果可以直接应用到口径问题中。

为了简化对矩形口径分布的一般讨论,可略去口径电场的极化,所以 E_a 可以代表口径场的 x 分量和 y 分量。式(7-18)变成

$$P=\iint_{S_a}E_a(x',y')\mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta ux'}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta vy'}\mathrm{d}x'\mathrm{d}y' \tag{7-52}$$

大多数实际的口径分布是可分离的,并能够表示成每个单独口径变量函数的乘积:

$$E_a(x',y')=E_{a1}(x')E_{a2}(y') \tag{7-53}$$

则式(7-52)简化为

$$P=\int_{-L_x/2}^{L_x/2}E_{a1}(x')\mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta ux'}\mathrm{d}x'\int_{-L_y/2}^{L_y/2}E_{a2}(y')\mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta vy'}\mathrm{d}y' \tag{7-54}$$

可以认出,每个积分都是线源沿相应口径方向的方向图因子。则矩形口径的归一化方向图因子是

$$f(u',v')=f_1(u')f_2(v') \tag{7-55}$$

其中,从式(7-54)的第一和第二积分产生的 $f_1(u')$ 和 $f_2(v')$,基本上是线源分布沿 x 和 y 方向的方向图因子。这里我们再次略去了任何倾斜因素。对应于式(7-55)的均匀矩形口径结果是式(7-41)。它可以直接由式(4-9)的 $\sin(u)/u$ 得出,对 $f_1(u')$ 只要以式(7-47a)中的 u' 取代 u,对 $f_2(v')$ 只要以式(7-47b)的 v' 取代 v 即可。注意,第 4 章和本

章中 u 的定义是不同的。

因此，可以分离的矩形口径分布的方向图表示式，如式(7-53)，可以通过对应于 E_{a1} 和 E_{a2} 的方向图 f_1 和 f_2 由式(7-55)求得。

例 7-3　终端开口矩形波导

如图 7-9 所示的终端开口波导是最简单的口径天线之一。因为该天线是波导的开口端，所以它不需要再建造。由于其尺度紧凑，通常被用作探头，如用于近场测试场中(见 9.5 节)。当工作在主模 TE_{10} 时，口径电场沿长度为 $L_x=a$ 的 x 方向是余弦变化，这与式(4-23)类似，沿长度 $L_y=b$ 的 y 方向是均匀的。然后，可以利用 $f(u',v')=f_1(u')f_2(v')$，从相应的线源结果求出辐射方向图，其中 $f_1(u')$ 可以由式(4-27)得到，$f_2(v')$ 可以由式(4-9)得到：

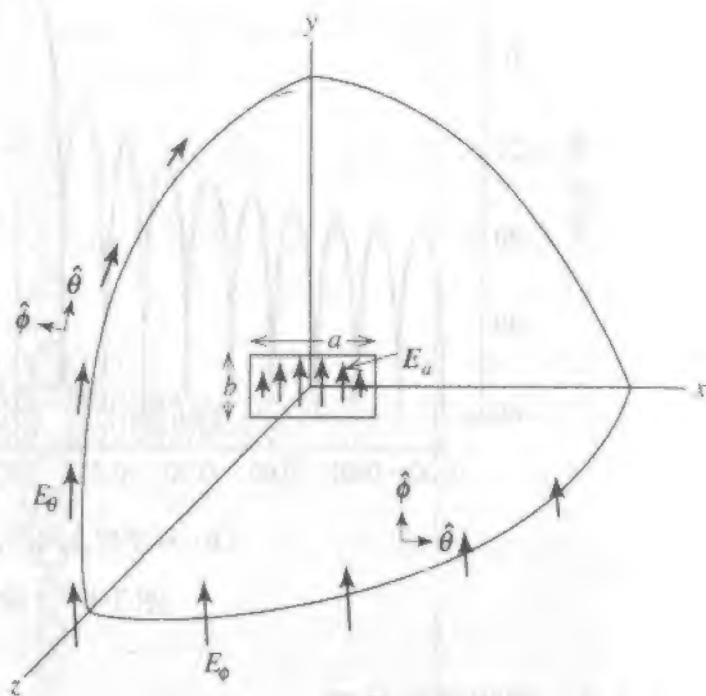


图 7-9　如例 7-3 中，一个终端开口矩形波导工作在主模 TE_{10} 的几何结构上。给出了口径电场 $\mathbf{E}_a$ 及辐射场分量 E_θ 和 E_ϕ

$$f(u',v')=\frac{\cos u'}{1-[(2/\pi)u']^2}\frac{\sin v'}{v'} \tag{7-56}$$
$$=\frac{\cos[(\beta L_x/2)u]}{1-[(2/\pi)(\beta L_x/2)u]^2}\frac{\sin[(\beta L_y/2)v]}{(\beta L_y/2)v}$$

由图 7-9 明显看出该天线是竖直线极化的，该图给出了远场的电场分量。利用式(7-24)或(7-26)的等效流处理法，容易从式(7-56)得到完整的远场分量的表示式。如果大的地面包围了开口波导，通过类似于推导式(7-39)和(7-40)的程序，将式(7-56)代入(7-26)中产生如下主平面方向图：

$$F_H(\theta)=\cos\theta\frac{\cos\left[\frac{\beta a}{2}\sin\theta\right]}{1-\left[\frac{2}{\pi}\frac{\beta a}{2}\sin\theta\right]^2}\qquad \phi=0° \tag{7-57a}$$

地面上的终端开口波导 $0<\theta<90°$

$$F_E(\theta)=\frac{\sin\left[\frac{\beta b}{2}\sin\theta\right]}{\frac{\beta b}{2}\sin\theta}\qquad \phi=90° \tag{7-57b}$$

由于用于图 7-4c 的镜像理论模型中的完纯导体可以很好地代表地面，所以选择磁流处理方法。如果波导辐射到自由空间，式(7-24)的完整表示式更合适并产生

$$F_H(\theta) = \frac{1+\cos\theta}{2}\frac{\cos\left[\frac{\beta a}{2}\sin\theta\right]}{1-\left[\frac{2}{\pi}\frac{\beta a}{2}\sin\theta\right]^2} \qquad \phi = 0° \tag{7-58a}$$

自由空间中的终端开口波导 $0<\theta<180°$

$$F_E(\theta) = \frac{1+\cos\theta}{2}\frac{\sin\left[\frac{\beta b}{2}\sin\theta\right]}{\frac{\beta b}{2}\sin\theta} \qquad \phi = 90° \tag{7-58b}$$

注意式(7-57)和(7-58)的渐削因子之间的差别。对式(7-57)，在 $\theta=90°$处的地面上的边界条件是满足的，这在得到式(7-38)时已有说明。对工作在自由空间，直到 $\theta=180°$ 式(7-58)仍然有效，这时渐削因子 $(1+\cos\theta)/2$ 使方向图为零。不过，开口波导是电小口径，而所用的理论假定口径是大的。因此，式(7-57)和式(7-58)都是近似的。图7-10给出了在 9.32GHz，对 WR90 波导的测量，和利用式(7-57b)和(7-58b)计算的 E 面方向图。自由空间测量的数据与基于式(7-58b)的方向图符合得很好，理应如此。包含了波导相位常数(β_g)、终端突变引入的反射系数、尤其是波导壁的边缘电流后，能得到更好的结果[4]，见习题 7.2.4。终端开口波导的方向性在例 7-4 中讨论了，半功率束宽在习题 7.2.3 中讨论了。

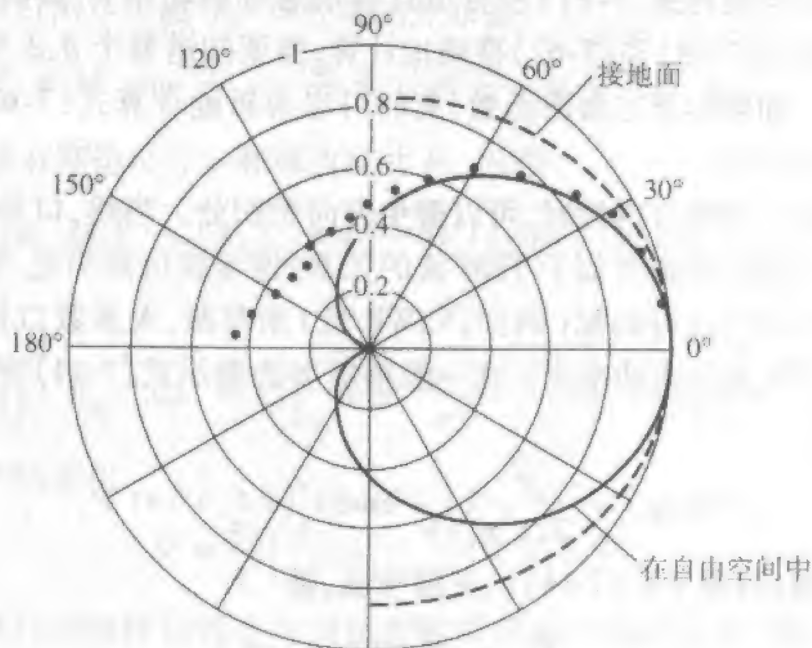


图 7-10 例 7-3 中工作于 9.32GHz，具有图 7-9 几何结构的WR90开口波导的 E 面辐射方向图，对自由空间用式(7-58b)计算(实线)，对接地平面用式(7-57b)计算(虚线)。还示出了自由空间开口波导的测量得到的方向图(点曲线)[4]

7.3 计算增益的方法

在需要高增益的场合往往选用口径天线。因此，尽可能精确地计算出增益是重要的。本节给出了基于方向图信息和口径场信息计算增益的方法。此外，也给出一些能得到近似增益值的简单公式。这些技术适用于广泛而多样的天线类型。

7.3.1 方向性

从式(1-46)知，两个有用的方向性公式是

$$D = \frac{4\pi}{\Omega_A} \tag{7-59}$$

$$D = \frac{4\pi U_m}{P} \tag{7-60}$$

其中 U_m 是通过式(7-61)定义的最大辐射强度

$$U(\theta,\phi) = \frac{1}{2\eta}[|E_\theta|^2 + |E_\phi|^2]r^2 = U_m|F(\theta,\phi)|^2 \tag{7-61}$$

Ω_A 是波束立体角：

$$\Omega_A = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}|F(\theta,\phi)|^2\sin\theta\,\mathrm{d}\theta\,\mathrm{d}\phi \tag{7-62}$$

通过在整个辐射空间对式(7-61)积分可计算出总辐射功率 P，或简单地如式(1-144) $P = U_m\Omega_A$。利用式(7-59)和(7-62)准确地计算，需要知道整个 θ、ϕ 空间的方向图以及方向图的积分。如果知道方向图函数，有时可以解析地计算式(7-62)的积分，但通常是由数值积分求得的。

当计算口径天线的方向性时，可以避免方向图积分。当然，口径场是需要知道的。假定切向口径电场与磁场类似于 TEM 波的关系，推导就可以简化，见式(7-27)。这可以根据对自由空间的良好匹配(例如，VSWR 低)来判断，大多数口径天线都表现出如此，这说明是 TEM 波的实功率流。在一般辐射场的表示式(7-24)中利用式(7-27)，由式(7-61)得出

$$U(\theta,\phi) = \frac{\beta^2}{32\pi^2\eta}(1+\cos\theta)^2[|P_x|^2 + |P_y|^2] \tag{7-63}$$

该函数的最大值，对应于式(7-14)的主瓣峰值，是

$$U_m = \frac{\beta^2}{8\pi^2\eta}\left|\iint_{S_a}\boldsymbol{E}_a\,\mathrm{d}S'\right|^2 \tag{7-64}$$

在边射情形($\theta = 0$)，$\hat{\boldsymbol{r}}\cdot\boldsymbol{r} = 0$，又因为 $\hat{\boldsymbol{r}} = \hat{\boldsymbol{z}}$，所以 $\boldsymbol{r}'$ 是在 xy 平面内。

一般讲，通过积分式(7-63)求 P 是相当困难的。通过观察知道，到达远场的总功率必须穿过了口径，就可以避免上述困难了。在式(7-27)有效的范围内，口径中的功率密度是 $|\boldsymbol{E}_a|^2/2\eta$，辐射功率可由式(7-65)确定

$$P = \frac{1}{2\eta}\iint_{S_a} |E_a|^2 \, dS' \tag{7-65}$$

将式(7-64)和(7-65)代入式(7-60)中得出一个简化的且很有效的方向性关系式：

$$\boxed{D = \frac{4\pi}{\lambda^2}\frac{\left|\iint_{S_a} \boldsymbol{E}_a \, dS'\right|^2}{\iint_{S_a} |\boldsymbol{E}_a|^2 \, dS'}} \tag{7-66}$$

该公式有如下假设：方向图顶点指向口径的边射方向，口径大于波长，口径场近乎于平面波。结果证明，为了得到好的结果，后两个条件并不需要严格满足。注意式(7-66)与半波长间距的直线阵的式(3-93)的相似性。

如果口径是均匀幅度分布($E_a = E_0$)，则式(7-66)可简化为

$$D_u = \frac{4\pi}{\lambda^2}A_p \tag{7-67}$$

其中 A_p 是物理口径面积。直接计算证明对矩形口径它是正确的，见式(7-50)。而且，式(7-67)是一个普遍的结果，它意味着均匀幅度口径的方向性是均匀相位口径所能达到的最大方向性。这是正确的，因为对于均匀的照射，式(7-66)出现了最大值，产生式(7-67)，见习题 7.3.2。IEEE 给 D_u 的专门名称是标准方向性。

例 7-4　终端开口矩形波导的方向性

为了说明确定方向性的口径场积分法，回到例 7-3 描述的、和图 7-9 所示的、工作在 TE_{10} 模的终端开口的矩形波导。口径场的分布是

$$\boldsymbol{E}_a = \hat{y}E_0\cos\frac{\pi x'}{a}, \; -\frac{a}{2} \leqslant x' \leqslant \frac{a}{2}, \; -\frac{b}{2} \leqslant y' \leqslant \frac{b}{2} \tag{7-68}$$

波导(从而口径)具有宽边尺寸 a 和窄边尺寸 b。因而

$$\left|\iint_{S_a} \boldsymbol{E}_a \, dS'\right|^2 = \left(E_0\int_{-a/2}^{a/2}\cos\frac{\pi x'}{a}dx'\int_{-b/2}^{b/2}dy'\right)^2 = E_0^2\left(\frac{2a}{\pi}\right)^2 b^2 \tag{7-69}$$

和

$$\iint_{S_a} |\boldsymbol{E}_a|^2 \, dS' = E_0^2\int_{-a/2}^{a/2}\cos^2\frac{\pi x'}{a}dx'\int_{-b/2}^{b/2}dy' = E_0^2\,\frac{a}{2}b \tag{7-70}$$

将它们代入式(7-66)得出

$$D = \frac{4\pi}{\lambda^2}\left(\frac{8}{\pi^2}ab\right) = \frac{4\pi}{\lambda^2}(0.81)ab \tag{7-71}$$

该方向性由式(7-67)的同样口径在均匀照射时的值减小到其 0.81 倍(即口径渐削效率 ε_t)。此公式给这样的小口径仅提供一个粗略的近似。终端开口波导也有可用的、精确的、增益计算方法[4]。

大多数矩形口径分布是可分离的，即

$$E_a(x,y) = E_{a1}(x)E_{a2}(y) \tag{7-72}$$

可以证明(见习题 7.3.15)其方向性也是可分离的：

$$D = \pi D_x D_y \cos\theta_0 \tag{7-73}$$

其中

D_x、D_y = 具有 $E_{a1}(x)$，$E_{a2}(y)$ 的相关流分布的线源的方向性

θ_0 = 相对于边射的主瓣指向

因子 $\cos\theta_0$ 代表口径的物理面积向垂直于主瓣最大方向 θ_0 的平面的投影。如果波束没有扫描至端射方向的几个波束宽度以内，该近似是有效的。均匀矩形口径边射（θ_0 = 0）的方向性可以用式(4-21)表示如下：

$$D_u = \pi \frac{2L_x}{\lambda}\frac{2L_y}{\lambda} = \frac{4\pi}{\lambda^2}L_x L_y \tag{7-74}$$

它就是式(7-50)。

7.3.2 增益与效率

增益等于方向性减去天线结构上的功率损耗，见1.8节和2.5节关于增益的讨论。这可以用式(1-159)的辐射效率表示出来

$$G = e_r D \tag{7-75}$$

另一种形式来自式(7-60)，以输入功率取代辐射功率，因为 $P = e_r P_{in}$，也可参见式(1-155)：

$$G = \frac{4\pi U_m}{P_{in}} \tag{7-76}$$

用数值方法计算天线时常常采用这个形式。

因为口径天线的方向性，直接正比于其物理口径面积 A_p，增益也将是

$$\boxed{G = \frac{4\pi}{\lambda^2}A_e = \frac{4\pi}{\lambda^2}\varepsilon_{ap}A_p = \varepsilon_{ap}D_u} \tag{7-77}$$

294

其中使用了式(2-89)、(2-90)和式(7-67)。A_e 是有效口径，并且对任何一种天线，包括天线阵，都可以通过式(7-77)计算。由此，可知

$$\boxed{A_e = \varepsilon_{ap}A_p} \qquad 0 \leqslant \varepsilon_{ap} \leqslant 1 \tag{7-78}$$

口径效率 ε_{ap} 是一种看天线的物理面积是如何被有效地利用的度量。如果 ε_{ap} 已知，利用式(7-77)计算口径面积为 A_p 的口径天线的增益就很简单了。

对总的口径效率有几种作用。式(7-79)分别给出了这些因子，它适合于各种应用：

$$\boxed{\varepsilon_{ap} = e_r \varepsilon_t \varepsilon_s \varepsilon_a} \tag{7-79}$$

所有这些因子的值都是从0~1。在1.8节中，已讨论过辐射效率 e_r，它代表天线结构上所有形式的耗散，如导体损耗。在大多数口径天线中，这类损耗很小，所以 $e_r = 1$，而且

$$G \approx D \quad \text{大多数口径天线} \tag{7-80}$$

如果用到如下场合之一时，它也许不能忽略：天线尺寸小于一个波长；有耗传输线或器件作为天线的一部分；有耗材料是天线的集成部分，如介质透镜。

口径渐削效率 ε_t 代表严格地由口径幅度分布引起的增益损耗。也称为它利用因子。往往，幅度是从口径的中心向边缘渐削来减小旁瓣的。ε_t 是仅由于幅度渐削而计算出的方向性 D_t 与均匀照射同样口径的 D_u 的比值：

$$\varepsilon_t = \frac{D_t}{D_u} \quad 或 \quad D_t = \varepsilon_t D_u \tag{7-81}$$

线源的例子在表 4-2 中给出。而且，例 7-4 中求出了终端开口波导的 $\varepsilon_t = 0.81$。

用一个初级天线（馈源）照射次级辐射口径的天线，例如抛物面反射器，遇到馈源功率偏出辐射口径的溢出损耗。在大多数口径天线中，溢出效率 ε_s 和口径渐削效率是增益损失的主要来源。该乘积 $\varepsilon_t\varepsilon_s$ 称为照射效率 ε_i。

式(7-79)中余下的因子 ε_a 是可达效率，它可以包含许多子效率。在 7.5 节中将处理更多的子效率，但式(7-82)中的两个通常是主要的：

$$\varepsilon_a = \varepsilon_{cr}\varepsilon_{ph}\cdots \tag{7-82}$$

交叉极化效率 ε_{cr} 代表与预期极化正交的极化态辐射功率而造成的损失。相位误差效率 ε_{ph} 代表口径各处非均匀相位造成的损失。

任何一个效率因子，可以表示成用 dB 表示的增益因子如

$$\varepsilon_n(\mathrm{dB}) = 10\log\varepsilon_n \tag{7-83}$$

式(7-83)的增益"损失"是它的负值。例如，例 7-4 的口径渐削效率是 0.81，所以 $\varepsilon_t(\mathrm{dB}) = -0.91\mathrm{dB}$，而增益损失是 $+0.91\mathrm{dB}$。在这种情况下，这是唯一的损失来源。一般说来，式(7-77)和式(7-79)可以写成以 dB 表示的形式如

$$G(\mathrm{dB}) = 10\log\left(\frac{4\pi}{\lambda^2}A_p\right) + e_r(\mathrm{dB}) + \varepsilon_t(\mathrm{dB}) + \varepsilon_s(\mathrm{dB}) + \varepsilon_a(\mathrm{dB}) \tag{7-84}$$

回想起极化失配因子 p 和阻抗失配因子 q，既没有包含在口径效率中，也没有包含在增益中，但它们与效率因子起着同样的作用（如 2.5 节所讨论的）。

天线性能的另一个量度是波束效率 ε_M。代替增益损失，波束效率将主瓣立体角 Ω_M 相对于整个方向图的延展度定量化：

$$\varepsilon_M = \frac{\Omega_M}{\Omega_A} = \frac{\iint\limits_{\substack{\text{main}\\ \text{beam}}} |F(\theta,\phi)|^2\mathrm{d}\Omega}{\iint\limits_{4\pi} |F(\theta,\phi)|^2\mathrm{d}\Omega} \tag{7-85}$$

7.3.3 简单的方向性公式

估计一个天线的增益经常是有必要的，特别是在系统的计算中。如果增益不能测量，则可以用简单的增益方程。最直接和最简单的办法是采用式(7-77)。很容易得到工作波长和物理口径面积。正如本章后面对喇叭与反射器的讨论，可知有时口径效率

可通过理论模型确定。在许多场合,它是可以估计的。一般,ε_{ap}的范围从30%~80%,一般50%就是好的了。最佳增益角锥喇叭具有接近50%的口径效率。抛物面反射器天线具有55%或更高的效率。通过估计口径效率就能求出增益。例如,一个30dB增益的天线,具有55%的实际效率,当估计效率为60%时,增益误差为0.38dB。

有一个近似方向性表达式是很有用的,它仅依赖于主平面方向图的半功率束宽。可以预期它能产生良好的结果,因为方向性的变化与波束立体角的变化相反($D=4\pi/\Omega_A$),而波束立体角主要由主瓣控制。因此,预测能找到$D\propto(\mathrm{HP}_E\mathrm{HP}_H)^{-1}$,其中,主平面束宽的乘积近似于波束立体角。现在来导出这个关系。

由式(7-73)的可分离出分布的矩形口径,在边射工作($\theta_0=0$)的方向性是

$$D=\pi D_x D_y \tag{7-86}$$

其中D_x和D_y是与x和y口径分布变化的相关的线源的方向性。在研究若干直线流分布后知道,这些方向性与口径延展度有关

$$D_x=c_x\frac{2L_x}{\lambda},\quad D_y=c_y\frac{2L_y}{\lambda} \tag{7-87}$$

其中方向性因子c_x和c_y是常数,仅随$E_{a1}(x)$和$E_{a2}(x)$的分布略有变化。对均匀线源,$c_x=c_y=1$,见式(4-21)。在式(7-86)中使用(7-87)并重新整理得

$$D=\pi c_x\frac{2L_x}{\lambda}c_y\frac{2L_y}{\lambda}=\frac{4\pi c_x c_y k_x k_y}{\left(k_x\dfrac{\lambda}{L_x}\right)\left(k_y\dfrac{\lambda}{L_y}\right)}=\frac{4\pi c_x c_y k_x k_y}{\mathrm{HP}_x\mathrm{HP}_y} \tag{7-88}$$

与经常使用的(见表4-2)下面两个束宽公式相关联的束宽因子k_x和k_y是常数:

$$\mathrm{HP}_x=k_x\frac{\lambda}{L_x},\quad \mathrm{HP}_y=k_y\frac{\lambda}{L_y} \tag{7-89}$$

对均匀线源,$k_x=k_y=0.886$。式(7-88)的分子是方向性束宽乘积:

$$\mathrm{DB}=4\pi c_x c_y k_x k_y\cdot\left(\frac{180}{\pi}\right)^2(\deg^2) \tag{7-90}$$

它类似于常用于表征电路器件的增益带宽乘积。它对于各种工作环境保持相对恒定。因为当幅度减小时,口径效率降低而常数c_x,c_y也随着减小,但是常数k_x,k_y会因波束变宽而增加,几乎抵消了c_x,c_y的减小。

如果能够确定DB的值,式(7-88)就是所希望的关于方向性的简单公式。对均匀线源,

$$\mathrm{DB}_u=4\pi(1)(1)(0.886)(0.886)=9.86\ \mathrm{rad}^2=32\,383\ \deg^2 \tag{7-91}$$

则式(7-88)成为

$$D_{u_{un}}=\frac{32\,383}{\mathrm{HP}_{E^\circ}\ \mathrm{HP}_{H^\circ}} \tag{7-92}$$

其中HP_{E°和HP_{H°是以度表示的主平面束宽。虽然这是均匀矩形口径,但它对任何比较窄的主瓣甚至是副瓣,也能产生准确的结果。如果是扫描波束的束宽,此式也能用于扫描波束[5]。对均匀圆口径,

$$\mathrm{DB}_{a_{\infty}} = D \cdot \mathrm{HP}^2 = \frac{4\pi}{\lambda^2}\pi a^2\left(1.02\frac{\lambda}{2a}\right)^2\left(\frac{180}{\pi}\right)^2 = 33\ 709\ \mathrm{deg}^2 \tag{7-93}$$

其中用了式(1-171)和(1-172)。它很接近于均匀矩形口径的方向性——带宽乘积32 383。假如圆口径的幅度从中心到边缘的是渐削变化的，DB 值从33 709变到约39 000度^2[6]。对于均匀相位和 H 面中幅度是余弦渐削的矩形口径，就像例 7-4 的终端开口波导，DB 是 35 230 度^2。

对方向图的某些简单的数学模型，没有副瓣。高斯形和 $\cos^q\theta$ 形波束就是个例子，见习题 7.3.18 和 7.3.19。也可参见 9.6.2 节。所有的辐射都包含在主瓣内，没有副瓣，从而波束立体角可以良好地近似为主平面束宽的乘积，即 $\Omega_A \approx \mathrm{HP}_E\mathrm{HP}_H$（见图 1-18）。而方向性是

$$D = \frac{4\pi}{\Omega_A} \approx \frac{4\pi}{\mathrm{HP}_E\mathrm{HP}_H} = \frac{41\ 253}{\mathrm{HP}_{E^\circ}\mathrm{HP}_{H^\circ}} \tag{7-94}$$

对低方向性的天线，此公式能很好地运用。例如，半波振子的 $\mathrm{HP}_{E^\circ}=78$，$\mathrm{HP}_{H^\circ}=360$，而由式(7-94)有 $D\approx1.47$，此值接近于准确值 1.64。也有其他的简单公式，但是它们大多只适用于特殊场合[7-10]。

实际上，天线产生的辐射方向图，在副瓣中具有可观的功率量。此外，主瓣与理想方向图如均匀线源的 $\sin u/u$ 相比，滚降得较慢。因此，主瓣的立体角比预测的主平面束宽的乘积大。与理想模型相比，它和副瓣立体角的增大一起导致方向性的减小。与在实际的高增益天线中能很好运用的式(7-92)相比，有

$$G = \frac{26\ 000}{\mathrm{HP}_{E^\circ}\mathrm{HP}_{H^\circ}} \tag{7-95}$$

这里用增益取代了方向性，因为它直接用于实际天线中。制造商提出的数据，通常是所测出的增益，它直接关系到如何使用该天线。在大多数情况下，欧姆损耗很小，所以 $G\approx D$。

首先要认清一点，当使用前面的仅基于半功率束宽的简单公式求方向性或增益时，不能求出准确的结果。这是因为半功率束宽值并没有包含足够的信息。可是，一般说来，可以将该简单公式的应用作如下归纳。对具有很低的方向性又没有旁瓣的天线，式(7-94)是合适的选择。当以具有相当大电尺寸的天线的理论模型工作，式(7-92)可以产生良好的方向性值。最后，对实际高增益天线，式(7-95)产生很有用的增益值。式(7-95)的分子比(7-94)的小，因为对可达到的增益有几种影响，例如宽范围旁瓣没有像理论口径模型那样降至可忽略的值。下面的例子说明式(7-95)的使用。

例 7-5　角锥喇叭天线

一个角锥喇叭天线（见图 7-18a），具有的宽为 A 和高为 B，最高增益具有 51% 的口径效率，所以由式(7-77)有

$$G = 0.51\frac{4\pi}{\lambda^2}AB \tag{7-96}$$

作为一个特例，一个“标准增益喇叭”工作在 33GHz ~ 50GHz，在 40GHz（$\lambda=0.75$cm）时

测得增益为 24.7dB(G = 295.1)。喇叭的口径尺寸是 A = 5.54cm, B = 4.55cm。将 λ、A、B 用于式(7-96)得到 $G = 287.2 = 24.6$dB。从主平面半功率束宽也可以估计增益，在 40GHz 时，$HP_{E^\circ} = 9°$，$HP_{H^\circ} = 10°$。由式(7-95)得到 $G = 288.9 = 24.6$dB。由两种方法得到的增益值与实测增益 24.7dB 符合的很好。

例 7-6　圆形抛物面反射器天线

直径为 D 的典型的圆形抛物面反射器天线的口径效率是 55%，所以式(7-77)成为

$$G = \varepsilon_{ap}\frac{4\pi}{\lambda^2}A_p = 0.55\frac{4\pi}{\lambda^2}\left(\pi\frac{D^2}{4}\right) = 5.43\frac{D^2}{\lambda^2} \tag{7-97}$$

对一个特例，一个 3.66m 的圆形抛物面反射器，工作在 11.7GHz(λ = 2.564cm)，具有测量值 G = 50.4dB，$HP_{E^\circ} = HP_{H^\circ} = 0.5°$。现在将再次检验估计公式。首先，式(7-97)给出 $G = 5.43(366/2.564)^2 = 110\,604 = 50.4$dB。其次，式(7-95)产生 $G = 26\,000/(0.5)^2 = 104\,000 = 50.2$dB。这两个估计与测量的增益符合得很好。

7.4　矩形喇叭天线

喇叭天线在 1GHz 及以上的微波区域是非常流行的天线。喇叭提供高增益、低 VSWR、相对较宽的带宽、低重量，而且比较容易构建。另一个优点是实践中很容易达到喇叭天线的理论计算值。

利用矩形几何结构的三种喇叭天线如图 7-11 所示。这些喇叭由矩形波导馈电，其宽边为水平取向。对激励主模的波导，E 面是竖直的，而 H 面是水平的。如果喇叭用于将宽边扩展而波导窄边不变，就称它为 ***H* 面扇形喇叭天线**，如图7-11a所示。另一方面，如果喇叭仅用于将 E 面尺寸扩展，它就称为 ***E* 面扇形喇叭天线**，如图 7-11b 所示。当两边波导尺寸都扩展，它就称为**角锥喇叭天线**，如图 7-11c 所示。

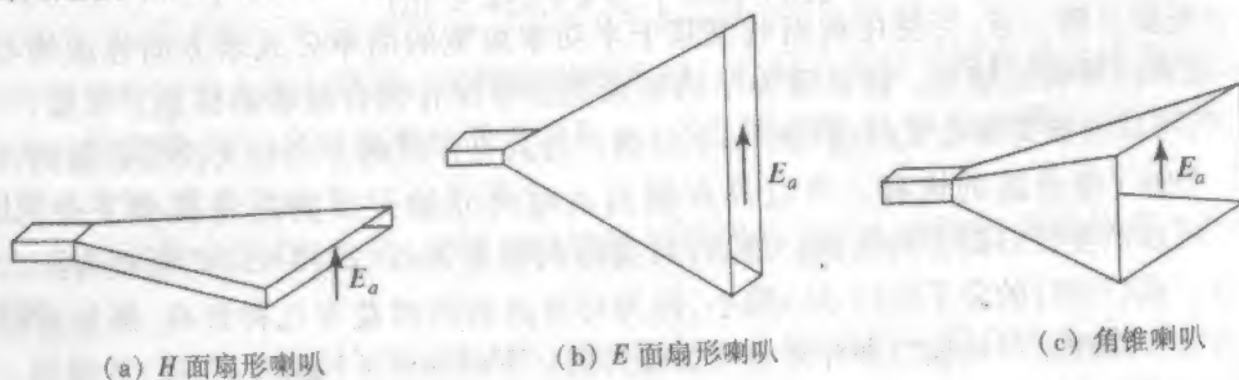


图 7-11　矩形喇叭天线

喇叭天线的工作可以看作是一个扩音器，它是一个为声波提供方向性的声学喇叭辐射器。电磁喇叭起着从波导模到自由空间模的过渡作用。这种过渡减少了反射波，而注重行波。这种行波，恰如在其他天线上是看到的，导致低的 VSWR 和宽的带宽。

口径天线是最老的天线之一。1888 年，赫兹用微波抛物柱面天线做过实验。1897

年，印度物理学家 B[illegible]喇叭，工作在 60GHz。在 20 世纪 40 年代得到了广泛的应用，见喇叭天线文献汇编[11]。

迄今尚未考虑到的喇叭天线的一个特征，就是从波导连接处到喇叭口径边缘比到扩展面口径中心的路径长度长，它引起沿口径的相位延迟。这个口径“相位误差”在终端开口波导等场合并不出现，它使分析复杂化。在若干天线领域会出现相位误差，本节将处理矩形喇叭天线的相位误差。除矩形喇叭外，圆锥喇叭天线也是常见的。也有一些特殊用途的喇叭，包括口径中带有介质或金属板透镜以校正相位误差的喇叭，以及带有波纹以增加带宽的喇叭[12]。喇叭天线的最重要的应用之一，就是用作反射器天线的馈源。流行的馈电喇叭的内壁具有波纹，在 7.7 节中将讨论它。

7.4.1 *H* 面扇形喇叭天线

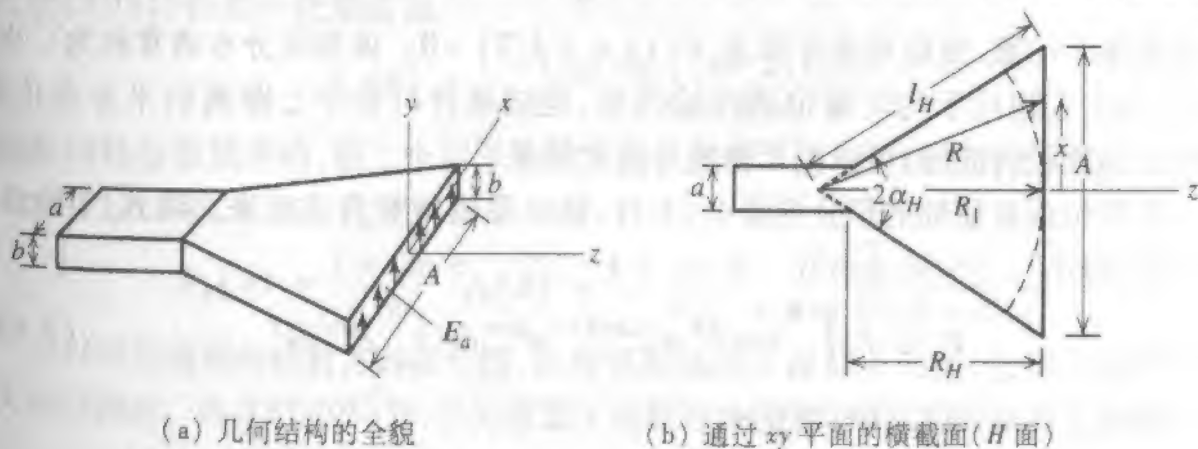
图 7-12a 的 H 面扇形喇叭由内尺寸为 a 和 b 的矩形波导馈电，其中 a 是宽边，口径在 H 面中宽度为 A，E 面中高度为 b。H 面横截面图 7-12b 展示了几何参数。对该几何结构，下列关系式对随后的分析是有用的：

$$l_H^2 = R_1^2 + \left(\frac{A}{2}\right)^2 \tag{7-98}$$

$$\alpha_H = \tan^{-1}\left(\frac{A}{2R_1}\right) \tag{7-99}$$

$$R_H = (A - a)\sqrt{\left(\frac{l_H}{A}\right)^2 - \frac{1}{4}} \tag{7-100}$$

可以直接从图 7-12b 得出上述关系式，练习证明式(7-100)。尺寸 A 和 R_H（或 l_H 或 R_1）必须确定以便构建喇叭。首先考察工作原理，然后给出确定喇叭尺寸的设计程序。



（a）几何结构的全貌　　（b）通过 xy 平面的横截面（H 面）

图 7-12　H 面扇形喇叭天线

求解口径天线问题的关键是求出口径面的切向场。对于图 7-12a 所示的 H 面扇形喇叭，口径平面处于 xy 平面中。口径场当然来自所连接的波导。正如通常的实际场合，假定波导传输的是矩形波导的主模 TE_{10}。则波导中的横向场是

$$E_y = E_{og}\cos\frac{\pi x}{a}e^{-j\beta_g z} \tag{7-101a}$$

$$H_x = -\frac{E_y}{Z_g} \tag{7-101b}$$

其中 $Z_g=\eta[1-(\lambda/2a)^2]^{-1/2}$ 是波导的特性阻抗。到达口径的场基本上是波导场的扩展态。不过，因为路径不同波到达口径面不同点并非同相。现在来确定相位分布。

从波导中的喇叭尖顶实际上到喇叭口径的路径长度 R，朝喇叭口边缘处增加。因此，波到达口径的偏离中心位置相对于到达中心位置有一个相位滞后。当波沿喇叭行进时，相位常数从波导的 β_g 变成自由空间常数 β。但对相对大的喇叭，在口径附近的相位常数已接近自由空间值。则沿 x 方向的口径相位变化由式(7-102)给出

$$e^{-j\beta(R-R_1)} \tag{7-102}$$

在 y 方向，口径相位是均匀的。利用图7-12b，对 R 的一个近似式是

$$R = \sqrt{R_1^2+x^2} = R_1\left[1+\left(\frac{x}{R_1}\right)^2\right]^{1/2} \tag{7-103a}$$

$$\approx R_1\left[1+\frac{1}{2}\left(\frac{x}{R_1}\right)^2\right] \tag{7-103b}$$

如果 $A/2\ll R_1$，对 $x\ll R_1$，式(7-103)成立。所以

$$R-R_1 \approx \frac{1}{2}\frac{x^2}{R_1} \tag{7-104}$$

幅度分布是波导的扩展态，所以在 x 方向是余弦渐削的。在式(7-102)中利用这一点和式(7-104)，在口径内部得到口径电场分布

$$E_{ay} = E_0\cos\frac{\pi x}{A}e^{-j(\beta/2R_1)x^2} \tag{7-105}$$

在别处为零。注意，按边界条件要求，$E_{ay}(x=\pm A/2)=0$。该相位分布通常称为二次相位误差，因为它相对于均匀相位条件的偏离，是随离开口径中心距离的平方变化的。把喇叭表示成径向波导，可以更严格地导出此结果[13]。

二次相位误差使辐射积分更复杂，不过，该结果值得努力求出来。将式(7-105)代入(7-18b)得出

$$P_y = E_0\int_{-A/2}^{A/2}\cos\frac{\pi x'}{A}e^{-j(\beta/2R_1)x'^2}e^{j\beta ux'}dx'\int_{-b/2}^{b/2}e^{j\beta vy'}dy' \tag{7-106}$$

经过可观的工作后，式(7-16)简化成

$$P_y = E_0\left[\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi R_1}{\beta}}I(\theta,\phi)\right]\left\{b\frac{\sin[(\beta b/2)\sin\theta\sin\phi]}{(\beta b/2)\sin\theta\sin\phi}\right\} \tag{7-107}$$

其中括号内的因子对应于式(7-106)中的每个积分。第二个因子是对均匀线源的。第一个因子包含函数

$$I(\theta,\phi) = e^{j(R_1/2\beta)(\beta\sin\theta\cos\phi+\pi/A)^2}[C(s'_2)-jS(s'_2)-C(s'_1)+jS(s'_1)] + e^{j(R_1/2\beta)(\beta\sin\theta\cos\phi-\pi/A)^2}[C(t'_2)-jS(t'_2)-C(t'_1)+jS(t'_1)] \tag{7-108}$$

其中

$$
\begin{aligned}
s'_1 &= \sqrt{\frac{1}{\pi\beta R_1}}\left(-\frac{\beta A}{2} - R_1\beta u - \frac{\pi R_1}{A}\right) \\
s'_2 &= \sqrt{\frac{1}{\pi\beta R_1}}\left(\frac{\beta A}{2} - R_1\beta u - \frac{\pi R_1}{A}\right) \\
t'_1 &= \sqrt{\frac{1}{\pi\beta R_1}}\left(-\frac{\beta A}{2} - R_1\beta u + \frac{\pi R_1}{A}\right) \\
t'_2 &= \sqrt{\frac{1}{\pi\beta R_1}}\left(\frac{\beta A}{2} - R_1\beta u + \frac{\pi R_1}{A}\right)
\end{aligned}
\tag{7-109}
$$

而函数 $C(x)$ 和 $S(x)$ 是由式(F-17)定义的菲涅尔积分,并列表于参考文献[14]。

现在可以得到总辐射场了。利用式(7-29)给出远区电场分量

$$E_\theta = \mathrm{j}\beta\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta r}}{4\pi r}(1+\cos\theta)\sin\phi P_y \tag{7-110a}$$

$$E_\phi = \mathrm{j}\beta\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta r}}{4\pi r}(1+\cos\theta)\cos\phi P_y \tag{7-110b}$$

再与式(7-107)一起,得到完整的辐射电场

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{E} = {} & \mathrm{j}\beta E_0 b\sqrt{\frac{\pi R_1}{\beta}}\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta r}}{4\pi r}\left(\frac{1+\cos\theta}{2}\right)(\hat{\boldsymbol{\theta}}\sin\phi + \hat{\boldsymbol{\phi}}\cos\phi) \\
& \cdot\frac{\sin[(\beta b/2)\ \sin\theta\sin\phi]}{(\beta b/2)\ \sin\theta\ \sin\phi}I(\theta,\phi)
\end{aligned}
\tag{7-111}
$$

其中 $I(\theta,\phi)$ 仍由式(7-108)给出。

完整的辐射表示式比较麻烦,所以,还是来考察主平面方向图。在 E 平面,$\phi=90°$,式(7-111)的归一化形式是

$$F_E(\theta) = \frac{1+\cos\theta}{2}\frac{\sin[(\beta b/2)\sin\theta]}{(\beta b/2)\sin\theta} \tag{7-112}$$

正如从口径分布预期的,第二个因子是沿 y 轴长度为 b 的均匀线源的方向图。

在 H 面中,$\phi=0°$,且归一化方向图是

$$F_H(\theta) = \frac{1+\cos\theta}{2}f_H(\theta) = \frac{1+\cos\theta}{2}\frac{I(\theta,\phi=0°)}{I(\theta=0°,\phi=0°)} \tag{7-113}$$

可以利用通用的辐射方向图作图,比较容易地展示 H 面方向图,它基于横贯口径的最大相位误差。由式(7-105)知,作为位置 x 函数的口径分布相位误差是

$$\delta = \frac{\beta}{2R_1}x^2 \tag{7-114}$$

由于 x 的最大值是 $A/2$,最大相位误差是

$$\delta_{\max} = \frac{\beta}{2R_1}\left(\frac{A}{2}\right)^2 = 2\pi\frac{A^2}{8\lambda R_1} = 2\pi t \tag{7-115}$$

其中 t 的定义是

$$t = \frac{A^2}{8\lambda R_1} = \frac{1}{8}\left(\frac{A}{\lambda}\right)^2\frac{1}{R_1/\lambda} \tag{7-116}$$

可以把式(7-108)中的函数 $I(\theta,\phi=0°)$以 t 来表示为

$$I(\theta,\phi = 0°) = e^{j(\pi/8t)[(A/\lambda)\sin\theta+1/2]^2}[C(s_2) - jS(s_2) - C(s_1) + jS(s_1)] + e^{j(\pi/8t)[(A/\lambda)\sin\theta-1/2]^2}[C(t_2) - jS(t_2) - C(t_1) + jS(t_1)] \tag{7-117}$$

其中

$$\begin{aligned} s_1 &= 2\sqrt{t}\left[-1 - \frac{1}{4t}\left(\frac{A}{\lambda}\sin\theta\right) - \frac{1}{8t}\right] \\ s_2 &= 2\sqrt{t}\left[1 - \frac{1}{4t}\left(\frac{A}{\lambda}\sin\theta\right) - \frac{1}{8t}\right] \\ t_1 &= 2\sqrt{t}\left[-1 - \frac{1}{4t}\left(\frac{A}{\lambda}\sin\theta\right) + \frac{1}{8t}\right] \\ t_2 &= 2\sqrt{t}\left[1 - \frac{1}{4t}\left(\frac{A}{\lambda}\sin\theta\right) + \frac{1}{8t}\right] \end{aligned} \tag{7-118}$$

对各种不同的 t 值,该函数图如图 7-13 所示。它是零相位误差条件下的主瓣峰值的归一化,它表示出,当最大相位误差 $2\pi t$ 增加时的方向性损耗(主瓣峰值的减缩)。

图 7-13 中的曲线是通用方向图,可由此得出特定 A、b、λ 值的天线方向图。H 面的图(实线)是$(A/\lambda\sin\theta)$的函数。E 面的图(虚线)是式(7-112)的第二项,其横坐标是 $b/\lambda\sin\theta$。在方向图函数式(7-112)和式(7-113)中出现的因子$(1+\cos\theta)/2$ 并未包含在图 7-13 中。对大多数情况,它对总方向图的影响很小,可以略去不计。不过,只要给从通用方向图得到的相应的方向图值加上因子 $20\log[(1+\cos\theta)/2]$就很容易受到它的影响。注意,图 7-13 的 E 面图,对均匀线源方向图具有 -13.3dB 的旁瓣电平,而恒定相位 H 面图$(t=0)$,对余弦渐削线源方向图具有 -23dB 的旁瓣电平。随着相位误差的增加,H 面方向图束宽和旁瓣也增加。

式(7-113)中的方向图 $f_H(\theta)$,可以利用数学应用软件包,执行如下数值积分计算得出色的结果:

$$f_H(\theta) \propto \int_{-A/2}^{A/2} \cos\frac{\pi x'}{A} e^{-j\beta\sqrt{R_1^2+x'^2}} e^{j\beta\sin\theta\, x'} dx' \tag{7-119}$$

其中用了式(7-106)以及严格的相位误差表示式(7-103a)而不是二次近似式(7-103b),这样就避免了前面的复杂表示式,而且允许严格的相位。

H 面扇形喇叭的方向性是从式(7-66)的口径积分法得出,为

$$D_H = \frac{b}{\lambda}\frac{32}{\pi}\left(\frac{A}{\lambda}\right)\varepsilon_{ph}^H = \frac{4\pi}{\lambda^2}\varepsilon_t\varepsilon_{ph}^H Ab \tag{7-120a}$$

其中

$$\varepsilon_t = \frac{8}{\pi^2} \tag{7-120b}$$

$$\varepsilon_{ph}^H = \frac{\pi^2}{64t}\{[C(p_1) - C(p_2)]^2 + [S(p_1) - S(p_2)]^2\} \tag{7-120c}$$

$$p_1 = 2\sqrt{t}\left[1 + \frac{1}{8t}\right],\quad p_2 = 2\sqrt{t}\left[-1 + \frac{1}{8t}\right] \tag{7-120d}$$

注意，对 $u=0$，由式(7-108)有 $p_1 = -s_1 = t_2$ 且 $p_2 = s_2 = -t_1$。该表达式分别地显示出与口径渐削和与相位关联的两个效率因子，ε_t 和 ε_{ph}^{H}。

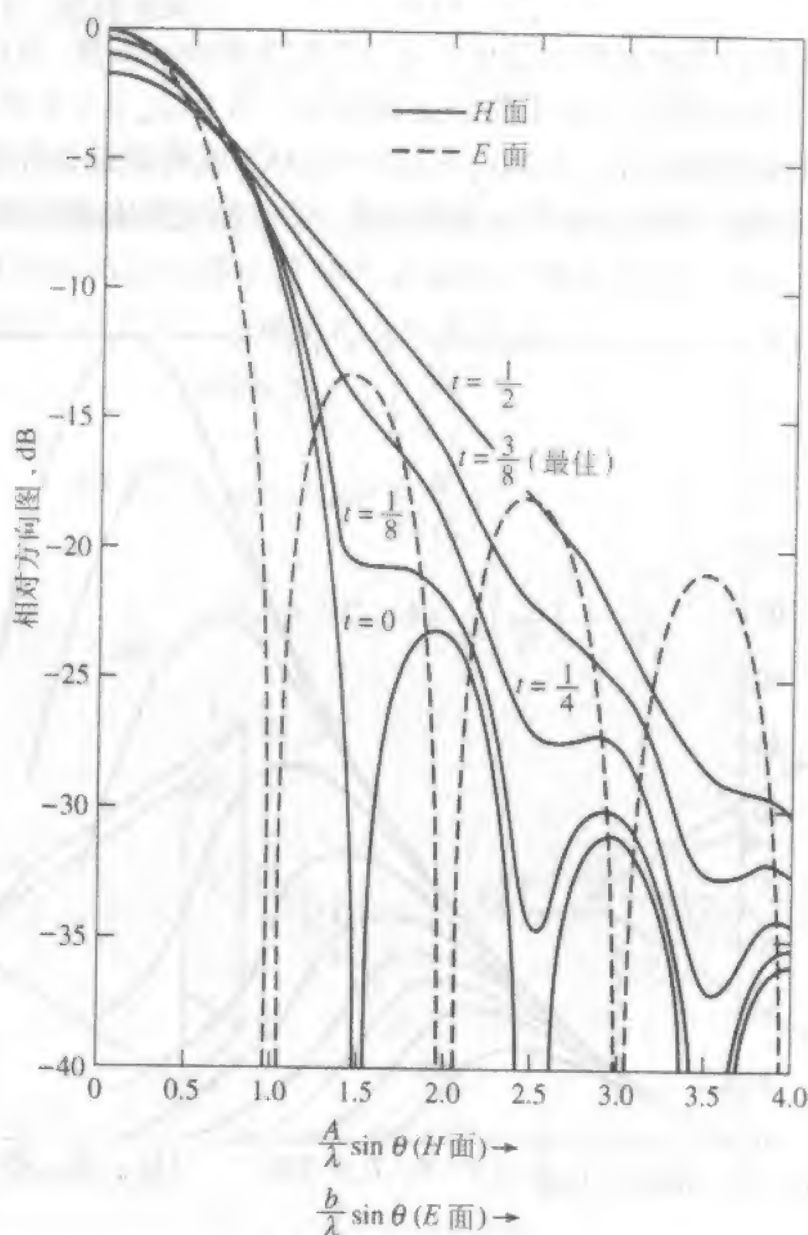


图 7-13　图 7-12 所示 H 面扇形喇叭主平面的通用辐射方向图。不包含因子$(1+\cos\theta)/2$

图 7-14 给出一族通用方向图曲线，其中对各种 R_1/λ 值画出了 $\lambda D_H/b$ 对A/λ的图。注意，对一个给定的轴向长度 R_1，有一个最佳口径宽度 A 与某个适当曲线的峰值相对应。相应于最佳工作点的 A/λ 的值对 R_1/λ 作图产生一光滑曲线方程 $A/\lambda = \sqrt{3\lambda R_1}$，给出

$$A = \sqrt{3\lambda R_1} \qquad \text{最佳} \tag{7-121}$$

例如图 7-14 中 $R_1/\lambda=30$ 曲线峰的 A/λ 值是 9.5，而由式(7-121)得 $A/\lambda = \sqrt{3\lambda R_1} = \sqrt{3(30)} = 9.49$。

相应于最佳方向性的最优相位误差参数值,可由式(7-116)与(7-121)求出

$$t_{op} = \frac{A^2}{8\lambda R_1} = \frac{3}{8} \qquad \text{最佳} \tag{7-122}$$

方向性曲线出现最佳行为的解释很简单。对一个给定的轴向长度,当口径宽度 A 从一小值开始增加时,方向性随口径面积的增加而增加。当 $t = t_{op} = 3/8$ 时,它相对于口径边缘($x = \pm A/2$)的相位滞后 $\delta_{max} = 2\pi t_{op} = 3\pi/4 = 135°$,就得到最佳性能。当增加到超过最佳点,沿口径的相位变化会导致远场的抵消,减弱方向性,从图 7-13 的方向图可以看到这点。

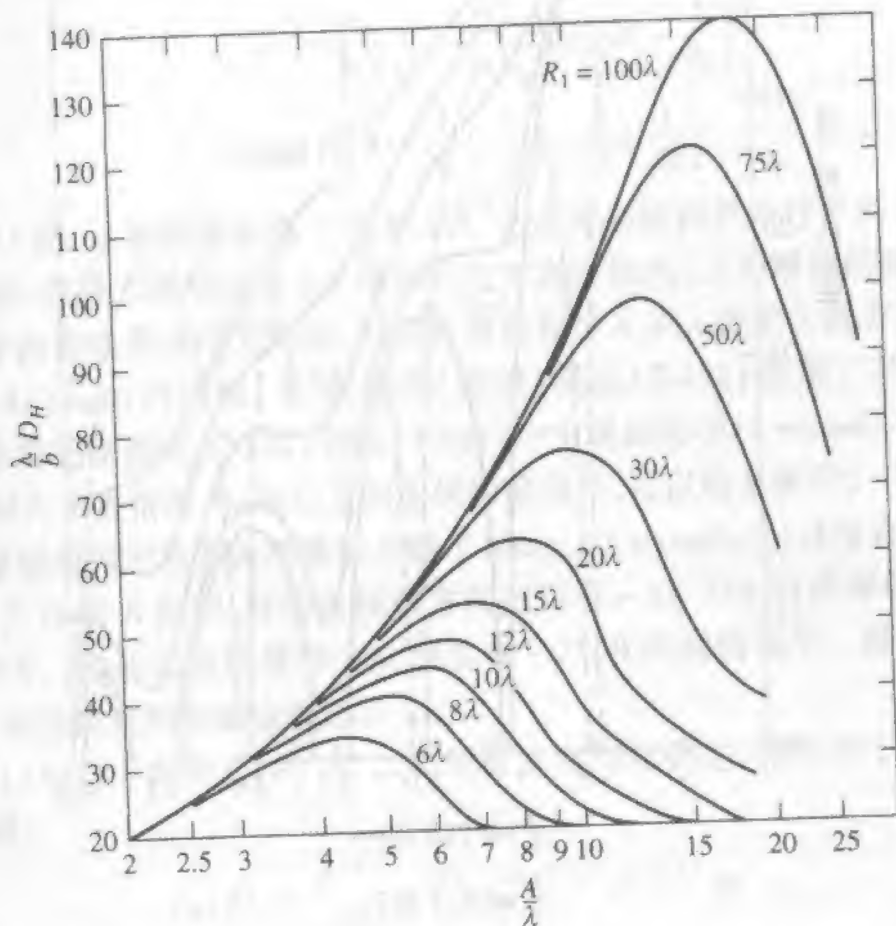


图 7-14 H 面扇形喇叭的通用方向性曲线

利用数值技术及严格相位误差式(7-103a),就像对式(7-119)作辐射积分时那样进行前面所作分析,就可以没有近似。不过,利用一个包含实际相位误差的校正相位参数比较方便。如果式(7-118)中的 t 由式(7-123)取代,可以得到严格的方向图

$$t_e = \left(\frac{A}{\lambda}\right)^2 \frac{1}{8t}\left\{\left[1 + \left(\frac{\lambda}{A}\right)^2 16\, t^2\right]^{1/2} - 1\right\} \qquad \text{严格的} \tag{7-123}$$

如果相位误差不大,口径又大于几个波长,则有 $t_e \approx t$。例如,3λ 的口径($A/\lambda = 3$)的最佳情况,严格的相位误差参数是 $t_e = 0.354$,它接近于近似值 0.375。类似地,用式(7-120)的 t_e 取代 t,可得方向性的严格相位误差条件。

最佳性能时的半功率束宽，可由 $t=3/8$ 时图 7-13 中所画方向图确定。主瓣下降 3dB 的点出现在 $(A/\lambda)\sin\theta=0.68$ 时，所以最佳 H 面扇形喇叭的 H 面束宽是 $2\theta_H=\sin^{-1}(0.68\lambda/A)$。而对 $A\gg\lambda$，

$$\mathrm{HP}_H\approx 1.36\frac{\lambda}{A}=78^\circ\frac{\lambda}{A}\qquad \text{最佳} \tag{7-124}$$

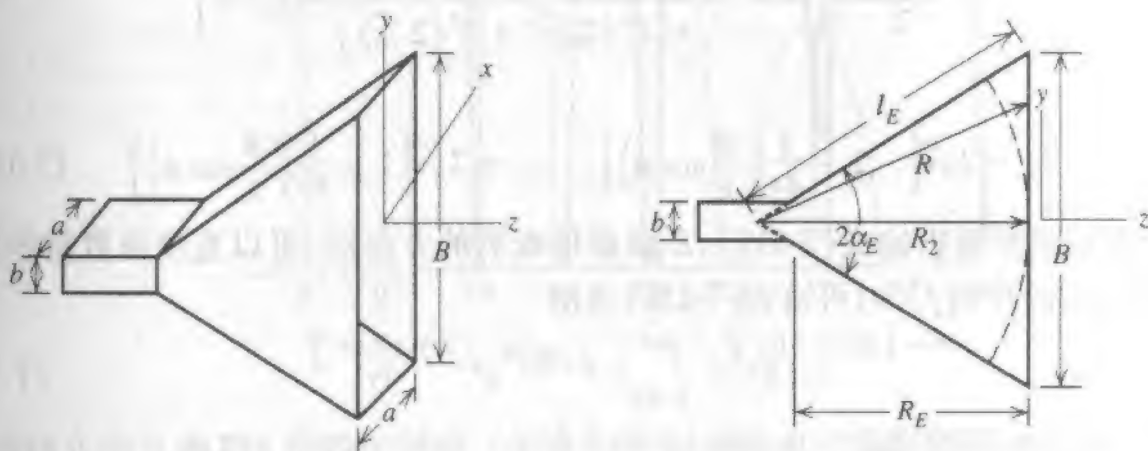
7.4.2 E 面扇形喇叭天线

矩形喇叭天线也可以由馈电波导在 E 面中扩展而形成。这样所得的喇叭称为 E 面扇形喇叭，如图 7-15 所示。该喇叭的几何关系是

$$l_E^2=R_2^2+\left(\frac{B}{2}\right)^2 \tag{7-125}$$

$$\alpha_E=\tan^{-1}\left(\frac{B}{2R_2}\right) \tag{7-126}$$

$$R_E=(B-b)\sqrt{\left(\frac{l_E}{B}\right)^2-\frac{1}{4}} \tag{7-127}$$



(a) 几何结构全貌　　(b) 通过 yz 平面（E 面）的横截面

图 7-15　E 面扇形喇叭

与对 H 面扇形喇叭采取的思路一样，得到对 E 面喇叭的口径电场分布如下：

$$E_{ay}=E_0\cos\frac{\pi x}{a}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}(\beta/2R_2)y^2} \tag{7-128}$$

采用与 H 面扇形喇叭的同样步骤，得到辐射场

$$\boldsymbol{E}=\mathrm{j}\beta E_0\sqrt{\frac{\pi R_2}{\beta}}\frac{4a}{\pi}\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta r}}{4\pi r}\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\beta R_2/2)v^2}(\hat{\boldsymbol{\theta}}\sin\phi+\hat{\boldsymbol{\phi}}\cos\phi)\cdot$$
$$\frac{1+\cos\theta}{2}\frac{\cos[(\beta a/2)u]}{1-[(\beta a/\pi)u]^2}[C(r_2)-\mathrm{j}S(r_2)-C(r_1)+\mathrm{j}S(r_1)] \tag{7-129a}$$

其中

$$r_1 = \sqrt{\frac{\beta}{\pi R_2}}\left(-\frac{B}{2} - R_2 v\right),\quad r_2 = \sqrt{\frac{\beta}{\pi R_2}}\left(\frac{B}{2} - R_2 v\right) \tag{7-129b}$$

由此可得 $\phi = 0°$时 H 面归一化方向图如下

$$F_H(\theta) = \frac{1+\cos\theta}{2}\,\frac{\cos[(\beta a/2)\sin\theta]}{1-[(\beta a/\pi)\sin\theta]^2} \tag{7-130}$$

该表达式的第二项是均匀相位、余弦幅度渐削、长度为 a 的线源的方向图。

E 面的口径相位误差近似为式(7-128)的二次相位误差 $\delta = (\beta/2R_2)y^2$。最大相位误差发生在 $y = \pm B/2$ 处，给出 $\delta_{max} = (\beta/2R_2)(B/2)^2 = 2\pi(B^2/8\lambda R_2) = 2\pi s$，其中定义相位误差参数为

$$s = \frac{B^2}{8\lambda R_2} = \frac{1}{8}\left(\frac{B}{\lambda}\right)^2\frac{1}{R_2/\lambda} \tag{7-131}$$

由式(7-129)，当 $\phi = 90°$时，可得以 s 表示的 E 面方向图的振幅为

$$\begin{aligned}|F_E(\theta)| &= \frac{1+\cos\theta}{2}|f_E(\theta)|\\ &= \frac{1+\cos\theta}{2}\left\{\frac{[C(r_4)-C(r_3)]^2+[S(r_4)-S(r_3)]^2}{4[C^2(2\sqrt{s})+S^2(2\sqrt{s})]}\right\}^{1/2}\end{aligned} \tag{7-132a}$$

其中

$$r_3 = 2\sqrt{s}\left[-1-\frac{1}{4s}\left(\frac{B}{\lambda}\sin\theta\right)\right],\quad r_4 = 2\sqrt{s}\left[1-\frac{1}{4s}\left(\frac{B}{\lambda}\sin\theta\right)\right] \tag{7-132b}$$

类似于 H 面扇形喇叭的式(7-119)，E 面扇形喇叭的方向图，可以直接由数值积分算出，式(7-132a)中的 $f_E(\theta)$ 可由式(7-133)求出

$$f_E(\theta) \propto \int_{-B/2}^{B/2} e^{-j\beta\sqrt{R_1^2+y'^2}} e^{j\beta\sin\theta\, y'}\,dy' \tag{7-133}$$

E 面扇形喇叭的通用方向图如图7-16所示。相对于各种 s 值的 E 面方向图(实线)不是归一化于0dB的最大点，而是相对于均匀线源时 $s = 0$ 的无相位误差情况。H 面方向图(虚线)是余弦渐削的情况，它是式(7-130)的第二个因子。这些图也没有包括因子 $(1+\cos\theta)/2$。

由式(7-66)求得的 E 面扇形喇叭的方向性是

$$D_E = \frac{a}{\lambda}\frac{32}{\pi}\frac{B}{\lambda}\varepsilon_{ph}^{E} = \frac{4\pi}{\lambda^2}\varepsilon_t\,\varepsilon_{ph}^{E}\,aB \tag{7-134a}$$

其中

$$\varepsilon_t = \frac{8}{\pi^2} \tag{7-134b}$$

$$\varepsilon_{ph}^{E} = \frac{C^2(q)+S^2(q)}{q^2} \tag{7-134c}$$

$$q = \frac{B}{\sqrt{2\lambda R_2}} = 2\sqrt{s} \tag{7-134d}$$

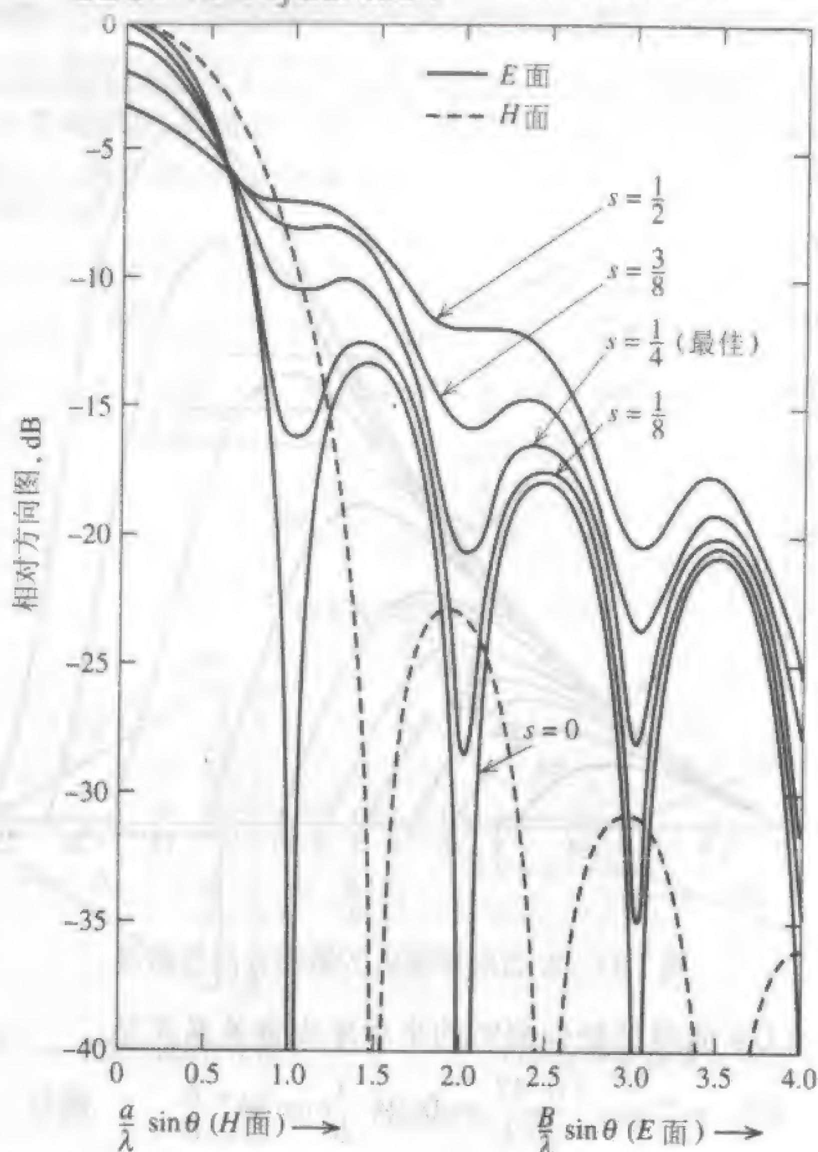


图 7-16　图 7-15 所示 E 面扇形喇叭天线的主平面通用辐射方向图。没有包括因子 $(1+\cos\theta)/2$

对不同的 R_2/λ、作为 B/λ 的函数的一族方向性曲线 $\lambda D_E/a$ 如图 7-17 所示。每根曲线的峰值对应于所给 R_2 值的最佳方向性。通过一对对最佳条件的 B/λ 和 R_2/λ 值的曲线拟合得到

$$B = \sqrt{2\lambda R_2} \qquad \text{最佳} \tag{7-135}$$

相应的 s 值是

$$s_{op} = \frac{B^2}{8\lambda R_2} = \frac{1}{4} \qquad \text{最佳} \tag{7-136}$$

以 s_e 取代 s，很容易把口径平面相应于球面波前的严格相位误差条件考虑进去[9]：

$$s_e = \left(\frac{B}{\lambda}\right)^2 \frac{1}{8s}\left\{\left[1+\left(\frac{\lambda}{B}\right)^2 16s^2\right]^{1/2} - 1\right\} \quad \text{严格的} \tag{7-137}$$

即利用式(7-137)，方向图和方向性的表示式(7-132)和式(7-134)可以变成严格的。不

过，实际上，当口径小时不要期望能精确，因为口径场不能用自由空间条件来近似。

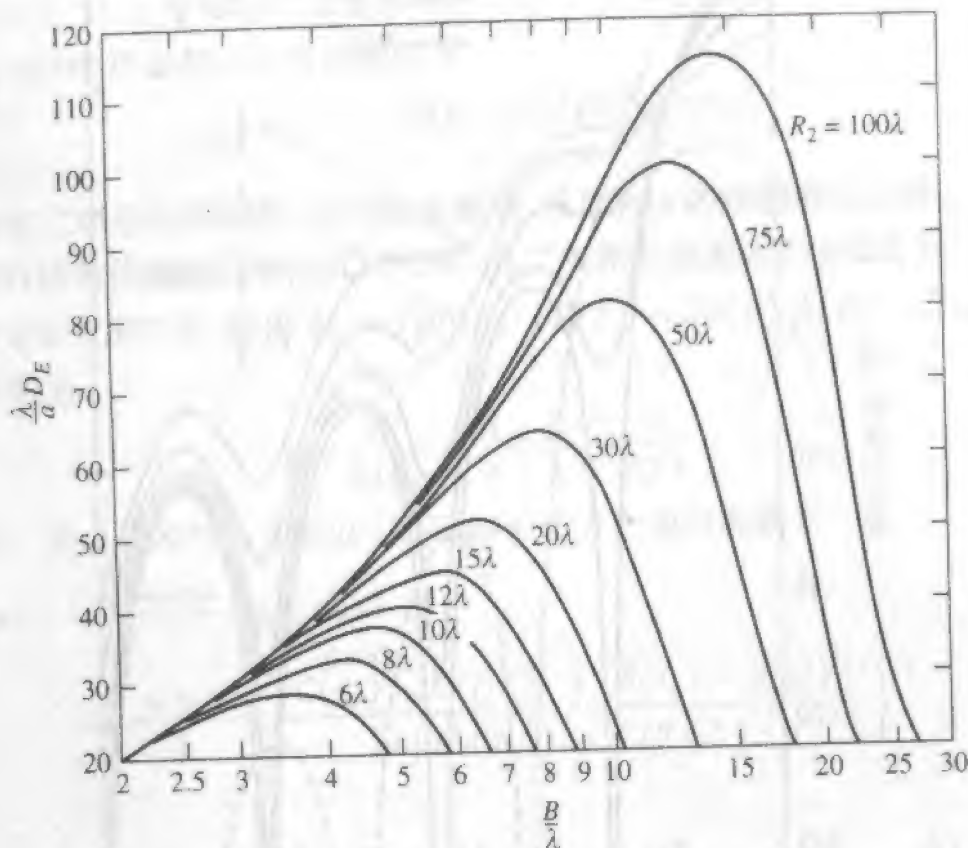


图 7-17　E 面扇形喇叭的通用方向性曲线

来自图 7-16 的 $s=1/4$ 曲线的最佳喇叭的半功率束宽关系式是

$$\mathrm{HP}_E = 2\sin^{-1}\frac{0.47}{B/\lambda} \approx 0.94\frac{\lambda}{B} = 54°\frac{\lambda}{B} \quad 最佳 \tag{7-138}$$

喇叭天线的增益接近等于方向性，即 $G_E \approx D_E$ 和 $G_H \approx D_H$。已经证明，E 面扇形喇叭的增益可以更精确的由式(7-139)给出[16]：

$$G_E = \frac{16aB}{\lambda^2(1+\lambda_g/\lambda)}\frac{C^2(q_1)+S^2(q_1)}{q_1^2}\mathrm{e}^{\pi(a/\lambda)(1-\lambda/\lambda_g)} \tag{7-139}$$

其中 $q_1 = B\left[\sqrt{2\lambda_g l_E}\cos(\alpha_E/2)\right]^{-1}$，而 $\lambda_g = \lambda/\sqrt{1-(\lambda/2a)^2}$ 是给天线馈电的波导中主模的波长。此表示式得出的值与实验结果符合得很好。从式(7-134)得出的值比式(7-139)的值小 20% 甚至更多。

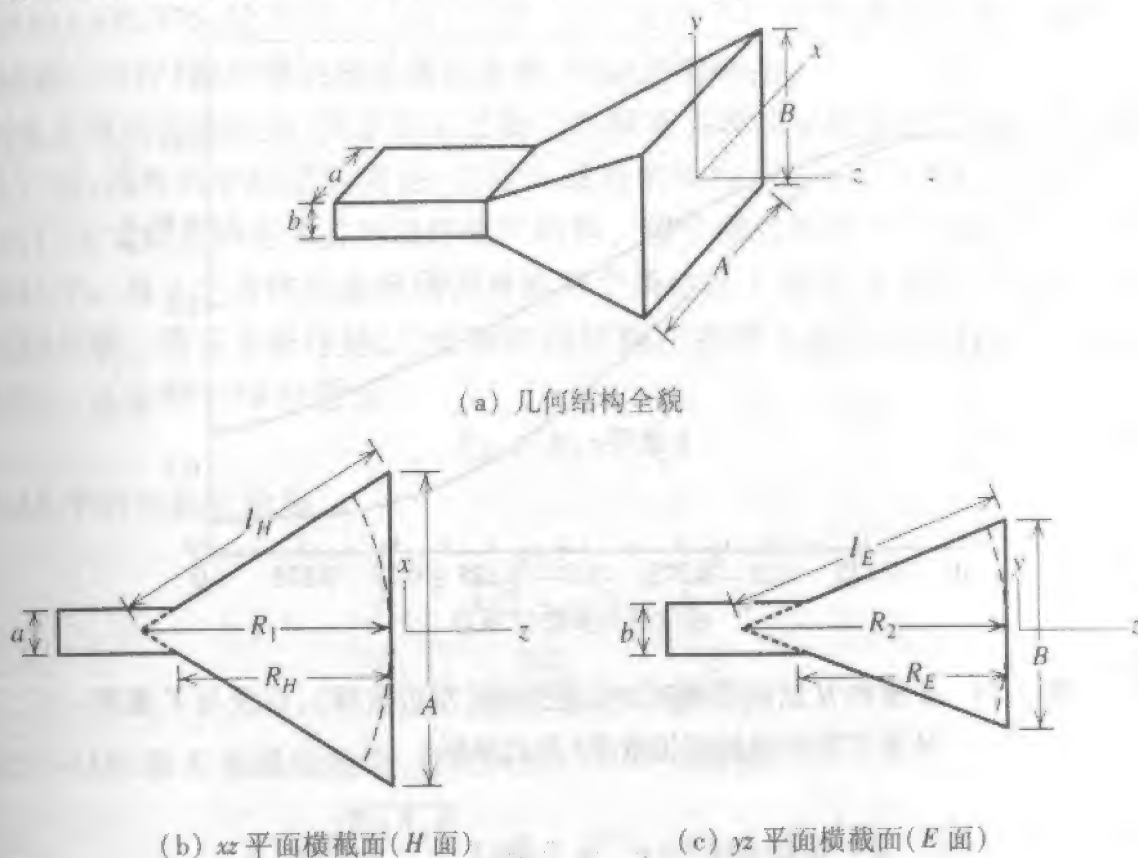
7.4.3　角锥喇叭天线

也许矩形喇叭天线的最流行的形式就是**角锥喇叭天线**。如图 7-18 所示，在 E 面和 H 面都有扩展。这种结构会导致两个主平面内波束变窄而形成笔形束。将由式(7-105)和(7-128)所得 H 面和 E 面扇形喇叭的结果结合起来，就得到口径电场

$$E_{ay} = E_0\cos\left(\frac{\pi x}{A}\right)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}(\beta/2)(x^2/R_1+y^2/R_2)} \tag{7-140}$$

按照扇形喇叭使用的通用程序，可以得到一个辐射场的普遍表示式。主平面方向图和

扇形喇叭所得结果一样，如图所示。更准确地说，角锥喇叭的 E 面和 H 面方向图等于 E 面扇形喇叭的 E 面方向图和 H 面扇形喇叭的 H 面方向图。因此，角锥喇叭的 E 面方向图可以从图 7-16 的通用方向图曲线(实线)求得，而 H 面方向图可以从图 7-13 的实曲线求得。



(a) 几何结构全貌

(b) xz 平面横截面(H 面)　　(c) yz 平面横截面(E 面)

图 7-18　角锥喇叭天线

由于角锥喇叭用作微波频率的增益标准，精确的增益计算是重要的。角锥喇叭的方向性可以从下式较简单地求得，见习题 7.4.15

$$D_p = \frac{\pi}{32}\left(\frac{\lambda}{a}D_E\right)\left(\frac{\lambda}{b}D_H\right) \tag{7-141}$$

在圆括号中的项是分别由图 7-14 和图 7-17 的扇形喇叭方向性曲线得到。对足够大的喇叭，由式(7-141)计算所得值与实验值符合得很好。它包括几何光学场及喇叭边缘的一次绕射场。考虑多次绕射和喇叭内部反射在边缘产生的绕射，导致在式(7-141)预测的增益结果上叠加一小振荡，并和实验结果一致[17]。

考察口径效率对喇叭的作用是建设性的。辐射效率 e_r 接近于 1，所以取增益等于方向性，见式(7-80)。还必须考虑两个效率，即口径的渐削效率 ε_t 和相位效率 ε_{ph}：

$$\varepsilon_{ap} = \varepsilon_t \varepsilon_{ph} = \varepsilon_t \varepsilon_{ph}^E \varepsilon_{ph}^H \tag{7-142}$$

其中，把总相位效率分解为分别由 E 面和 H 面相位误差引起的两个因子。则由式(7-77)可将增益表示为

$$G = \frac{4\pi}{\lambda^2}\varepsilon_{ap}AB = \frac{4\pi}{\lambda^2}\varepsilon_t AB\varepsilon_{ph}^E \varepsilon_{ph}^H = G_0 \varepsilon_{ph}^E \varepsilon_{ph}^H \tag{7-143}$$

其中 G_0 是没有相位误差影响但包含口径渐削效率的增益。在例7-4中求出口径渐削效率 ε_t 为0.81。通过计算扇形喇叭的方向性并扣除已知的渐削效率，就能得到相位误差效率。这样处理的结果，作为相位误差参数 s 和 t 的函数，如图7-19所示。对最佳扇形喇叭，$s=0.25$ 和 $t=0.375$，口径效率是

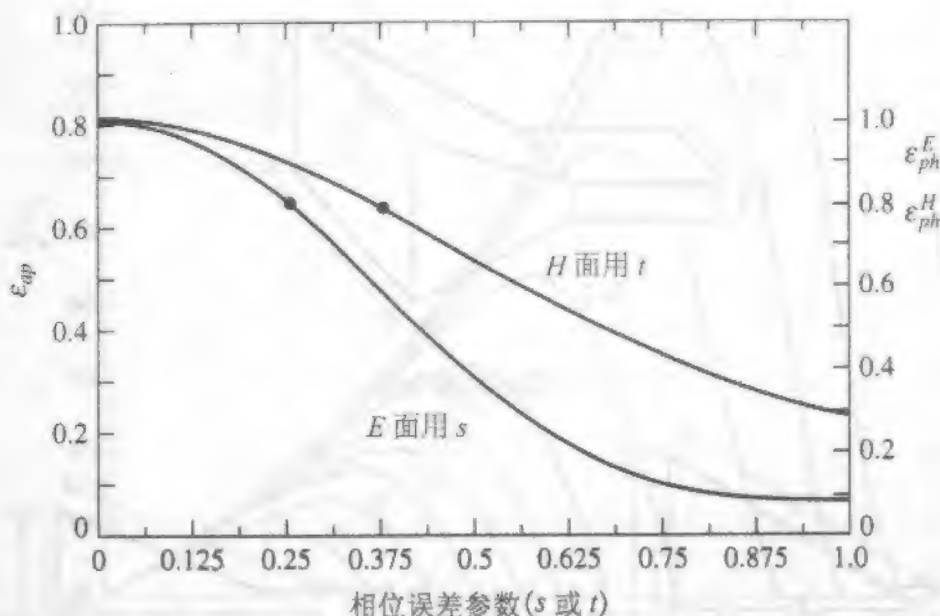


图7-19　E 面和 H 面扇形喇叭的口径效率(左边坐标)，以及与 E 面和 H 面扩展关联的相位效率(右边坐标)

$$\varepsilon_{ap}^{E} = 0.649,\quad \varepsilon_{ap}^{H} = 0.643 \qquad \text{最佳的} \tag{7-144}$$

两者都包含 $\varepsilon_t=0.81$。所以，

$$\varepsilon_{ph}^{E} = \frac{\varepsilon_{ap}^{E}}{\varepsilon_t} = 0.80,\quad \varepsilon_{ph}^{H} = \frac{\varepsilon_{ap}^{H}}{\varepsilon_t} = 0.79 \tag{7-145}$$

由式(7-142)，最佳角锥喇叭的口径效率是

$$\varepsilon_{ap}^{p} = \varepsilon_t\varepsilon_{ph}^{E}\varepsilon_{ph}^{H} = 0.81(0.80)(0.79) = 0.51 \tag{7-146}$$

对最佳增益角锥喇叭，通常都用50%作为其口径效率值。

由式(7-146)和(7-143)，一个最佳增益角锥喇叭的增益是

$$\boxed{G = 0.51\frac{4\pi}{\lambda^2}AB} \qquad \text{最佳角锥喇叭} \tag{7-147}$$

通常取式(7-143)的10log，以dB的形式表示喇叭的增益：

$$G_{\mathrm{dB}} = G_{0,\mathrm{dB}} + \varepsilon_{ph,\mathrm{dB}}^{E}(s) + \varepsilon_{ph,\mathrm{dB}}^{H}(t) \tag{7-148}$$

最后两项是与相位误差式(7-120c)和(7-134c)有关的增益减弱因子。在取10log之前，这些相位效率可以近似为简单公式[18]：

$$\varepsilon_{ph}^{E}(s) = \frac{1}{4s}\left[C^2(2\sqrt{s}) + S^2(2\sqrt{s})\right] \tag{7-149}$$

$$\approx 1.00329 - 0.11911s - 2.75224s^2$$

$$\varepsilon_{ph}^{H}(t) = \frac{\pi}{64t}\{[C(p_1) - C(p_2)]^2 + [S(p_1) - S(p_2)]^2\} \tag{7-150}$$

$$\approx 1.00323 - 0.08784t - 1.27048t^2$$

从零至少到 $s = 0.262$ 和 $t = 0.397$，这些近似公式都有效。例如，在近似公式中若 $s = 0.25$ 和 $t = 0.375$，给出式(7-144)的值，它们由图7-19中的黑点给出。如果采用式(7-123)和(7-137)的严格的相位误差参数，可增加精确度。

喇叭天线的许多应用，要求在某已知工作频率实现规定的增益。通常使用最佳增益设计方法，因为对于给定的增益，它给出最短的轴向长度。我们现在推导单个设计方程，可以由它确定给定增益的最佳喇叭结构。该步骤包括连接波导内尺寸 a 和 b 以及喇叭尺寸。有3个条件必须满足。开始两个条件是 E 面和 H 面的相位误差必须与最佳性能关联。第三个条件是，角锥喇叭的结构在物理上是可实现的，并与所连接的波导相配。这由图7-18可看出

$$R_E = R_H = R_p \tag{7-151}$$

由图7-18中的相似三角形，

$$\frac{R_1}{R_H} = \frac{A/2}{A/2 - a/2} = \frac{A}{A - a} \tag{7-152}$$

$$\frac{R_2}{R_E} = \frac{B/2}{B/2 - b/2} = \frac{B}{B - b} \tag{7-153}$$

通过式(7-135)取 E 面最佳性能，并代入式(7-153)，得到

$$B = \sqrt{\frac{2\lambda R_E B}{B - b}} \quad \text{或} \quad B^2 - bB - 2\lambda R_E = 0 \tag{7-154}$$

它是一个二次式，具有如下一个解

$$B = \frac{1}{2}\left(b + \sqrt{b^2 + 8\lambda R_E}\right) \tag{7-155}$$

第二个解因产生 B 是负值的不合理情况，所以略去不计。同样地，式(7-122) H 面的最佳性能条件和式(7-152)一起产生

$$R_H = \frac{A - a}{A}R_1 = \frac{A - a}{A}\left(\frac{A^2}{3\lambda}\right) = \frac{A - a}{3\lambda}A \tag{7-156}$$

在式(7-155)中代入(7-151)的物理实现条件以及式(7-156)，得出

$$B = \frac{1}{2}\left(b + \sqrt{b^2 + \frac{8A(A - a)}{3}}\right) \tag{7-157}$$

与该式规定的增益 G 联系起来有

$$G = \frac{4\pi}{\lambda^2}\varepsilon_{ap}AB = \frac{4\pi}{\lambda^2}\varepsilon_{ap}A\frac{1}{2}\left(b + \sqrt{b^2 + \frac{8A(A - a)}{3}}\right) \tag{7-158}$$

展开以形成 A 的四阶方程，得出预期的设计方程[19]：

$$\boxed{A^4 - aA^3 + \frac{3bG\lambda^2}{8\pi\varepsilon_{ap}}A = \frac{3G^2\lambda^4}{32\pi^2\varepsilon_{ap}^2}} \quad \text{最佳角锥喇叭设计方程} \tag{7-159}$$

有可能求出该四次方程的根，但是相当复杂，而用数值解方程软件很容易得到解。也可以用试错法求解，第一近似解为

$$A_1 = 0.45\lambda\sqrt{G} \tag{7-160}$$

现在来归纳最佳喇叭的设计步骤：

步骤1：规定在工作波长 λ 处预期的增益 G，并规定连接波导的尺寸 a 和 b。

步骤2：采用 $\varepsilon_{ap}=0.51$ 解出式(7-159)中的 A。

步骤3：求出喇叭的其余尺寸：由式(7-147)求出 B；由式(7-121)求出 R_1；由式(7-152)求出 R_H；由式(7-98)求出 l_H；由式(7-135)求出 R_2；由式(7-153)求出 R_E；由式(7-125)求出 l_E。

步骤4：通过检验 R_E 是否等于 R_H，并计算式(7-131)和(7-116)看是否有 $s=0.25$ 及 $t=0.375$。

喇叭天线能在大约超过50%的带宽上良好地工作。不过，仅在某个设计好的频率上具有最佳性能。图7-20是关于例7-7所考虑的在8.2～12.4GHz频段上"标准增益喇叭"的增益曲线。注意，增益随频率而增加，这是口径天线的特征。该曲线不是一根直线，因为从式(7-77)看出它明显地依赖于频率的平方。这是由于相位误差的增加，使口径效率随频率降低，如图7-20所示。所以，最佳增益喇叭仅在其设计频率处"最佳"。

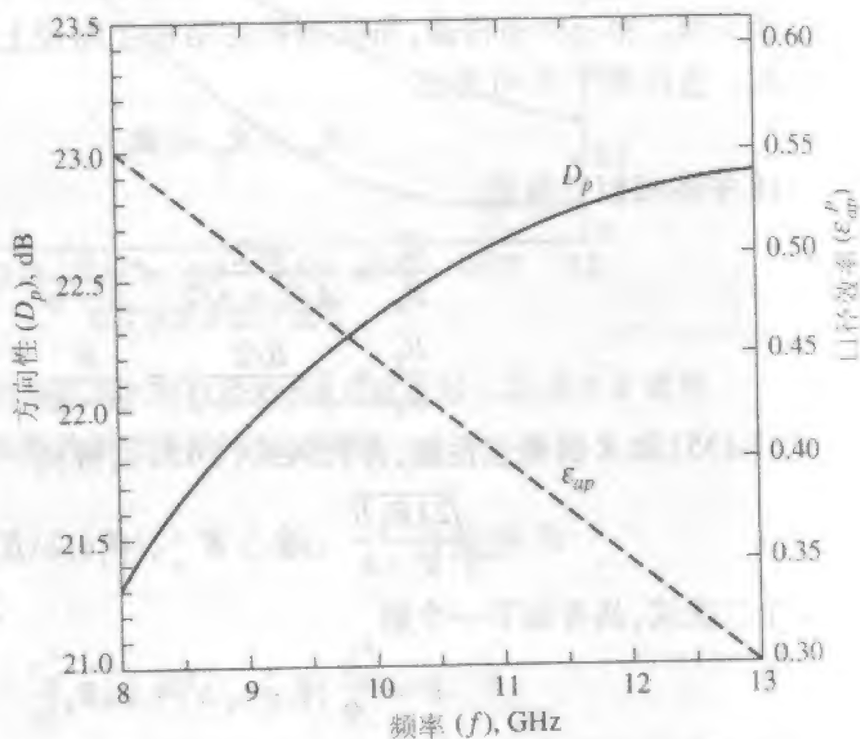


图7-20 例7-7的标准增益矩形喇叭的方向性和口径效率

在以一个最佳喇叭设计的例子结束本节前，先评述一下这样的假定，即口径处的球面相位波前产生相位误差，而且波长等于自由空间波长。一种矩形口径的求解方法是已有的，它利用相速从波导到口径的逐渐变化，把每点处理成无限长波导的一段截面[20]。不过，对所有小口径短喇叭，与前面所用设计方法相比，增益并没有很明显的差别。

例7-7 一个最佳增益角锥喇叭的设计

商用"标准增益"角锥喇叭天线已有了，覆盖频率范围为8.2～12.4GHz（X波段）。它们由 $a=0.9\text{in}=2.286\text{cm}$，$b=0.4\text{in}=1.016\text{cm}$ 的WR90波导馈电。正如图7-20增益

314

曲线所指出，口径效率随频率降低得很快。因此，最佳设计点选得接近频段的低端，以便在整个频段提供更均匀的增益。由于在频段的高端相位误差增加，增益显著降低，但是口径电尺寸大得多，因此增益实际上是增加的。

对本设计例子，选择最佳设计点在 8.75GHz，其口径效率是 51%。在频率为 8.75GHz($\lambda=3.43$cm)时，预期的增益是 $G=21.75$dB 或 $10^{2.175}=149.6$。设计表达式由试错法解得，由式(7-160)得初值为 $A_1=18.9$cm。设计程序的第三步给出全部余下的喇叭尺寸：

$A=18.61\text{cm}, B=14.75\text{cm}$

$R_1=33.67\text{cm}, R_2=31.72\text{cm}$

$l_H=34.93\text{cm}, l_E=32.56\text{cm}$

$R_H=29.53\text{cm}, R_E=29.53\text{cm}$

通过 $R_p=R_E=R_H$ 和计算式(7-128)和(7-115)得出最佳值 $s=0.25$ 和 $t=0.375$，可验证这些结果。利用图 7-17 中通用方向性曲线 $R_2/\lambda=9.3$ 和 $B/\lambda=4.3$，得出 $\lambda D_E/a=36$，用图 7-14 的 $R_1/\lambda=10.1$、$A/\lambda=5.4$ 得出 $\lambda D_H/b=43$，可以验证增益值。由式(7-137)得

$$D_p=\frac{\pi}{32}\left(\frac{\lambda}{a}D_E\right)\left(\frac{\lambda}{b}D_H\right)=\frac{\pi}{32}(36)(43)=152=21.8\text{dB}$$

它非常接近设计目标值 21.75dB。在式(7-148)中利用式(7-120c)和(7-134c)以及 $s_{op}=0.25$ 和 $t_{op}=0.375$，得出方向性的精确计算值 21.79dB。由式(7-137)和式(7-123)得该几何结构的严格相位误差 $s_e=0.247$ 和 $t_e=0.368$，得出方向性为 21.85dB。该方向性作为频率的函数，如图 7-20 所示，见习题 7.4.17。

在 8.75GHz 处的完整辐射方向图如图 7-21 所示，包括因子 $(1+\cos\theta)/2$。半功率束宽是

$\text{HP}_E=12.4°, \text{HP}_H=14.2°$

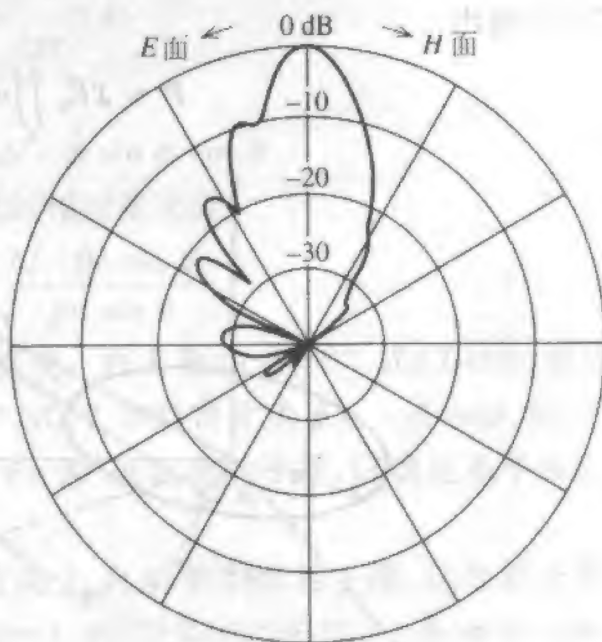


图 7-21 例 7-7 在 8.75GHz 工作时的最佳角锥喇叭天线的主平面方向图。该方向图包括因子 $(1+\cos\theta)/2$。$\text{HP}_E=12.4°$和$\text{HP}_H=14.2°$

这些结果严格地符合基于式(7-138)和(7-124)的预计值。因此，式(7-138)和式(7-124)的简单半功率束宽公式，给出了最佳喇叭的良好结果。图 7-21 中 E 面和 H 面方向图的第一旁瓣分别位于 16°和 44°，数值是 −9.4dB和 −32.5dB。不包含因子$(1+\cos\theta)/2$ 时，E 面和 H 面方向图的第一旁瓣值分别是 −9.2dB

和 -31.2dB，而且可从图7-18和图7-19求出。

利用式(7-95)也能从束宽直接估计增益(方向性)：

$$G \approx \frac{26\,000}{\mathrm{HP}_{E^\circ}\mathrm{HP}_{H^\circ}} = \frac{26\,000}{(12.4^\circ)(14.2^\circ)} = 21.7\mathrm{dB}$$

它接近于设计值 21.75dB。

7.5 圆形口径

一个天线具有张开的圆形物理口径称为圆形口径。实践中会遇到各种形式的圆形口径天线。本节讨论具有均匀和渐削幅度的理想圆形口径分布。下一节将研究抛物反射面天线，它是最流行的圆形口径天线。

7.5.1 均匀分布圆形口径

一个一般的圆形口径如图7-22所示。如果口径分布幅度是恒定的，它就称为均匀圆形口径。它由一个导电薄片上的圆孔由均匀平面波从后面照射来近似的。假定口径电场是 x 向的，或

$$\boldsymbol{E}_a = \hat{\boldsymbol{x}}E_0 \qquad \rho' \leqslant a \tag{7-161}$$

则式(7-14)给出

$$\boldsymbol{P} = \hat{\boldsymbol{x}}E_0 \iint_{S_a} \mathrm{e}^{j\beta\hat{\boldsymbol{r}}\cdot\boldsymbol{r}'}\,\mathrm{d}S' \tag{7-162}$$

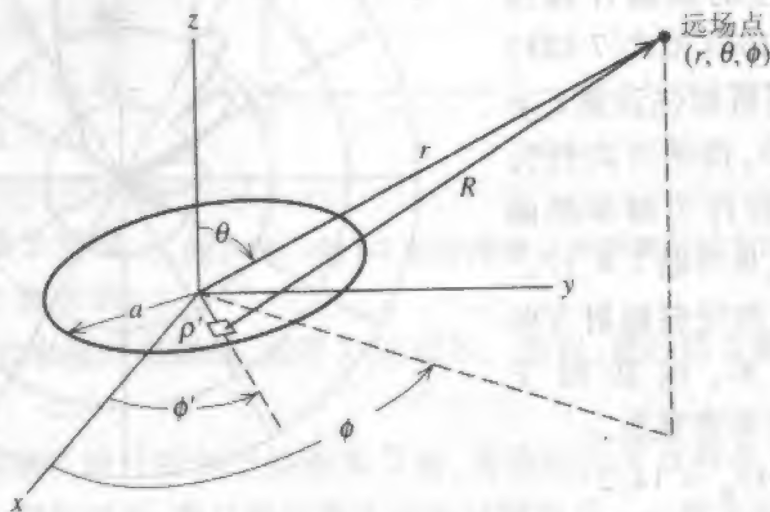


图7-22 圆形口径

从图7-22可以看到

$$\boldsymbol{r}' = \rho'\cos\phi'\hat{\boldsymbol{x}} + \rho'\sin\phi'\hat{\boldsymbol{y}} \tag{7-163}$$

式(7-163)与(C-4)一起产生

$$\cdots\cos\phi\cdots\phi') \tag{7-164}$$

[316]

$$= \rho'\sin\theta\cos(\phi - \phi')$$

因此,式(7-162)变成

$$\boldsymbol{P} = \hat{\boldsymbol{x}}E_0\int_0^a\left[\int_0^{2\pi}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta\rho'\sin\theta\cos(\phi-\phi')}\mathrm{d}\phi'\right]\rho'\mathrm{d}\rho'$$

$$= \hat{\boldsymbol{x}}E_0 2\pi\int_0^a\rho' J_0(\beta\rho'\sin\theta)\mathrm{d}\rho' \tag{7-165}$$

其中,用式(F-6)对 ϕ' 积分。$J_0(x)$ 是第一类零阶贝塞尔函数,$x=0$ 时它等于1,当 x 增大时,它是一个振荡递减的函数。ρ' 的积分可利用下式来实现

$$\int xJ_0(x)\mathrm{d}x = xJ_1(x) \tag{7-166}$$

它由式(F-9)得出。$J_1(x)$ 是一阶第一类贝塞尔函数,$x=0$ 时它为零,当 x 增大时,它是一个振荡递减的函数。作变量变换 $x=\beta\rho'\sin\theta$,并利用式(7-166)和(7-165)得

$$\boldsymbol{P} = \hat{\boldsymbol{x}}E_0 2\pi\frac{a}{\beta\sin\theta}J_1(\beta a\sin\theta) = \hat{\boldsymbol{x}}P_x \tag{7-167}$$

等效磁流式(7-26)给出

$$\boldsymbol{E} = (\hat{\boldsymbol{\theta}}\cos\phi - \hat{\boldsymbol{\phi}}\sin\phi\cos\theta)\mathrm{j}\beta\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta r}}{2\pi r}P_x$$

$$= \hat{\boldsymbol{p}}E_0\pi a^2\mathrm{j}\beta\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta r}}{2\pi r}f(\theta) \tag{7-168}$$

其中极化矢量是

$$\hat{\boldsymbol{p}} = \hat{\boldsymbol{\theta}}\cos\phi - \hat{\boldsymbol{\phi}}\sin\phi\cos\theta \tag{7-169}$$

而辐射积分 P_x 对 $\theta=0°$ 的最大值归一化的相对变化是

$$f(\theta) = \frac{2J_1(\beta a\sin\theta)}{\beta a\sin\theta} \tag{7-170}$$

因为口径分布是圆对称的,$f(\theta)$ 不随 ϕ 而变。在 E 面中 $\phi=0°$,式(7-169)变成 $\hat{\boldsymbol{p}}=\hat{\boldsymbol{\theta}}$,而 $f(\theta)$ 代表 E_θ 分量。在 H 面中 $\phi=90°$,式(7-169)简化为 $\hat{\boldsymbol{p}}=-\hat{\boldsymbol{\phi}}\cos\theta$,而 $f(\theta)$ 乘以 $\cos\theta$ 代表 E_ϕ 分量。该因子 $\cos\theta$ 确保在 $\theta=90°$ 处电场趋于零,以满足地平面上切向电场边界条件的要求。

对大的均匀相位的口径,在 $\theta=0°$ 方向上,$f(\theta)$ 给出窄的主瓣,这里就来考虑这种情况。因此,靠近主瓣处,因为 θ 小,$\cos\theta\approx1$,而式(7-169)给出 $\hat{\boldsymbol{p}}=\hat{\boldsymbol{\theta}}\cos\phi-\hat{\boldsymbol{\phi}}\sin\phi$,它是口径电场矢量 $\hat{\boldsymbol{x}}$ 的投影与远场球相切,见式(C-1)。在此场合,所有对 θ 的依赖关系全包含在 $f(\theta)$ 中。$f(\theta)$ 的一个例子如图7-23所示,在 uv 平面中,对 $a=5\lambda$,一直画到可见区的边界($\theta=0°$)。图7-23中的通过中心的任何平面的辐射方向图如图7-24所示。注意该方向图 $2J_1(x)/x$ 与均匀线源方向图 $\sin x/x$ 的相似性。

[317]

式(7-170)的半功率点出现在 $\beta a\sin\theta=1.6$ 时,所以,对于 $a\gg\lambda$,半功率束宽是

$$\mathrm{HP} = 2\theta_{\mathrm{HP}} = 2\sin^{-1}\frac{1.6}{\beta a}\approx 2\frac{1.6}{\pi}\frac{\lambda}{2a}$$

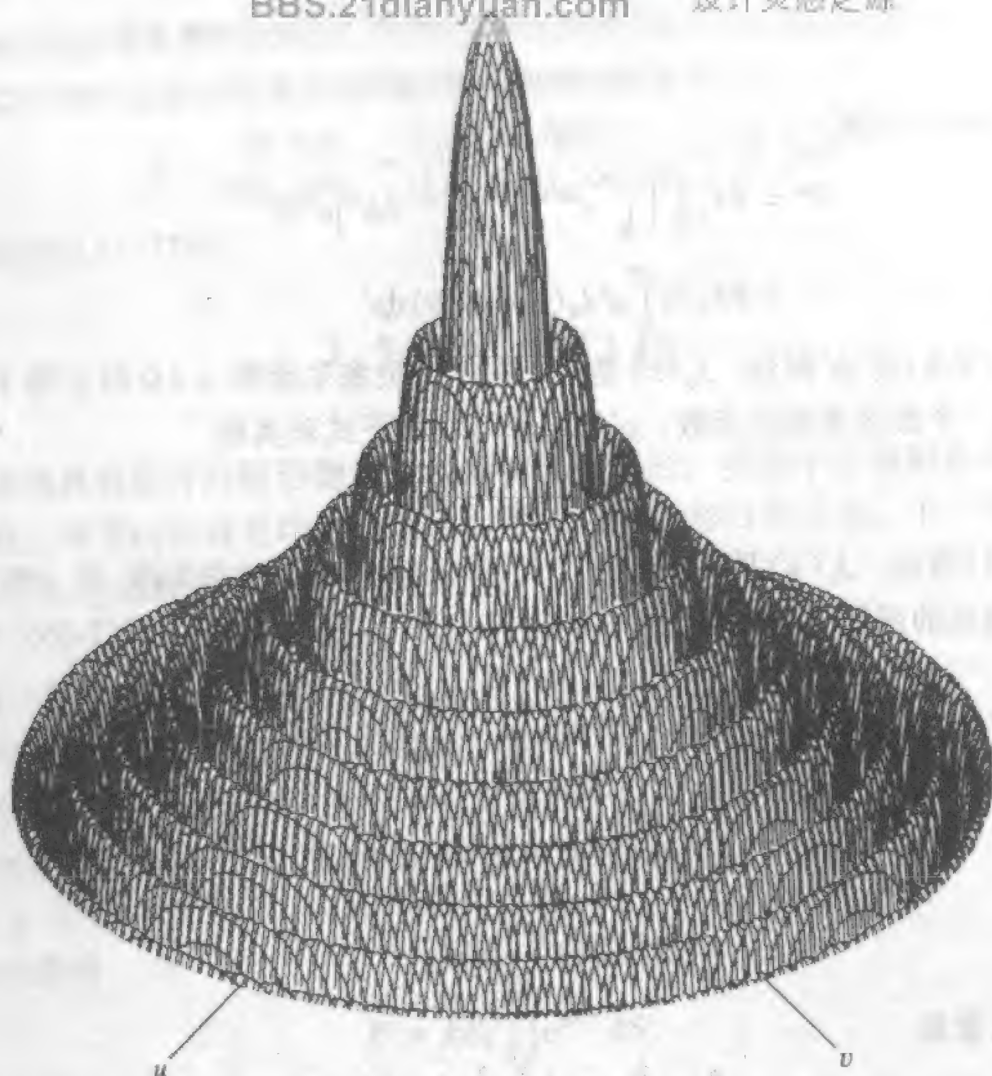


图 7-23　一个均匀幅度、均匀相位、直径为 10 波长的圆口径的辐射方向图

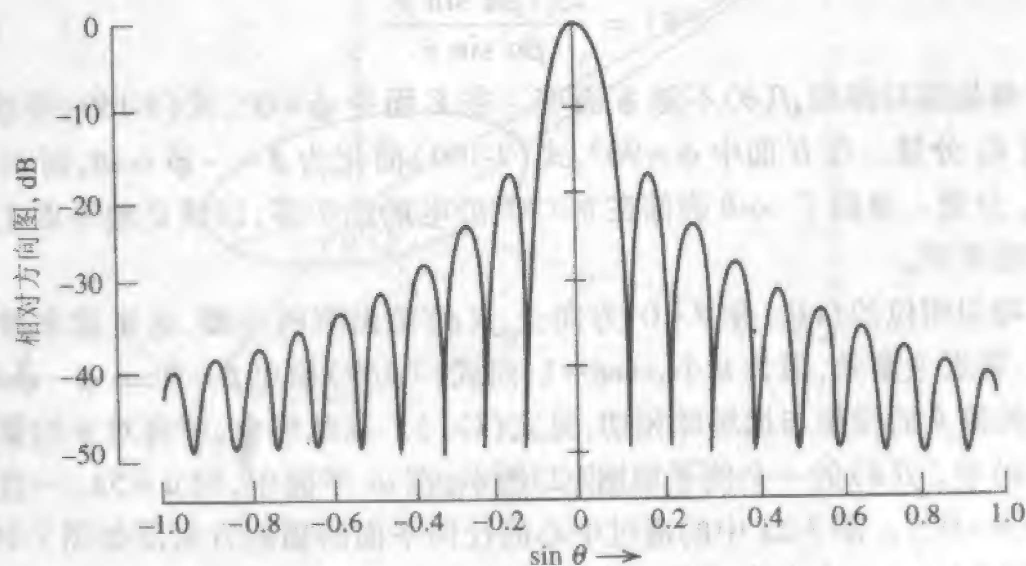


图 7-24　一个 10λ 直径的均匀圆口径的方向图。它是图 7-23 通过中心的任何平面的方向图

或

$$\mathrm{HP} = 1.02\frac{\lambda}{2a}\mathrm{rad} = 58.4\frac{\lambda}{2a}\mathrm{deg} \tag{7-171}$$

对直径为 10λ 的例子，$\mathrm{HP}=0.102\mathrm{rad}=5.84°$。任何均匀圆口径方向图的旁瓣电平是 $-17.6\mathrm{dB}$。这可以由图 7-24 看出。因为均匀圆口径具有均匀的激励幅度，它的口径渐削效率为 1，由式(7-66)知其方向性是

$$D_u = \frac{4\pi}{\lambda^2}A_p = \frac{4\pi}{\lambda^2}\pi a^2 \tag{7-172}$$

7.5.2 渐削圆形口径

许多圆形口径天线可以近似为，口径场振幅分布从口径中心向边缘渐削的径向对称圆形口径。在现实中，许多圆形口径分布接近于径向对称，且不随 ϕ' 变化(见图 7-22)。假定在这种情况下，且再次专注与波长相比是大的边射圆形口径。则其方向图可以由如下非归一化辐射积分所近似

$$f_{un}(\theta) = \int_0^{2\pi}\int_0^{a} E_a(\rho')\mathrm{e}^{j\beta\rho'\sin\theta\cos(\phi-\phi')}\rho'\mathrm{d}\rho'\mathrm{d}\phi' \tag{7-173}$$

对 ϕ' 积分并借助于式(F-6)得到

$$f_{un}(\theta) = 2\pi\int_0^{a} E_a(\rho')\rho' J_0(\beta\rho'\sin\theta)\mathrm{d}\rho' \tag{7-174}$$

可以对多种渐削口径进行积分和归一化，得到 $f(\theta)$。

某些通用圆形口径渐削的性质在表 7-1 中给出。类似的数据在文献中也是现成的[6,21,22]，其中包括椭圆口径[23]。表 7-1 类似于对线源分布的表 4-2。表7-1a的抛物线分布($n=1$)，提供一个平滑地从口径中心渐削到口径场等于零的边缘。当 $n=0$，分布蜕化为均匀情况，当然口径渐削效率为 1，见式(7-81)和(7-172)。抛物线渐削($n=1$)产生较低的旁瓣，其代价是束宽较宽且方向性比均匀分布时降低。在抛物平方分布($n=2$)时，这种影响更甚。旁瓣电平/束宽的协调，可以通过采用表 7-1b 中的基底上的抛物线口径分布来定做。基底高度 C 是相对于中心处的边缘(场)照射。这种渐削可以用来为通常遇到的圆形反射器天线的照射建模，该场合的基底代表这样的事实，即馈源天线方向图超出反射器轮廓的部分被反射器切割。再来考察，当渐削更厉害时(n 增加或 C 降低)，旁瓣电平降低，但同时带宽增加，方向性降低。表 7-1 中的数据为下节要讨论的抛物面反射器天线的建模提供了规范的形式。

在适合于渐削圆形口径的公式(7-90)中利用 $c_x c_y \to c^2 = \pi\varepsilon_t$ 和 $k_x k_y \to k^2$，可求出方向性带宽乘积 DB_{cir}：

$$\mathrm{DB}_{cir} = \pi^2\varepsilon_t k^2\left(\frac{180}{\pi}\right)^2 = 32\,400\varepsilon_t k^2 \quad \mathrm{deg}^2 \tag{7-175}$$

对表 7-1 所给值的范围，该乘积几乎保持不变，得出

$$D \approx \frac{\mathrm{DB}_{cir}}{\mathrm{HP}^2} = \frac{39\,000}{\mathrm{HP}^2} \tag{7-176}$$

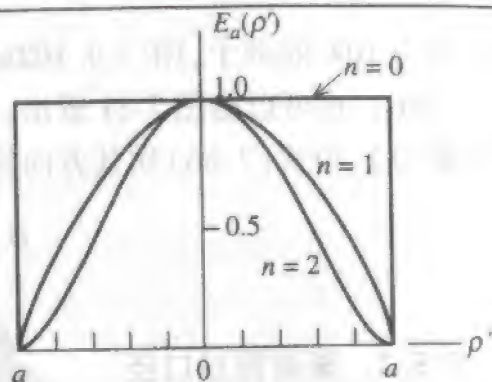
其中 HP 是所有平面中半功率波束宽度。

表 7-1 渐削圆形口径分布的特性

(a) 抛物线渐削

$$E_a(\rho') = \left[1 - \left(\frac{\rho'}{a}\right)^2\right]^n$$

$$f(\theta,n) = \frac{2^{n+1}(n+1)!\ J_{n+1}(\beta a \sin\theta)}{(\beta a \sin\theta)^{n+1}}$$

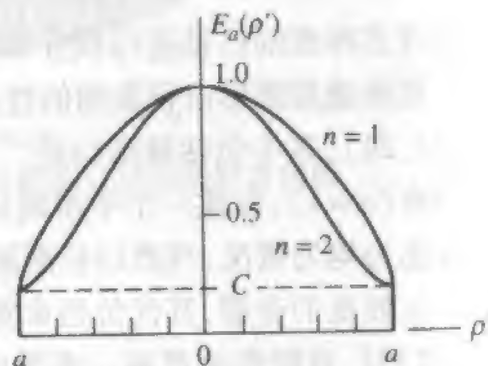


n	HP(rad)	旁瓣电平(dB)	ε_t	归一化方向图 $f(\theta,n)$	分布
0	$1.02\frac{\lambda}{2a}$	-17.6	1.00	$\frac{2J_1(\beta a\sin\theta)}{\beta a\sin\theta}$	均匀
1	$1.27\frac{\lambda}{2a}$	-24.6	0.75	$\frac{8J_2(\beta a\sin\theta)}{(\beta a\sin\theta)^2}$	抛物线
2	$1.47\frac{\lambda}{2a}$	-30.6	0.55	$\frac{48J_3(\beta a\sin\theta)}{(\beta a\sin\theta)^3}$	抛物平方

(b) 基底上的抛物线渐削分布

$$E_a(\rho') = C + (1-C)\left[1 - \left(\frac{\rho'}{a}\right)^2\right]^n$$

$$f(\theta,n,C) = \frac{Cf(\theta,n=0) + \frac{1-C}{n+1}f(\theta,n)}{C + \frac{1-C}{n+1}}$$



边缘照射		$n=1$			$n=2$		
C_{dB}	C	HP (rad)	旁瓣电平(dB)	ε_t	HP (rad)	旁瓣电平(dB)	ε_t
-8	0.398	$1.12\frac{\lambda}{2a}$	-21.5	0.942	$1.14\frac{\lambda}{2a}$	-24.7	0.918
-10	0.316	$1.14\frac{\lambda}{2a}$	-22.3	0.917	$1.17\frac{\lambda}{2a}$	-27.0	0.877
-12	0.251	$1.16\frac{\lambda}{2a}$	-22.9	0.893	$1.20\frac{\lambda}{2a}$	-29.5	0.834

(续)

-14	0.200	$1.17\frac{\lambda}{2a}$	-23.4	0.871	$1.23\frac{\lambda}{2a}$	-31.7	0.792
-16	0.158	$1.19\frac{\lambda}{2a}$	-23.8	0.850	$1.26\frac{\lambda}{2a}$	-33.5	0.754
-18	0.126	$1.20\frac{\lambda}{2a}$	-24.1	0.833	$1.29\frac{\lambda}{2a}$	-34.5	0.719
-20	0.100	$1.21\frac{\lambda}{2a}$	-24.3	0.817	$1.32\frac{\lambda}{2a}$	-34.7	0.690

当 C_{dB} 值在 -8 ~ -20dB 之间时，HP 和 ε_t 的插值方程：

变量	$n=1$	$n=2$
$\mathrm{HP}=k\frac{\lambda}{2a}$	$k=-0.008C_{dB}+1.06$	$k=-0.015C_{dB}+1.02$
ε_t	$\varepsilon_t=0.01C_{dB}+1.02$	$\varepsilon_t=0.019C_{dB}+1.06$

本节以导出用于推导表 1 的基本关系作为结束。式(7-174)中用的抛物线分布给出

$$f_{un}(\theta) = 2\pi\int_0^a\left[1-\left(\frac{\rho'}{a}\right)^2\right]^n\rho' J_0(\beta\rho'\sin\theta)\,\mathrm{d}\rho' \tag{7-177}$$

令 $x=\rho'/a$ 和 $b=\beta a\sin\theta$，利用下式可计算此积分

$$\int_0^1(1-x^2)^n xJ_0(bx)\,\mathrm{d}x = \frac{2^n n!}{b^{n+1}}J_{n+1}(b) \tag{7-178}$$

则式(7-177)简化为

$$f_{un}(\theta) = \frac{\pi a^2}{n+1}f(\theta,n) \tag{7-179}$$

其中

$$f(\theta,n) = \frac{2^{n+1}(n+1)!J_{n+1}(\beta a\sin\theta)}{(\beta a\sin\theta)^{n+1}} \tag{7-180}$$

就是归一化方向图函数。从式(7-180)可得出表 7-1a 中给出的方向图。口径渐削效率是(见习题 7.5.4)

$$\varepsilon_t = \frac{\left[C+\frac{1-C}{n+1}\right]^2}{C^2+\frac{2C(1-C)}{n+1}+\frac{(1-C)^2}{2n+1}} \tag{7-181}$$

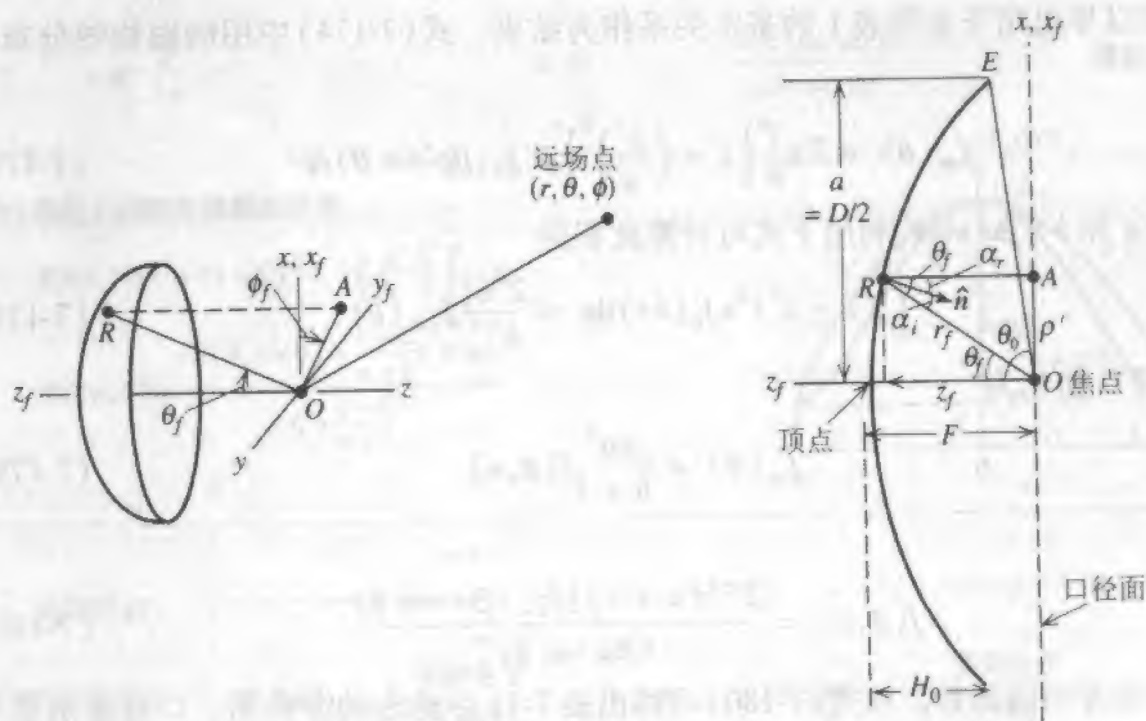
7.6 反射器天线

远程无线电通信和高分辨雷达的应用需要高增益天线。反射器系统也许是使用最广泛的高增益天线,它在微波频段的常规条件下所得增益远大于30dB。在迄今已讨论过的天线中,用任何其他单个天线,想获得如此高的增益是很困难的。本节中,考虑更重要的反射器天线结构,而且着重在那些具有圆形口径的天线结构。

7.6.1 抛物面反射器天线原理

最简单的反射器天线由两个部分组成:一个远大于一个的反射表面和一个非常小的馈电天线。最流行的形式是图7-25a所示的**抛物面反射器天线**。该反射器(或"碟子")是一个旋转抛物面。该反射器与包含该反射器轴的任何一个平面的交线,形成如图7-25b所示的抛物形曲线。在直角坐标形式下用(ρ', z_f)表示的、描述抛物面反射器表面形状的式子是

$$(\rho')^2 = 4F(F - z_f), \rho' \leqslant a \tag{7-182}$$



(a) 抛物面反射器和坐标系统　　(b) 反射器在 xz 平面内的横截面

图7-25　对称抛物面反射器天线

碟的顶点相应于$\rho' = 0$和$z_f = F$,碟的边缘相应于$\rho' = a$和$z_f = F - a^2/4F$。对反射器轴的一个给定的偏离ρ',反射器表面上的R点离开焦点O的距离是r_f。该抛物线也可以用极坐标(r_f, θ_f)表示成

$$r_f = \frac{2F}{1 + \cos\theta_f} = F\sec^2\frac{\theta_f}{2} \tag{7-183}$$

则该距离 r_f 在口径面上的投影是

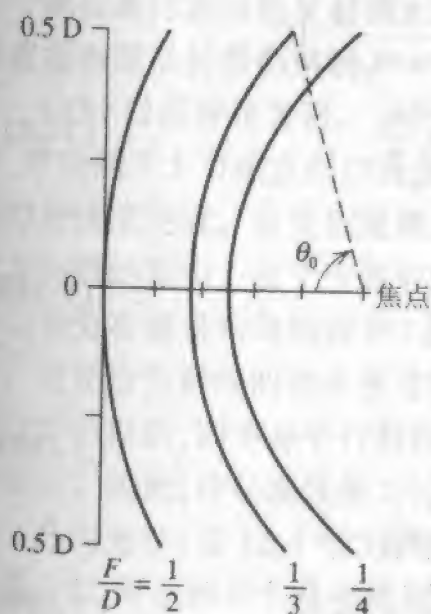
$$\rho' = r_f \sin\theta_f = \frac{2F\sin\theta_f}{1 + \cos\theta_f} = 2F\tan\frac{\theta_f}{2} \tag{7-184}$$

在顶点处($\theta_f = 0°$),$r_f = F$,而 $\rho' = 0$。在反射器的边缘($\theta_f = \theta_0$),$r_f = 2F/(1+\cos\theta_0)$ 而 $\rho' = a$。

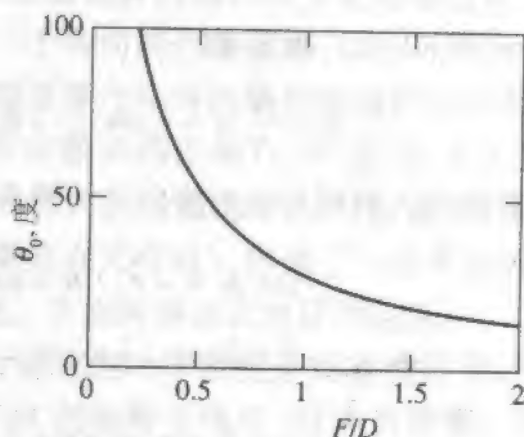
轴对称抛物面反射器完全由直径 D 和焦距 F 两个参数来规定。等效为该反射器通常也用 D 和 D/F 来表示,它们分别给出尺寸和形状(曲率)。“焦径比”的比率 F/D 表示该碟子的曲率。当 F/D 趋于无穷大时,反射器变成平面。一个平直的反射器“聚焦”在无穷远处,而一个垂直入射的平面波仍旧以平面波反射回去(即,它聚焦在无穷远处)。与常用反射器相关的形状如图 7-26 所示。当 F/D 是 0.25 时,焦点处于通过边框的平面上。正如图 7-25b 中指出的,从馈源轴(z_f 轴)到反射器边缘的角度与 F/D 有关,利用式(7-184)在 E 点处($\rho' = a, \theta_f = \theta_0$)有

$$\frac{F}{D} = \frac{1}{4\tan\dfrac{\theta_0}{2}} \tag{7-185a}$$

$$\theta_0 = 2\tan^{-1}\left(\frac{1}{4\left(\dfrac{F}{D}\right)}\right) \tag{7-185b}$$



(a) 通用 F/D 值的形状



$\frac{F}{D}$	θ_0
0.25	90°
0.30	79.6°
0.33	73.7°
0.4	64.0°
0.5	53.1°
1.0	28.1°

(b) 从反射器轴到边缘的角度 θ_0 对 F/D 的曲线

图 7-26 抛物面反射器的曲率

反射器设计首要的问题是馈电天线的方向图与反射器匹配。通常的目标是馈电方向图在边框方向降低 10dB,例如 $F_f(\theta_f = \theta_0) = -10\text{dB}$。对通常使用的从 0.3 ~ 1.0 的 F/D

值，可以构成具有这样性质[illegible]看到的，F/D的选择对交叉极化性能也有影响。

利用直径 D 和高度 H_0 容易计算反射器的焦距。通过解边缘处的式(7-182)，该处 $\rho' = D/2, z_f = F - H_0$，可以求得实际的关系为

$$F = \frac{D^2}{16H_0} \tag{7-186}$$

例如，当 $F/D = 1/4$，它给出 $H_0 = D/4$，因此 $H_0 = F$，从图 7-26 也可明显地看出这点。

如下的两个重要性质使抛物面反射器作为一个天线是很有用的：

(1)所有从焦点 O 发出的射线从反射器反射后被准直，反射后的射线平行于反射器轴(z 轴)。

(2)所有从焦点到反射器再到口径平面的路径长度，是相等的且等于 $2F$。

这里用的术语是几何光学(GO)术语，它把波的传播处理成垂直于等相面的射线。对处于焦点的点源，波前是球面，射线沿 r_f 方向，如图 7-25 所示。现在将用 GO 原理来证明上面两个性质。

第一个性质可直接在反射器上运用反射定律得出，即图 7-25b 中的 $\alpha_r = \alpha_i$。为证明这点，首先通过计算基于馈点坐标的式(7-183)的抛物线方程 $C_p = F - r_f\cos^2(\theta_f/2) = 0$ 的梯度来确定表面的法向 $\hat{\boldsymbol{n}}$：

$$\begin{aligned} \boldsymbol{N} &= \nabla C_p = \nabla\left(F - r_f\cos^2\frac{\theta_f}{2}\right) \\ &= \left[\hat{\boldsymbol{r}}_f\frac{\partial}{\partial r_f} + \hat{\boldsymbol{\theta}}_f\frac{1}{r_f}\frac{\partial}{\partial\theta_f} + \hat{\boldsymbol{\phi}}_f\frac{1}{r_f\sin\theta_f}\frac{\partial}{\partial\phi_f}\right]C_p \\ &= -\hat{\boldsymbol{r}}_f\cos^2\frac{\theta_f}{2} + \hat{\boldsymbol{\theta}}_f\cos\frac{\theta_f}{2}\sin\frac{\theta_f}{2} \end{aligned} \tag{7-187}$$

用 $N^2 = \boldsymbol{N}\cdot\boldsymbol{N} = \cos^2(\theta_f/2)$ 归一化得到

$$\hat{\boldsymbol{n}} = \frac{\boldsymbol{N}}{N} = -\hat{\boldsymbol{r}}_f\cos\frac{\theta_f}{2} + \hat{\boldsymbol{\theta}}_f\sin\frac{\theta_f}{2} \tag{7-188}$$

则很容易求出反射线及入射线与表面法向之间的夹角

$$\cos\alpha_i = -\hat{\boldsymbol{r}}_f\cdot\hat{\boldsymbol{n}} = \cos\frac{\theta_f}{2} \tag{7-189a}$$

$$\begin{aligned} \cos\alpha_r &= \hat{\boldsymbol{z}}\cdot\hat{\boldsymbol{n}} = (-\hat{\boldsymbol{r}}_f\cos\theta_f + \hat{\boldsymbol{\theta}}_f\sin\theta_f)\cdot\hat{\boldsymbol{n}} \\ &= \cos\theta_f\cos\frac{\theta_f}{2} + \sin\theta_f\sin\frac{\theta_f}{2} \equiv \cos\frac{\theta_f}{2} \end{aligned} \tag{7-189b}$$

比较这两个方程可见

$$\alpha_i = \alpha_r = \frac{\theta_f}{2} \tag{7-190}$$

证明满足反射定律。还要注意，由图 7-25b 有 $\alpha_r + \alpha_i = \theta_f$，它与式(7-190)是一致的。

路径长度相等的性质可从式(7-183)得出，因为

$$OP + PA = \text{从焦点到口径的[illegible]}$$

$$= r_f + r_f \cos \theta_f = r_f (1 + \cos \theta_f) = 2F \tag{7-191}$$

因为总路径长度是恒定的($2F$),从焦点处的点源到达口径平面的波相位也恒定。因此,带有馈源的抛物面反射器的相位中心点处于焦点的反射面,将在口径面产生均匀的相位。不过,口径的幅度分布不是均匀的。

采用射线跟踪到口径并建立一个口径分布分析反射器天线,可积分得到远场方向图。换种方式,也可积分得出反射器上的等效表面流。在其中任一情况下,都用 GO 来决定流分布。应用 GO 以下几点成立:

(a)主反射器的曲率甚大于波长,因而每个反射点的局部区域可以看成平面。

(b)来自馈源的入射波的曲率半径很大,在反射点处可以当作平面波处理。

此外,对金属反射体作如下假定:

(c)反射器作用像一个完纯导体,所以反射波与入射波幅度相等,事实上,$\Gamma = -1$。依靠这些假定,反射定律才适用于一个反射面(例如见抛物面反射器的性质1)。

抛物面反射器天生是一个宽带很宽的天线。一个反射器的带宽由低频端处反射器的尺寸决定,为使 GO 原理能成立,反射器尺度至少要有几个波长。在高频端,性能受限于反射器表面的光洁度。表面变形必须远小于一个波长,以避免口径中的相位误差,见式(7-235)。在实际中,一个反射器天线系统的带宽,通常受限于馈源天线的带宽,而非反射器本身。

现在来讨论分析反射器天线的方法。这些方法不限于抛物面形反射器,但我们仅考虑抛物面反射器的情况。

GO/口径分布方法。分析反射器天线的最基本的方法是利用 GO 确定口径场分布,然后用 7.5 节建立的口径理论求出远场方向图。本方法是通过从天线馈源到口径跟踪射线来完成。首先假定馈源是一个各向同性辐射器,以后再涉及实际馈电天线辐射方向图的影响。由于所有射线从馈源经过相等的物理距离到达口径,抛物面辐射器的口径分布将是均匀相位的(这对所有频率都正确)。不过,引入了不均匀的幅度分布。这是因为射线的功率密度随离开各向同性馈源而按 $1/r_f^2$ 衰落,因为波是球面波。经过反射以后,因为是平行射线(即聚焦在无穷远),形成了一段平面波,所以不再有发散损失。因此,口径场强按 $1/r_f^2$ 变化。下面将更正式地证明这点。

几何光学(见 12.1 节)假定自由空间的功率密度遵循直线路径。用于本场合,在如图 7-27 所示的一个具有横截面角 $d\theta_f$ 的锥劈立体角 $d\Omega$ 内的功率。当功率离开馈源后行进时,仍保持局限于该锥劈中。经过反射,与增量 $d\theta_f$ 相联系的功率到达口径平面时,处于一个宽度为 $d\rho'$、面积为 dA 的细环内。假定离开馈源时功率是各向同性的,但到达口径时却正比于 $P_t d\Omega$,其中 P_t 是传输功率。该功率分布在口径平面的 dA 区域上。由于 P_t 是恒定的,因此口径平面中的功率密度按式(7-192)变动

$$S_a(\rho') \propto \frac{P_t d\Omega}{dA} \propto \frac{d\Omega}{dA} \tag{7-192}$$

经过沿 ϕ_f 的积分，$d\Omega=2\pi\sin\theta_f d\theta_f$，$dA=2\pi\rho' d\rho'$，所以有

$$S_a(\rho')\propto\frac{2\pi\sin\theta_f d\theta_f}{2\pi\rho' d\rho'}=\frac{\sin\theta_f}{\rho'}\frac{d\theta_f}{d\rho'} \tag{7-193}$$

由式(7-184)，

$$\frac{d\rho'}{d\theta_f}=\frac{d}{d\theta_f}\left(2F\tan\frac{\theta_f}{2}\right)=F\sec^2\frac{\theta_f}{2}=r_f \tag{7-194}$$

其中，对式(7-194)用了式(7-183)。从而有

$$\frac{d\theta_f}{d\rho'}=\frac{1}{r_f} \tag{7-195}$$

因此，考虑到式(7-184)和式(7-195)，式(7-192)变成

$$S_a\propto\frac{\sin\theta_f}{r_f\sin\theta_f}\frac{1}{r_f}=\frac{1}{r_f^2} \tag{7-196}$$

这证明了馈源辐射的球面波本质，也称作球面扩散损失。又因为 $E_a\propto\sqrt{S_a}$，

$$E_a(\theta_f)\propto\frac{1}{r_f} \tag{7-197}$$

因此，在口径处有一个由于反射器曲率引起的自然的幅度分布渐削变化。

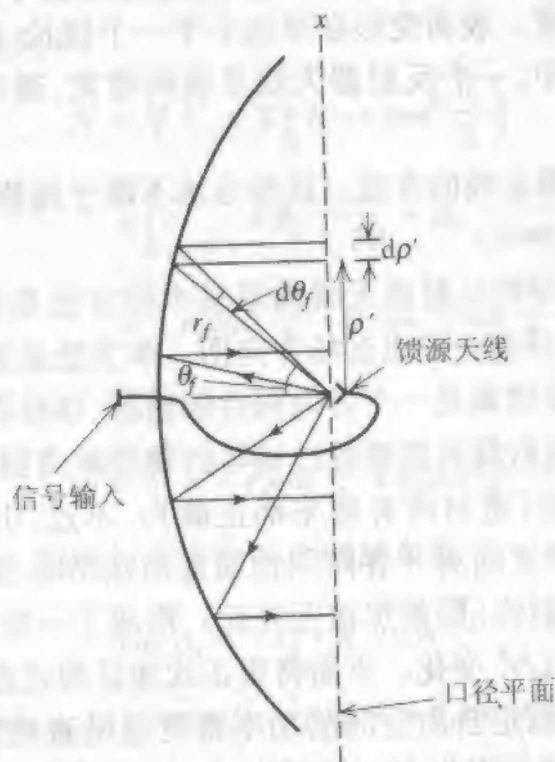


图7-27 轴对称焦馈抛物面反射器天线的横截面图

如果初级（或馈源）天线不是各向同性的，利用图7-25的坐标系统，它的归一化方向图的影响可以如下地包含在式(7-198)中

$$\boldsymbol{E}_a(\theta_f,\phi')=V_0 e^{-j\beta 2F}\frac{F_f(\theta_f,\phi')}{r_f}\hat{\boldsymbol{u}}_r \tag{7-198}$$

其中 $\hat{u}_r$ 是口径电[illegible]尺度 $2F$ 相关的相移也已包含在内。为描述口径电场，坐标 ρ' 和 ϕ' 是适合的。以口径坐标 ρ' 来表示馈源坐标 r_f 和 θ_f，采用

$$r_f = \frac{4F^2 + \rho'^2}{4F} \tag{7-199a}$$

$$\theta_f = 2\tan^{-1}\frac{\rho'}{2F} \tag{7-199b}$$

它们由式(7-183)和(7-184)得出。可以用这些变换和式(7-198)，从馈源天线辐射方向图 F_f 得出点(ρ',ϕ')处的口径分布。剩下的是通过确定式(7-198)中的 $\hat{u}_r$，求出口径电场矢量的极化。利用反射点处的近似，以及反射器的作用类似于平面(假设(a))和完纯导电(假设(c))，可以求出极化。然后，由入射波和反射波的叠加形成总电场，$E_i + E_r$，其切向分量在反射器上值为零。反射定律要求 $\hat{n}$ 将入射线与反射线平分，则 $E_i + E_r = 2(\hat{n}\cdot E_i)\hat{n}$ 或

$$E_r = 2(\hat{n}\cdot E_i)\hat{n} - E_i \tag{7-200}$$

由于假设反射器是完纯的(如上假设(c))，$|E_r| = |E_i|$，利用它将(7-200)归一化得出

$$\hat{u}_r = 2(\hat{n}\cdot\hat{u}_i)\hat{n} - \hat{u}_i \tag{7-201}$$

其中 $\hat{u}_r = E_r/|E_r|$ 以及 $\hat{u}_i = E_i/|E_i|$。

现在可以写出对整个反射器系统的辐射方向图函数。对半径为 $a = D/2$ 的圆形设计口径，由式(7-163)和(7-198)可得，式(7-14)中口径分布的傅里叶变换为

$$P = V_0\int_0^{2\pi}\int_0^{a}\frac{F_f(\theta_f,\phi')}{r_f}\hat{u}_r e^{j\beta\rho'\sin\theta\cos(\phi-\phi')}\rho'\mathrm{d}\rho'\mathrm{d}\phi' \tag{7-202}$$

然后由式(7-29)可得完整的辐射方向图。从处于焦点的馈源天线馈电的单反射器，常常称为*焦馈*或*初级聚焦反射器天线*。馈源是*初级天线*，反射器构成*次级天线*。则馈源方向图是*初级方向图*，而整个天线系统的方向图称为*次级方向图*。

与 GO 推演法相关联的均匀口径相位，并采用实数馈源方向图函数 $F_f(\theta_f,\phi')$，产生对称的方向图函数，因为实函数的傅里叶变换是对称的。因此，GO 推演法总是给出对称的远场方向图。不过，对于一般情况，例如将在 7.6.3 节讨论的偏馈反射器，反射器天线具有非对称方向图。现在来介绍一种更精确的分析方法。

PO/表面流法。1.7 节中推导的理论指出，通过流分布的积分可以得出远场。对于反射器天线，可以采用馈源天线的入射场在金属反射器上产生的电流。在普遍的远区电场表示式(1-105)中，采用适合于表面流的磁矢位普遍表达式(1-101)，得出

$$E = -j\omega\mu\frac{e^{-j\beta r}}{4\pi r}\iint_{S_r}[J_s - (J_s\cdot\hat{r})\hat{r}]e^{j\beta\hat{r}\cdot r'}\mathrm{d}S' \tag{7-203}$$

其中 S_r 是反射器的表面。当然这种处理方法仅在表面流 J_s 是已知的时才可行。该表面流是由*物理光学*(PO)近似法求得，利用了 GO 分析中的假设(a)到(c)，把表面流与馈源的入射场联系起来。即从馈源来的波表现为局域的平面波，并从一表现为完纯反射器的局域平面反射器反射。然后，来自馈源的入射磁场 H_i 和与反射波关联的磁场

H_r,用式(1-26) $J_s = H_{tan}$ 与表面流联系起来,其中 H_{tan} 是总磁场的切向分量,由 $\hat{n} \times (H_i +$
$H_r)$得出。但是对于完纯导体,反射磁场等于入射磁场,所以得到

$$J_s = \begin{cases} 2\hat{n} \times H_i & \text{沿反射器的前表面;} \\ 0 & \text{在反射器的阴影面} \end{cases} \tag{7-204}$$

因此,PO 近似把反射器表面 S_r 解释成:馈源以射线跟踪法照射而具有非零电流的部分。而且略去了分开照射区和阴影区的反射器边缘处的不连续性。这种影响以及直接辐射、馈源装置遮挡/散射的影响可以分开处理。

对任何对称的反射面,式(7-203)中的积分可以用解析法计算。该方法以 *Rusch* 法而闻名,它开创了现代反射器天线分析的时代,并保留着大多数分析反射器的流行技术[24,25]。不过,该积分通常是用数值方法实施的[26]。另外,为计算该积分,常常采用口径面坐标,并借助于 Jacobi 变换,避免在弯曲的反射器表面进行积分[27]。为了提高积分计算效率,还用到了级数展开[28]。有一批用于计算反射器天线性能的现成软件。强有力的软件 GRASP[29] 包括了 PO 计算。PRAC(抛物面反射器天线软件)是为个人计算机编写的用户友好程序,在附录 G 中有描述。

对轴对称反射器,GO/口径积分(GO/AI)的方法和 PO/表面积分(PO/SI)的方法产生了同样结果[30]。不过,这两种方法常用于偏心反射器时,产生不同的结果,GO/AI 方法稍差。此外,这两种推导方法降低了除主瓣和开头几个旁瓣以外的方向图的精度,在该区域中方向图的影响主要来自反射器边缘的绕射。

绕射影响。刚才讨论的 GO/AI 和 PO/SI 方法,对主瓣和开头几个旁瓣产生了精确的结果。在远离旁瓣区,通过包含反射器(和双反射器系统的副反射器)边缘,以及任何其他尖锐边缘的绕射(即散射),可以求出方向图。这可以通过采用几何绕射理论(GTD)将 GO 扩展到包含绕射效应,或者通过物理绕射理论(PTD)将 PO 扩展到包含周界上的边缘电流来完成。GTD 和 PTD 将在第 12 章中讨论,12.16 节将处理反射器绕射的例子。

7.6.2　轴对称抛物面反射器天线

在本小节和其余小节中,将讨论常用的反射器几何结构及其性质。最流行的反射器天线是图 7-27 所示的焦馈轴对称抛物面反射器天线。馈源位于焦点,其主瓣峰指向反射器中心。该馈源通常是 7.7 节中讨论的某种喇叭天线。简单的振子馈源可以用于 UHF 和更低频率。

考虑一个馈源天线,它是沿 x 轴线极化(与 x_f 共轴),且指向反射器顶点,并分别具有 E 面和 H 面方向图 $C_E(\theta_f)$ 和 $C_H(\theta_f)$。由式(7-239a)代表的馈源产生的口径场可以由式(7-198)以及(7-201)与(7-188)求得为

$$\begin{aligned} E_a = V_0 \frac{e^{-j\beta 2F}}{r_f} \{ & -\hat{x}[C_E(\theta_f)\cos^2\phi_f + C_H(\theta_f)\sin^2\phi_f] \\ & + \hat{y}[C_E(\theta_f) - C_H(\theta_f)]\sin\phi_f\cos\phi_f \} \end{aligned} \tag{7-205}$$

注意方向图坐标单[illegible]是等同于旋转对称的归一化方向图$F_f(\theta_f)$的话,式(7-205)可简化为$E_a \backsim -\hat{x}F_f(\theta_f)$。所以,由于$E$面和$H$面之间共极化方向图$C_E$和$C_H$的不平衡,引起了交叉极化(即$y$——极化场分量)。式(7-205)也给出了,在$\phi=45°,135°$的平面内,口径中交叉极化最大。该口径交叉极化引起远场交叉极化。可以对式(7-205)的口径分布积分以求得辐射。考察x_f极化短振子的式(7-205)是具有启发性的,它具有$C_E=\cos\theta_f$和$C_H=1$:

$$E_a = V_0 \frac{e^{-j\beta 2F}}{r_f}\{-\hat{x}(\cos\theta_f\cos^2\phi_f+\sin^2\phi_f) \\ -\hat{y}(1-\cos\theta_f)\sin\phi_f\cos\phi_f\} \tag{7-206}$$

场分量如图7-28所示。括号中的表达式简化为E面($\phi_f=0°$)中的$-\hat{x}\cos\theta_f$和H面($\phi_f=90°$)中的$-\hat{x}$。因此,口径电场极化是平行于主平面中短振子的。注意,由于反射过程,口径场与入射场是反转的关系。对于非主平面,场分量出现了正交于馈源场(即y分量),给出了交叉极化。反射器的反射也有这种交叉极化。在主平面内口径场的交叉极化分量相消。在口径的相反半面交叉极化的反相位也是如此。不过,在非主平面,在远区不出现完全的相消。由反射器引入的交叉极化的最大值出现在45°的平面上。注意有一个重要的结论:当F/D增加时,交叉极化减小。它的由来可以先注意式(7-185b),当F/D增加时,最大馈电角$\theta_f=\theta_0$减小,因此,式(7-206)的第二项减小,导致交叉极化的降低。在大的F/D的极限情况下,反射器变平且不引入交叉极化。

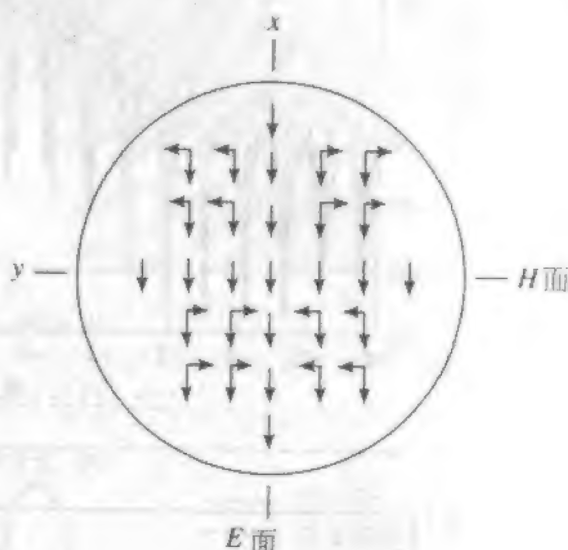


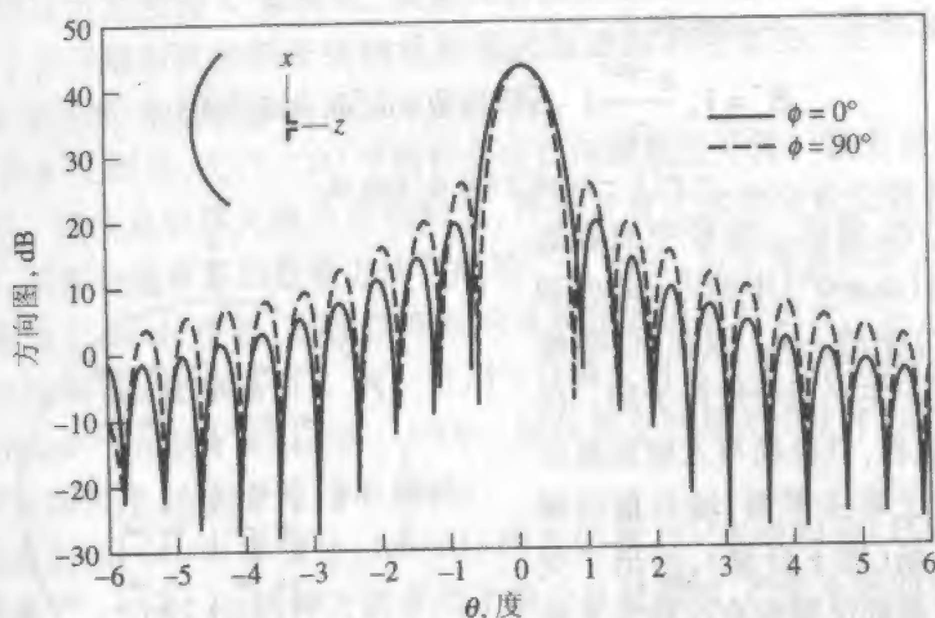
图7-28 一个x极化的短振子馈源天线在抛物面反射器口径中的电场分布。该电场已分解成x和y分量,见式(7-206)

图7-29显示的数据由采用物理光学、表面流积分的商用反射器天线软件GRASP[29]算出。正如实践中经常遇到的,采用一个半波振子作为馈源,其行为类似于前面讨论过的短振子。反射器的交叉极化定义为交叉极化相对于共极化方向图峰值的比。交叉极化的峰值用符号XPOL来表示。注意,在图7-29中的主平面里没有交叉极化,而在$\phi=45°$的平面里交叉极化峰值$=-26.3$dB。忽略极化矢量,并将式(7-199)代入(7-198)得出一个以口径坐标表示的归一化口径照射表达式:

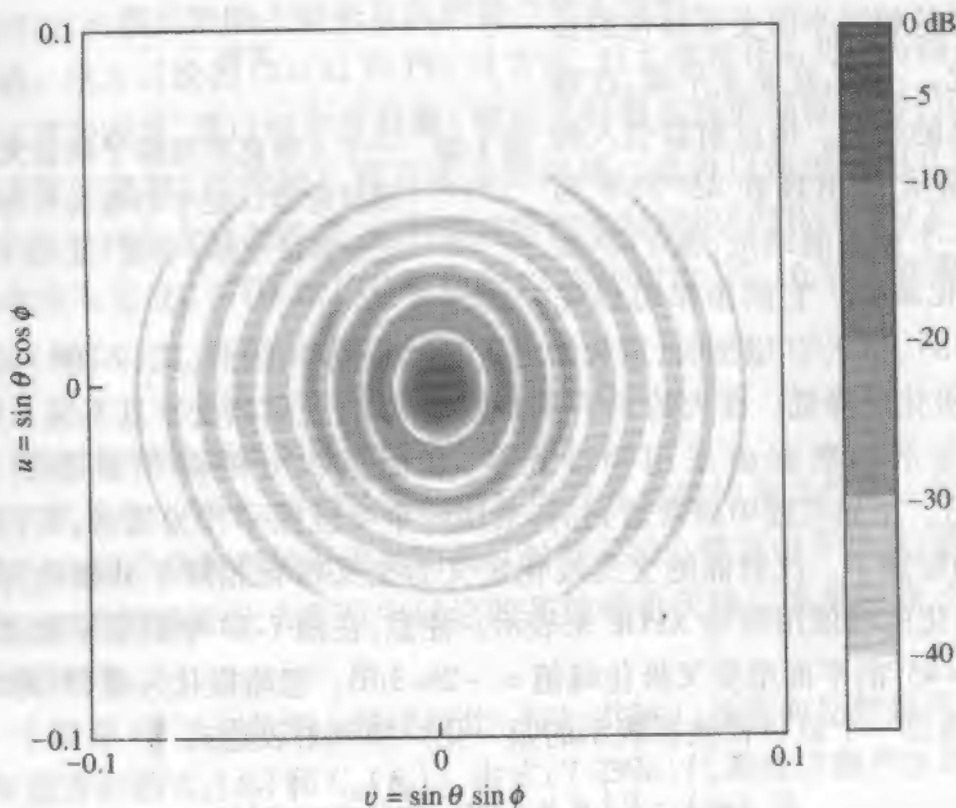
$$E_{an}(\rho') = F_f\left(\theta_f = 2\tan^{-1}\frac{\rho'}{2F}\right)\frac{1}{1+\left(\frac{\rho'}{2F}\right)^2} \tag{7-207a}$$

$$= 20\log|F_f| - 20\log\left[1+\left(\frac{\rho'}{2F}\right)^2\right](\text{dB}) \tag{7-207b}$$

这就可以直接作为计算口径半径 ρ' 函数的电场变化。[illegible]的第二个因子称为球面扩散因子,其表示由焦点到反射器距离 r_f 随 ρ' 的增加而增加。正如早就注意到的,离开焦点处馈源的射线向所有法向上扩散,导致场按 r_f^{-1} 变化。经过主反射器反射,射线被准直,并不再有幅度衰落。口径分布的实际形状对反射器的方向图和方向性的影响,小于边缘照射 *EI* 或边缘渐削 *ET*,后者可由 $\rho' = a$ 的式(7-207b)求得

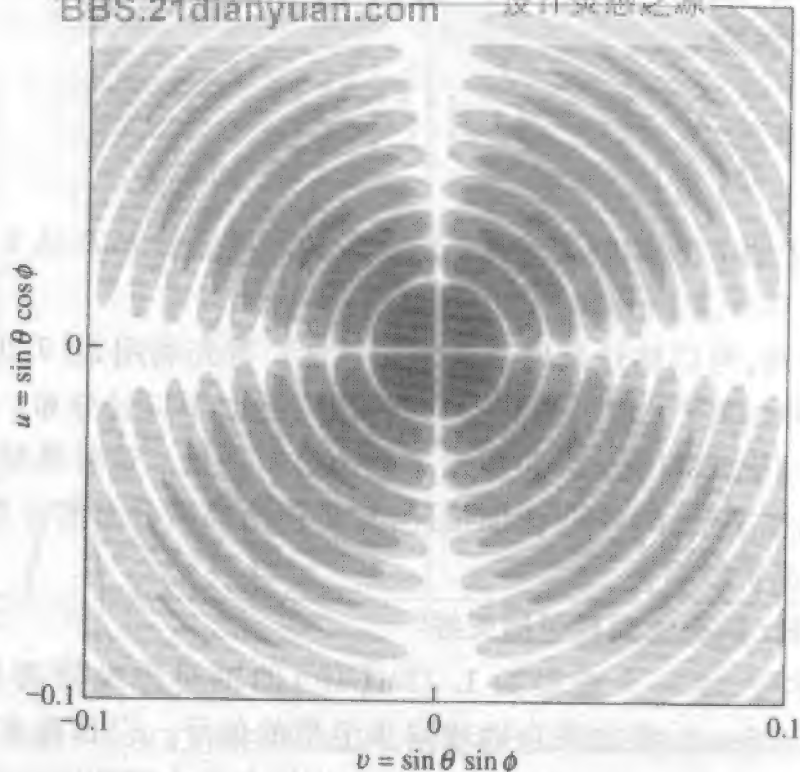


(a) 主平面方向图

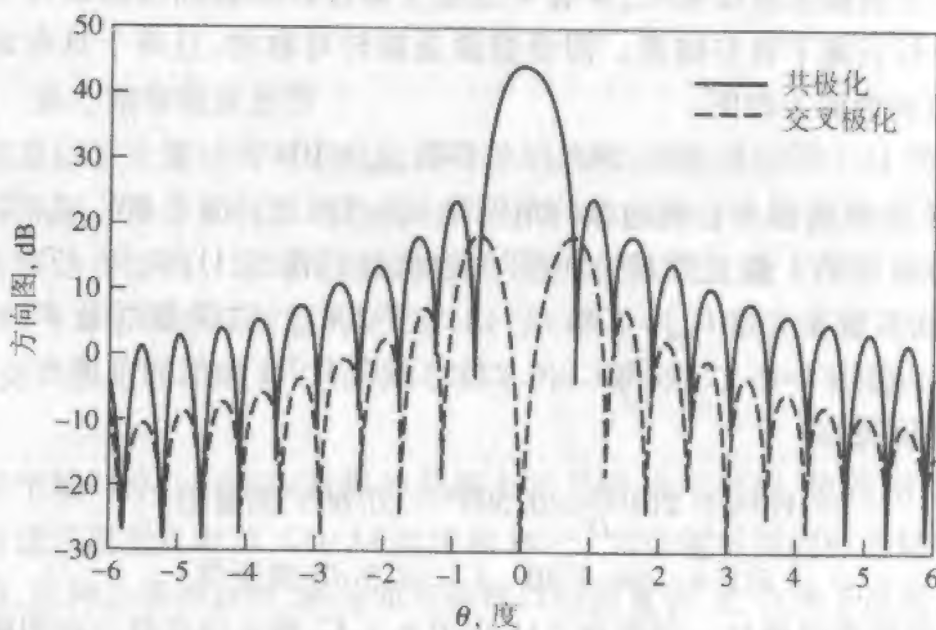


(b) 共极化轮廓(已归一化)

图 7-29 一个具有 $D = 100\lambda$、$F/D = 0.5$ 的轴对称抛物面反射器,由位于焦点处的半波振子馈电。所有数据都用于 GRASP 计算[29]。源自参考文献[43]



(c) 交叉极化轮廓(已归一化)



(d) $\phi=45°$、$135°$平面中的共极化和交叉极化方向图。交叉极化峰值比共极化峰值低 26.3dB

图 7-29 (续)

$$EI = 20\ \log[E_{an}(\rho' = a)] = -FT - L_{sph} = -ET(\text{dB}) \tag{7-208}$$

其中

EI = 边缘照射(dB) = 20log$C$

ET = 边缘渐削(dB) = $-EI$

FT = 馈源渐削分布(dB)

L_{sph} = 在口径边缘的球面扩散损失(dB)

$$= 20\ \log\left[1 + \frac{1}{16\left(\frac{F}{D}\right)^2}\right] = -20\ \log\left[\frac{1 + \cos\theta_0}{2}\right]$$

上面 L_{sph} 的表达式表明 F/D 影响了球面扩散损失的程度。若 F/D 从1.0变化到0.25，它从0.5变化到6.0dB，见图7-26。

通过简单的处理，可以估计反射器天线的性能。首先利用式(7-207)得到口径分布。其次，选择一种如表7-1表示的典型分布，使之近似于口径分布。然后计算表7-1所示的性能参数如HP、SLL及 ε_t。可以对中间值进行插值。这种典型分布法在例7-8中有说明。该方法在文献[6]中有详细描述，它还包括典型分布的有用数据，不过，文献[6]没有包含球面扩散损失。

例7-8 一个28GHz的抛物面反射器天线

弗吉尼亚工学院，用一个直径为1.22m(4ft)的轴对称抛物面反射器天线，在28.56GHz上(λ = 1.05cm)，接收来自地球同步卫星的信号。它具有 F/D = 0.5。它是由一个带金属反射层的树脂玻璃纤维做成，具有的均方根表面精度达到0.2mm。馈源天线是位于焦点的圆形波纹喇叭，并有4根细支撑杆。馈源方向图略为不对称，但采用典型分布分析获得了良好结果。假设馈源是旋转对称的，且等于具有式(7-209)所示的 E 面束宽的馈源方向图：

$$\text{HP} = 56°, \qquad \text{BW}_{-10\text{dB}} = 104° \tag{7-209}$$

由式(7-185b)，从反射器中心到边缘的角度是 θ_0 = 53.1°。由于 $\text{BW}_{-10\text{dB}}/2$ = 52°，10dB点将落在反射器里边。假设馈源方向图在边缘处跌落至11dB，即 FT = 11dB。由式(7-208b)，球面扩散损失是 L_{sph} = 1.9dB。由式(7-208a)，边缘渐削是 ET = 11 + 1.9 = 12.9dB。边缘照射 EI = −12.9dB(C = 0.2265)落在表7-1中值的范围内。对抛物平方渐削作线性插值得到：

$$\text{HP} = 1.214\frac{\lambda}{D} = 0.599° \quad (0.605°\text{测量值}) \tag{7-210a}$$

$$\text{SLL} = -30.5\ \text{dB} \quad (-28.5\ \text{dB 测量值}) \tag{7-210b}$$

注意，与测量值符合得很好。利用表7-1b中 $f(\theta, n, C)$ 画出的完整方向图画如图7-30所示。作为比较还画出了测量的方向图，它等同于沿整个主瓣计算的方向图。增益在习题7.6.6中计算了。

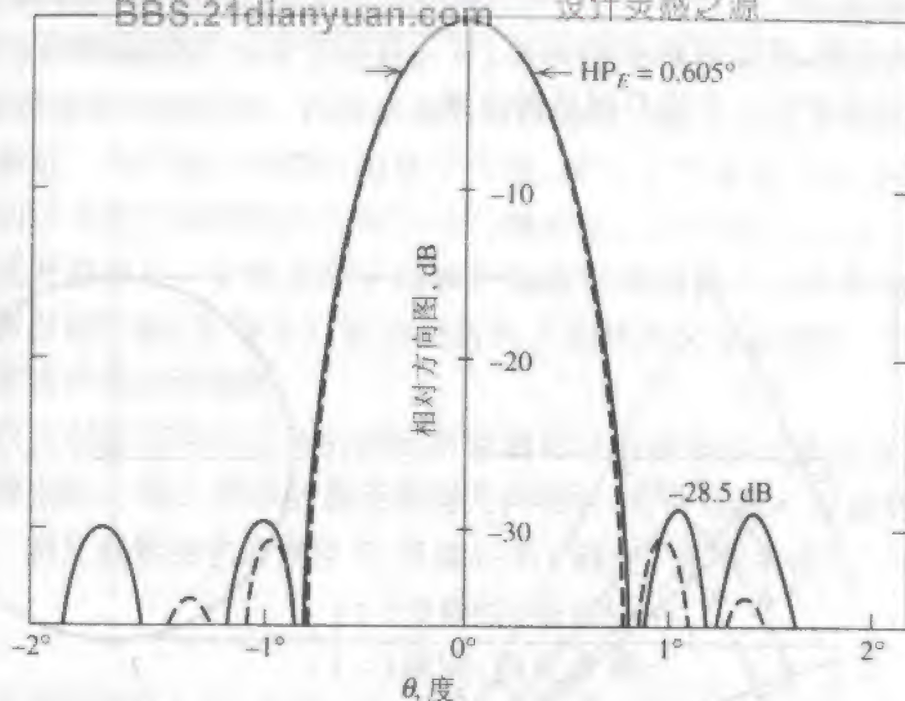


图 7-30 对例 7-8 中工作在 28.56GHz 的直径为 1.22m 的轴对称抛物面反射器 E 面方向图的测量值（实线）。计算的（虚线）方向图是对 -12.9dB 基底上的抛物平方圆口径分布

7.6.3 偏心抛物面反射器

馈源装置以及支撑结构对主反射器口径的遮挡，可以通过图 7-31 所示的偏心反射器来减弱或抑制。偏心反射器的性质与采用母体（parent）反射器的直径 D_p 所形成的轴对称反射器是类似的。即对电性能使用的适当的焦径比是 F/D_p。偏置降低了交叉极化性能，因为对于偏心反射器有 $F/D_p < F/D$，以及对一个指向顶点（$\theta_f = 0°$）的非平衡馈源，其交叉极化电平随 F/D_p 的减小而上升。在 7.6.5 节中将更多的谈到了交叉极化。

上节关于轴对称几何结构解释的分析方法是普遍用到的，也可用于偏心反射器。如果积分面选成覆盖反射器，GO/AI 方法和 PO/SI 方法能得到同样的结果[30]。对于轴对称反射器，这种选择很自然，积分面与物理口径面重合，它包含了反射器的边框并因此覆盖了它。不过，如果偏置反射器的投影口径（如图 7-31 所示）用作积分表面，GO/AI和 PO/SI 会产生不同的结果[31]。人们认为 PO/SI 能产生比较准确的结果，特别是对于交叉极化。另外，除主瓣和最初几个旁瓣外，两种解法的方向图精度都降低了。在这一区域的方向图由反射器边缘的绕射决定，见 12.16 节。

在高增益的通信应用和精细分辨的遥感中需要笔形波束。偏心反射器不仅如迄今所讨论的用于产生笔形波束，而且还能产生仿形波束。通过馈电喇叭阵，或给主反射器赋形（例如用非抛物面形），偏心反射器能产生仿形波束[27]。偏心反射器避免了馈源喇叭群产生的馈源区硬件造成的遮挡。仿形波束在地球同步卫星上的应用很流

行，它具有一个天线，该天线能够产生限于地球上某个区域如国家或大陆的足迹。在焦点区的多馈源天线，依据对焦点的偏离，每个馈源产生一个扫描波束。经过幅度和相位加权，组合起来产生一个用户赋形的主瓣。

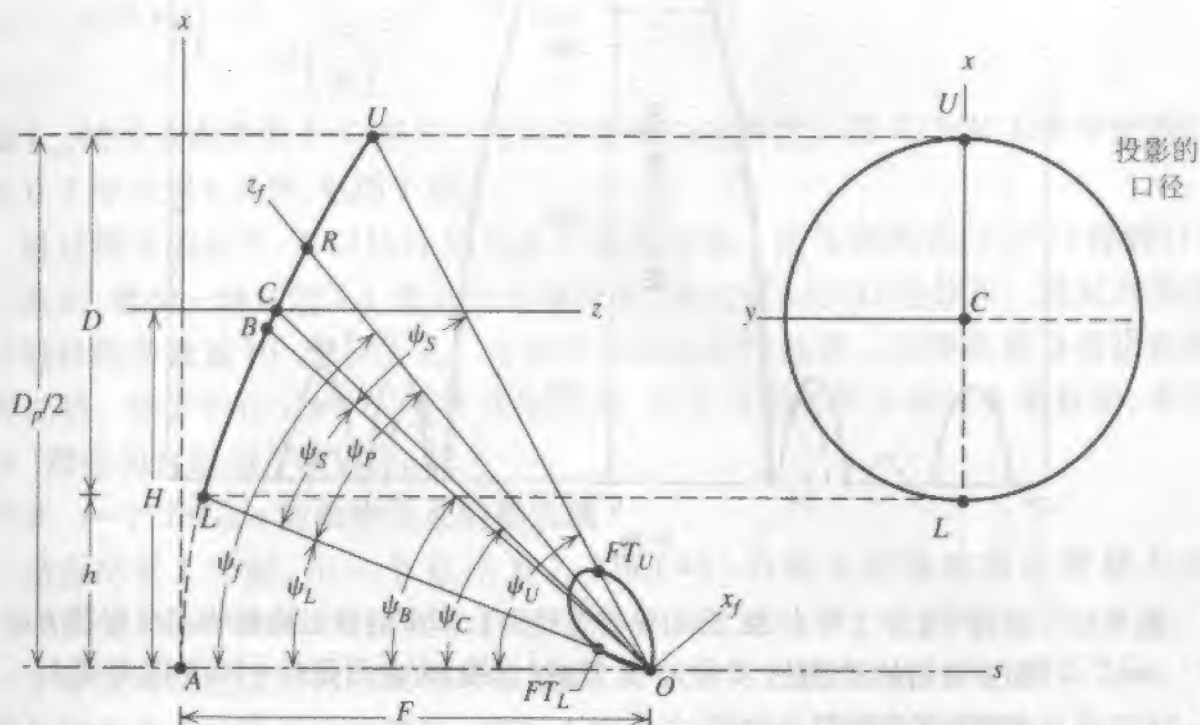


图 7-31 直径 D、焦距 F 的偏心抛物面反射器的几何结构。对称轴平分直径为 D_p 的母体抛物线。注意，当 $H=0$ 时，出现轴对称的情况

7.6.4 双反射面天线

在一个单一反射器天线的主反射器和馈源之间，可以引入一个副反射器，形成双反射器。最流行的双反射器是图 7-32 所示的轴对称卡塞格伦反射器天线。主反射器是抛物面，副反射器是双曲面。该几何系统也形成聚焦系统。与平行于对称轴的入射平面波相关的射线，从这两个反射器反射，相交于一点，即焦点 F'。图 7-32 所示的虚焦点 F 就是这样一个点，从副反射面反射后的球面波前就像是从它发射的射线。即馈源是副反射面中的镜像。

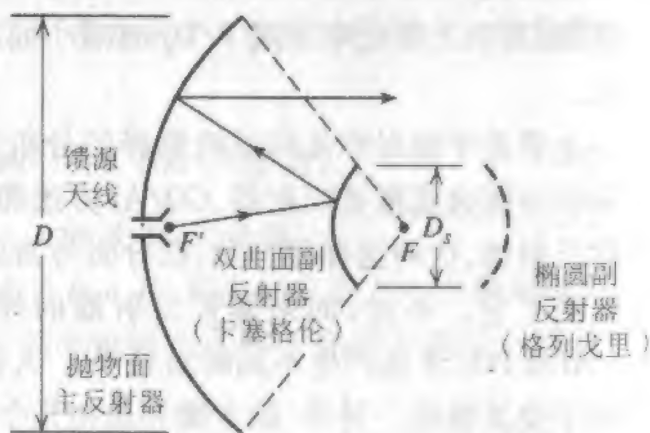


图 7-32 经典的轴对称双反射器。在卡塞格伦（格里高利）反射器系统中，主反射器是抛物面，副反射器是双曲面（椭圆）

第二种能提供理想聚焦的双反射器天线是格里高利反射器（Gregorian reflector）。它具有如图 7-32 所示位于虚

焦点以外的、并具有椭圆横截面的、凹的而不是凸的副反射器。卡塞格伦和格列戈里两种系统源自光学望远镜，由其发明者命名。格里高利系统的副反射器离主反射器更远，这就需要更多的支撑结构。两种双面反射器提供的最大优点是馈源方便地处于主反射器顶点附近。为给进入馈源区提供了方便，减少了馈源硬件的支撑问题，减小经常用于抵达初级聚焦反射器焦点区域的长传输线的长度及随之而来的损耗。双反射器相对于单反射器的另一个优点在于低噪声地面终端的应用。馈源辐射没受双反射器中的副反射器的阻截(即溢出)，而直接指向了低噪声天空区域中，不是像单反射器的溢出朝向多噪声的地面那样。

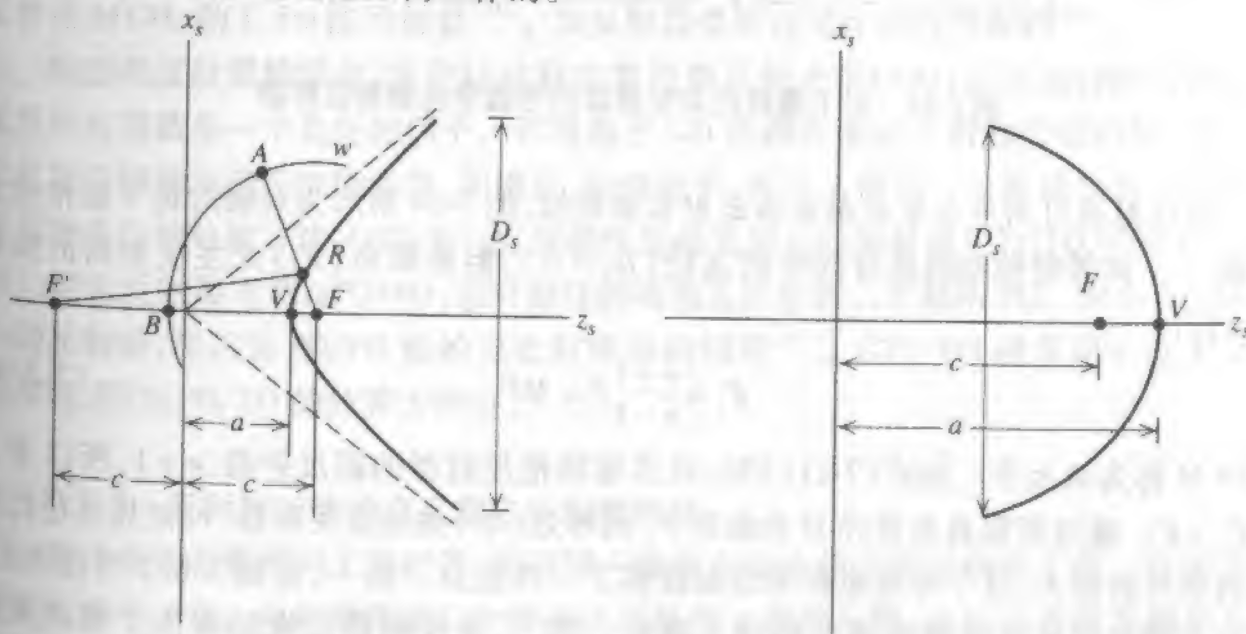
经典的双反射器结构中使用的副反射器的形状由圆锥曲线来描画。图 7-33 给出了以副反射器坐标 x_s 和 z_s 表示的副反射器几何结构，将曲线沿 z_s 轴旋转可得完整的副反射器表面。副反射器由它的直径 D_s 及偏心率 e 确定。形状由偏心率控制，它定义为

$$e=\frac{c}{a}\begin{cases}>1\text{双曲线(卡塞格伦)}\\<1\text{椭圆(格里高利)}\end{cases}\tag{7-211}$$

例如 $e=\infty$，形状是平面；$e=0$，形状是圆(球)；$e=1$，形状是抛物线。副反射器表面的方程是

$$\begin{aligned}&\frac{z_s^2}{a^2}-\frac{x_s^2}{b^2}=1\qquad b^2=c^2-a^2\qquad\text{双曲线}\\&\frac{z_s^2}{a^2}+\frac{x_s^2}{b^2}=1\qquad b^2=a^2-c^2\qquad\text{椭圆}\end{aligned}\tag{7-212}$$

距离 c 和 a 如图 7-33 所示。卡塞格伦双反射器所需的双曲线形状将会给予证明。该推演也说明了副反射器是如何工作的。



(a) 双曲线副反射器　　(b) 椭圆副反射器。

图 7-33　经典副反射器的几何结构

双曲线副反射器的功能，是把来自焦点 F' 处的馈源发出的、看似从虚焦点发出的入射波转变成球面波前 w。为使之成立，从 F' 点到波前 w 的光程（总距离）必须是恒定的。这个条件的施加确定了副反射器的形状。从图 7-33a 可见，从 F' 点到 A 包括从副反射器的反射的总距离是

$$\overline{F'R}+\overline{RA}=\overline{F'V}+\overline{VB}=c+a+\overline{VB} \tag{7-213}$$

但是

$$\overline{RA}=\overline{FA}-\overline{FR}=\overline{FB}-\overline{FR} \tag{7-214}$$

其中$\overline{FB}=\overline{FA}$是基于输出的是球面波。这在式(7-213)中导致

$$\overline{F'R}-\overline{FR}=c+a-(\overline{FB}-\overline{VB})=c+a-(c-a)=2a \tag{7-215}$$

此结果与双曲线的如下定义一致：双曲线是这样一种点的轨迹，它运动时，离两个固定点 F'和 F 的距离之差等于常数 $2a$。

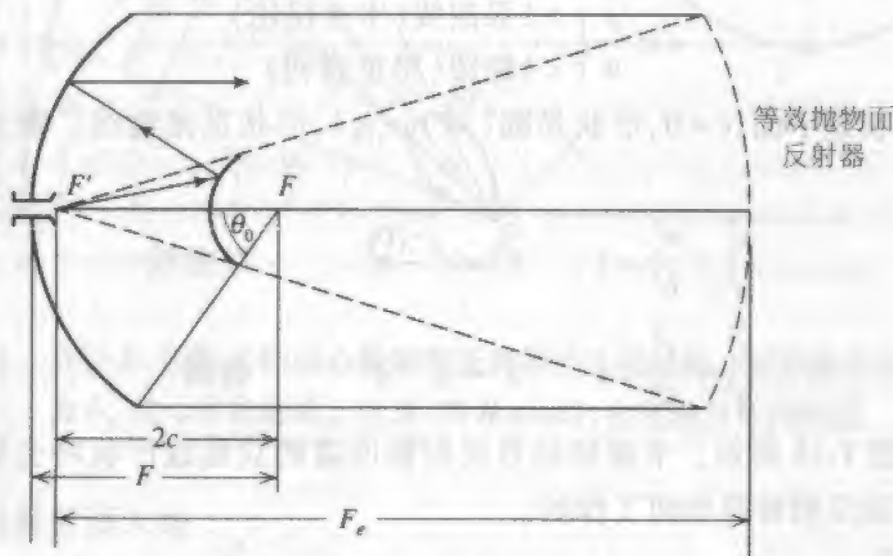


图 7-34　对卡塞格伦双反射器的等效单抛物面反射器

双反射器可用单个等效抛物面反射器来模拟，图 7-34 所示为对轴对称卡塞格伦反射器[32]。该等效抛物线具有同样的直径（$D_e=D$），但是聚焦（F_e）比主反射器的焦距（F）长：

$$F_e=\frac{e+1}{e-1}F=MF \tag{7-216}$$

其中 M 称为放大率。由式(7-211)知，对卡塞格伦反射器的副反射器，$e>1$，所以 $M>1$，$F_e>F$。通过考察具有直径 D 和焦距 F_e 的等效（单）抛物面反射器，可知其焦径比实际的双反射器大，这个有效焦距的增加提供了一些优点。第一，正如 7.6.2 节指出的，具有大的焦径比可改善远场区的交叉极化。第二，主反射器边缘的球面扩散损失较小，见式(7-207)。第三，主瓣扫描性能得到了改善。此结论得自当馈源天线横向（在 $x_s y_s$ 平面内）移动时，焦径比愈大辐射方向图的恶化愈小。这可以通过考察焦距 - 直径比无穷大的极限情况（例如平直主反射器）来解释，这时垂直入射的反射没有发生恶

化。该等效抛物线概念也适用于双偏心反射器[27,33]。

在单反射器天线系统中，来自馈源天线的相位波前转换成预期的输出波前。这通常是球面波到平面波的转换，它由抛物面反射器来完成。有限的空间幅度的控制通过馈源渐削和 D/A 来完成，见式(7-208)。对具有抛物面主反射器的传统单反射器或双反射器，的确是如此。但是，如果双反射器的两个反射器允许被"赋形"，那么幅度和相位二者均可以控制。在通常的综合场合下，副反射器具有很高的渐削照射以减小溢出，并赋形以使得反射射线传播出去而获得均匀幅度。这需要给主反射器赋形。双反射器的综合是相当先进的论题，但可用如下的解释弄明白[24,34~38]。从原理上讲，对轴对称系统[36]，以及偏心双反射器[38]，主反射器与副反射器二者的形状可以严格地确定。在上面提到的情况中，双反射器的形状可以确定以产生均匀的幅度和相位，给出最大的口径利用率。其设计问题是将较宽的馈源天线辐射方向图，转换成幅度与相位近乎均匀的口径分布，同时保持有可接受的溢出。其原理是使副反射器照射不足，以便减小其溢出，然后使之比典型形状的曲率有所增加，并把反射射线引向主反射器的边缘。在几何光学的限度内，主反射器的溢出通过适当的反射器尺寸来避免。将副反射器赋形会改变从馈源到口径的总路径长度。但是，这可用主反射器赋形校正由副反射器赋形引起的相位误差，使之几乎得到补偿。主反射器的变形量级与副反射器的变形量级差不多，因为二者引入的相位误差大致相同。不过，副反射器的赋形几乎完全控制着口径幅度分布。这种相继的赋形没有严格的解，但是避免了对两个反射器形状同时求解的麻烦的数学处理。双赋形反射器广泛用于高增益轴对称系统中，诸如直径大于几米的卫星通信地面站的主反射器。对较小的系统，也采用赋形的偏心双反射器。已报道的最高的口径效率之一达到了85%，它是一个具有赋形双反射器的结构、工作在31GHz的1.5m主反射器[39]。双反射器也可以设计成低旁瓣的[40]。

赋形双反射器的综合，在设计过程中常用到几何光学(GO)。前面讨论的高增益赋形反射器就是一个良好的例子。利用基于GO的综合确定反射器形状以后，就用计算机软件精确地确定性能参数，如增益、旁瓣电平、和交叉极化。计算机分析双反射器有两种流行的处理方法：GTD/PO，它对副反射器采用几何绕射理论(GTD在第12章处理)，对主反射器用PO；PO/PO，它对副反射器和主反射器二者都用PO。对小于 10λ 的小副反射器，都认为PO/PO能给出比较精确的结果[27]。GTD/PO通常用于电大反射器系统，因为PO/PO的计算太耗时。

7.6.5 反射器天线的交叉极化与扫描特性

在许多场合都用到了反射器，包括同一频率有两个信道的双极化工作。这需要两个极化近乎正交。反射器的第二个普遍应用是单主瓣的扫描，或通过多馈源偏离焦点并用同一个大的主反射器来形成多个窄波束。本节将讨论交叉极化和波束扫描。

对7.6.2节的轴对称反射器的分析表明，对一个极化很纯但不平衡的馈源，如振子，反射器引起的交叉极化在主平面内为零，在45°的平面内最大，见图7-29。一个具有

旋转对称方向图（见7.7节）、其理想的相位中心处于焦点的平衡馈源，根据GO分析，没有远场交叉极化[42]。不过，根据PO分析，一个具有平衡馈源的轴对称反射器，产生一小的交叉极化方向图。实际上，馈源对从轴对称反射器产生交叉极化的产生起主要作用。

正如7.6.2节指出的，轴对称反射器的交叉极化随 F/D 的增加而降低。即，当碟子曲率减小时，引入的交叉极化也较小。这很容易记住，因为当 F/D 变得很大时，反射器变得更平，而一个平面反射器是不会极化的。如果馈源天线方向图是旋转对称的（即平衡的）和纯极化的，交叉极化能显著减小，但是由于反射器上的轴向（z 向）电流，就还会有保留有残余电平。

偏心反射器的交叉极化的行为更加复杂。其普遍的几何结构如图7-31所示。正如第7.6.3节解释的，对于电气性能，必须用到母体反射器的直径。因为，实际偏心反射器的 F/D 大于母体反射器的 F/D_p，偏心反射器的交叉极化将更差。这里假设馈源指向顶点，即 $\psi_f=0°$。这样可能导致可观的溢出。取而代之的是，通常馈源的指向使其轴平分反射器所张的角（$\psi_f=\psi_B$），或者沿馈源轴的射线到达投影口径的中心（$\psi_f=\psi_C$）。对一个具有直径为85.5λ、偏心高度为 $h=D/8$、$F/D=0.3$ 的偏心反射器，馈源指向角的影响如图7-35所示。馈源是线极化的，具有圆对称的方向图（例如，平衡馈源），10dB的带宽为70°。该几何结构产生的结果，在实际中使用的偏心反射器中具有代表性。在本例中，平分角 $\psi_B=45.1°$，而中心射线角是 $\psi_C=49.7°$。注意，在图7-35中，当馈源角增大时，交叉极化性能变差。不过，在 ψ_B 和 ψ_C 之间的 $\psi_f=47°$处，增益显示出很宽的峰。当 $\psi_f>30°$时，旁瓣电平几乎不随指向角而变化。原来是馈源指向角 $\psi_f=\psi_E$ 导致相等的边缘照射（$EI_L=EI_U$），仅以增益与交叉极化的较小为代价产生了低旁瓣[42]。在该例中，$\psi_E=49.6°$，其中SLL = −30.1dB。从图7-35可清楚地看出对偏心反射器的一个重要基本限制。对最大增益（即口径效率），交叉极化在−23dB量级，这对许多应用来说是太高以至于难以接受。

单偏心反射器的交叉极化性能归纳在图7-35中[43,44]。对于线极化平衡馈源，在非对称面（xy 平面）内交叉极化最大，在对称面（xz 平面）内为零[43-45]。一个反射器天线的（次级）方向图内的极化，受馈源（初级）方向图的交叉极化（$XPOL_F$）和反射器引入的交叉极化（$XPOL_R$）的双重影响。迄今，我们忽略了任何馈源交叉极化，即 $XPOL_F=0$。因为，为严格计算交叉极化，需要一种软件，如物理光学软件，因此，近似方法是很有用的。反射器系统的交叉极化的一种最差估计是加上式(7-217)[46]：

$$XPOL_S = XPOL_F + XPOL_R \tag{7-217}$$

例如，一个交叉极化为−30dB（$XPOL_F=0.0316$）的馈源，用于一个交叉极化为−23dB（$XPOL_R=0.0708$）的反射器中，得出 $XPOL_R=0.1024=-19.8$dB。

正如图7-36指出的，此情况与圆极化（CP）平衡馈源大为不相同。那里没有交叉极化，但是主瓣在 yz 平面内偏离了轴[43-47]。由于反向圆极化，主瓣旋转（或倾斜）向反射器轴的相反一边。注意，对圆极化馈源，反射器辐射的圆极化方向与馈源的圆极化

方向相反，因为遇到反射时，圆极化方向反转。

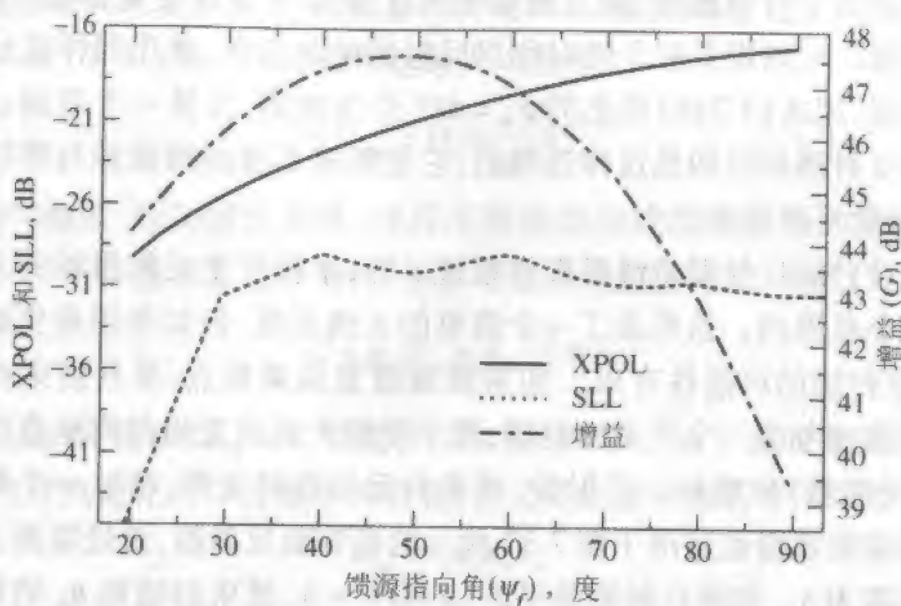
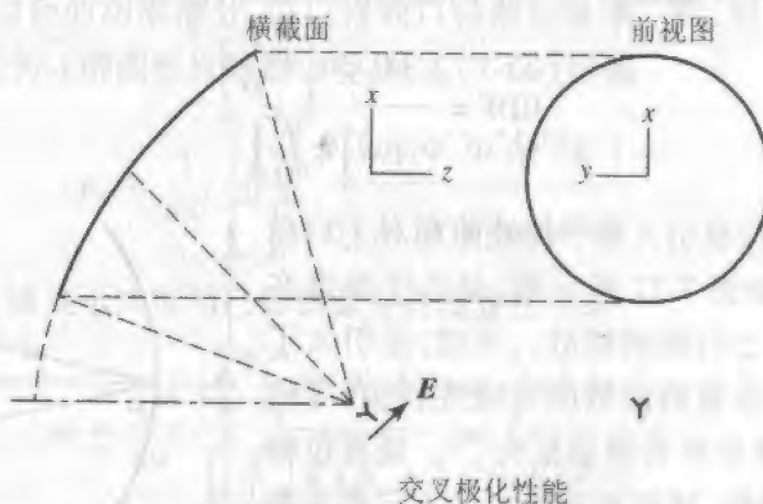


图 7-35　对一个 $D=85.5\lambda$、$h=D/8$、$F/D=0.3$ 的偏心反射器（见图 7-31），作为馈源指向角函数的交叉极化电平峰值（XPOL）、旁瓣电平（SLL）和增益（G）。该平分角是 $\psi_B=45.1°$。中心射线角 $\psi_C=49.7°$。馈源是平衡和线极化的。源自文献[42]



馈源	交叉极化性能 xz 平面（对称面、偏心面）	交叉极化性能 yz 平面（非对称面）
理想线极化	无交叉极化	交叉极化
理想圆极化	无交叉极化	无交叉极化，波束倾斜

图 7-36　具有平衡馈源的偏心抛物面反射器的交叉极化电平性能的小结。源自文献[43]

第7.6.3节中的偏心反射器和7.6.4节的双反射器的优点是可以在双偏心反射器中结合起来。避免了口径遮挡,副反射器引入了第二个设计变量,可使交叉极化远小于单偏心反射器。可以用类似于轴对称双反射器时的方法,使用同样直径的等效单抛物面作主反射器,用式(7-216)给出的 $F_e = MF$ 作为焦距,计算一个双偏心反射器的性能。如果该双反射器的结构是这样选择的,它使原来系统的馈源轴与等效抛物面的轴重合,则交叉极化可以最小。

为高增益设计的反射器天线是聚焦系统。即,平行于主反射器轴的入射波将聚焦在焦点附近的小范围内。这形成了一个简单的天线系统,但如果想避免旋转整个反射器系统,则波束扫描的可能性有限。如果馈源放置偏离焦点,某些波束扫描就是有可能的。这可以通过考虑一个平面反射器,其小馈源天线放置得偏离垂直于反射器的轴(并倾斜指向反射器)来理解。反射波,或来自反射器的主瓣,将以一个等于偏离角的角度出射。同样的效应也适用于图7-37所示的抛物面反射器,该处馈源天线在焦平面内横向偏离距离为 δ。如果反射器是平的($F/D=\infty$),波束扫描角 θ_B 的角度就等于馈源倾斜角 θ_F。对曲面反射器($F<\infty$),波束扫描角将小于馈源倾斜角。扫描由波束偏离因子(BDF)来定量地描述:

$$\mathrm{BDF} = \frac{\theta_B}{\theta_F} \tag{7-218}$$

对于平直反射器,BDF最大,是1;对轴对称和平行反射器,BDF分别随 F/D 或 F/D_p 的减小而减小。对于小偏离的 δ,如下的近似表示式是有用的[27,48]:

$$\mathrm{BDF} = \frac{1+0.36\left[4\frac{F}{D}\right]^{-2}}{1+\left[4\frac{F}{D}\right]^{-2}} \tag{7-219}$$

馈源的横向位移引入的平面波前相对于口径平面的倾斜,正如图7-37所示的,是由于波束在位移相反的方向上扫描的缘故。不过,还引入了作为口径平面内位置的函数的非线性相位,导致方向图变差、波束变宽和增益损失[49]。随着位移增加和 F/D 值降低,这些影响更大。方向图变差的一个特征是,在主瓣的反射器一侧的,称为科马瓣(coma lobe)的第一旁瓣变大。

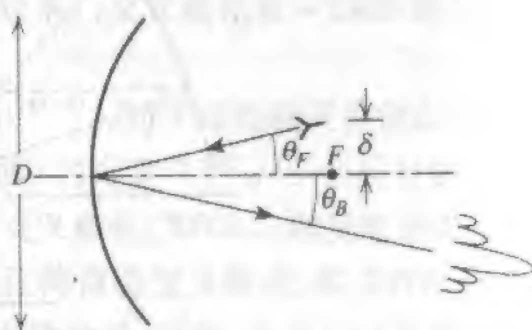


图7-37　利用馈源位移的反射器天线的波束扫描

通过使馈源位移偏离焦点,还能实现多反射器扫描。双反射器的优点是通过等效抛物面反射器提供较长的焦距,见式(7-216)。这产生更好的扫描性能。应用一个等效的单抛物面,对具有偏心双反射器的小扫描角可提供近似的结果[50]。先进的办法是用三反射器使扫描时移动最小化[51,52]。

7.6.6 反射器天线的增益计算

口径天线通常具有面积为 A_p 的明显的物理口径，能量通过它发送去远场。对于一个口径天线，从式(7-67)和(7-75)知可达最大增益是

$$G_{max} = D_u = \frac{4\pi}{\lambda^2}A_p \tag{7-220}$$

该增益仅在均匀幅度、均匀相位天线，并且不存在溢出或欧姆损耗的理想环境下才可能达到。实际上，不可能满足这些条件，所以增益比理想值降低，如式(7-221)所示：

$$G = \varepsilon_{ap}D_u = \varepsilon_{ap}\frac{4\pi}{\lambda^2}A_p \tag{7-221}$$

其中 ε_{ap} 是口径效率，且 $0 \leqslant \varepsilon_{ap} \leqslant 1$，见式(7-77)和(7-78)。由于波长和物理口径面积容易得到，增益的研究简化为口径效率的研究，它又可以表示为若干子效率的乘积：

$$\varepsilon_{ap} = e_r\varepsilon_t\varepsilon_s\varepsilon_a \tag{7-222}$$

其中

e_r = 辐射效率

ε_t = 口径渐削效率

ε_s = 溢出效率

ε_a = 可达效率

现在来解释这些效率。

通过处理到达口径的功率部分，可以得到口径渐削效率。即，如果忽略可达与溢出两种损耗，对半径为 a 的圆形反射器口径，从式(7-66)得到

$$\varepsilon_t = \frac{1}{\pi a^2}\frac{\left|\int_0^{2\pi}\int_0^a E_a(\rho',\phi')\rho'\mathrm{d}\rho'\mathrm{d}\phi'\right|^2}{\int_0^{2\pi}\int_0^a |E_a(\rho',\phi')|^2\rho'\mathrm{d}\rho'\mathrm{d}\phi'} \tag{7-223}$$

通过变换到馈源角，该表示式可用已知馈源方向图直接写成：

$$\varepsilon_t = \frac{4F^2}{\pi a^2}\frac{\left|\int_0^{2\pi}\int_0^{\theta_0} F_f(\theta_f,\phi')\tan\frac{\theta_f}{2}\mathrm{d}\theta_f\mathrm{d}\phi'\right|^2}{\int_0^{2\pi}\int_0^{\theta_0} |F_f(\theta_f,\phi')|^2\sin\theta_f\mathrm{d}\theta_f\mathrm{d}\phi'} \tag{7-224}$$

利用式(7-224)可以从馈源方向图算出口径渐削效率。

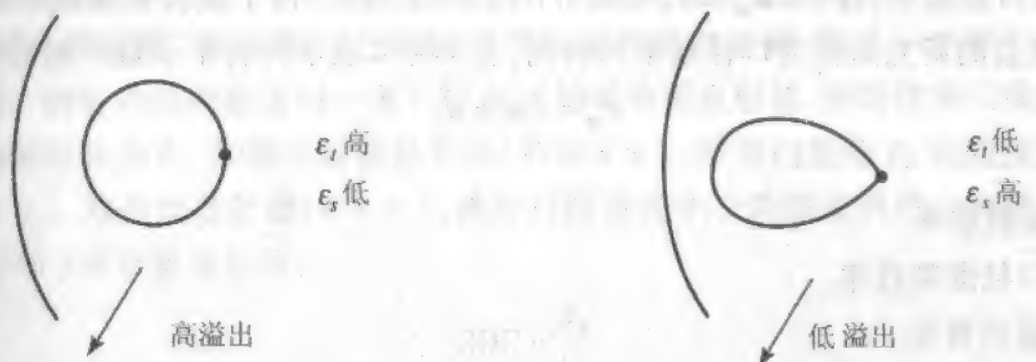
正如7.6.2节中讨论的，馈源天线辐射方向图对反射器天线的影响最大，因为它控制整个口径分布和口径渐削效率。由于馈源方向图会超出反射器边缘，相关的功率不可能再由反射器改变方向进入主瓣，从而降低了增益。这称为溢出，其相关的效率因子称为溢出效率 ε_s，将它定义为馈源辐射的、被单反射器的主反射器或双反射器的副反射器截获的功率部分。

溢出效率是主反射器截获的馈源方向图（并改变方向通过口径进入主瓣）的部分，相对于馈源总功率之比来度量的：

$$\varepsilon_s = \frac{\int_0^{2\pi}\int_0^{\theta_0}\left|F_f(\theta_f,\phi')\right|^2 \sin\theta_f \mathrm{d}\theta_f \mathrm{d}\phi'}{\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}\left|F_f(\theta_f,\phi')\right|^2 \sin\theta_f \mathrm{d}\theta_f \mathrm{d}\phi'} \tag{7-225}$$

注意，分子的积分仅是馈源方向图的反射器的张角部分，而分母的积分范围包括整个馈源方向图。

反射器设计问题简化为口径渐削与通过馈源天线选择溢出之间的协调。一个宽的馈源方向图引入的跨口径幅度渐小，但如图 7-38a 所示的有明显的溢出。采用如图 7-38b 所示的具有窄方向图的馈源，可以解决溢出问题。不过，现在馈源方向图渐削很大，导致了低的口径渐削效率。



(a) 宽馈源方向图给出高的口径渐削效率和低的溢出效率

(b) 窄馈源方向图给出高的溢出效率和低的口径渐削效率

图 7-38　馈源天线方向图对反射器口径渐削与溢出影响的说明

渐削和溢出效率可以结合形成照射效率 ε_i 来完整的估计馈源方向图与主反射器影响。即，在无欧姆损耗($e_r=1$)、无可达损失($\varepsilon_a=1$)的理想环境下，ε_i 产生总的口径效率。将式(7-224)和(7-225)相乘，并利用式(7-185a)的 $a=2F\tan(\theta_0/2)$ 得出

$$\varepsilon_i = \varepsilon_t\varepsilon_s = \frac{G_f}{4\pi^2}\cot^2\frac{\theta_0}{2}\left|\int_0^{2\pi}\int_0^{\theta_0} F_f(\theta_f,\phi')\tan\frac{\theta_f}{2}\mathrm{d}\theta_f\mathrm{d}\phi'\right|^2 \tag{7-226}$$

这里对馈源的增益用了式(7-227)：

$$G_f = \frac{4\pi}{\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}\left|F_f(\theta_f,\phi')\right|^2\sin\theta_f\mathrm{d}\theta_f\mathrm{d}\phi'} \tag{7-227}$$

这实际上是馈源的方向性，但馈源的欧姆损耗包含在整个反射器系统的 e_r 中。

一个理想的、不可实现的馈源天线的方向图，将补偿球面扩展损失：方向图随离轴的角度而增加，然后在边缘方向突然降低到零，来避免溢出。由式(7-196)和(7-194)可得出该方向图为

$$F_f(\theta_f,\phi_f) = \begin{cases}\cos^2\dfrac{\theta_0}{2}\sec^2\dfrac{\theta_f}{2} & \theta_f \leqslant \theta_0 \\ 0 & \theta_f > \theta_0\end{cases} \quad \text{理想馈源} \tag{7-228}$$

它已对 $\theta_f=\theta_0$ 处的单位峰值归一化了。在式(7-226)中运用式(7-228)，得出效率 $\varepsilon_i=1$，见习题7.6.11。

因此，如果不出现欧姆损耗或可达损失，式(7-228)的理想馈源方向图将达到100%的口径效率。不过，理想馈源必须无穷大，来产生不连续的方向图。

通常，式(7-226)无法解析计算，必须基于典型分布估计或数值计算算出。不过，有一个馈源方向图函数可用来模拟实际馈源如锥形波纹喇叭的方向图，它可以解析处理。这个在7.7.4节要详细讨论的方向图是旋转对称方向图，如下

$$F_f(\theta_f)=\begin{cases}\cos^q\theta_f & \theta_f\leqslant\dfrac{\pi}{2}\\ 0 & \theta_f>\dfrac{\pi}{2}\end{cases}\tag{7-229}$$

利用这个馈源模型，可以方便地计算式(7-225)和(7-227)，得出

$$\varepsilon_s=1-\cos^{2q+1}\theta_0\tag{7-230}$$

$$G_f=2(2q+1)\tag{7-231}$$

式(7-226)中的 ε_t 更难计算。ε_i 的表示式可由几个 q 值得出[1,p.425]：

$$\varepsilon_i=\cot^2\frac{\theta_0}{2}\cdot\begin{cases}24\left[\sin^2\dfrac{\theta_0}{2}+\ln\left(\cos\dfrac{\theta_0}{2}\right)\right]^2 & q=1\\ 40\left[\sin^4\dfrac{\theta_0}{2}+\ln\left(\cos\dfrac{\theta_0}{2}\right)\right]^2 & q=2\\ 14\left[\dfrac{1}{2}\sin^2\theta_0+\dfrac{1}{3}(1-\cos\theta_0)^3+2\ln\left(\cos\dfrac{\theta_0}{2}\right)\right]^2 & q=3\end{cases}\tag{7-232}$$

由式(7-208a)知该分布的边缘照射 EI 是

$$EI=\frac{1+\cos\theta_0}{2}\cos^q\theta_0\tag{7-233}$$

$q=2$ 是实际上常遇到情况的代表。由式(7-230)和(7-232)求出的渐削效率、溢出效率及其乘积如图7-39所示。渐削与溢出之间的协调很明显。峰值约为 $\varepsilon_i=82\%$，它出现在边缘照射约为 $EI_{dB}=-11\text{dB}$ 处。因此得到普遍规律：*一个抛物面反射器的峰值口径效率出现在边缘照射约 -11dB 或 $E_{an}(\rho'=a)=0.28$ 处*。结果是 q 值为1～4的峰值照射效率接近82%，见习题7.6.16。在实践中，对一个采用近乎旋转对称馈源方向图的单反射器，最高可达口径效率约为75%。如果用简单馈源如开口波导，口径效率约为60%。现在来考察与增益降低有关的其他效率。

为实际执行起见，降低增益的若干因子都集总进可达效率，用子效率表示如下

$$\varepsilon_a=\varepsilon_{rs}\varepsilon_{cr}\varepsilon_{blk}\varepsilon_{\phi r}\varepsilon_{\phi f}\tag{7-234}$$

其中

ε_{rs} = 随机表面误差效率

ε_{cr} = 交叉极化效率

ε_{blk} = 口径遮挡效率

$\varepsilon_{\phi r}$ = 反射相位误差效率

$\varepsilon_{\phi f}$ = 馈源相位误差效率

所有这些效率的变换范围是0~1，但对设计适当的系统，它们仅略小于1。现在对它们加以讨论。

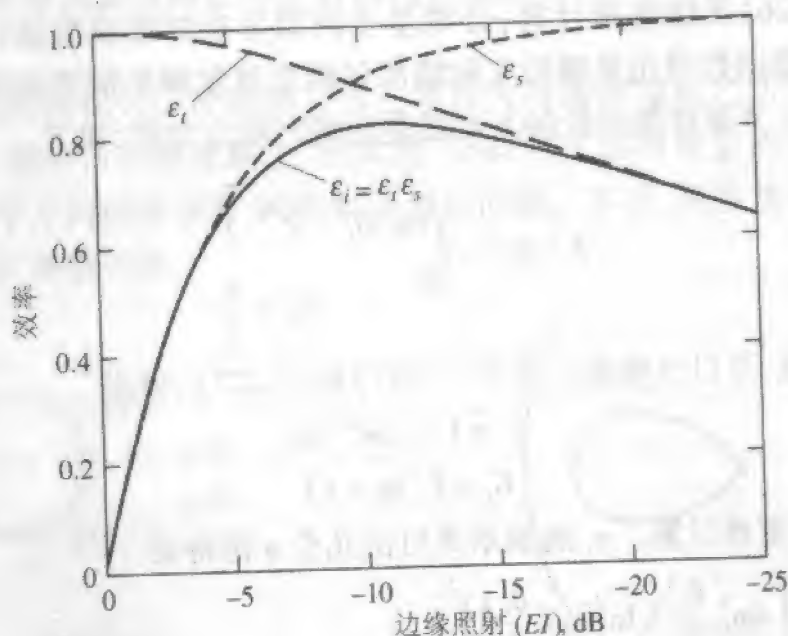


图7-39 对一个$\cos^2\theta_f$馈源方向图($q=2$)，边缘照射EI函数的口径渐变ε_t、溢出ε_s和照射效率ε_i

一个理想形状的反射器的随机表面偏差，引起了增益的降低和旁瓣的增大。这是由于口径相位的失真，随后造成聚焦反射器系统的等射线行程的偏离造成的。随机表面误差效率ε_{rs}是与随机反射器表面误差引起的增益损失有关的效率因子。该效率可以用峰——峰误差约为1/3的均方根表面偏差δ表示。对不是很大且具有比反射器尺寸小得多的相关长度的表面误差，

$$\varepsilon_{rs} = e^{-(4\pi\delta/\lambda)^2} = 685.8(\delta/\lambda)^2\text{dB} \tag{7-235}$$

$2\pi/\lambda$将表面误差转换成相位，而加上系数2是考虑到了反射线的来回行程。此结果是由具有高斯分布的平面反射器得出的，在实践中很有用[53]。由式(7-235)可见，对于$\delta \ll \lambda$，效率近乎100%。对一固定的随机误差δ，当频率增加时，δ从0.01λ变到0.1λ，效率从0.98降低到0.21，由式(7-235)知相应的增益损失从0.07dB增加到6.9dB。则结论是，对接近0.01λ的δ，随机误差损失是临界值。更小的误差可忽略，而更大的误差可能是个重要的问题。一个反射器的制造工艺决定其表面精度。机制金属反射器最精确，δ接近0.04mm(0.001 in)。用加压和模型批量生产的直径几米或更小的反射器，产生较大的误差；而对大反射器，精度也会下降。

交叉极化效率ε_{cr}是由反射器及馈源天线造成的。前者通常较小(偏心反射器除外)且可以忽略。馈源天线具有一个与所需极化方向正交的分量。其相关的功率到远场为止，然后浪费掉，所以造成一种增益损失。典型的馈源产生的ε_{cr}值为96%~

99%[54]，相应的增益损失为0.2~0.04dB。

放置在反射器前面的结构如馈源、副反射器和支撑硬件会阻挡射线射出口径，并将功率分散进入旁瓣区。计算口径遮挡效率的简单近似公式是现成的[54]：

$$\varepsilon_{bk} = \left[1 - \frac{1}{\varepsilon_t}\frac{A_b}{A_p}\right]^2 \tag{7-236}$$

其中 A_b 是投影到物理口径面积 A_p 上的遮挡面积。出现平方是因为遮挡造成的在轴功率降低引起了增益损失，以及将同样的功率导入旁瓣造成的离轴功率增加引起了增益降低。包含口径渐削效率 ε_t 是给经常出现遮挡的中央区以更大的权重。对最佳工作条件下，ε_t 接近0.89，见习题7.6.16(b)。因此，对遮挡 $A_b/A_p=1\%$、5%和10%，分别有 $\varepsilon_{bk}=0.98$、0.89和0.79。

在理想环境下，反射器天线具有均匀的口径相位。对喇叭天线，口径平面的相位误差导致了增益损失和方向图失真[54]。相位误差由以下一些原因引起的：

(1)馈源天线的相位中心偏离焦点。该反射器称为焦散。横向偏离引起了波束扫描，这在7.6.5节已讨论过。这类误差往往可以通过重新将馈源天线的相位中心放置在焦点来校正。

(2)反射器与设计形状的确定性的偏离。例如，一个单反射器整体地从抛物面形状变形成"薯片"，将在整个口径产生平衡的相位误差。风力、温度梯度和微分重力效应加上制造的缺陷引起了决定性误差，其效率由 ε_{dr} 代表。只有复杂技术如阵列馈源才能校正决定性误差[55]。

(3)非理想馈源天线相位中心。该损失由 ε_{df} 表示，可通过重新放置馈源得到部分补偿[54]。

(4)随机表面误差影响。这些影响不可能校正。它相关的效率 ε_{rs} 由式(7-235)给出。

前三个效率可以组合成相位误差效率 ε_{ph}。由于随机相位误差通常是主要影响，在式(7-234)中将 ε_{rs} 单独给出。

在7.6.1节中提到的绕射影响也引起增益损失，但通常比溢出损失小[54]。这和其他没有特别提到的增益损失来源都列入 ε_a。

重要的是要记住，一个反射器天线通常包含若干处理部件，如正交模变换器(OMT)以分开馈源处的正交极化。这些部件是有耗的，会减小增益。它们的损耗与其他损耗如随机损耗一起全部归入 e_r。采用偏心反射器的系统，通常将上变频/下变频硬件放在紧靠馈源喇叭的后面，因为口径遮挡不是问题。与具有从馈源把传输线拉到反射器背后的轴对称反射器相比，它大大减小了射频传输线损耗。

对反射器天线有一个"典型的"口径效率值，虽是高度地近似，但也是有帮助的。对许多应用可以近似为

$$\varepsilon_{ap} \approx 0.65 \tag{7-237}$$

7.6.7 其他反射器天线

用于聚焦的反射器表面的原理几个世纪前就已在光学显微镜中运用了。可是,直到1888年赫兹实验前还没出现反射器天线。赫兹用柱形抛物面锌镜,由一个沿焦线的振子馈电,并与图1-1a所示的火花隙发生器相连接。在赫兹实验以后的短期内若干其他科学家研究了反射器。但反射器天线的使用并未全面出现,直到第二次世界大战前不久的1937年,Grote Reber为射电天文学建造了一个9.1m直径的初级聚焦反射器天线。反射器天线的更为详细的历史可查阅文献[56]。

如本章所描述的,单和双抛物面反射器大致在第二次世界大战到1960年间得到了发展。从这段时间开始,引入了对基本反射器类型的变动。有的为了增加口径效率,有的为了特殊的天线方向图的赋形应用,如产生笔形波束、扇形波束、赋形主波束、低旁瓣或多主瓣。本节引入了许多种常用反射器天线中的几种。

一个圆形周界的抛物面反射器和一个位于焦点的简单馈源,如图7-27所示,用来产生旋转对称的笔形波束。如已经看到的,结构可以是轴对称的或偏心的,可用副反射器来形成多反射器。主平面内具有不同束宽的高增益反射器天线有许多的应用。如图7-40a所示的例子,它是一个水平口径大于竖直口径的单抛物面反射器。因为VAST(甚小口径终端站)卫星通信需要,它在水平面内产生窄的主瓣。窄波束用于地球同步卫星,以避免相邻卫星的干扰。馈源天线必须具有在水平面内较宽的方向图以适当照射碟子。也可以用图7-40b所示的抛物柱面,产生具有不同的主平面束宽的方

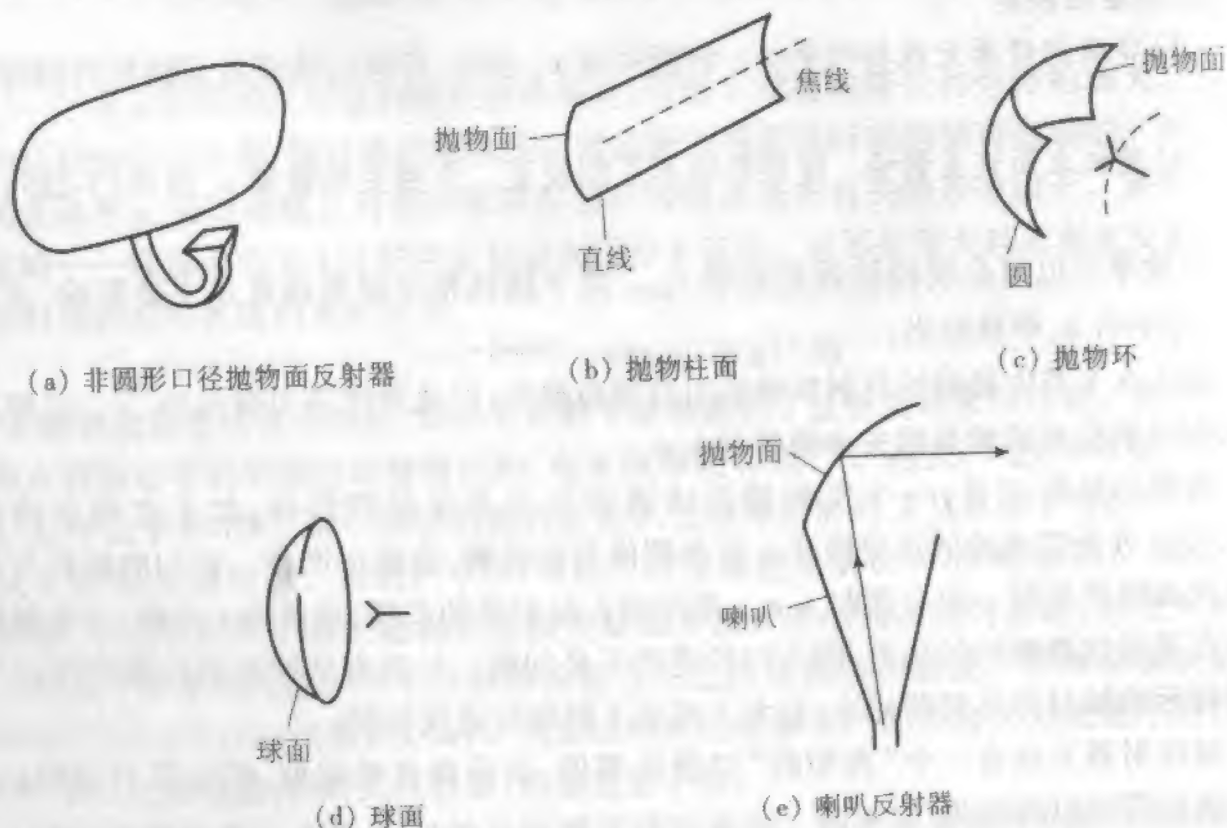


图7-40 其他反射器天线类型

向图。它在一个平面内具有抛物线截面，还具有平行于反射器轴线的直线横截面。窄的束宽处于包含反射器轴的平面内，并且需要一个沿焦线延展的馈源。5.5.3 节中讨论过的角反射器天线，是抛物柱面的简化形式，使用平直金属反射边。图 7-40c 所示的抛物环在一定程度上是弯曲型的抛物柱，它在两个主平面里分别是抛物线截面和圆截面。抛物环的流行应用中使用了沿焦弧放置多个馈源产生分立的波束，并以单个地面站天线去接收不同的卫星。与所采用的几个天线比，牺牲了口径效率，但节约了成本。图 7-40d 的球面反射器，在任何包含反射器轴的横截面内是圆，它产生了笔形波束，但其口径效率因口径相位不均匀而比抛物型低，它有一个焦区，而不是焦点。不过，与馈源从偏离抛物面反射器焦点相比，可以以较小的增益损失在焦区移动馈源来扫描波束。图 7-40e 的喇叭反射器天线由喇叭和偏心抛物面组成。由于它的旁瓣和背瓣低，所以在地面微波中继通信中很流行。

最后提一下，赋形反射器用于产生赋形波束，既为了优化在预期方向的功率分布，也为了减少干扰方向的功率。经常用基于几何光学的方法综合处理赋形波束[57]。

7.7 反射器的馈源天线

为了实现最佳性，如高的口径效率，一个反射器天线系统的馈源必须合适地进行馈电。该馈源称为初级天线，反射器则称为次级天线。本节给出设计原理和常用馈源天线的类型。

7.7.1 场的表达式

从图 7-25 的几何结构，一般可将馈源天线的电场表示为

$$\boldsymbol{E}_f = V_0 \frac{e^{-j\beta r_f}}{r_f}[U_f(\theta_f,\phi_f)\hat{\boldsymbol{\theta}}_f + V_f(\theta_f,\phi_f)\hat{\boldsymbol{\phi}}_f] \tag{7-238}$$

很少能已知所有角度的 U_f 和 V_f。通常只有主平面的方向图：E 面内的 $U_f(\theta_f,\phi_f=0)=C_E(\theta_f)$ 和 H 面内的 $V_f(\theta_f,\phi_f=90°)=C_H(\theta_f)$ 是现成的。则可通过插值近似求出任意角度 ϕ_f 的馈源场。如果馈源是纯线极化的，它可以按主平面方向图模拟为

$$\boldsymbol{E}_f = V_0 \frac{e^{-j\beta r_f}}{r_f}[C_E(\theta_f)\cos\phi_f\hat{\boldsymbol{\theta}}_f - C_H(\theta_f)\sin\phi_f\hat{\boldsymbol{\phi}}_f] \quad x_f\text{极化} \tag{7-239a}$$

或

$$\boldsymbol{E}_f = V_0 \frac{e^{-j\beta r_f}}{r_f}[C_E(\theta_f)\sin\phi_f\hat{\boldsymbol{\theta}}_f + C_H(\theta_f)\cos\phi_f\hat{\boldsymbol{\phi}}_f] \quad y_f\text{极化} \tag{7-239b}$$

作为一例，x_f 极化短振子的 E 面和 H 面是

$$C_E(\theta_f)=\cos\theta_f,\ C_H(\theta_f)=1 \quad x_f\text{极化短振子} \tag{7-240}$$

正如图 7-28 和式(7-206)表明的，具有振子天线馈电的轴对称反射器，在口径处出现交叉极化，而且，除了主平面外，所得远场方向图也包含了交叉极化。

如果由式(7-241)所示的具有旋转对称的馈源方向图馈电，该轴对称反射器将具有旋转对称次级方向图和很低的交叉极化：

$$C_E(\theta_f) = C_H(\theta_f) \quad 平衡馈源 \tag{7-241}$$

能产生这种方向图的馈源称为平衡馈源。对平衡馈源，式(7-239)的场表示式简化为

$$\begin{aligned} \boldsymbol{E}_f^v &= V_0 \frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta r_f}}{r_f} F_f(\theta_f)[\cos\phi_f \hat{\boldsymbol{\theta}}_f - \sin\phi_f \hat{\boldsymbol{\phi}}_f] \\ &= V_0 \frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta r_f}}{r_f} F_f(\theta_f)\hat{\boldsymbol{v}} = E_v \hat{\boldsymbol{v}} \quad x_f \text{ 极化} \end{aligned} \tag{7-242a}$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{E}_f^h &= V_0 \frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta r_f}}{r_f} F_f(\theta_f)[\sin\phi_f \hat{\boldsymbol{\theta}}_f + \cos\phi_f \hat{\boldsymbol{\phi}}_f] \\ &= V_0 \frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta r_f}}{r_f} F_f(\theta_f)\hat{\boldsymbol{h}} = E_h \hat{\boldsymbol{h}} \quad y_f \text{ 极化} \end{aligned} \tag{7-242b}$$

它们相当于分别在 $x_f z_f$ 平面和 $y_f z_f$ 平面具有纯线性极化的竖直的(v)和水平的(h)馈源极化。注意，它们具有旋转对称的方向图 $F_f(\theta_f)$。而且没有交叉极化，因为，例如对竖直极化馈源 $\boldsymbol{E}_f^v \cdot \hat{\boldsymbol{h}} = E_v \hat{\boldsymbol{v}} \cdot \hat{\boldsymbol{h}} = 0$。

由式(7-205)知，对平衡 x_f 极化馈源口径电场是

$$\boldsymbol{E}_a = -\hat{\boldsymbol{x}} V_0 \frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta 2F}}{r_f} F_f(\theta_f) \tag{7-243}$$

它相应于式(7-198)的 GO 模型，也没有交叉极化。不过，由于反射器表面的轴向电流引起次级方向图中有少量离轴交叉极化，这里没有考虑。

7.7.2　馈源与反射器匹配

为获得高的口径效率，有两种等效观点可用于选择馈源来为反射器作合适的照射：将馈源方向图与反射器匹配，或者把馈源天线口径分布与焦区分布匹配。本节讨论这些方法。

正如前面已指出的，当馈源天线的方向图给出了约 −11dB 的边缘照射时，它就是与反射器匹配的。利用通用的馈源方向图 $\cos^q\theta_f$ 模型决定所需的半功率束宽和 −10dB 束宽，可以求解轴对称反射器的基本方程式(7-208)。结果画在图 7-41 中。这些曲线在反射器的设计中是很有用的。图 7-41 还示出了由图 7-26b 得到的反射器边缘角 θ_0。

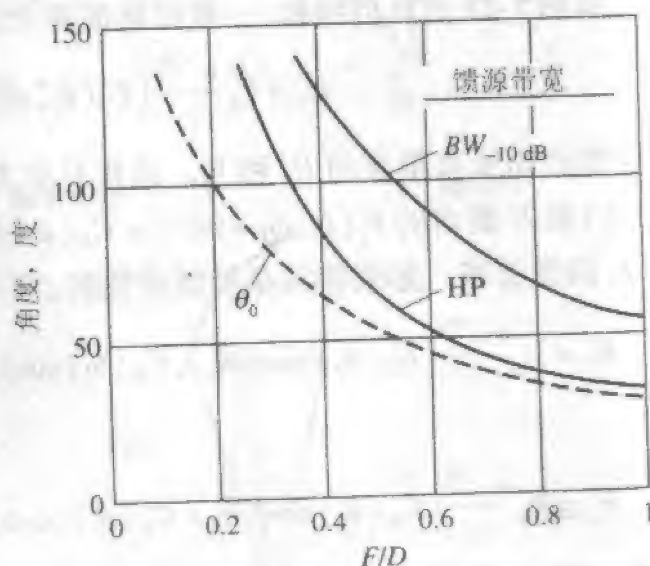
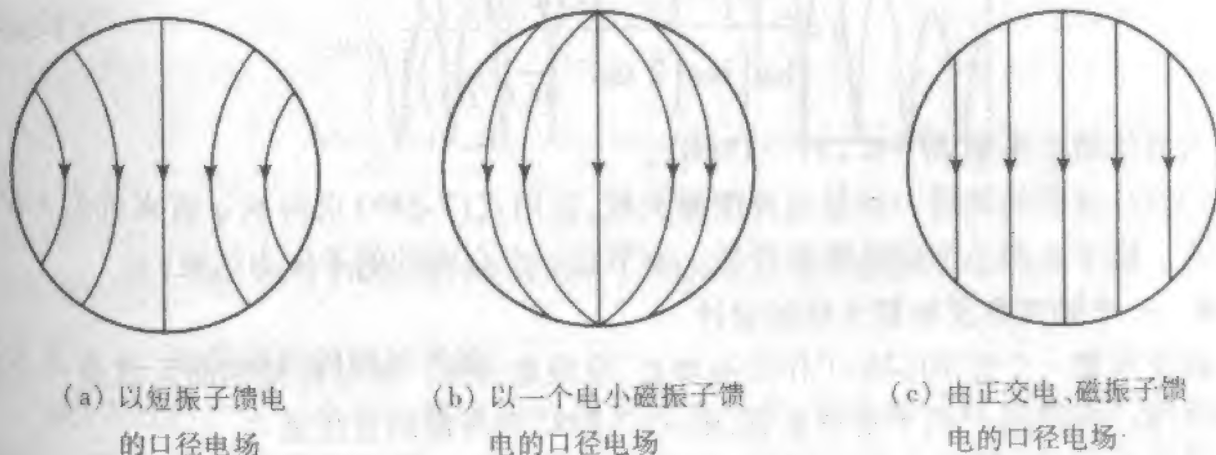


图 7-41　从轴对称抛物面反射器的轴到其边缘的角 θ_0(虚曲线)和所需方向图束宽(实曲线)产生作为 F/D 函数的 −11dB 边缘照射

聚焦场匹配法涉及一个平面波入射到反射器上。在无限大频率的极限处，射线会聚到焦点。现实中，接收场在靠近焦点的有限区域延展，产生了一个焦面分布（FPD）。事实上，FPD 近似地是口径平面分布的傅里叶变换（APD），其精度随 F/D 的增大而增加[58]。所以，入射平面波产生的均匀 APD 导致 $\sin(u)/u$ 形式的 FPD，和 100% 的口径效率。馈源的目的是获取 FPD。实际上，如果放置在焦面的馈源天线的口径分布与 FPD 匹配，口径效率将是 100%。不过，一个有限延伸的馈源，会要求接收全部场。对一个轴对称抛物面反射器的这种"理想馈源"，具有一个点相位中心，和一个旋转对称方向图，它仅在最远到反射器边缘的锥形角度内延展，还能补偿球面扩散的损失。它在式(7-228)中以函数归一化形式表达出来。在反射器边缘（$\theta_f=\theta_0$）处不连续的方向图，给出了要求均匀的 APD 和为零的外部值。这种方向图是不可能得到的。其傅里叶变换给出无限大的延伸，要求有无限大尺度的馈源才能实现。

一个经典的馈源，它产生如式(7-243)中的纯线极化口径分布，在次级方向图中产生低的交叉极化，这就是*惠更斯源*。当向轴对称抛物面反射器馈电时，它的旋转对称方向图产生了高效率。惠更斯源的发展是从重新考察由抛物面反射器馈电的短振子建立的口径场开始。式(7-206)中 x_f 极化短振子的电场具有交叉极化分量如图 7-28 所示。这意味着总口径电场向外弯曲如图 7-42a 所示。在焦点处的 y_f 向磁振子（见2.4.2节）建立了图 7-42b 中的反相弯曲的场。正交的电小振子与磁振子的组合，产生图7-42c所示的纯线性极化场。利用短振子的式(7-243)及磁振子馈源的对偶，可以导出惠更斯源口径场，见习题 7.7.4。磁振子产生电场所需的磁流要等于电振子的磁流，可令式(1-72b)和(2-44)相等，得出 $I^m=\eta I$。在 7.7.4 节将讨论实际的惠更斯源。



(a) 以短振子馈电的口径电场　(b) 以一个电小磁振子馈电的口径电场　(c) 由正交电、磁振子馈电的口径电场

图 7-42　具有各种馈源的轴对称抛物面天线的口径电场

7.7.3　通用馈源模型

馈源方向图的一个普遍的代表，是由式(7-224)给出的 $\cos^q\theta_f$ 方向图

$$C_E(\theta_f)=\cos^{q_E}\theta_f,\quad C_H(\theta_f)=\cos^{q_H}\theta_f,\quad \theta_f<\pi/2 \tag{7-244}$$

对平衡馈源，它简化为

$$C_E(\theta_f) = C_H(\theta_f) = F_f(\theta_f) = \cos^q\theta_f, \quad \theta_f < \pi/2 \tag{7-245}$$

选择 q 值(或 q_E 和 q_H)使之与实际天线的除波束峰值 1 外的方向图还有一点相匹配:

$$q = \frac{\log[F_f(\theta_f')]}{\log(\cos\theta_f')} \tag{7-246}$$

其中 θ_f' 是匹配点,诸如 -3dB 或 -10dB 点,或 θ_0。利用式(7-245)的简单方向图形式的一个优点是,它可用于计算重要参数,如馈源天线方向图:

$$G_f = \frac{2(2q_E+1)(2q_H+1)}{q_E+q_H+1} \tag{7-247}$$

对于平衡馈源,它可简化为像式(7-231)中那样的 $2q(2q+1)$。

现在已经有了全部工具,制订出一个利用如下步骤的设计轴对称反射器的简单程序:

(1)确定反射器直径。如果能假定一个口径效率值,可用式(7-77)求出为达到所需增益的直径。如果束宽值已规定,通过式(7-248)求 D,可得出直径:

$$\text{HP} = 1.18\frac{\lambda}{D} \quad \text{rad} \tag{7-248}$$

对具有 -11dB 边缘照射的反射器,这是一个很好的近似。

(2)选择 F/D。归一化距离 F/D 的值是 0.3 ~ 1.0。较高的值产生较好的交叉极化性能以及较窄的馈源方向图,从而有实际上较大的馈源天线。

(3)确定所需的馈源方向图。对预期的性能规定一个边缘照射,和通过解式(7-233)求出馈源模型 $\cos^q\theta_f$ 的 q 值:

$$q = \frac{\log\left[EI\left(1+\frac{1}{16(F/D)^2}\right)\right]}{\log\left[\cos\left(2\tan^{-1}\frac{1}{4(F/D)}\right)\right]} \tag{7-249}$$

为最佳增益采用 $EI = 0.28(-11\text{dB})$。

完整的设计过程的最后一步是选择馈源天线,它用式(7-249)求得的 q 值来近似 $\cos^q\theta_f$ 方向图。接下来两小节讨论馈源设计。本节以一个全面的例子作为结束。

例 7-9 一个轴对称反射器天线的设计

假设需要一个在 10GHz 工作的高增益、窄波束天线。轴对称抛物面天线是一个良好的选择。为得到 1°的半功率束宽,由式(7-248)知所需的直径是

$$D = \frac{1.18\lambda}{\text{HP}\frac{\pi}{180^\circ}} = \frac{1.18(0.03\text{m})}{1\cdot\frac{\pi}{180^\circ}} = 2.0\text{m}$$

为了低交叉极化,选择 F/D 为 0.5。对最佳情况 $EI = 0.28$,求解式(7-249)得出 q 值接近于 2。利用式(7-208)和 $\theta_0 = 53.1°$可以验证边缘照射值。

$$\begin{aligned} EI &= -FT - L_{\text{sph}} = 20\log(\cos^q\theta_0) + 20\log[(1+\cos\theta_0)/2] \\ &= -8.86 - 1.93 = -10.79\ \text{dB} \approx -11\ \text{dB} \end{aligned}$$

基于式(7-208)的口径分布画在图7-43中，同时给出一个 $C=0.28$ 的基底上的抛物平方渐削。良好的符合表明，对于反射器，抛物平方渐削的圆形口径模型工作得很好。由式(7-232)可得 $q=2$ 的照射效率为 $\varepsilon_i=0.82$。由式(7-230)知溢出效率是

$$\varepsilon_s=1-\cos^{2q+1}\theta_0=1-\cos^5 53.1°=0.92$$

所以，

$$\varepsilon_t=\varepsilon_i/\varepsilon_s=0.82/0.92=0.89$$

这与表7-1b的对 -11dB 基底上的抛物平方分布一致。利用PRAC(见附录G)计算的45°平面内的辐射方向图如图7-44所示。见习题7.7.3计算的增益。

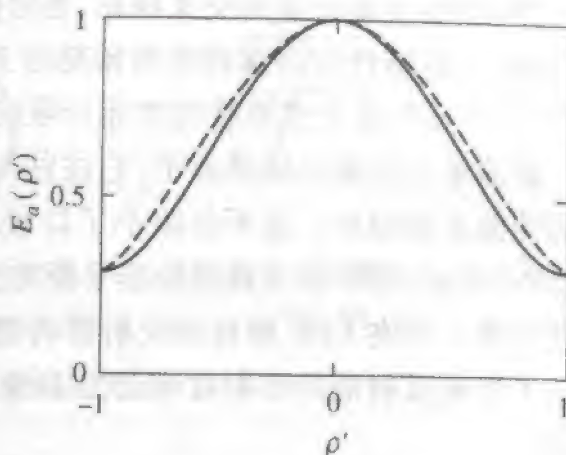


图7-43 例7-9轴对称抛物面反射器的口径场分布(虚曲线)同时画出 $C=0.28$ 的基底上抛物平方分布(实曲线)

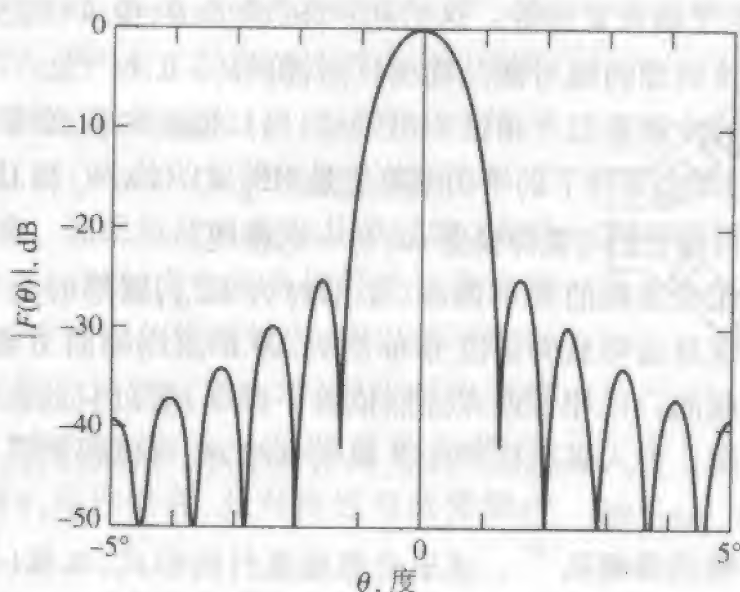


图7-44 利用PRAC软件计算的例7-9的2m轴对称抛物面天线的方向图

7.7.4 实际使用的馈源天线

式(7-228)产生一个均匀幅度与均匀相位的分布，它补偿了球面扩展损失也没有溢出。不过，现实中无法实现。一个现实的馈源，直径小于几个波长，具有宽的方向图，通常用 $\cos^q\theta_f$ 方向图来模拟。如果要预期高口径效率，馈源要选择得具有如下的特点：

(1)馈源方向图应该是如式(7-245)所示的旋转对称的或平衡的。

(2)馈源方向图应该如7.7.2节讨论过的那样，使反射器的边缘照射约为 -11dB。

(3)馈源应该具有点相位中心，且位于反射器的焦点。

(4)馈源应该小，以避免遮挡，它通常的直径在一个波长的量级。

(5)馈源应该有低的交叉极化,通常低于 -30dB。

(6)上述特性应该保持在所预期的工作频段。

通常,一个反射器天线系统的性能局限应该由馈源负责。

最简单的馈源天线是振子,它往往与某种金属反射物结合,以减小在反射器主瓣中的馈源直接辐射。这不仅减小了口径效率,而且产生了显著的交叉极化,因为如式(7-205)所示,主平面方向图的非平衡对交叉极化影响最大,正如式(7-205)所示。振子广泛用作工作在 UHF 频段的反射器的馈源。不过,振子的口径效率低。例如,图 7-29 的振子馈电反射器的照射效率仅为 24%。频率高于几千兆赫,采用波导天线和小喇叭天线。

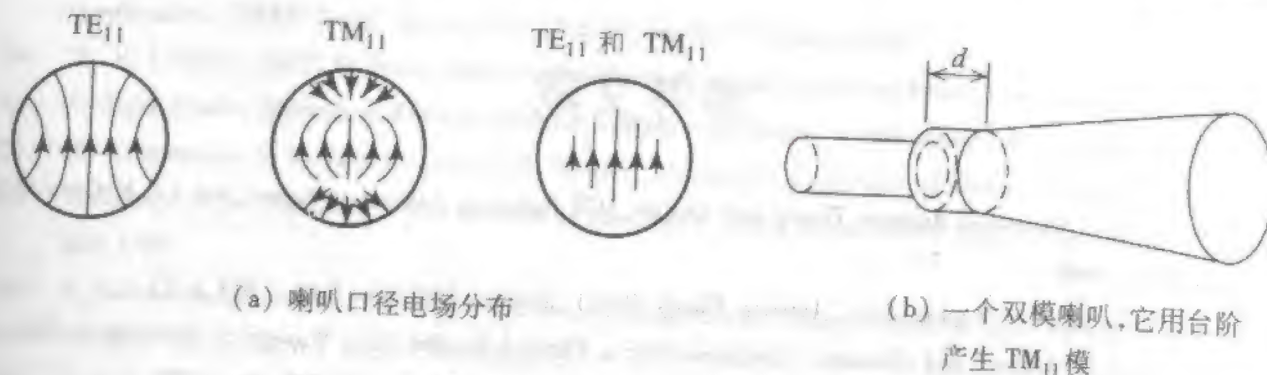
在 7.2 和 7.4 节分别讨论过的工作在 TE_{10} 主模的开口矩形波导和矩形喇叭天线用作了馈源。工作在 TE_{11} 主模的圆波导和圆锥形喇叭天线,也用作馈源并提供了更加对称的主平面方向图。下面将讨论这两种馈源天线,再讨论多模馈源。

终端开口圆波导具有的交叉极化低于 -30dB。尺寸小,直径从 $0.8 \sim 1.15\lambda$,-10dB束宽分别约为 $140° \sim 104°$。E 面和 H 面束宽相差不大[32]。对于 0.96λ 的直径,$BW_{-10dB}=118°$,且主平面束宽相等。这给 $\theta_0 \approx 59°$ 或 $F/D \approx 0.44$ 的反射器,提供了一个很好的匹配。具有该馈源的轴对称抛物面反射器的 $\varepsilon_t = 0.74$[32]。

圆锥喇叭天线的性能类似于角锥喇叭天线,当口径效率在 52% ~56% 之间时出现最佳增益[59]。在最佳增益条件下的半功率束宽是 $HP_E = 1.05\lambda/d_f$ 和 $HP_H = 1.22\lambda/d_f$[60],在进行反射器设计时,可将它们与馈源模型 $\cos^q\theta_f$ 一起使用。

上面讨论的工作在主模的简单馈源(矩形时为 TE_{10},圆形时为 TE_{11}),具有非平衡的主平面方向图。这是由明显的幅度分布差别,即 E 面均匀而 H 面倾斜到零引起的。由于因球面波前引起的口径相位误差强烈依赖于频率,所以只能在很窄的频段内得到相等的主平面方向图。引入高次模产生多模喇叭馈源,可以得到具有低交叉极化的宽带平衡馈源。

有很多几种多模馈源喇叭[59]。这里考虑最流行的形式,双模(圆锥)喇叭或 Potter 喇叭[61]。双模喇叭的工作原理与图 7-42 的惠更斯源类似。除了圆形喇叭的主模 TE_{11} 外,内在喇叭还激励 TM_{11} 模。它对 H 面场图影响较小,但当具有合适的幅度与相位时,仍会改变 TE_{11} 模在 E 面内的场分布,使之接近于类似于 H 面内的场分布。两个模单独的电场和组合的电场如图 7-45a 所示。注意,在馈源口径的中心区两模增强,而沿口径周边相消,产生了预期的圆对称的纯线极化。从 TE_{11} 模到 TM_{11} 模的转换,可以通过膜片、介质环、漏斗或如图 7-45b 所示的台阶来完成。合适的 TM_{11} 模的幅度由台阶的尺寸来控制,相位由距离 d 来控制。喇叭的直径必须大于 1.3λ 并具有 $HP \approx 1.26\lambda/d_f$,因此 $HP < 55°$,这种馈源通常用于 F/D 大的反射器[59]。典型的带宽是 10%。



(a) 喇叭口径电场分布

(b) 一个双模喇叭，它用台阶产生 TM_{11} 模

图 7-45 双模馈源喇叭天线

采用混模馈源可以克服双模喇叭带宽有限的缺点，并仍能达到波束轴向对称、低旁瓣、低交叉极化。这里自然地出现了 TE_{11} 模和 TM_{11} 模的混合，以同一个相速传播，形成了称为 HE_{11} 模的混合模式。这样能达到 1.6:1 或更大的带宽。最流行的混合模馈源是波纹(圆锥)喇叭。若干变形的波纹喇叭，作为馈源用于大多数现代微波反射器天线中。对波纹喇叭，没有解析的公式，但有大量现成的设计数据[59,62]。其基本原理是沿喇叭内壁产生了同样的边界条件。利用如图 7-46 所示的槽纹(凹槽或齿)可以实现。当槽深 d_c 为四分之一波长，底(B)处的短路变换到表面(A)处的开路，阻塞了电流。如果每波长有好几个波纹，该表面看起来像是均匀的。其轴向电流条件等效于没有周向磁场。同样地，由于齿端的短路效应，所以也不能有周向电场。因此在壁处场都减弱为零，造成对称的喇叭口径场，从而，喇叭的远场方向图对称地降至 -25dB。如果此喇叭用作馈源，此对称性与低旁瓣一起产生了低的溢出。

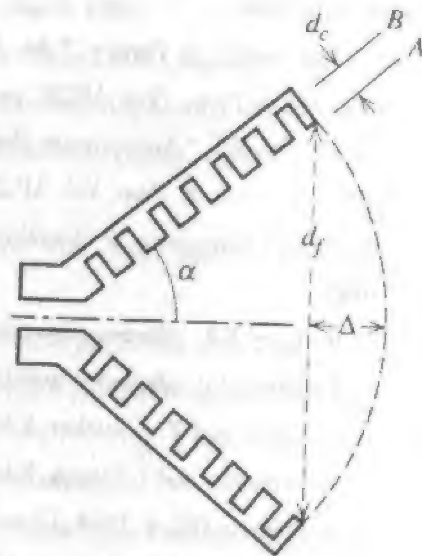


图 7-46 波纹喇叭馈源天线

图 7-46 中的波纹喇叭常常称为标量喇叭，因为它的场与方向无关。现实中常用张角 α 为 0°~90° 的喇叭，但标量喇叭的术语常用于大张角的场合，以后再谈。

波纹喇叭具有预期的性能，作为馈源天线，它的相位中心不随频率而改变。当然，为了最大增益，馈源相位中心处于反射器系统的焦点。对于小 Δ，波纹喇叭的相位中心位于喇叭口径中心，当 Δ 增加时，它沿轴向喇叭喉移动，当 $\Delta > 0.7\lambda$ 时，它变成了固定在喇叭顶点[59,15章]。从图 7-46 的几何结构可以证明

$$\Delta = \frac{d_f}{2}\tan\frac{\alpha}{2} \tag{7-250}$$

波纹喇叭的方向图没有现成的简单模型，但是有现成的馈源束宽相对于其几何结构(d_f 和 α)的关系曲线[27]。而且，下面的方程也可用于波纹喇叭馈源的设计：

$$BW_{-12\,dB} \approx 0.8\alpha \tag{7-251}$$

参考文献

1. S. Silver, Ed., *Microwave Antenna Theory and Design*, MIT Radiation Laboratory Series, Vol. 12, McGraw-Hill, New York, 1949.
2. R. E. Collin and F. J. Zucker, Eds., *Antenna Theory*, Part 1, McGraw-Hill, New York, 1969, p. 73.
3. M. S. Leong, P. S. Kooi, and Chandra, "Radiation from a Flanged Parallel-Plate Waveguide: Solution by Moment Method with Inclusion of Edge Condition," *IEE Proc.*, Part H. Vol 135, pp. 249-255, Aug. 1988.
4. A. D. Yaghjian, "Approximate Formulas for the Far Field and Gain of Open-Ended Rectangular Waveguide," *IEEE Trans. Ant. & Prop.*, Vol. AP-32, pp. 378-384, April 1984.
5. R. C. Hansen, Ed., *Microwave Scanning Antennas*, Vol. II, Academic Press, New York, 1964. p. 45.
6. A. F. Sciambi, "Instant Antenna Patterns," *Microwaves*, Vol. 5, pp. 48-60, June 1966.
7. R. J. Stegen, "The Gain-Beamwidth Product of an Antenna," *IEEE Trans. Ant. & Prop.*, Vol. AP-12, pp. 505-506, July 1964.
8. C. T. Tai and C. S. Pereira, "An Approximate Formula for Calculating the Directivity of an Antenna," *IEEE Trans. Ant. & Prop.*, Vol. AP-24, pp. 235-236, March 1976.
9. N. A. McDonald, "Approximate Relation between Directivity and Beamwidth for Broadside Collinear Arrays," *IEEE Trans. Ant. & Prop*, Vol. AP-26, pp. 340-341, March 1978.
10. D. Pozar, "Directivity of Omnidirectional Antennas," *IEEE Ant. & Prop. Magazine*, Vol. 35, pp. 50-51, Oct. 1993.
11. A. W. Love, Ed., *Electromagnetic Horn Antennas*, IEEE Press, New York, 1976.
12. C. J. Sletten, Ed., *Reflector and Lens Antennas*, Artech House, Norwood, MA, 1988.
13. R. E. Collin and F. J. Zucker, Eds., *Antenna Theory*, Part 1, McGraw-Hill, New York, 1969, p. 636.
14. M. Abramowitz and I. Stegun, Eds., *Handbook of Mathematical Functions*, NBS Applied Mathematics Series 55, U. S. Printing Office, 1964, Chap. 7.
15. M. J. Maybell and P. S. Simon, "Pyramidal Horn Gain Calculation with Improved Accuracy," *IEEE Trans. Ant. & Prop.*, Vol. 41, pp. 884-889, July 1993.
16. E. V. Jull and L. E. Allan, "Gain on an *E*-Plane Sectoral Horn—A Failure of the Kirchhoff Theory and a New Proposal," *IEEE Trans. Ant. & Prop.*, Vol. AP-22, pp. 221-226, March 1974.
17. E. V. Jull, "Errors in the Predicted Gain of Pyramidal Horns," *IEEE Trans. Ant. & Prop.*, Vol. AP-21, pp. 25-31, Jan. 1973.
18. J. Aurand, "Pyramidal Horns, Part 1: Analysis of Directivity as a Function of Aperture Phase Errors," *IEEE Ant. Prop. Society Newsletter*, Vol. 31, pp. 33-34, June 1989.
19. J. Aurand, "Pyramidal Horns, Part 2: Design of Horns for Any Desired Gain and Aperture Phase Error," *IEEE Ant. & Prop. Society Newsletter*, Vol. 31, pp. 25-27, Aug. 1989.
20. D. Hawkins and F. Thompson, "Modifications to the Theory of Waveguide Horns," *IEE Proc. -H*, Vol. 140, pp. 381-386, Oct. 1993.
21. J. F. Ramsey, "Lambda Functions Describe Antenna/Diffraction Patterns," *Microwaves*, Vol. 6, pp. 69-104, June 1967.
22. C. J. Sletten, Ed., *Reflector and Lens Antennas*, Artech House, Norwood, MA, 1988, Sec. 1. 3
23. D. -W. Duan and Y. Rahmat-Samii, "A Generalized Three-Parameter (3 – P) Aperture Distribution for Antenna

Applications," *IEEE Trans. Ant. & Prop.*, Vol. 40, pp. 697-713, June 1992.

24. W. V. T. Rusch and P. D. Potter, *Analysis of Reflector Antennas*, Academic Press, New York, 1970.
25. C. Scott, *Modern Methods of Reflector Antenna Analysis and Design*, Artech House: Boston, MA, 1990.
26. W. L. Stutzman, S. W. Gilmore, and S. H. Stewart, "Numerical Evaluation of Radiation Integrals for Reflector Antenna Analysis Including a New Measure of Accuracy," *IEEE Trans. Ant. & Prop.*, Vol. 36, pp. 1018-1023, July 1988.
27. Y. Rahmat-Samii, *Antenna Handbook: Theory, Applications and Design*, edited by Y. T. Lo and S. W. Lee, Van Nostrand Reinhold, New York, 1988, Chap. 15.
28. Y. Rahmat-Samii and V. Galindo-Israel, "Shaped Reflector Antenna Analysis Using the JacobiBessel Series," *IEEE Trans. Ant. & Prop.*, Vol. AP-28, pp. 425-435, July 1980.
29. "GRASP—Single and Dual Reflector Antenna Program Package," TICRA Eng., Copenhagen, Denmark.
30. A. D. Yaghijan, "Equivalence of Surface Current and Aperture Field Integration for Reflector Antennas," *IEEE Trans. Ant. & Prop.*, Vol. AP-32, pp, 1355-1358, Dec. 1984.
31. Y. Rahmat-Samii, "A Comparison between GO/Aperture-Field Integration and Physical-Optics Methods for Offset Reflectors," *IEEE Trans. Ant. & Prop.*, Vol. AP-32, pp. 301-306, March 1984.
32. R. E. Collin, *Antennas and Radiowave Propagation*, McGraw-Hill, New York, 1985, Chap. 4.
33. W. V. T. Rusch, A. Prata, Y. Rahmat-Samii, and R. A. Shore, "Derivation and Application of the Equivalent Paraboloid for Classical Offset Cassegrain and Gregorian Antennas," *IEEE Trans. Ant. & Prop.*, Vol. 38, pp. 1141-1149, Aug. 1990.
34. V. Galindo, "Design of Dual-Reflector Antennas with Arbitrary Phase and Amplitude Distributions," *IEEE Trans. Ant. & Prop.*, Vol. AP-12, pp. 403-408, July 1964.
35. W. F. Williams, "High Efficiency Antenna Reflector," *Microwave J.*, Vol. 8, pp. 79-82, July 1965.
36. R. Mittra and V. Galindo-Israel, "Shaped Dual Reflector Synthesis," *IEEE Ant. & Prop. Soc. Newsletter*, Vol. 22, pp. 5-9, Aug. 1980.
37. P. J. Wood, *Reflector Antenna Analysis and Design*, Peter Peregrinus, London, 1980.
38. P.-S. Kildal, "Synthesis of Multireflector Antennas by Kinematic and Dynamic Ray Tracing," *IEEE Trans. Ant. & Prop.*, Vol. 38, pp. 1587-1599, Oct. 1990.
39. A. Cha, "An Offset Dual Shaped Reflector with 84.5 Percent Efficiency," *IEEE Trans. Ant. & Prop.*, Vol. AP-31, pp. 896-903, Nov. 1983.
40. S. V. Parekh and J. H. Cook, "Reshaped Subreflectors Reduce Antenna Sidelobes," *Microwaves*, Vol. 16, pp. 170-173, May 1977.
41. I. Koffman, "Feed Polarization for Parallel Currents in Reflectors Generated by Conic Sections," *IEEE Trans. Ant. & Prop.*, Vol. AP-14, pp. 37-40, Jan. 1966.
42. M. A. Terada and W. L. Stutzman, "Design of Offset Parabolic Reflector Antennas for Low Cross Polarization and Low Side Lobes," *IEEE Ant. & Prop. Magazine*, Vol. 35, pp. 46-49, Dec. 1993.
43. W. L. Stutzman, *Polarization in Electromagnetic Systems*, Artech House, 1993.
44. M. A. Terada and W. L. Stutzman, "Cross Polarization and Beam Squint in Single and Dual Offset Reflector Antennas," *Electromagnetics*, Vol. 16, pp. 633-650, Nov./Dec., 1996.
45. T.-S. Chu and R. H. Turin, "Depolarization Properties of Offset Reflector Antennas," *IEEE Trans. Ant. & Prop.*, Vol. AP-21, pp. 339-345, May 1973.
46. M. A. Terada and W. L. Stutzman, "Computer-Aided Design of Reflector Antennas," *Microwave J.*, Vol. 38, pp. 64-73, Aug. 1995.

47. D. W. Duan and Y. Rahmat-Samii, "Beam Squint Determination in Conic-Section Reflector Antennas with Circularly Polarized Feeds," *IEEE Trans. Ant. & Prop.*, Vol. 39, pp. 612-619, May 1973.
48. Y. T. Lo, "On the Beam Deviation Factor of a Parabolic Reflector," *IEEE Trans. Ant. & Prop.*, Vol. AP-8, pp. 347-349, May 1960.
49. J. Ruze, "Lateral-Feed Displacement in a Paraboloid," *IEEE Trans. Ant. & Prop.*, Vol. AP-13, pp. 660-665, Sept. 1965.
50. Y. Rahmat-Samii and V. Galindo-Israel, "Scan Performance of Dual Offset Reflector Antennas for Satellite Communications," *Radio Sci*, Vol. 16, pp. 1093-1099, Nov./Dec. 1981.
51. P. C. Werntz, W. L. Stutzman, and K. Takamizawa, "A High-Gain Trireflector Antenna for Beam Scanning," *IEEE Trans. Ant. & Prop.*, Vol. 42, pp. 1205-1214, Sept. 1994.
52. B. Shen and W. L. Stutzman, "A Scanning Spherical Tri-Reflector Antenna with a Moving Flat Mirror," *IEEE Trans. Ant. & Prop.*, Vol. 43, pp. 270-276, March 1995.
53. J. Ruze, "Antenna Tolerance Theory—A Review," *Proc. IEEE*, Vol. 54, pp. 633-640, April 1966.
54. A. W. Rudge et al., Eds., *The Handbook of Antenna Design*, Vol. I, Van Nostrand Reinhold, New York, 1988, Chap. 3.
55. W. T. Smith and W. L. Stutzman, "A Pattern Synthesis Technique for Array Feeds to Improve Radiated Performance of Large Distorted Reflector Antennas," *IEEE Trans. Ant. & Prop.*, Vol. 40, pp. 57-62, Jan. 1992.
56. R. C. Hansen, Ed., *Microwave Scanning Antennas, Vol. I—Apertures*, Academic Press, New York, 1964, Chap. 2.
57. B. S. Wescott, *Shaped Reflector Antenna Design*, Research Studies Press, Letchworth, England, 1983.
58. A. W. Rudge and M. J. Withers, "New Techniques for Beam Steering with Fixed Parabolic Reflectors," *Proc. IEE*, Vol. 118, pp. 857-863, July 1971.
59. R. C. Johnson, Ed., *Antenna Engineering Handbook*, 3rd ed., McGraw-Hill, New York, 1993.
60. A. P. King, "The Radiation Characteristics of Conical Horn Antennas," *Proc. IRE*, Vol. 38, pp. 249-251, March 1950.
61. P. D. Potter, "A New Horn Antenna with Suppressed Side Lobes and Equal Beamwidths," *Microwave J.*, Vol. 6, pp. 71-78, June 1963.
62. P. J. B. Clarricoats and A. D. Olver, *Corrugated Horns for Microwave Antennas*, Peter Peregrinus, London, 1984.

习　题

7.1.1 一个中心沿 z 轴的具有无限小电流的理想偶极子，$\mathbf{E}$ 仅有的 θ 分量。如果此均匀电流元绕 x 轴旋转，则将会有 θ 和 ϕ 两个分量。对 z 向电流场合的远场 $\mathbf{E}$ 表达式作必要的改变，以获得 x 向电流场合的远场 $\mathbf{E}$ 表达式。画出 x 向理想偶极子在 xz 和 yz 平面里的 $\mathbf{E}$ 和 $\mathbf{H}$ 场的指向（不是方向图）。

7.1.2 利用对偶性原理从式(7-3)和(7-4)分别导出式(7-5)和(7-6)。

7.1.3 证明式(7-24)可以由式(7-22)和(7-23)得出。

7.1.4 证明如何由式(7-6)得出(7-26)。

7.1.5 证明如何由式(7-17)得出(7-24)。

7.1.6 如果例7-1中的入射场是 x 极化的，写出辐射场 E_{ϕ} 和方向图 $F(\theta)$。你的回答将是式

(4-17)，但坐标有变化。E_ϕ 的适当的边界条件在导电平面上能满足吗？

7.1.7 推导式(5-73)。

7.2.1 推导式(7-34)。

7.2.2 利用几何宗量证明 $dudv = \cos\theta d\Omega$，其中 $d\Omega = \sin\theta d\theta d\phi$。画出半球，将微分元与半球的交截投影到 uv 平面。

7.2.3 对例 7-3 的终端开口波导：

(a) 数值求解方向图表达式以证明图 7-10 的结果。画出这两个计算出的方向图。

(b) 数值计算并画出式(7-57b)和(7-58b)的 E 面方向图(文献[4]中有现成的实验数据)。

(c) 求出自由空间情况下的 HPs，与利用式(7-42)计算的作比较。解释其差别。

7.2.4 图 7-9 的终端开口波导，在包括了口径处的反射系数 Γ 以及波导相位常数 $\beta_g = 2\pi/\lambda_g$ 后，可以更准确地模拟，其中 $\lambda_g = \lambda/\sqrt{1-(\lambda/2a)^2}$。口径场由下式给出[4]：

$$E_y = E_0(1+\Gamma)\cos\frac{\pi x}{a}e^{-j\beta_g z} \text{和} H_x = -\frac{E_0}{Z_0}(1-\Gamma)\cos\frac{\pi x}{a}e^{-j\beta_g z}$$

其中 $Z_0 = \omega\mu/\beta_g$。

(a) 导出远区电场分量的完整表达式。利用磁流和电流的等效流推演法。

(b) 写出归一化 E 面和 H 面方向图表示式。

(c) 当波导是匹配的($\Gamma = 0$)，导波相速即自由空间相速，写出主平面内的归一化渐削因子。

7.3.1 证明式(7-63)。

7.3.2 证明均匀幅度激励口径产生所有均匀相位激励中最高的方向性。提示：利用式(7-66)和对任意函数 f 和 g 的许瓦兹不等式

$$\left|\iint_S fg\, dS'\right|^2 \leqslant \iint_S f^2\, dS' \iint_S g^2\, dS'$$

令 $g=1$ 和 f 等于口径场。

7.3.3 对一个方向具有均匀幅度分布、另一个方向为余弦平方分布的矩形口径，证明其口径渐削效率是 2/3。

7.3.4 一个矩形口径(L_x 乘 L_y)在 x 和 y 方向都是余弦渐削场分布。导出方向性表达式。什么是口径渐削效率？

7.3.5 对一个 $L_x = 10\lambda$、$L_y = 20\lambda$ 的矩形口径，计算以分贝表示的方向性：

(a)完全均匀的口径照射；(b)一个方向余弦渐削，另一个方向均匀渐削。

7.3.6 对一个三角形渐削的矩形口径分布，计算口径渐削效率，其中

$$\mathbf{E}_a(x',y') = \left[1 - \frac{2|x'|}{L_x}\right]\hat{\mathbf{x}},\ |x'| \leqslant \frac{L_x}{2},\ |y'| \leqslant \frac{L_y}{2}$$

7.3.7 严格说来，均匀口径分布在物理上能实现吗？为什么？

7.3.8 一个天线工作在 150MHz，具有物理口径面积为 100m^2，增益为 23dB，方向性为 23.5dB。计算：(a)有效口径 A_e。(b)最大有效口径 A_{em}。(c)口径效率 ε_{ap}。(d)辐射效率 e_r。(e)口径渐削效率 ε_t。

7.3.9 证明式(7-94)的最后一项。

7.3.10　一般的天线增益关系式(7-77)包含频率平方依赖关系。不过,与频率无关的一类天线,在很大的频率变动范围里表现出近乎恒定的增益。解释这个表面的矛盾。

7.3.11　一个 185.5×137.4cm 矩形口径的喇叭天线,在 0.44MHz 时具有如下的测量参数值:$HP_{E^\circ}=30^\circ$,$HP_{H^\circ}=27^\circ$,$G=15.5\text{dB}$。

(a) 计算口径效率。

(b) 从测得的半功率束宽估计增益。

7.3.12　对一个具有 28.85×21.39cm 口径的喇叭天线,$HP_{E^\circ}=12^\circ$,$HP_{H^\circ}=13^\circ$,$G=21.1\text{dB}$,在 6.3GHz 下工作,重复习题 7.3.11。

7.3.13　一个直径为 3.66m(12ft)的圆形抛物面反射器,工作在 460GHz。测得该天线的参数是 $G=22.2\text{dB}$ 及 $HP_{E^\circ}=HP_{H^\circ}=12.5^\circ$,利用式(7-97)和(7-95)估计增益。

7.3.14　用两种方法估计工作在 28.56GHz 的圆形抛物面反射器的增益:

(a) 仅利用其尺寸,直径 1.22m(4ft)。

(b) 仅利用测得的半功率束宽,$HP_{E^\circ}=0.605^\circ$,$HP_{H^\circ}=0.556^\circ$。

7.3.15　(a) 对可分离分布,利用式(7-72)和习题 4.2.11 证明式(7-86)。

(b) 利用 $\varepsilon_{ap}=\varepsilon_{apx}\varepsilon_{apy}$ 和假设 $e_r=1$,写出 ε_{apx} 和 ε_{apy} 的表达式。

(c) 对通用的口径分布,证明

$$\varepsilon_t=\frac{1}{A_p}\frac{\left[\iint|E_a|\,dS\right]^2}{\iint|E_a|^2\,dS}$$

7.3.16　证明对一个具有 H 面余弦幅度渐削、E 面均匀幅度的均匀相位矩形口径,方向性——束宽乘积是 35 230deg²。

7.3.17　一地球同步卫星离地球中心 42 000km。如果其 -3dB 点落在地球的边缘,求出航天飞机天线增益的近似值。注意,结果与频率无关。

7.3.18　一个以度表示的半功率束宽 HP 的高斯功率方向图是

$$P_n(\theta)=e^{-(4\ln 2)(\theta/HP)^2}$$

对窄束高斯方向图,导出如下的近似方向图表达式

$$D\approx\frac{36\,407}{HP^2}$$

7.3.19　用作反射器馈源的喇叭天线,具有下式的良好近似的方向图。

$$F(\theta)=\cos^q(\theta),0\leqslant\theta\leqslant\pi/2$$

(a) 导出方向性表达式 $D=2(2q+1)$。

(b) 对 $q=0$、1、5、10、50,利用式(7-92)和式(7-94)计算出方向性值,将结果列表并比较。

7.4.1　导出 R_H 的表达式(7-100)。

7.4.2　通过变换到复指数,然后完成被积函数中指数的平方,导出 H 面扇形喇叭辐射场表达式(7-106)至式(7-108)。

7.4.3　对 H 面扇形喇叭的 H 面方向图表达式(7-117)和式(7-118)

(a) 证明能从 $s_1{}'$ 的式(7-109)导出 s_1。

(b) 证明相位项$(\pi/8t)[(A/\lambda)\sin\theta+1/2]^2$ 能从式(7-108)中的相应项导出。

7.4.4 对 H 面扇形喇叭,从式(7-66)导出(7-120)的方向性表达式。式(7-66)中的分子可以用式(7-106)~(7-108)算出。

7.4.5 写出计算菲涅尔积分的计算机程序。对 $x=0$、1、2、3、4 和 5 计算 $C(x)$ 和 $S(x)$。将它们与数学用表查出的结果及与已知值的偏差同时列表。

7.4.6 一个 H 面扇形喇叭的 H 面方向图来自式(7-106)的第一个积分。

(a) 首先计算无相位误差时的该积分。

(b) 证明相对于零相位误差情况轴上值,H 面方向图的轴上值由下式给出

$$\frac{\pi}{16\sqrt{t}} I(\theta=0°,\phi=0°)$$

(c) 对 $t=1/8$、1/4、3/8 和 1/2 进行计算,并与图 7-13 的值作比较。

7.4.7 一个 H 面扇形喇叭天线具有轴长 5λ 和 12.6°的半张角 α_H。

(a) 画出以 dB 为单位的极坐标 H 面方向图。

(b) 利用式(7-120)计算方向性函数 $\lambda D_H/b$ 并与从图 7-14 得到的结果作比较。

(c) 由于口径相对于波长不大,利用零相位误差方向性公式(7-71)计算 $\lambda D_H/b$。

7.4.8 设计一最佳 H 面扇形喇叭天线,工作在 10GHz,增益为 12.15dB。用 WR90 波导馈电。

(a) 利用图 7-14 求出喇叭尺寸。

(b) 按比例画出该 H 面喇叭的几何结构。

(c) 利用式(7-120)计算方向性作为一个检验。

7.4.9 不用图 7-14,而是用式(7-121)与(7-120),重复习题 7.4.8(a)。

7.4.10 导出 E 面扇形喇叭的远区电场表达式(7-129)。

7.4.11 说明如何从式(7-129)得出 E 面扇形喇叭的 E 面方向图幅度表达式(7-132)。

7.4.12 用物理原理解释为什么最佳 E 面扇形喇叭的相位误差参数和 H 面的不一样?

7.4.13 一个 E 面扇形喇叭天线连接着 WR90 波导。在 10GHz 时,E 面半功率束宽为 11°、最佳增益为 14.9dB,确定喇叭尺寸。

7.4.14 一个 E 面扇形喇叭具有 E 面口径高度为 24.0cm 和半张角为 16.5°。接 WR284 波导。在 3.75GHz 计算增益(a)利用式(7-134a)和(b)利用式(7-139)。

7.4.15 利用 $\varepsilon_{ap}=\varepsilon_t\varepsilon_{ap}^E\varepsilon_{ap}^H$,从式(7-77)出发,导出式(7-141)。

7.4.16 从 $A=18.61$cm 开始,证明例 7-7 给出的喇叭全部尺寸。

7.4.17 对例 7-7 的角锥喇叭,图 7-20 的口径效率是基于口径的二次相位误差近似。

(a) 从 8GHz~13GHz 通过直接计算式(7-120c)和(7-134c)求出口径效率,以证明图 7-20。然后,利用实际相位式(7-123)和式(7-137)重复计算。比较这些结果。

(b) 利用式(7-149)和(7-150)的近似公式,在 8GHz、10GHz、13GHz 计算口径效率。与(a)所得结果作比较,并将值列表。

7.4.18 解释为什么最佳喇叭设计成约为 50% 的口径效率,且频率靠近工作频段的低端,如例 7-7。

7.4.19 设计一个最佳增益角锥喇叭天线,接到 WR90 波导,在 10GHz 具有增益 20dB。

(a)给出喇叭的全部尺寸。(b)利用实际相位误差计算 10GHz 的方向性。

7.4.20 制成的一个标准增益喇叭天线从 18GHz 工作到 26.5GHz,具有 WR42 波导输入。24GHz 时的增益是 24.7dB。

(a) 用最优增益设计原理确定喇叭几何参数的厘米值。

(b) 画出以分贝表示的 E 面和 H 面极坐标方向图,包含因子 $(1+\cos\theta)/2$。

(c) 从方向图计算确定半功率束宽,并与简单公式值比较。

(d) 利用实际相位误差计算设计频率处的增益。给出口径效率值。

(e) 对从(c)得到的两种束宽值,将上述增益与用近似式(7-95)算出的增益作比较。

21 对一个角锥喇叭重复习题7.4.20,要求在1GHz有最佳工作和增益15.45dB。它连接到一个具有 $a=9.75$ in $=24.765$ cm 和 $b=4.875$ in $=12.3825$ cm 的WR975波导。

22 对例7-7,利用第四章的线源模型计算半功率束宽,用喇叭口径的相同的幅度渐削分布。解释为什么与例7-7中的值有偏离。

23 对一个物理上可实现的角锥喇叭天线,导出它必须满足的如下关系:

$$\frac{R_1}{\lambda}=\frac{1-\dfrac{b/\lambda}{B/\lambda}}{1-\dfrac{a/\lambda}{A/\lambda}}\frac{R_2}{\lambda}$$

24 方形主波束喇叭天线。人们往往希望两个主平面具有相等的半功率束宽。此课题发展了一种称为方形主波束角锥喇叭的设计方法。如果在方形主波束条件下采用最佳设计方法,所得的喇叭尺寸将无法制造。为了避免这种问题,可以设计一个方形主波束,但目标是接近最佳条件。为此,先确定能给出所需波束和最佳工作的口径尺寸。然后,调节轴向长度以证实其结构在物理上可实现。这也许不会使工作点远离最佳点。按照这种步骤,在8GHz设计一个方形主波束喇叭,具有束宽为12°,并由WR90波导馈电。

(a) 确定 A/λ 和 B/λ。

(b) 为调节轴的长度,利用习题7.4.23的结果。这样做时,保持增加量和减少量相等,即

$$\frac{R_1}{\lambda}=\frac{R_{1op}}{\lambda}f \text{ 和 } \frac{R_2}{\lambda}=\frac{R_{2op}}{\lambda}\frac{1}{f}$$

解出常数 f。

(c) 解出最后的相位误差参数 t 和 s。

(d) 给出以厘米表示的喇叭尺寸。

(e) 计算增益。

(f) 计算口径效率。

.1 利用等效流推演法,包括电、磁表面流密度二项,写出类似于式(7-168)的辐射电场式。

.2 验证式(7-170)的均匀圆口径方向图,当 $\theta=0$ 时为1。

.3 对一个台阶上的抛物渐削,导出表7-1b中的方向图表达式 $f(\theta,n,C)$。

.4 对一个台阶上的抛物线的圆口径分布,(a)利用式(7-66)导出(7-181),(b)对 -10dB的边缘照射计算 $n=1$ 和2时的 ε_i。

.5 对一个渐削圆口径,(a)证明 $c=c_xc_y=\sqrt{\pi\varepsilon_t}/2$,和(b)通过检验表7-1b中的值证明 $DB_{cir}\approx 39\,000\deg^2$。

.1 导出式(7-199a)。

.2 通过画矢量草图,说明切于抛物面反射器的入射和发射电场分量抵消,且式(7-200)成立。

7.6.3 对于仅有球面扩散损失圆形抛物面反射器(即馈源是各向同性的),画出以分贝表示的、作为 F/D 函数的、从 0～1 之间的边缘照射。

7.6.4 一个现成商品抛物面反射器天线,工作在 2.1GHz,口径直径 1.83m(6ft),计算以分贝表示的增益。

7.6.5 一个现成商品抛物面反射器天线,工作在 11.2GHz,口径直径 3.66m(12ft),计算以分贝表示的增益。

7.6.6 利用一个反射器的计算机软件(见附录 G)分析例 7-8 的反射器。用 10dB 束宽是 104°的方向图 $\cos^q\theta_f$ 模拟馈源。将 HP,SLL,G 和 ε_{ap} 值列表。包括典型分布处理法的值。画出以分贝表示的方向图。

7.6.7 一个用于 Ku 波段(中间频率为 11.95GHz)卫星接收的商品轴对称反射器天线,直径为 2.4m,$F/D=0.37$。假设一个 $\cos^q\theta_f$ 方向图,(a)利用标准口径分布来确定反射器性能,(b)利用反射器软件(见附录 G)计算性能。从(a)到(b)将结果列表,包括 G、HP 和 SSL。

7.6.8 一个偏心抛物面反射器具有 $D=100\lambda$,$H=70\lambda$,$F/D_p=0.466$,$\psi_f=34.72°$,和具有 $q=13.0897$ 的 $\cos^q\theta_f$ 馈源,利用反射器软件(见附录 G),确定其如下性能参数:(a)增益,(b)SLL,(c)峰值位置的 XPOL,(d)峰值位置的 XPOL 相对于主瓣峰值的分贝数,(e)以分贝为单位画出方向图直到 3°。

7.6.9 一个用于接收直播电视(中心频率为 12.45GHz)的流行商品偏心抛物面反射器天线,具有如下的几何参数:$D=45.70$cm(18in),$F=26.23$cm,$D_p=94.00$cm。$H=24.15$cm。馈源具有 10dB 束宽 80.8°,瞄准离反射器轴线 49.5°处。利用计算机程序计算主平面内方向图。以列表形式归纳 G,HP 和 SLL。

7.6.10 导出式(7-224)和式(7-226)。

7.6.11 导出式(7-230)和式(7-231)。

7.6.12 证明式(7-228)的理想馈源产生 100% 的口径效率。

7.6.13 (a)一个轴对称反射器用一个各向同性馈源天线馈电,导出其口径效率的表达式,并且(b)对 $F/D=0.25$、0.5 和 1 进行计算。

7.6.14 对 $\cos^q\theta_f$ 馈源方向图,导出照射效率表达式(7-232)。

7.6.15 一地球同步卫星在 4GHz 用抛物面反射器天线发射。波束峰值指向地面碟子的中心,而方向图 −3dB 点在地球边缘。求出以分贝表示的增益以及以米表示的星载天线的直径。(地球直径 =6 400km,从地心到轨道的距离 =42 000km。)

7.6.16 本习题用于验证一个主张,即在各种轴对称反射器系统场合,−11dB 的边缘照射产生的 $\varepsilon_i \approx 0.82$。对式(7-229)的 $\cos^2\theta_f$ 馈源方向图,和 $q=1$、2、3 的值求出最佳增益轴对称反射器的 F/D 值。对每个 q 值,将下列数据列表:F/D 值、馈源的 BW_{-10dB}、ε_s、用式(7-232)求出的 ε_i 和 ε_t。

7.6.17 对 $A_b/A_p=0.1\%$、1%、2%、5%、10%,计算最佳增益反射器的遮挡效率。

7.6.18 一个卡塞格伦双反射器的副反射器直径是主反射器直径的 10%。假设在最佳工作时,求口径的遮挡效率。

7.7.1 在一个 $F/D=0.4$ 的轴对称反射器中产生 −11dB 边缘照射,求出所需 $\cos^q\theta_f$ 馈源方向图的半功率束宽和 −10dB 束宽。求出 q 值。

7.7.2 对一个 $F/D=0.3$ 的轴对称反射器和一个 $\cos^2\theta_f$ 馈源方向图,画出口径电场幅度分布。

并在同一图上说明具有同样边缘照射的抛物平方口径分布。

7.7.3 对例7-9的反射器，(a)以分贝为单位，利用口径分布计算增益，(b)利用反射器软件求出增益，并与(a)所得值在比较。

7.7.4 对图7-42的惠更斯源，导出电场表达式。

7.7.5 一个商品偏心抛物面反射器天线，直径为1.8m，用于Ku波段卫星通信。它恰好全偏心(即$h=0$)，并且$F/D_p=0.305$。馈源具有76.8°的-10dB束宽。发射频段的中心在14.25GHz。(a)求馈源的指向角，它在反射器的上下边缘产生近乎相等的边缘照射。(b)利用反射器软件计算反射器性能。(c)找出一种典型分布，它能近似于口径分布。将从(b)和(c)得到的下列参数值列表，愈多愈好：G, HP, SLL, XPOL和ε_{ap}。

7.7.6 一个最佳增益圆锥喇叭用于向一个具有$D/F=0.44$的轴对称抛物面反射器馈电，利用$\text{HP}\approx 1.14d_f/\lambda$作为平均束宽表达式，求出最大照射效率的$d_f/\lambda$值。

7.7.7 导出式(7-247)。

第8章　天线综合

迄今为止,本书注意力集中在天线分析和设计上。分析问题是确定所给天线结构的辐射方向图和阻抗的问题。天线设计是对所希望产生的方向图和(或)阻抗的特定天线确定其硬件特征(长度、角度等)。天线综合与天线设计类似,事实上,这两个术语偶尔可交换。但是,在广义上看,天线综合是一种先指定所希望的辐射方向图,然后应用系统方法或几种方法的组合来形成一种天线结构,使它产生可接受的方向图与期望方向图近似,并且满足其他的系统限制。因此,天线综合一般来说不依赖于事先选定的天线类型。不幸的是,没有单个的综合方法对给定的系统规格产生"最优"天线。可是有几种适合不同天线类型的综合方法。在本章中,将讨论对当前应用更有用的综合方法。这些讨论将提供对天线综合主题的介绍,并会提供学习更先进处理方法的基础。

8.1　综合问题

8.1.1　综合问题的表达

将把天线综合问题陈述为确定所给天线类型的激励,使其辐射方向图能合适地近似所期望方向图的问题。根据实际运用知道,期望方向图可有很大的变化,并具有表8-1中列出的变量。为了说明这一点,考虑在地球同步轨道的通信卫星,它分别产生对美国西部和阿拉斯加地区的波束。需要两个主波束,每个都需要用波束赋形以达到对各个区域接近均匀的照射。同时还需要规定低的旁瓣电平,使对地球其他区域的干扰最小,但允许非朝向地球的方向有较高的旁瓣电平。这种类型的方向图具有多个赋形主波束和赋形的旁瓣包络。

表8-1　天线综合变量

天线类型变量	辐射方向图变量
连续性	主瓣区
连续	窄主瓣
离散天线阵	单波束
形状	多波束
直线	赋形波束
平面	旁瓣区
共形	极小旁瓣
三维	低旁瓣
大小	赋形旁瓣

如表8-1所列出的，天线本身可以取许多种形式。天线类型涉及天线的几何结构，组成的连续性，形状和大小。天线的性能用来定义图1-6中的天线分类，包括表1-1中列出的性能参数。除方向图形状之外的性能参数都能包括在综合问题的规格中。本章中考虑方向图的综合问题。余下的性能参数将在本书的其他章节考虑。一般的综合过程将产生天线的类型，以及对包括期望天线方向图形状在内的指定性能值最佳近似的激励。这样一般的综合方法并不存在。作为替代，已发展了针对每种天线类型的综合方法。在本章中有关综合的讨论分为连续和离散（阵列）两种天线类型。在提及这些方法之前，将进一步介绍有关综合的普遍概念。

如果在综合问题中指定的辐射电场分量是 E_θ 和 E_ϕ，一个辅助综合问题可用天线口径电场的变换来表示。例如，可求解式(7-26)中的口径等效面流解，给出

$$\begin{bmatrix} P_x \\ P_y \end{bmatrix} = \left(j\beta \frac{e^{-j\beta r}}{2\pi r} \right)^{-1} \begin{bmatrix} \cos\phi & \sin\phi \\ -\cos\theta\sin\phi & \cos\theta\cos\phi \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} E_\theta \\ E_\phi \end{bmatrix} \tag{8-1}$$

这可用来从指定的函数 E_θ 和 E_ϕ 得到 P_x 和 P_y。于是问题变为综合所期望的函数 P_x 和 P_y，即口径电场分量的傅里叶变换，见式(7-18)。对每个 P_x 和 P_y 的处理过程是一样的。因此令 $f(\theta,\phi)$ 为 P_x 或 P_y 的归一化方向图因子，并用 $f(\theta,\phi)$ 来设计讨论。将考虑沿 z 向的线源作为另一个例子。如果 $F_d(\theta)$ 是所期望的归一化辐射方向图，则所期望的方向图因子是

$$f_d(\theta) = \frac{F_d(\theta)}{\sin\theta} \tag{8-2}$$

本章讨论方向图函数 $f(\theta,\phi)$ 的综合，其可作为所期望方向图 $f_d(\theta,\phi)$ 的一个近似。将用产生 $f(\theta)$ 的几何结构的一维表达式来介绍方向图综合技术。换句话说，要处理的连续形式将为线源，离散形式将为线阵。但是，这些结果可用于二维天线，如平面口径和平面阵列天线。如果二维口径分布可分离变量（见7.2.2节），这些方法可直接应用。于是综合的方向图函数 f 用于表示每个主平面的方向图。综合方法可根据天线或方向图类型来分类。仅有少数方法可用于多种类型的天线和方向图[4]。通常，赋形波束方向图的综合方法与低旁瓣、窄波束的综合方法完全不同，因此应根据方向图类型来区分综合方法。用于赋形波束方向图的线源和线阵的综合原理将在8.2节和8.3节中详述。而低旁瓣、窄波束的方法将在8.4节中介绍。

8.1.2 综合原理

对于图1-14a中的长度为 L 的 z 轴向线电流源（实际的或等效的），其辐射电场由式(4-1)给出。对综合问题，本书仅对相对方向图变化感兴趣。此外，单元因子 $g(\theta) = \sin(\theta)$ 将分开考虑；对于窄波束边射线源，可忽略它。根据式(4-31)线源的归一化方向图因子为①

① 常选择 z 轴垂直于线源，在此情况下式(8-3)中的 $\cos\theta$ 变为 $\sin\theta$。

$$f(\theta) = \frac{1}{\lambda}\int_{-L/2}^{L/2} i(z)\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta z\cos\theta}\,\mathrm{d}z \tag{8-3}$$

式中$i(z)$是电流函数$I(z)$的归一化形式，通常将它归一化，使式(8-3)产生的方向图$f(\theta)$的最大值为1。主波束扫描的线性相移包含在$i(z)$中，例如式(4-3)。为方便起见，定义

$$w = \cos\theta \quad 和 \quad s = \frac{z}{\lambda} \tag{8-4}$$

w 通过 $u = (\beta L/2)w$ 与第4章中的 u 相联系。然后式(8-3)变为

$$f(w) = \int_{-L/2\lambda}^{L/2\lambda} i(s)\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi ws}\,\mathrm{d}s \tag{8-5}$$

该表达式表示了相对电流分布$i(s)$和归一化方向图因子$f(w)$之间的联系。

由于电流分布$i(z)$仅存在于长度L上(即对于$|s| > L/2\lambda$，$i(s)$为零)，式(8-5)中的积分限可扩展至无穷，得出

$$f(w) = \int_{-\infty}^{\infty} i(s)\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi ws}\,\mathrm{d}s \tag{8-6}$$

可看出该式是傅里叶变换。相应的傅里叶反变换是

$$i(s) = \int_{-\infty}^{\infty} f(w)\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi sw}\,\mathrm{d}w \tag{8-7}$$

(见习题8.1.1)

为了获得一个方向图形式，知道所需的电流分布是重要的。这在天线综合以及在找到方向图异常的解释方面是有用的。在4.3节中涉及的电流和方向图之间的(线性)傅里叶变换关系可用来推断表8-2所示的一般特性。这些原理也用于天线阵。

电流分布和方向图函数可用表8-2指出其在数学上的实部和虚部，幅度和相位，或者是偶函数和奇函数。如果电流和方向图函数的幅度是关于原点成镜像的，则认为它们是对称的。特性1说明当而且仅当电流幅度是对称分布和相位为奇函数时，产生实数值的方向图。为数学上简单起见，天线综合中常用实方向图，但通常方向图可以是复数值的。如果表8-2中的特性2所示的两个电流条件之一得到满足，可获得对称方向图。注意重要的特殊情况，即实电流分布产生对称的方向图。这是根据一个事实即对称幅度分布和零相位的电流，这满足特性2的第一个条件。通过综合功率方向图$|f(w)|^2$而不是场强方向图$f(w)$来允许相位浮动将引入一个额外的自由度，但这样将综合问题的性质从线性变成非线性，有关功率方向图综合方法的讨论，参见文献[1]。证明此附加问题复杂性具有充分根据还是一个问题，因此将限于实方向图的分析。

常需要不对称方向图。表8-2的特性3说明仅通过应用口径相位控制即可获得不对称方向图。一个重要的应用是操纵对称窄波束方向图偏离边射方向。这可用通过一个线性相位递减来实现，其为一个奇相位函数。

表 8-2 电流分布和方向图的对称特性

定义:	
$i(s)=i_r(s)+ji_i(s)$	实部和虚部
$i(s)=\|i(s)\|e^{j\phi(s)}=A(s)e^{j\phi(s)}$	幅度和相位
$i(s)=i_e(s)+i_0(s)$ $i_e(-s)=i_e(s),i_0(-s)=-i_0(s)$	偶函数和奇函数
$\|i(-s)\|=\|i(s)\|$	对称
特性:	
方向图	所需电流分布
1. 实方向图 $f(w)=f_r(w)+j0$	$i(-s)=i^*(s)$: $A(-s)=A(s)$对称幅度分布 $\phi(-s)=-\phi(s)$奇相位分布
2. 对称方向图 $\|f(-w)\|=\|f(w)\|$	$A(s)$ 对称和 $\phi(s)$ 偶函数;即 $i(s)$偶函数 或 $A(s)$不对称和 $\phi(s)$为常数
3. 不对称方向图 $\|f(-w)\|\neq\|f(w)\|$	$A(s)$ 对称和 $\phi(s)$奇函数,非零 或 $A(s)$ 不对称和 $\phi(s)$ 不为常数

8.2 线源波束赋形的综合方法

8.2.1 傅里叶变换法

368

式(8-6)和(8-7)中方向图和电流的傅里叶变换对关系提出了一种综合方法。如果$f_d(w)$是期望方向图,其对应的电流分布$i_d(s)$可由式(8-7)很容易地推导

$$i_d(s)=\int_{-\infty}^{\infty}f_d(w)e^{-j2\pi sw}\,dw \tag{8-8}$$

这是非常直接的,但不幸的是,求得的$i_d(s)$通常将不像所要求的那样限于$|s|\leqslant L/2\lambda$,事实上它的范围将是无穷大的。一个近似解可以通过截断$i_d(s)$获得,得出综合的电流分布如下:

$$i(s)=\begin{cases}i_d(s) & |s|\leqslant\dfrac{L}{2\lambda}\\ 0 & |s|>\dfrac{L}{2\lambda}\end{cases} \tag{8-9}$$

根据式(8-6),这电流$i(s)$产生一个近似方向图$f(w)$。扩展至整个s域的电流$i_d(s)$产生准确的方向图$f_d(w)$。

傅里叶变换综合方向图在整个w轴产生与期望方向图的最小均方误差(MSE),或最小均方偏差。对应于式(8-9)中$i(s)$的$f(w)$的均方误差

$$\text{MSE}=\int_{-\infty}^{\infty}|f(w)-f_d(w)|^2\,dw \tag{8-10}$$

是长度为 L 的线源产生的所有方向图中最小的。但是,傅里叶变换综合所得的方向图在可见区中不能提供最小均匀偏差。

例 8-1 扇形方向图的傅里叶变换综合

扇形方向图是一种赋形波束方向图,它理想化地在主波束(一个扇形空间)区域均匀辐射,旁瓣为零。这样的方向图在搜索应用中流行,在这些应用中在天线方向图主波束占据的空间通过建立通信或雷达回波对飞行器(或车辆)定位。作为一个特别的例子,令期望方向图为

$$f_d(\theta)=\begin{cases}1 & \cos^{-1}c\leqslant\theta\leqslant\cos^{-1}(-c)\\0 & \text{其他}\end{cases}\tag{8-11a}$$

或等效的

$$f_d(w)=\begin{cases}1 & |w|\leqslant c\\0 & \text{其他}\end{cases}\tag{8-11b}$$

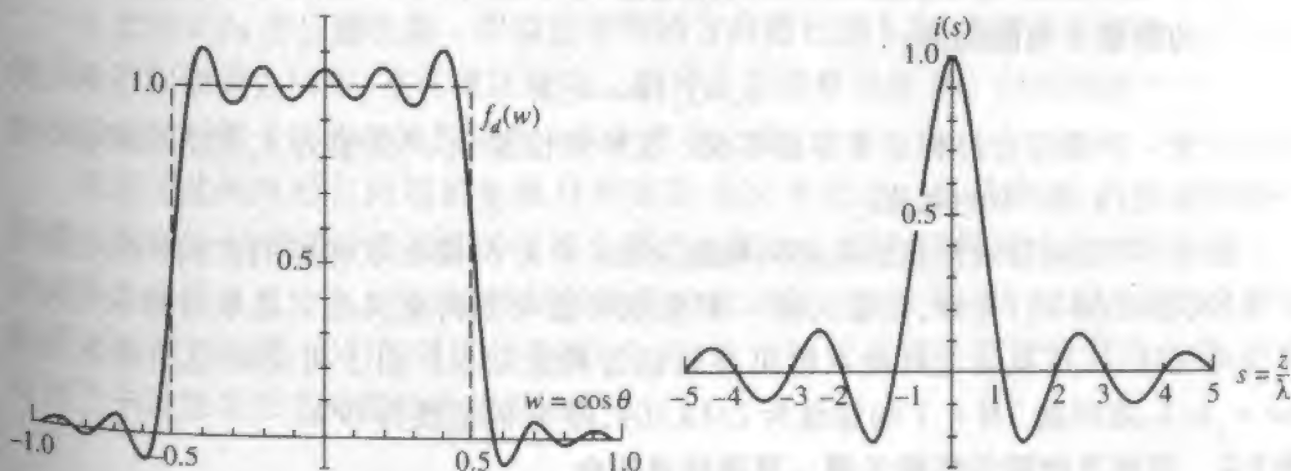
$f_d(w)$ 在图 8-1a 中用虚线示出。在式(8-8)和(8-9)中应用式(8-11b)得出

$$i(s)=2c\frac{\sin(2\pi cs)}{2\pi cs},|s|\leqslant\frac{L}{2\lambda}\tag{8-12}$$

如果此 $\sin(x)/x$ 函数未被截断,它的傅里叶变换(它的方向图)将严格为式(8-11)中的扇形方向图。根据式(8-6),应用式(8-12)的实际方向图为

$$f(w)=\frac{1}{\pi}\left\{\mathrm{Si}\left[\frac{L}{\lambda}\pi(w+c)\right]-\mathrm{Si}\left[\frac{L}{\lambda}\pi(w-c)\right]\right\}\tag{8-13}$$

式中 Si 是式(F-13)中的正弦积分。计算 $f(w)$ 另外的方法可以是直接数值积分或数值傅里叶变换。对 $c=0.5$ 和 $L=10\lambda$ 的综合所得的扇形方向图画在图 8-1a 中。该方向图以线性而不是分贝形式画出,以强调主波束范围的细节。注意在主波束上关于期望方向图的振荡(称为起伏)以及非零旁瓣。出现主瓣区的起伏和旁瓣是综合方向图典型的现象。式(8-12)的电流分布画在图 8-1b 中。



(a) 综合方向图(实践)和期望扇形方向图(虚线)　　(b) 电流分布

图 8-1 用 10λ 长线源扇形方向图的傅里叶变换综合

8.2.2 伍德沃德－罗森取样法

综合辐射方向图特别方便的方法是在各个点指定方向图的值，即对方向图取样。伍德沃德－罗森（Woodward－Lawson）方法是最流行的取样方法[5,6]。它基于将源电流分布分解成一组等幅度、线性相位的源的和：

$$i_n(s)=\frac{a_n}{L/\lambda}e^{-j2\pi w_n s},\quad |s|\leq\frac{L}{2\lambda} \tag{8-14}$$

根据式(8-6)，对应于这电流分量的方向图为

$$f_n(w)=a_n\,\mathrm{Sa}\left[\pi\frac{L}{\lambda}(w-w_n)\right] \tag{8-15}$$

式中采样函数 $\mathrm{Sa}(x)$ 定义为 $\mathrm{Sa}(x)=\sin(x)/x$。该分量方向图的最大值为 a_n，其中心位于 $w=w_n$。在式(8-14)中的电流相位系数 w_n 控制该分量方向图最大值的位置，电流分量的幅度系数 a_n 控制该分量方向图的幅度。

在伍德沃德－罗森方法中，总电流激励由 $2M+1$ 个分量电流组成

$$i(s)=\sum_{n=-M}^{M}i_n(x)=\frac{1}{L/\lambda}\sum_{n=-M}^{M}a_n e^{-j2\pi w_n s} \tag{8-16a}$$

式中

370

$$w_n=\frac{n}{L/\lambda},\quad |n|\leq M,\quad |w_n|\leq 1.0 \tag{8-16b}$$

相应于此电流的方向图为

$$\begin{aligned}f(w)&=\sum_{n=-M}^{M}f_n(w)=\sum_{n=-M}^{M}a_n\,\mathrm{Sa}\left[\pi\frac{L}{\lambda}(w-w_n)\right]\\&=\sum_{n=-M}^{M}a_n\mathrm{Sa}\left[\pi\left(\frac{L}{\lambda}w-n\right)\right]\end{aligned} \tag{8-17}$$

在方向图点 $w=w_n=n\lambda/L$，有 $f(w=w_n)=a_n$。这样，方向图可通过在式(8-16b)的取样点的方向图位置 w_n 处设置取样值的指定值 a_n 来获得。方向图的取样值选择为等于取样点的期望方向图的值：

$$a_n=f_d(w=w_n) \tag{8-18}$$

伍德沃德－罗森综合过程非常容易实现。在所需位置 w_n 产生值为 a_n 的方向图的电流分布即是式(8-16)中的电流。

注意，只要相邻取样点的取样间隔取为 $\Delta w=\lambda/L$，则在取样点的方向图值仍是无关联的，即式(8-18)有效，伍德沃德－罗森取样法可变得更灵活。总取样数取作刚好覆盖可见区，在可见区之外的取样可导致超方向性结果。由于可见区范围是2，并且 $\Delta w=\lambda/L$，取样数 $2M+1$ 的量级为 $2/(\lambda/L)$，即 M 的量级为 L/λ。

例 8-2 扇形方向图的伍德沃德－罗森线源综合

现在对一个 10λ 长的线源用伍德沃德－罗森方法来综合例 8-1 的扇形方向图。根据 $a_n=f_d(w=w_n)$ 和取样位置 $w_n=n\lambda/L=0.1n$ 对此方向图取样，其值在表 8-3 中给出。根据特定的应用，在不连续点（$w=0.5$）的取样值可选为 1、0.5 或 0。用 $a_{\pm5}=1$

371

给出最宽的主瓣，而 $a_{\pm5}=0$ 给出最窄的主瓣。在本例中，作为折中选择 $a_{\pm5}=0.5$。式(8-17)中的综合方向图用表 8-3 中的取样位置计算，结果画在图 8-2a 中。取样点以圆点标出。

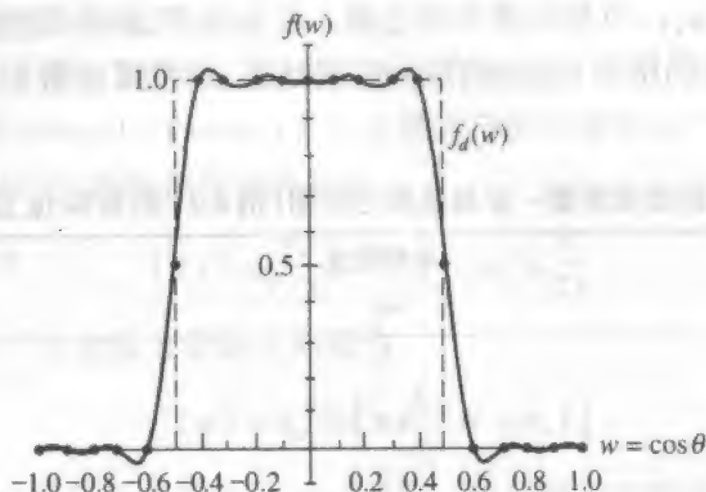
表 8-3　10λ 的伍德沃德－罗森扇形方向图（例 8-2）的取样位置和取样值

n	取样位置 w_n	方向图取样值 a_n
0	0	1
±1	±0.1	1
±2	±0.2	1
±3	±0.3	1
±4	±0.4	1
±5	±0.5	0.5
±6	±0.6	0
±7	±0.7	0
±8	±0.8	0
±9	±0.9	0
±10	±1.0	0

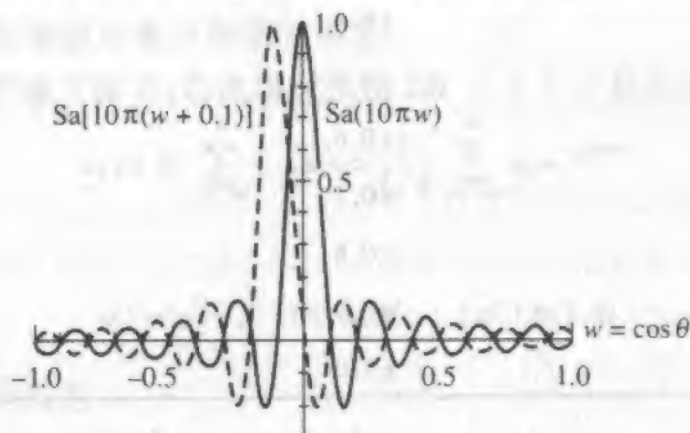
为了说明伍德沃德－罗森法的取样特性，式(8-17)求和式中对取样位置 $w_{-1}=-0.1$ 和 $w_0=0$ 的两个取样函数如图 8-2b 所示。注意，当一个取样函数为最大时，另一个取样函数为零，这样使取样相互独立。另外，每个取样函数在除其最大值位置之外的所有取样点 $w_n=n\lambda/L$ 为零。当包含所有取样时，在位置 w_n 的总综合方向图完全由中心位于该位置的 Sa 函数确定。这是伍德沃德－罗森取样法的高明之处。

注意图 8-2a 的伍德沃德－罗森法所得的方向图比图 8-1a 的傅里叶变换法所得的更好地近似期望方向图（在可视区域内），两种方向图都是由 10λ 长的线源产生的。这些扇形方向图例子的详细比较将在 8.3.3 节中介绍。

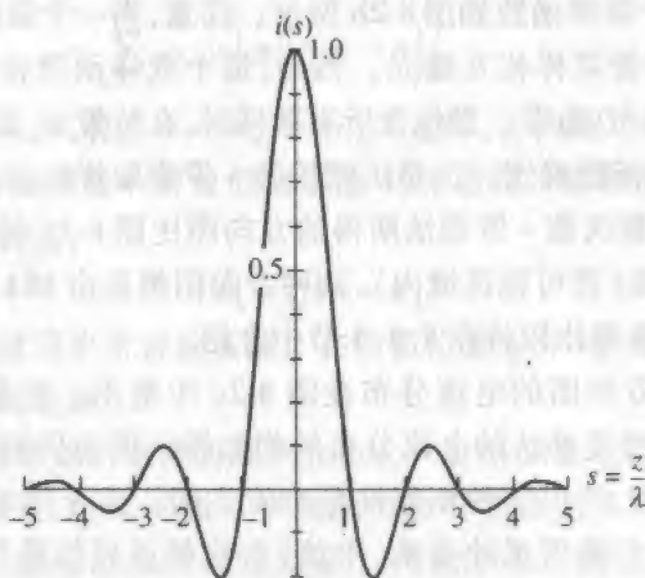
对应于此例扇形方向图的电流分布在图 8-2c 中给出。它是由式(8-16)得到的。注意与图 8-1b 的傅里叶变换法的电流分布的相似性。因为任何天线方向图的傅里叶变换都是天线电流分布，所以这种相似性是会发生的。由于例 8-1 和例 8-2 的方向图都接近扇形方向图，它们的傅里叶变换（电流）必定接近理想扇形方向图的电流，在这些例子中理想扇形方向图的电流是 $\sin(\pi s)/\pi s$。



(a) 综合方向图(实线)和期望方向图(虚线)。圆点表明取样值和取样位置



(b) 在取样位置 $w_{-1}=-0.1$ 和 $w_0=0$ 的两个分量方向图



(c) 对应于综合方向图的电流分布

图 8-2 用 10λ 长线源的伍德沃德－罗森综合扇形方向图

8.3 线阵波束赋形的综合法

在本节中将讨论等间距直线阵的傅里叶级数法和伍德沃德－罗森法。这两个重要的方向图综合方法是前一节傅里叶变换法和伍德沃德－罗森法在天线阵综合中的对应方法。在说明这些方法前，先对用于任何综合方法的天线阵结构建立模型。

考虑间距为 d 的 z 向等间距线阵。为简化起见，天线阵的物理中心位于 P 坐标原点。天线阵元总数 P 可以是偶数（取 $P=2N$）或奇数（取 $P=2N+1$）。对于奇数阵元数，阵元位置为

$$z_m = md, \quad |m| \leqslant N \tag{8-19}$$

和 $P=2N+1$。相应的阵因子为

$$f(w) = \sum_{m=-N}^{N} i_m e^{j2\pi m(d/\lambda)w} \tag{8-20}$$

式中 i_m 是阵元电流，并且再次有 $w=\cos\theta$。这个表达式与式(3-54)相同。

对于偶数阵元，阵元位置为

$$\begin{aligned} z_m &= \frac{2m-1}{2}\mathrm{d}, \quad 1 \leqslant m \leqslant N \\ z_{-m} &= -\frac{2m-1}{2}\mathrm{d}, \quad -N \leqslant -m \leqslant -1 \end{aligned} \tag{8-21}$$

和 $P=2N$。相应的阵因子是

$$f(w) = \sum_{m=1}^{N} \left(i_{-m} e^{-j\pi(2m-1)(d/\lambda)w} + i_m e^{j\pi(2m-1)(d/\lambda)w}\right) \tag{8-22}$$

P 为偶数。

为了与线源比较，天线阵的总长度定义为

$$L = Pd \tag{8-23}$$

此定义同时用于偶数和奇数阵元的情况，并且它包括了两终端阵元处的 $d/2$ 的延伸。

8.3.1 傅里叶级数法

当然，由相同离散辐射器（阵元）的天线阵产生的阵因子是经每个阵元到远场点的空间相移加权的阵元电流的和。此阵因子的求和可通过与傅里叶级数很相像的形式进行，正如连续源的辐射积分与傅里叶变换相似一样（见 8.2.1 节）。为了知道此对应关系如何产生，首先观察期望方向图函数 $f_d(w)$ 可在区间 $-\lambda/2\mathrm{d} < w < \lambda/2\mathrm{d}$ 展开成傅里叶级数

$$f_d(w) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} b_m e^{j2\pi m(d/\lambda)w} \tag{8-24}$$

式中

$$b_m = \frac{d}{\lambda}\int_{-\lambda/2d}^{\lambda/2d} f_d(w)\,e^{-j2\pi m(d/\lambda)w}\,dw \tag{8-25}$$

如果令 d 为等间距线阵的单元间距和 $w = \cos\theta$，θ 是以阵的轴线为参考的角度，式(8-24)中的和式可看成是有无限阵元的，且阵元电流为 b_m 的线阵阵因子。

当然，无限阵元的阵是不实际的，但对式(8-24)的级数的截断产生了如下对 $f_d(w)$ 的有限项数的近似：

$$f(w) = \sum_{m=-N}^{N} b_m e^{j2\pi m(d/\lambda)w} \tag{8-26}$$

如果将在阵列中每个阵元的电流取作与傅里叶级数的系数相等，即

$$i_m = b_m,\quad |m| \leqslant N \tag{8-27}$$

于是式(8-26)与(8-20)的奇数阵元的阵因子相同。

傅里叶级数综合过程是用阵元激励的电流 i_m 等于对期望方向图计算的傅里叶级数系数 b_m，如式(8-25)所示。从这些阵元电流得到的阵因子是期望方向图的一个近似，该傅里叶级数综合的方向图在区域 $-\lambda/2d < w < \lambda/2d$ 的误差为最小均方误差(见式(8-10))。如果阵元间距为半波长($d=\lambda/2$)，此区域恰好是可见区($-1<w<1$，或 $0<\theta<\pi$)。

同样的推理可得到偶数阵元的结果。在此情况下，傅里叶级数系数电流为

$$\begin{aligned} i_m = b_m &= \frac{d}{\lambda}\int_{-\lambda/2d}^{\lambda/2d} f_d(w)\,e^{-j\pi(2m-1)(d/\lambda)w}\,dw,\quad m \geqslant 1 \\ i_{-m} = b_{-m} &= \frac{d}{\lambda}\int_{-\lambda/2d}^{\lambda/2d} f_d(w)\,e^{-j\pi(2m-1)(d/\lambda)w}\,dw,\quad -m \leqslant -1 \end{aligned} \tag{8-28}$$

P 为偶数。综合方向图由式(8-22)给出。注意，如果 N 为无穷大，式(8-22)和(8-28)是 f_d 的傅里叶级数展开，即 $f(w) = f_d(w)$。

例 8-3　扇形方向图的傅里叶级数综合

对于偶数阵元的等间距线阵和 $c < \lambda/2d$，式(8-11)中的扇形方向图在式(8-28)产生的激励电流为

$$i_m = i_{-m} = 2\frac{d}{\lambda}c\,\mathrm{Sa}\left[\pi(2m-1)\frac{d}{\lambda}c\right],\quad 1 \leqslant m \leqslant N \tag{8-29}$$

由于这些电流是对称的，式(8-22)的阵因子简化为

$$f(w) = 2\sum_{m=1}^{N} i_m \cos\left[\pi(2m-1)\frac{d}{\lambda}w\right] \tag{8-30}$$

这是一个实函数。注意，这是表 8-2 中对称特性 1 的一种特殊情况。

对于 $c = 0.5$，$d/\lambda = 0.5$，阵元数为 20($N = 10$)的特定情况，阵列长度为 $L = Pd = 10\lambda$，式(8-29)中的激励电流得出

$$i_m = i_{-m} = \frac{1}{2}\mathrm{Sa}\left[\frac{\pi}{4}(2m-1)\right],\quad 1 \leqslant m \leqslant 10 \tag{8-31}$$

这些激励值列于表 8-4 中，该表还列出了根据式(8-21)得到的阵元位置。当这些值用在式(8-30)的方向图表达式时，产生如图 8-3 所示的方向图。

表 8-4 扇形方向图的傅里叶级数综合的 20 元半波长间距直线阵的阵元位置和电流值(例 8-3)

单元号 m	单元位置 z_m	激励电流 i_m
±1	±0.25λ	0.4502
±2	±0.75λ	0.1501
±3	±1.25λ	-0.0900
±4	±1.75λ	-0.0643
±5	±2.25λ	0.0500
±6	±2.75λ	0.0409
±7	±3.25λ	-0.0346
±8	±3.75λ	-0.0300
±9	±4.25λ	0.0265
±10	±4.75λ	0.0237

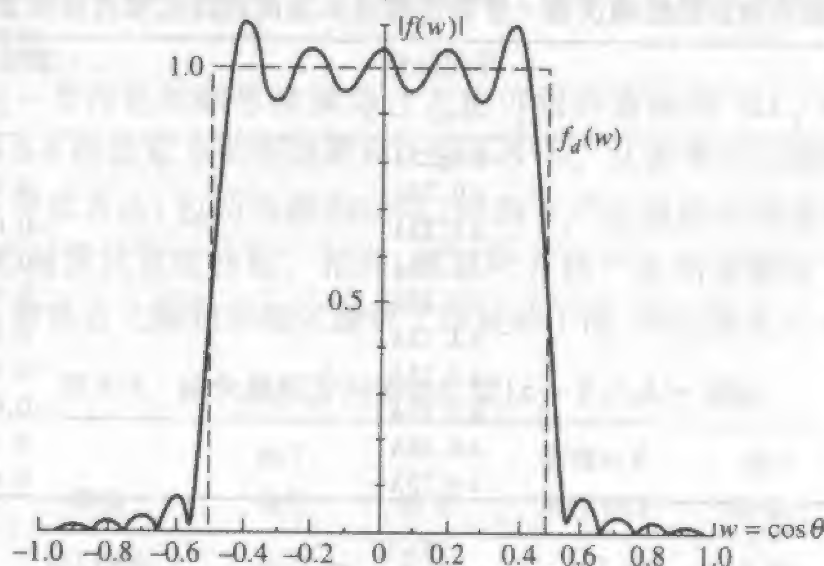


图 8-3 对 20 阵元,λ/2 间距的线阵傅里叶级数综合的阵因子(例 8-3)。期望方向图(虚线)是一个扇形方向图

8.3.2 伍德沃德 - 罗森取样法

线性阵的伍德沃德 - 罗森取样法与线源的伍德沃德 - 罗森取样法相似(见 8.2.2 节)。在阵列的情况下,综合的阵因子是相同幅度、线性相位阵的阵因子的叠加:

$$f(w)=\sum_{n=-M}^{M} a_n \frac{\sin[(P/2)(w-w_n)(2\pi/\lambda)d]}{P\sin\left[\frac{1}{2}(w-w_n)(2\pi/\lambda)d\right]} \tag{8-32}$$

式中的取样值为

$$a_n=f_d(w=w_n) \tag{8-33}$$

取样点为

$$w_n = n\frac{\lambda}{Pd} = \frac{n}{L/\lambda}, \quad |n| \leqslant M, \quad |w_n| \leqslant 1.0 \tag{8-34}$$

此方向图所需的阵元电流可从式(8-35)得出

$$i_m = \frac{1}{P}\sum_{n=-M}^{M} a_n \mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi(z_m/\lambda)w_n} \tag{8-35}$$

这些结果适合偶数与奇数阵元的天线阵。

例 8-4　扇形方向图的伍德沃德 - 罗森阵列综合

对式(8-11)$c = 0.5$ 的扇形方向图再次进行综合，这次是对 20 单元，半波长间距的线阵用伍德沃德 - 罗森法综合。根据式(8-34)取样位置为 $w_n = 0.1n$。这样，取样位置和取样值与例 8-2 相同，它们在表 8-3 给出了。在式(8-35)中应用这些值和根据式(8-21)的阵元位置 z_m 得到表 8-5 的天线阵电流。方向图可以从式(8-32)的伍德沃德 - 罗森表达式，或根据式(8-30)的直接阵列计算来得出，这是对应于对称情况和表 8-5 的阵列参数的式(8-22)版本。该方向图如图 8-4 所示。

376

表 8-5　扇形方向图的伍德沃德 - 罗森法综合天线阵的阵元电流和位置(例 8-4)

单元号 m	单元位置 z_m	激励电流 i_m
±1	±0.25λ	0.44923
±2	±0.75λ	0.14727
±3	±1.25λ	-0.08536
±4	±1.75λ	-0.05770
±5	±2.25λ	0.04140
±6	±2.75λ	0.03020
±7	±3.25λ	-0.02167
±8	±3.75λ	-0.01464
±9	±4.25λ	0.00849
±10	±4.75λ	0.00278

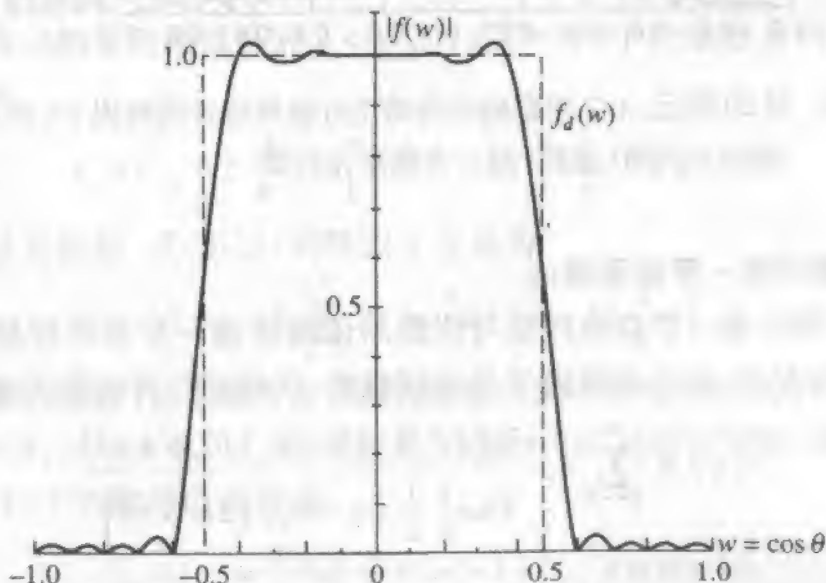


图 8-4　20 元，λ/2 间距线阵的伍德沃德 - 罗森法综合的阵因子(例 8-4)。期望方向图(虚线)是扇形方向图

8.3.3 波束赋形综合法的比较

大多数赋形波束天线方向图有三个不同的方向图区域:旁瓣、主瓣和过渡区。瓣区很容易认出来,*旁瓣电平* SLL 在整个旁瓣区由式(8-36)定义

$$\mathrm{SLL} = 20\ \log\left|\frac{\text{最高旁瓣峰值}}{\text{最大期望方向图}}\right| \quad (8\text{-}3$$

在主瓣区综合方向图 $f(w)$ 符合期望方向图 $f_d(w)$ 的质量通过*起伏* R 来估量,它在主区定义为

$$R = 20\left\{\max\left|\log\left|\frac{f(w)}{f_d(w)}\right|\right|\right\}\ \mathrm{dB} \quad (8\text{-}3$$

同样重要的是主瓣和旁瓣区之间的区域,其称为过渡区。在许多应用中(如定向)希使主瓣很快地下降到旁瓣区。为了对此进行定量,引入*过渡区宽度* T,其定义为

$$T = |w_{f=0.9} - w_{f=0.1}| \quad (8\text{-}3$$

式中 $w_{f=0.9}$ 和 $w_{f=0.1}$ 是综合方向图等于期望方向图局部不连续 90% 和 10% 处的 w 值对于非对称的单波束方向图,有两个不同宽度的过渡区。过渡区宽度与时域信号分中的上升时间相似。

在本节和前一节讨论的赋形波束综合方法可很容易地用 SLL, R 和 T 来进行较。例 8-1 到例 8-4 的扇形方向图结果列于表 8-6 中。从表中可以选取几种普遍的向。伍德沃德 - 罗森方法(包括线源和线阵)倾向于产生较低的旁瓣和较低的主瓣伏,而牺牲了一些过渡区宽度性能。相反,傅里叶方法产生的旁瓣电平和主瓣起伏差。但傅里叶级数法在主瓣到旁瓣区提供了很陡的下降,即过渡区的宽度很小。

表 8-6 综合扇形方向图的比较($c = 0.5, L = 10\lambda$)

方法	类型	例子编号	图号	旁瓣电平 SLL(dB)	起伏 R(dB)	过渡区宽区,T
傅里叶变换	10λ 线源	8-1	8-1a	-21.9	0.83	0.0893
伍德沃德罗森	10λ 线源	8-2	8-2a	-29.8	0.27	0.1303
傅里叶级数	20 元 $\lambda/2$ 间距线阵	8-3	8-3	-22.6	0.87	0.0941
伍德沃德罗森	20 元 $\lambda/2$ 间距线阵	8-4	8-4	-29.6	0.27	0.1343

8.4 低旁瓣、窄主瓣方法

前两节中介绍的综合方法对天线方向图主瓣的赋形是最有用的。方向图综合方法另一个主要类型是获得窄主瓣同时保持低旁瓣特性。此类方向图有很多应用，如点对点通信和定向等。在本节中，讨论两种最重要的窄主瓣、低旁瓣方法：线阵的道尔夫－契比雪夫(Dolph－Chebyshev)方法和泰勒(Taylor)线源方法。这两种方法有紧密联系，为展开的简化起见，先介绍道尔夫－契比雪夫方法。

8.4.1 道尔夫－契比雪夫线阵法

在3.5节研究了等间距线阵的几种激励。已发现了当电流幅度从天线阵中心向边缘逐渐变小的锥度增加时，旁瓣电平减小，但伴随着主瓣宽度的增加。在大多数应用中，既需要窄主瓣又需要低旁瓣。因此在波束宽度和旁瓣电平之间存在最优折中的方向图是有用的。换句话说，对于指定的主瓣宽度，旁瓣电平将尽可能低，反之亦然，对于指定的旁瓣电平，主瓣宽度将尽可能窄。在本节中，将介绍能获得此特性的方法。该方法适于等间距边射直线阵，其间距等于或大于半波长。

正如所期望的那样，最优的主瓣宽度－旁瓣电平特性在可见区有尽可能多的旁瓣而且旁瓣有相同值时发生。道尔夫(Dolph)[7]认识到契比雪夫(Chebyshev)多项式具有此特性，就将它们用于综合问题。熟悉契比雪夫多项式是重要的，因此将在进行综合前给出它们的简单介绍。

Chebyshev(常拼写为“Tchebyscheff”)多项式定义为

$$T_n(x)=\begin{cases}(-1)^n\cosh(n\cosh^{-1}|x|), & x<-1\\ \cos(n\cos^{-1}x), & -1<x<1\\ \cosh(n\cosh^{-1}x), & x>1\end{cases} \tag{8-39}$$

几个低阶多项式为

$$\begin{aligned}T_0(x)&=1\\T_1(x)&=x\\T_2(x)&=2x^2-1\\T_3(x)&=4x^3-3x\\T_4(x)&=8x^4-8x^2+1\end{aligned} \tag{8-40}$$

较高阶的多项式可从递推公式得到

$$T_{n+1}(x)=2xT_n(x)-T_{n-1}(x) \tag{8-41}$$

或通过令 $\delta=\cos^{-1}x$ 和将 $\cos m\delta$ 展开为 $\cos\delta$ 的幂得到。例如，根据式(D-13) $T_3(x)=\cos(3\cos^{-1}x)=\cos 3\delta=4\cos^3\delta-3\cos\delta$。于是 $T_3(x)=4x^3-3x$。几个多项式画在图8-5中。

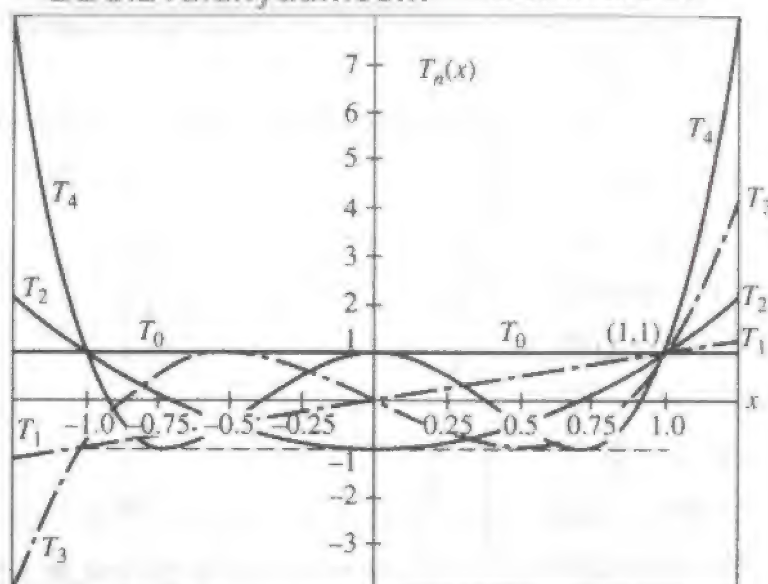


图 8-5　契比雪夫多项式 $T_0(x)$,$T_1(x)$,$T_2(x)$,$T_3(x)$和 $T_4(x)$

契比雪夫多项式的一些重要的普遍特性可从式(8-39)或图 8-5 得到。偶数阶的多项式为偶函数,即 $T_n(-x)=T_n(x)$,n 为偶数,而奇数阶多项式为奇函数,即 $T_n(-x)=-T_n(x)$, n 为奇数。所有多项式通过点(1,1)。在区域 $-1\leqslant x\leqslant 1$,多项式的值界于 −1和 1 之间,并且最大幅度总是 1。多项式的所有零点(根)也位于 $-1\leqslant x\leqslant 1$ 内。

契比雪夫多项式在区域$|x|\leqslant 1$ 内的等幅振荡是等旁瓣所希望的特性。同时该函数的多项式特性使它们适合于阵因子,因为阵列的阵因子可用多项式写出。天线阵和契比雪夫多项式之间的联系可通过考虑用对称激励的边射阵来建立(见表 8-2),

$$i_{-m}=i_m \tag{8-42}$$

对称激励根据式(8-20)和式(8-22)得出实数的阵因子

$$f(\psi)=\begin{cases} i_0+2\sum\limits_{m=1}^{N} i_m\cos m\psi & P\text{ 为奇数} \\ 2\sum\limits_{m=1}^{N} i_m\cos\left[(2m-1)\dfrac{\psi}{2}\right] & P\text{ 为偶数}\end{cases} \tag{8-43}$$

式中 $\psi=2\pi(d/\lambda)w$。此阵因子(奇数或偶数 P)是 $\cos(m\psi/2)$ 项的和,m 最高到 $P-1$。但每一含 $\cos(m\psi/2)$的项可通过运用三角恒等式写成最高到 m 的 $\cos(\psi/2)$的幂。因此,阵因子可表示为最高幂为 $P-1$ 的 $\cos(\psi/2)$的和。

通过选择 x 和 ψ 之间的合适变换,阵因子和契比雪夫多项式将相等。该变换

$$x=x_0\cos\frac{\psi}{2} \tag{8-44}$$

而

$$f(\psi)=T_{P-1}\left(x_0\cos\frac{\psi}{2}\right) \tag{8-45}$$

对应关系将产生以 $\cos(\psi/2)$ 的幂表示的多项式与阵因子的匹配。对于边射阵，主瓣最大值 R 在 $\theta = 90°$ 或 $\psi = 0$ 时产生①。于是式(8-44)指出 $x = x_0$ 为主瓣的最大值。可见区从 $\theta = 0°$ 延伸到 $\theta = 180°$，或 $\psi = 2\pi(d/\lambda)$ 到 $-2\pi(d/\lambda)$。这些界限对应于 $x = x_0\cos(\pi d\lambda)$，当间隔为半波长时界限为 $x = 0$。这样，对于 $d = \lambda/2$，可见区开始于 $x = 0$，或 $\theta = 0°$，当 θ 增加直到 x_0(主瓣最大值点)时 x 增加，再折回 $x = 0$，或 $\theta = 180°$(见图8-6)。

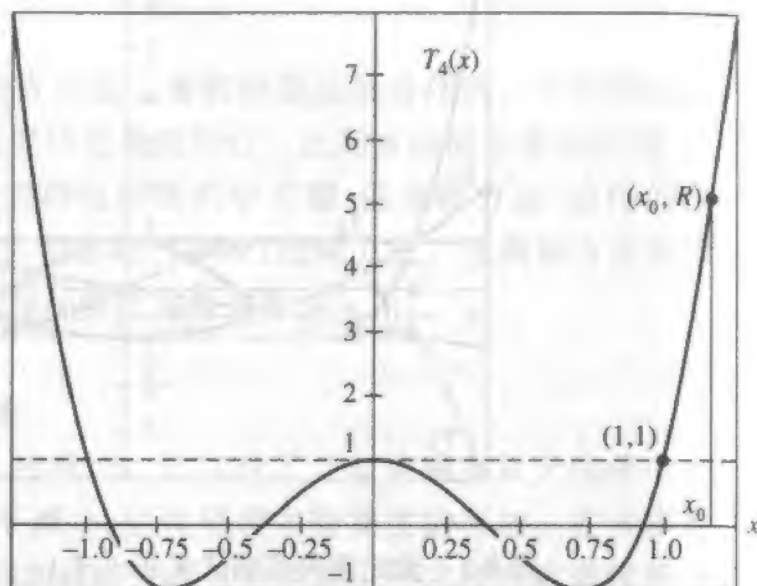


图8-6　契比雪夫多项式 $T_4(x)$

主瓣对旁瓣的比值 R 是阵因子在主瓣最大值时的值，因为旁瓣电平幅度为1(见图8-6)。这样旁瓣电平为 $1/R$，或

$$\mathrm{SLL} = -20\log R \quad \mathrm{dB} \tag{8-46}$$

根据式(8-39)，由主瓣最大值计算式(8-45)得出

$$R = T_{P-1}(x_0) = \cosh[(P-1)\cosh^{-1}x_0] \tag{8-47}$$

或者计算 x_0，得到

$$x_0 = \cosh\left(\frac{1}{P-1}\cosh^{-1}R\right) \tag{8-48}$$

现在可总结设计的步骤。对于给定的旁瓣比值，可从式(8-46)确定 R，从式(8-48)得到 x_0。然后阵因子由式(8-45)得出，或者根据式(8-43)直接从电流值计算。激励电流通过比较式(8-43)的阵因子和式(8-45)的契比雪夫多项式获得。该综合过程将通过例8-5来说明。对于大于几个阵元的天线阵，用这个方法来得到电流将比较困难。但是，已经有直接解的技术和列表值[8]。

道尔夫－契比雪夫阵设计过程对指定的束宽提供了最低旁瓣方向图。可是这些解仅依赖于阵元数目，而不是它们的间距(和整个阵的长度)。实际的设计是在道尔夫－契比雪夫系列内寻找最窄主瓣的解。这个结果可通过在可见区内包含尽可能多的旁瓣而不让栅瓣出现在高于设计的旁瓣电平来得到。当使用各向同性辐射元时，在指定旁瓣电平和阵元数的条件下，能给出可能的最窄波束天线阵的道尔夫－契比雪夫

① 符号 f 通常为最大值为1的归一化方向图保留，但对于道尔夫－契比雪夫天线阵，对最大值 R 归一阵因子 f 更方便。

阵最优间距的一个通用表达式为[8]

$$d_{opt} = \lambda \left[1 - \frac{\cos^{-1}\frac{1}{\gamma}}{\pi}\right] \quad 边射 \tag{8-49a}$$

$$d_{opt} = \frac{\lambda}{2}\left[1 - \frac{\cos^{-1}\frac{1}{\gamma}}{\pi}\right] \quad 端射 \tag{8-49b}$$

式中

$$\gamma = \cosh\left[\frac{1}{P-1}\ln(R + \sqrt{R^2 - 1}\ )\right] \tag{8-49c}$$

一个令人感兴趣的结果是对半波长和最优间距，边射和端射工作的方向性是相同的[9]。虽然端射的束宽比边射宽，在边射时主瓣是扇形波束，产生了与笔形端射波束相同的立体角(因此有相同的方向性)。

一般情况下，道尔夫－契比雪夫天线阵的半功率宽度由式(8-50)给出

$$HP = \pi - 2\cos^{-1}\frac{\psi_h}{\beta d} \quad 边射 \tag{8-50a}$$

$$HP = \cos^{-1}\left(1 - \frac{\psi_h}{\beta d}\right) \quad 端射 \tag{8-50b}$$

式中

$$\psi_h = 2\cos^{-1}\left\{\frac{\cosh\left[\frac{1}{P-1}\cosh^{-1}\frac{R}{\sqrt{2}}\right]}{\cosh\left[\frac{1}{P-1}\cosh^{-1}R\right]}\right\} \tag{8-50c}$$

对于边射情况的近似形式为

$$HP \approx \sqrt{\frac{1}{\pi}\ln(2R)}\,\frac{\lambda}{L} \quad 边射 \tag{8-50d}$$

此式可以用一个表示相对于均匀激励的波束展宽因子来改写，即 $HP \approx 0.886\lambda/L$，波束展宽因子为

$$b_{HP} = \sqrt{\frac{1}{\pi}\ln(2R)}/0.886 = 0.637\ \sqrt{\ln(2R)} \tag{8-50e}$$

近似公式(8-51)可由式(8-50a)或(8-50d)建立，它给出用边射方向的半功率束宽表示的方向性[10]：

$$D \approx \frac{2R^2}{1 + R^2\,HP} \tag{8-51}$$

该方向性的结果可用于一般的情况。事实上，对于最优间距阵的方向性在端射和边射是完全相同的。这样，用于边射的式(8-50a)或(8-50d)的半功率宽度应当可用于适用于所有扫描情况的式(8-51)。

在用两个例子结束低旁瓣阵的讨论前，要先指出任意的方向性(窄波束)可从一个

固定长度的阵获得。但是这需要幅度很高并且符号交替改变的电流[11]。这明显是不实际的,并且它会产生窄带宽和对激励精度的高度敏感。

例 8-5 5 元边射、-20dB 旁瓣电平、半波长间隔的道尔夫-契比雪夫天线阵

对于5元阵($P=5,N=2$),根据式(8-43)其阵因子为

$$f(\psi)=i_0+2i_1\cos\psi+2i_2\cos2\psi \tag{8-52}$$

式中 $\psi=2\pi(d/\lambda)\cos\theta=\pi\cos\theta(d=\lambda/2)$。用式(D-12),$\cos(2\psi/2)=2\cos^2(\psi/2)-1$ 或用式(D-14),$\cos(4\psi/2)=8\cos^4(\psi/2)-8\cos^2(\psi/2)+1$,阵因子可写为

$$f(\psi)=(i_0-2i_1+2i_2)+(4i_1-16i_2)\cos^2\frac{\psi}{2}+16i_2\cos^4\frac{\psi}{2} \tag{8-53}$$

根据式(8-40)

$$T_4(x)=1-8x^2+8x^4=1-8x_0^2\cos^2\frac{\psi}{2}+8x_0^4\cos^4\frac{\psi}{2} \tag{8-54}$$

其中第二步用了式(8-44)。现在,通过相继令式(8-53)和(8-54)中的相似项系数相等可得到电流值。根据 $\cos^4(\psi/2)$ 项,

$$i_2=\frac{1}{2}x_0^4 \tag{8-55}$$

$\cos^2(\psi/2)$ 项产生

$$i_1=4i_2-2x_0^2=2x_0^4-2x_0^2 \tag{8-56}$$

其中运用了式(8-55)。最后一项给出

$$i_0=-2i_2+2i_1+1=3x_0^4-4x_0^2+1 \tag{8-57}$$

其中运用了式(8-55)和(8-56)。当算出 x_0 后,电流值将完全确定了,这可通过首先由式(8-46)用指定的-20dB 旁瓣电平获得主瓣对旁瓣的比值来完成

$$R=10^{-\mathrm{SLL}/20}=10 \tag{8-58}$$

然后,将 $P=5$ 和 $R=10$ 代入式(8-48),

$$x_0=1.293 \tag{8-59}$$

用式(8-59),根据式(8-55)至式(8-57),阵元电流为

$$i_2=i_{-2}=1.3975,\quad i_1=i_{-1}=2.2465,\quad i_0=2.6978 \tag{8-60}$$

这些电流产生了 $R=10$ 时的主瓣最大值和均一的旁瓣。对单位边缘阵元电流归一得出1:1.61:1.93:1.61:1 的电流分布。式(8-60)的电流代入式(8-52)产生如图 8-7 所示的方向图,该方向图的主瓣最大值归一化为 0dB。根据式(8-50a)知半功率宽度为23.7°,其也可以通过对图3-23d 的极坐标方向图直接计算得到。等相位、半波长间距的天线阵方向性可由式(3-93)获得。对于此例,其方向性是

$$D=\frac{\left|\sum_{m=-2}^{2}i_m\right|^2}{\sum_{m=-2}^{2}i_m^2}=4.69 \tag{8-61}$$

根据式(8-51)得到的方向性是4.72。

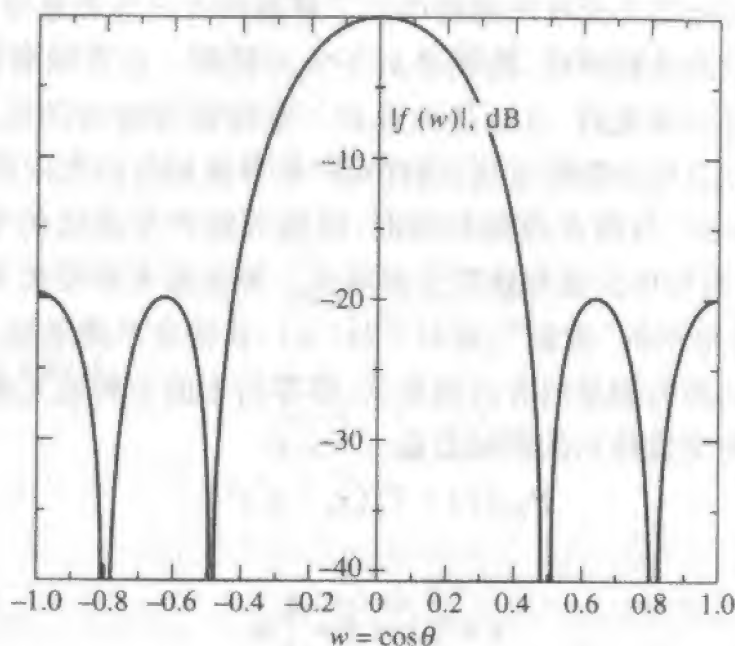


图 8-7 5元、λ/2间距、−20dB旁瓣电平边射阵的道尔夫−契比雪夫综合的阵因子(例8-5)

例8-6 10元、−30dB旁瓣电平的最优道尔夫−契比雪夫端射阵

将 $P=10$ 和 $R=10^{-(-30)/20}$ 代入式(8-49a)得到

$$d_{opt}=0.4292\lambda \tag{8-62}$$

阵元电流幅度为[8]

$$1:1.67:2.60:3.41:3.88:2.88:3.41:2.60:167:1 \tag{8-63}$$

这些电流以及相邻阵元间的相移 $\alpha=-\beta d\cos(0°)=-154.5°$ 产生了图8-8中所示的方向图。根据式(8-50a),边射工作时的半功率宽度为7.58°,而式(8-50d)给出了近似值7.67°。此方向性不能像式(8-61)那样计算,它仅适合于半波长间距的阵元,作为替代,运用式(8-51)以及 $HP_{broad}=7.58°$(或7.67°),得出 $D=15.00$(或14.83)。根据式(8-50b)得出实际的半功率宽度是 $HP_{end}=29.8°$。

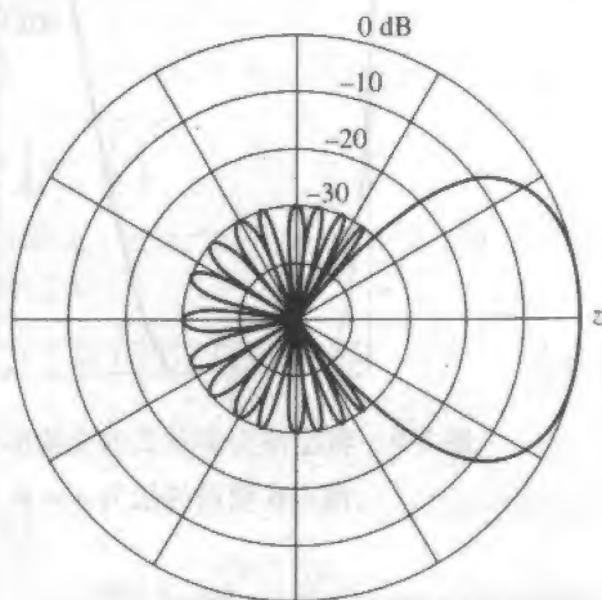


图 8-8 例8-6中的10元、−30dB旁瓣电平的最优道尔夫−契比雪夫端射阵的极坐标方向图

8.4.2 泰勒线源法

虽然道尔夫－契比雪夫天线阵的确产生了最高的方向性和最窄的波束，但等旁瓣包络会产生高电抗性能量的环境，特别是对于大天线阵。这意味着高 Q 值，或窄带工作[3]。这个现象是可以避免的，方法是先设计一个接近等旁瓣的线源，然后在天线阵结构中应用阵元所在位置的线源电流，这样可产生非常相近的方向图，见习题 8.4.10。

和天线阵情况一样，当所有旁瓣相等时，线源天线产生最优的窄波束方向图。正如已看到的，所需的函数形式是契比雪夫多项式。契比雪夫多项式 $T_N(x)$ 在区间 $-1 < x < 1$ 上有 $N-1$ 个等电平的"旁瓣"，而对于 $|x| > 1$，其幅度单调增加。通过改变变量将使契比雪夫多项式变换为期望的方向图形式，即零斜率的主瓣最大值在 $x = 0$ 上，并具有等值旁瓣。由改变变量得到的新函数是

$$P_{2N}(x) = T_N(x_0 - a^2x^2) \tag{8-64}$$

式中 a 是常数，并且

$$x = \frac{L}{\lambda}\cos\theta = \frac{L}{\lambda}w \tag{8-65}$$

在方向图的最大值处

$$P_{2N}(w=0) = T_N(x_0) = R \tag{8-66}$$

其为主瓣对旁瓣的比值。式(8-64)在 $N = 4$ 时的图形如图 8-9 所示，它是图 8-6 的变换形式。

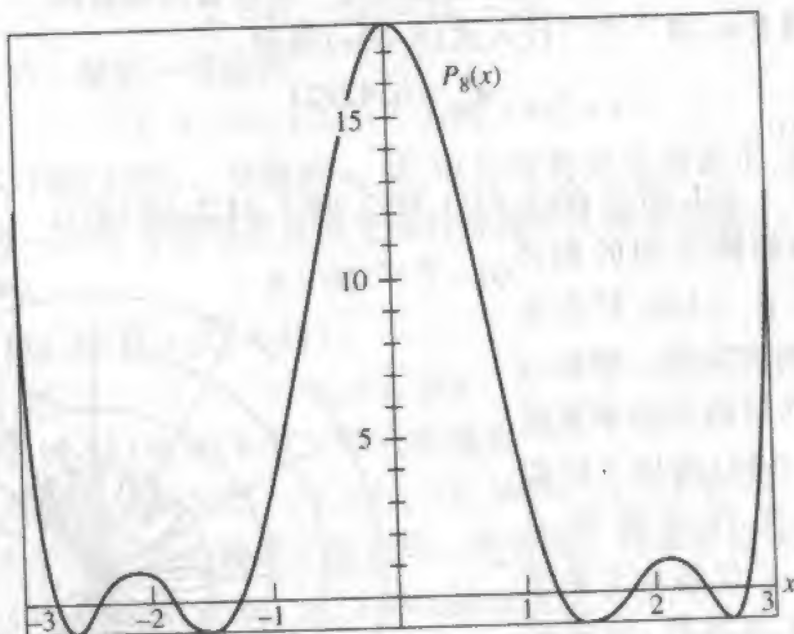


图 8-9 契比雪夫多项式的变换形式 $P_8(x) = T_4(x_0 - a^2x^2)$。对应于例 8-6 使用的值为 $a = 0.55536$ 和 $x_0 = 1.42553$

根据式(8-39)，在旁瓣区有

$$P_{2N}(x) = \cos[N\cos^{-1}(x_0 - a^2x^2)], \quad |x_0 - a^2x^2| < 1 \tag{8-67}$$

该函数的零点出现在余弦上的宗量等于 $(2n-1)\pi/2$，或 x 为以下值时：

$$x_n = \pm \frac{1}{a}\sqrt{x_0 - \cos\frac{(2n-1)\pi}{2N}}, |n| \geqslant 1 \tag{8-68}$$

式中的正号用于零点位于正 x 轴和 $x_{-n} = -x_n$的情况。在主瓣区,根据式(8-39),

$$P_{2N}(x) = \cosh[N\cosh^{-1}(x_0 - a^2x^2)], \quad |x_0 - a^2x^2| > 1 \tag{8-69}$$

P_{2N}的主瓣最大值为R,发生在$x=0$时,见式(8-65)和(8-66)。在主瓣最大值时求解式(8-69)得到x_0

$$x_0 = \cosh\left(\frac{1}{N}\cosh^{-1}R\right) \tag{8-70}$$

为方便起见引入如下的A

$$A = \frac{1}{\pi}\cosh^{-1}R \tag{8-71}$$

因此

$$x_0 = \cosh\frac{\pi A}{N} \tag{8-72}$$

为了使所有的旁瓣值相等,可令N趋于无穷大,但同时改变P_{2N}的宗量以保持第一个零点不变,这样使波束宽度不变。对于大的N值,$x_0 = \cosh(\pi A/N) \approx 1 + 1/2(\pi A/N)^2$和

$$\cos\frac{(2n-1)\pi}{2N} \approx 1 - \frac{1}{2}\left(\frac{(2n-1)\pi}{2N}\right)^2$$

在式(8-68)应用这些关系,得出

$$x_n = \pm\frac{1}{a}\frac{\pi}{\sqrt{2N}}\sqrt{A^2 + \left(n - \frac{1}{2}\right)^2}, \quad N \to \infty \tag{8-73}$$

通过令

$$a = \frac{\pi}{\sqrt{2N}} \tag{8-74}$$

当N增加时第一个零点位置保持不变。然后

$$x_n = \pm\sqrt{A^2 + \left(n - \frac{1}{2}\right)^2} \tag{8-75}$$

方向图因子是x的多项式,具有无数的根x_n,对n为$-\infty$到$+\infty$,可以用因子$(x - x_n)$的乘积表示。因为$x_{-n} = -x_n$,方向图为

$$\prod_{n=1}^{\infty}(x^2 - x_n^2) = \prod_{n=1}^{\infty}\left[x^2 - A^2 - \left(n - \frac{1}{2}\right)^2\right] \tag{8-76}$$

将式(8-76)在$x=0$处归一得出

$$f(x) = \frac{\prod_{n=1}^{\infty}\left[1 - \frac{x^2 - A^2}{\left(n - \frac{1}{2}\right)^2}\right]}{\prod_{n=1}^{\infty}\left[1 + \frac{A^2}{\left(n - \frac{1}{2}\right)^2}\right]} = \frac{\cos(\pi\sqrt{x^2 - A^2})}{\cosh \pi A} \tag{8-77}$$

上面最后一步应用了此无限乘积的闭式表达式。在式(8-77)中应用式(8-65)和(8-71)得出 w 表示的方向图为

$$f(w)=\frac{\cos\{\pi\sqrt{[(L/\lambda)w]^2-A^2}\}}{R} \tag{8-78}$$

注意此式已在最大值($w=0$)归一,并在旁瓣区中在 $-1/R\sim1/R$ 之间振荡。对于大的 w,式(8-78)中余弦函数的宗量近似为 $\pi wL/\lambda$,因此方向图中的零点位置为 $w_n\approx\pm\lambda(n-1/2)/L$ 或 $x_n\approx\pm(n-1/2)$,这时它们的间距是规则的。还注意到对于 $w<\lambda A/L$,式(8-78)中的余弦宗量是虚数,因为 $\cos(\mathrm{j}\theta)=\cosh\theta$,式(8-78)可更方便地表示为

$$f(w)=\frac{\cosh\{\pi\sqrt{A^2-[(L/\lambda)w]^2}\}}{\cosh\pi A} \tag{8-79}$$

该方向图是理想泰勒线源的方向图[12]。它是 A 的函数,A 可从旁瓣电平得到,见式(8-46)和(8-71)。线源是"理想"的意思是在方向图空间中趋于无穷的等旁瓣值会产生无限大的功率。而所需的激励必须具有无限大的功率,事实上在线源的两个端点具有奇异性。

理想泰勒线源的一个近似实现称为泰勒线源,它的前几个旁瓣近似相等,但远旁瓣逐渐减小[12]。此衰减的旁瓣包络去除了理想泰勒线源遇到的无限大功率的困难。泰勒线源的方向图还是 x 的多项式,但零点位置由式(8-80)给出

$$x_n=\begin{cases}\pm\sigma\sqrt{A^2+\left(n-\dfrac{1}{2}\right)^2} & 1\leqslant n<\bar{n}\\ \pm n & \bar{n}\leqslant n<\infty\end{cases} \tag{8-80}$$

对于 $n<\bar{n}$,零点是式(8-75)中理想泰勒线源的零点的 σ 倍。对于 $n\geqslant\bar{n}$ 的远旁瓣,零点位于整数 x 位置。对 $\sin(\pi x)/\pi x$ 方向图的零点是在 $x=\pm n,n\geqslant1$,因此泰勒方向图的远旁瓣是 $\sin(\pi x)/\pi x$ 方向图的旁瓣。缩放参数 σ 通过使式(8-80)中的零点位置表达式与 $n=\bar{n}$ 的相同来确定,它给出

$$\sigma=\frac{\bar{n}}{\sqrt{A^2+\left(\bar{n}-\dfrac{1}{2}\right)^2}} \tag{8-81}$$

从式(8-80)的零点位置,写出近似泰勒线源的方向图为

$$f(x,A,\bar{n})=\frac{\sin\pi x}{\pi x}\prod_{n=1}^{\bar{n}-1}\frac{1-(x/x_n)^2}{1-(x/n)^2} \tag{8-82}$$

$x=\bar{n}$ 以内的旁瓣近似为常数 $1/R$,超出 $x=\bar{n}$ 时其按 $1/x$ 衰减。用 $w=\cos\theta$ 项表示的方向图为

$$f(w,A,\bar{n})=\frac{\sin(\pi Lw/\lambda)}{\pi Lw/\lambda}\prod_{n=1}^{\bar{n}-1}\frac{1-(w/w_n)^2}{1-(Lw/\lambda n)^2} \tag{8-83}$$

式中方向图在 w 轴的零点位置为

$$w_n = \begin{cases} \pm \dfrac{\lambda}{L}\sigma\sqrt{A^2 + \left(n - \dfrac{1}{2}\right)^2} & 1 \leqslant n < \bar{n} \\ \pm \dfrac{\lambda}{L} n & \bar{n} \leqslant n < \infty \end{cases} \tag{8-84}$$

其中 σ 由式(8-81)给出。

泰勒线源的方向图实际上是一种伍德沃德－罗森系列方向图。现在将说明这是怎么发生的,以及怎么确定取样值和取样点。首先,假定所需源的激励可用傅里叶级数展开为

$$i(s) = \frac{\lambda}{L}\sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n \mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi(\lambda/L)ns}, \quad |s| \leqslant \frac{L}{2\lambda} \tag{8-85}$$

根据式(8-17),相应的方向图是

$$f(w) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n \,\mathrm{Sa}\left[\left(w - \frac{\lambda}{L}n\right)\frac{L}{\lambda}\pi\right] \tag{8-86}$$

式中取样位置确定为

$$w_n^s = \frac{\lambda}{L}n \tag{8-87}$$

如果取样值为式(8-88),式(8-86)的无穷展开式会给出精确的方向图(见习题8.4.7)

$$a_n = f(w = w_n^s) = f(n, A, \bar{n}) \tag{8-88}$$

但是对于 $|n| \geqslant \bar{n}$ 时方向图的零点对应于式(8-87)的取样位置,因为根据式(8-80),当 $|n| \geqslant \bar{n}$ 时 $x_n = n$,或 $w_n = (\lambda/L)n$。这样,

$$a_n = 0 \qquad |n| \geqslant \bar{n} \tag{8-89}$$

在式(8-86)中应用式(8-88)和(8-89),得出方向图表达式

$$f(w) = \sum_{n=-\bar{n}+1}^{\bar{n}-1} f(n, A, \bar{n})\,\mathrm{Sa}\left[(w - w_n^s)\frac{L}{\lambda}\pi\right] \tag{8-90}$$

根据式(8-85),所需的电流分布为

$$i(s) = \frac{\lambda}{L}\left[1 + 2\sum_{n=1}^{\bar{n}-1} f(n, A, \bar{n})\cos\left(2\pi\frac{\lambda}{L}ns\right)\right] \tag{8-91}$$

系数 $f(n, A, \bar{n})$ 为泰勒线源方向图在 $x = n$ 和 $n < \bar{n}$ 时的取样值。它们由式(8-92)得到

$$f(n, A, \bar{n}) = \begin{cases} \dfrac{[(\bar{n}-1)!]^2}{(\bar{n}-1+n)!\,(\bar{n}-1-n)!}\displaystyle\prod_{m=1}^{\bar{n}-1}\left(1 - \frac{n^2}{x_m^2}\right) & |n| < \bar{n} \\ 0 & |n| \geqslant \bar{n} \end{cases} \tag{8-92}$$

和 $f(-n, A, \bar{n}) = f(n, A, \bar{n})$。该系数值的表也已存在于[13,附录]。这些系数以及式(8-90)和(8-91)可确定泰勒线源方向图和电流。

理想方向图的半功率宽度很容易得到。在半功率点计算式(8-79)得到

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{R}\cosh\left(\pi\sqrt{A^2 - \left(\frac{L}{\lambda}w_{\mathrm{HP}}\right)^2}\right) \tag{8-93}$$

求解此式得出两个解

$$w_{\mathrm{HP}} = \pm\frac{\lambda}{L\pi}\left[(\cosh^{-1}R)^2 - \left(\cosh^{-1}\frac{R}{\sqrt{2}}\right)^2\right]^{1/2} \tag{8-94}$$

用 w 表示的半功率波束宽度于是为

$$\mathrm{HP}_{w_i} = 2|w_{\mathrm{HP}}| = \frac{\lambda 2}{L\pi}\left[(\cosh^{-1}R)^2 - \left(\cosh^{-1}\frac{R}{\sqrt{2}}\right)^2\right]^{1/2} \tag{8-95}$$

从侧面计算的角是 $\gamma = \theta - 90°$，因此 $w = \cos\theta = \cos(\gamma + 90°) = -\sin\gamma$ 和 $\gamma = -\sin^{-1}w$。基于理想泰勒线源的半功率波束宽度为

$$\begin{aligned}\mathrm{HP}_i &= |\theta_{\mathrm{HP}_{i\,\mathrm{left}}} - \theta_{\mathrm{HP}_{i\,\mathrm{right}}}| = |\gamma_{\mathrm{HP}_{i\,\mathrm{left}}} - \gamma_{\mathrm{HP}_{i\,\mathrm{right}}}| \\ &= |\sin^{-1}w_{\mathrm{HP}+} - \sin^{-1}w_{\mathrm{HP}-}| = 2|\sin^{-1}w_{\mathrm{HP}}| \\ &= 2\sin^{-1}\left\{\frac{\lambda}{L\pi}\left[(\cosh^{-1}R)^2 - \left(\cosh^{-1}\frac{R}{\sqrt{2}}\right)^2\right]^{1/2}\right\}\end{aligned} \tag{8-96}$$

式中 $w_{\mathrm{HP}+}$ 和 $w_{\mathrm{HP}-}$ 是式(8-94)的两个解。近似泰勒线源的波束宽度由式(8-97)给出[13]

$$\mathrm{HP}_w \approx \sigma \mathrm{HP}_{w_i} \tag{8-97}$$

用 θ 表示为

$$\mathrm{HP} \approx 2\sin^{-1}\left\{\frac{\lambda\sigma}{L\pi}\left[(\cosh^{-1}R)^2 - \left(\cosh^{-1}\frac{R}{\sqrt{2}}\right)^2\right]^{1/2}\right\} \tag{8-98}$$

例 8-7 −25dB 旁瓣和 $\bar{n} = 5$ 的 10λ 泰勒线源

旁瓣比值为

$$R = 10^{-\mathrm{SLL}/20} = 10^{1.25} = 17.7828 \tag{8-99}$$

根据式(8-71)

$$A = \frac{1}{\pi}\cosh^{-1}R = 1.13655 \tag{8-100}$$

然后根据式(8-81)

$$\sigma = \frac{\bar{n}}{\sqrt{A^2 + \left(\bar{n} - \frac{1}{2}\right)^2}} = 1.07728 \tag{8-101}$$

如果运用 A 和 σ 的值，零点位置 x_n 可由式(8-80)计算出来，然后根据式(8-92)取样系数，这在表 8-7 中给出了。式(8-87)的取样位置也列出了表。方向图和电流分布现在可用表 8−7 的取样值和取样位置结合式(8-90)和(8-91)来计算。得到的方向图和电流分布如图 8-10 所示。对方向图远旁瓣的旁瓣衰减包络如图 8-10a 所示。根据式(8-95)到(8-98)，半功率束宽为

$$\mathrm{HP}_{wi} = 0.0978, \quad \mathrm{HP}_i = 5.606° \tag{8-102}$$

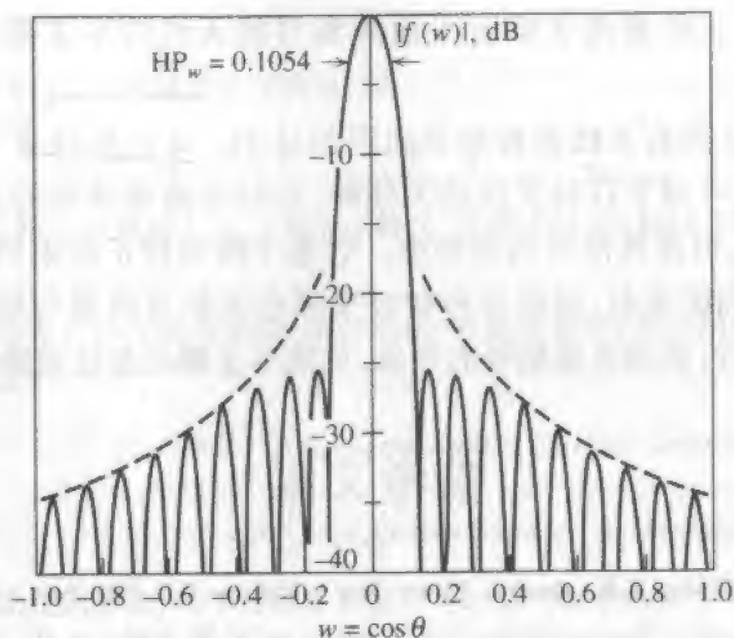
和

$$\mathrm{HP}_w \approx 0.1054, \quad \mathrm{HP} \approx 6.039° \tag{8-103}$$

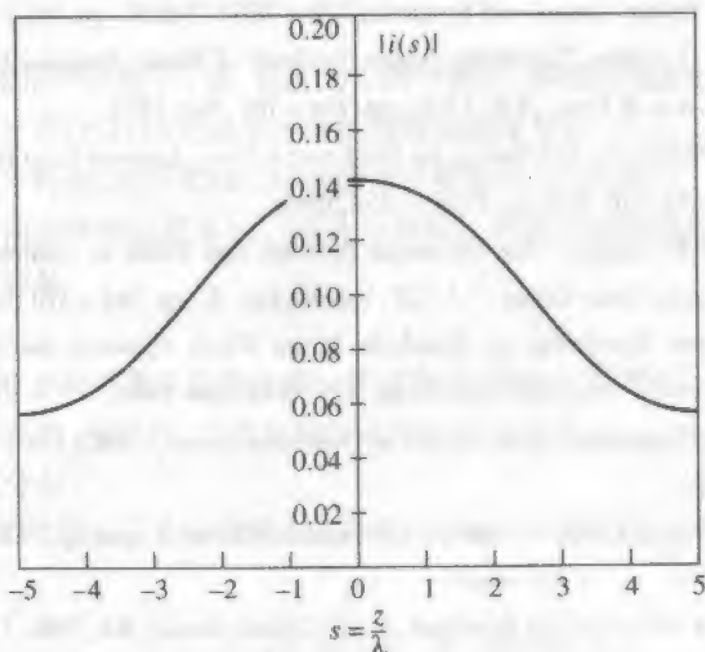
在此情况下，理想泰勒线源的波束宽度很接近于近似泰勒线源。半功率束宽如图8-10a所示。

表 8-7 例 8-7 的泰勒线源的取样值和取样位置（$L = 10\lambda, \bar{n} = 5$）

n	$a_n = f(n, A, \bar{n}) = f(n, 1.13655, 5)$	w'_n
0	1.000000	0
±1	0.221477	±0.1
±2	−0.005370	±0.2
±3	−0.006621	±0.3
±4	0.004917	±0.4



(a) 综合方向图



(b) 电流分布

图 8-10 −25dB 旁瓣和 $\bar{n} = 5$ 的 10λ 泰勒线源（例 8-7）

8.5 展 望

本章介绍了几种综合技术，有主瓣赋形的，也有低旁瓣辐射方向图的。选择这些方法一是因为它们的简单，二是因为它们已得到了广泛应用。许多基于本章原理的其他技术也已发展起来了。学生们可以继续关注更先进的方法。我们在这里提及几种。

等间距天线阵的阵因子可写成为以 $Z = e^{j\psi}$ 表示的多项式。该天线阵多项式的特性可与它的根相关[14,15]。对定制形状的方向图，已存在最新技术来得到天线阵多项式和相关的阵激励[16]。还有用于综合平面阵和口径天线的窄主瓣、低旁瓣方向图技术[2,3]。

还有一种能用于所有天线类型和方向图的技术。迭代取样法[4]是伍德沃德－罗森法的一种扩展，它可用于口径天线或天线阵，包括平面或线型的。它可用于赋形主波束和（或）低旁瓣，以及其他方向图类型。它基于增加校正波束的简单概念，与伍德沃德－罗森分量方向图类似，用定位和加权来减小实际方向图与期望方向图的偏差。这个方法连续地进行，直到达到期望的效果，如减小主瓣的起伏或降低旁瓣值。

参考文献

1. R. E. Collin and F. J. Zucker, Eds., *Antenna Theory*, Part 1, McGraw-Hill, New York, 1969, Chap. 7.
2. R. C. Hansen, *Handbook of Antenna Design*, Vol. 2, edited by A. W. Rudge et al., IEE/Peregrinus, London, 1983, Chap 9 and 10.
3. R. C. Hansen, "Array Pattern Control and Synthesis," *Proc. IEEE*, Vol. 80, pp. 141 – 151, Jan. 1992.
4. W. L. Stutzman and E. L. Coffey, "Radiation Pattern Synthesis of Planar Antennas Using the Iterative Sampling Method," *IEEE Trans. Ant. & Prop.*, Vol. AP-23, pp. 764 – 769, Nov. 1975.
5. P. M. Woodward, "A Method for Calculating the Field over a Plane Aperture Required to Produce a Given Polar Diagram," *J. IEE*, Vol. 93, Part ⅢA, pp. 1554 – 1558, 1946.
6. P. M. Woodward and J. D. Lawson, "The Theoretical Precision with Which an Arbitrary Radiation Pattern May be Obtained from a Source of Finite Extent ," *J. IEE*, Vol. 95, Part Ⅱ, pp. 363 – 370, Sept. 1948.
7. C. L. Dolph, "A Current Distribution for Broadside Arrays Which Optimizes the Relationship between Beam Width and Side-lobe Level," *Proc. IRE*, Vol. 34, pp. 335 – 348, June 1946.
8. A Safaai-Jazi, "A New Formulation of the Design of Chebyshev Arrays," *IEEE Trans. Ant. & Prop.*, Vol. 42, pp. 439 – 443, March 1994.
9. A Safaai-jazi, "Directivity of Chebyshev Arrays with Arbitrary Element spacing," *Electronics Lett.*, Vol. 31, pp. 772 – 774, 11 May 1995.
10. R. J. Mailloux, *Phased Array Antenna Handbook*, Artech House, Boston, MA, 1994, Chap. 3.
11. N. Yaru, "A Note on Super-Gain Antenna Arrays," *Proc. IRE*, Vol. 39, pp. 1081 – 1085, Sept. 1951.
12. T. T. Taylor, "Design of Line-Source Antennas for Narrow Beamwidth and Low Sidelobes ," *IRE Trans. Ant. & Prop.*, Vol. AP-3, pp. 16 – 28, Jan. 1955.

13. R. C. Hansen, Ed., *Microwave Scanning Antennas*, Vol. I, Academic Press, New York, 1964.

14. S. A. Schelkunoff, "A Mathematical Theory of Linear Arrays," *Bell System Tech. J.*, Vol. 22, pp. 80 - 107, Jan. 1943.

15. T. T. Taylor and J. R. Whinnery, "Application of Potential Theory to the Design of Linear Arrays," *J. Appl. Phy.*, Vol. 22, pp. 19 - 29, Jan. 1951.

16. H. J. Orchard, R. S. Elliott, and G. J. Stern, "Optimizing the Synthesis of Shaped Antenna Patterns," *IEE Proc.*, Vol. 132, Part H, pp. 63 - 68, Feb. 1985.

习　题

8.1.1 如果 $g(t)$ 和 $G(\omega)$ 互为傅里叶变换对,则

$$G(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}g(t)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega t}\mathrm{d}t \quad 和 \quad g(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}G(\omega)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}\mathrm{d}\omega$$

如果 g, t, G 和 ω 分别用 f, u, i 和 $2\pi s$ 替代,证明式(8-6)和(8-7)是根据以上公式得出的。

8.1.2 将线性电流分布 $i(s)$ 分解为实部/虚部和偶/奇函数部分,并应用傅里叶变换,得出以下方向图表达式:

$$f(w)=2\int_{0}^{\infty}\left[i_{re}(s)\cos 2\pi ws-i_{io}(s)\sin 2\pi ws\right]\mathrm{d}s$$
$$+\mathrm{j}2\int_{0}^{\infty}\left[i_{ie}(e)\cos 2\pi ws+i_{ro}(s)\sin 2\pi ws\right]\mathrm{d}s$$

应用此公式通过先形成 $f(w)$ 的幅度来证明 (a)表 8-2 中的特性 1,和(b)表 8-2 中的特性 2。

8.2.1 由 δ 函数表示的窄笔形波束方向图扫描到 $\theta=53.1°$ 位置。用傅里叶线源综合得到所需的电流分布。

8.2.2 应用式(8-6)得出中心位于 z 轴,长度为 L 的等幅度、零相位线源的方向图。

8.2.3 推导能准确产生式(8-11b)的扇形方向图所需的电流分布 $i_d(s)$。

8.2.4 (a) 对于扇形方向图,推导式(8-13)的傅里叶变换综合方向图。

(b) 画出该方向图来验证图 8-1a。通过计算机计算傅里叶变换的数值积分可能比用式(8-13)更容易。

8.2.5 推导式(8-15)。

8.2.6 对例 8-2 的扇形方向图重复伍德沃德 - 罗森综合,但此次是对 5λ 的线源。

(a) 作为 w 的函数,用线性、直角坐标形式画出该方向图。

(b) 画出电流分布。

8.2.7 余割方向图(见习题 1.8.7 对余割方向图的讨论)由下式给出

$$f_d(w)=\begin{cases}1 & 0\leqslant w\leqslant 0.1\\ \dfrac{0.1}{w} & 0.1\leqslant w\leqslant 0.5\\ 0 & \text{elsewhere}\end{cases}$$

对一个 10λ 的线源,用伍德沃德 - 罗森法综合得到该方向图的近似。

(a) 作为 w 的函数,用线性、直角坐标形式画出该方向图以及期望方向图。

(b) 画出所需电流的幅度和相位。

8.3.1 讨论能用式(8-24)中的傅里叶级数表示的 $f_d(w)$ 的条件。

8.3.2 推导在式(8-25)中的傅里叶级数的系数表达式。

8.3.3 用傅里叶级数法综合一个扇形方向图,推导式(8-29)中的阵元电流表达式。

8.3.4 用如例8-3的傅里叶级数法综合一个 $c = 0.5$ 的扇形方向图,天线阵为20单元,间距 0.6λ。

(a) 确定阵元位置和电流值。

(b) 作为 w 的函数,用线性、直角坐标形式画出辐射方向图。

8.3.5 对一个10元、半波长间距的直线阵,重复习题8.3.4。

8.3.6 对一个21元、半波长间距的直线阵,用傅里叶级数法综合 $c = 0.5$ 的扇形方向图。推导通用的阵元电流表达式,并计算每个阵元。画出方向图。与例8-3的20元天线阵的结果的方向图参数进行比较。

8.3.7 对一个20元、半波长间距的直线阵,用傅里叶级数法重复习题8.2-7a中的余割方向图综合。将阵元电流值列表。

8.3.8 证明式(8-32)的伍德沃德-罗森取样法方向图由式(8-35)中电流的阵因子产生,对:

(a) 奇数阵元。提示:用式(8-19)和(8-20)。

(b) 偶数阵元。提示:用式(8-21)和(8-22)。

8.3.9 对伍德沃德-罗森法综合的例8-4的扇形方向图,验证表8-5的阵元位置和阵元电流。

8.3.10 对10元、半波长间距的直线阵,重复例8-4的伍德沃德-罗森综合。

8.3.11 18个半波振子天线组成的共线阵用于综合扇形方向图,其主瓣扇区位于区域 $70° \leq \theta \leq 110°$,即在该区域 $F_d(\theta) = 1$,其余为零。

(a) 对 0.65λ 的间距,确定伍德沃德-罗森法综合的完整方向图所需的输入电流。计入阵元方向图。

(b) 作为 θ 的函数,以线性、直角坐标形式画出整个天线阵方向图。

8.3.12 对一个期望的余割方向图,重复习题8.3.11,其中当 $80° \leq \theta \leq 90°$, $F_d(\theta) = 1$,当 $0° \leq \theta \leq 80°$, $F_d(\theta) = \cos 80°/\cos\theta$,其他区域 $F_d(\theta) = 0$。用18个方向图取样。

8.4.1 对于例8-5的5元、边射、-20dB旁瓣、半波长间距的道尔夫-契比雪夫天线阵:

(a) 作为 w 的函数,画出以对数、直角坐标形式表示的方向图。

(b) 根据计算的方向图,验证旁瓣电平和波束宽度。

8.4.2 设计5元、半波长间距、-30dB旁瓣的道尔夫-契比雪夫边射阵。

(a) 验证如图3-23e给出的电流分布。

(b) 计算方向性。

8.4.3 设计6元、0.6λ 间距、-25dB旁瓣的道尔夫-契比雪夫边射阵。

(a) 计算阵元电流。

(b) 画出以对数、直角坐标形式表示的方向图。

8.4.4 设计低旁瓣、边射、共线的半波振子天线阵。用各向同性辐射元设计8元、-20dB旁瓣且最窄束宽的道尔夫-契比雪夫天线阵。计算并用极坐标-dB的形式画出方向图,包括计及与不计及阵元方向图的情况。

8.4.5 推导式(8-76)和(8-77)的理想泰勒线源方向图结果。

8.4.6　说明式(8-82)的近似泰勒线源方向图是如何从零点位置得出的。

8.4.7　根据时间信号分析的取样定理说明一个信号 $g(t)$ 可准确地从时间取样 $g(m/2B)$ 重构为

$$g(t)=\sum_{m=-\infty}^{\infty} g\left(\frac{m}{2B}\right)\mathrm{Sa}\left[2\pi B\left(t-\frac{m}{2B}\right)\right]$$

式中的 B 是信号的最高频率分量。提取合适的相似性用于天线理论来获得式(8-86)的取样数据方向图表达式。

8.4.8　验证式(8-94)。

8.4.9　对例 8-7 的泰勒线源,计算表 8-7 的取样值 a_n。

8.4.10　对例 8-7 的泰勒线源,计算半功率束宽值。将结果与式(8-102)和式(8-103)的值比较。

8.4.11　天线阵可通过选择阵元电流激励为对期望方向图综合所得的线源连续电流在对应点的值来设计。这在本问题中用窄主瓣、低旁瓣的方向图来说明。例 8-7 的泰勒线源具有适合于在表中给出的 20 元天线阵的电流值。

习题 8.4.11 的天线阵激励

m	z_m/λ	i_m
±1	±0.25	0.14234
±2	±0.75	0.13833
±3	±1.25	0.13127
±4	±1.75	0.12175
±5	±2.25	0.10935
±6	±2.75	0.09429
±7	±3.25	0.07891
±8	±3.75	0.06676
±9	±4.25	0.05980
±10	±4.75	0.05720

(a) 用这些电流值获得相应线阵的阵因子。

(b) 比较并评论该线阵和线源方向图的半功率束宽和旁瓣电平。

8.4.12　设计一个 8 波长的泰勒线源($\bar{n}=7$),其旁瓣为 −30dB。

(a) 获得取样值和取样位置,并列表。

(b) 作为 w 的函数,以直角坐标 - 对数形式画出方向图。

(c) 画出电流分布。

8.4.13　对于旁瓣电平为 −25dB,计算几个不同 $\bar{n}$ 值的 σ。用 $\mathrm{HP}_w \approx \sigma \mathrm{HP}_{wi}$,以 $\bar{n}$ 函数的形式解释半功率束宽特性。

8.4.14　设计最优的道尔夫 - 契比雪夫边射阵,其阵元数为 10,旁瓣电平为 −20dB。在相同的天线阵几何结构下,通过对同样长度的 −20dB 的泰勒线源($\bar{n}=8$)的电流分布取样得到阵元电流值。对这两个天线阵画出极坐标 - dB 下方向图,并比较 (a) 各向同性辐射元和 (b) 沿阵轴线的共线半波振子。

8.4.15　*天线综合的互耦效应*。用矩量法程序计算例 8-5 中的天线阵,见第 10 章和附录 G。用中心沿 z 轴的平行于 x 轴的谐振半波振子,其电压源正比于所期望的电流。计算 yz 平面的方向图,并与该例子中的方向图比较。用表格表示这两种方法所得的旁瓣电平和电流。

第9章 系统中的天线与天线测量

天线用在通信、雷达和辐射计系统中。在本章中将讨论这些系统的论题以及天线测量。了解天线是怎样测量的对解释测量的数据是有价值的。同时,对天线测量的研究还能增强对天线方向图、增益和极化这些参数的理解。

9.1 天线的接收特性

天线通过将到达的电磁波功率密度转化成连接接收机的传输线中的电流来接收来自远处源的信号。因为通常信号很微弱,考虑到所有的损耗是很重要的。对此很基本的一点是合适的接收天线模型。本节将讨论各种接收天线模型,并讨论与系统结构有关的损耗,包括极化失配损耗和阻抗失配损耗。几个有用的基本定义可在1.8和1.9节中找到。

由天线接收到的信号正比于该天线在信号方向的增益,如将要在式(9-54)中出现的:

$$G(\theta,\phi) = G|F(\theta,\phi)|^2 \tag{9-1}$$

对于接收天线,增益最好通过对式(2-89)的归纳并用有效口径来表示

$$G(\theta,\phi) = \frac{4\pi}{\lambda^2}A_e(\theta,\phi) \tag{9-2}$$

有效口径 $A_e(\theta,\phi)$ 是一个很重要的天线参数,可认为它是天线的"收集面积"。有效口径是天线收集环绕它周围空间的功率并将功率传输到终端设备能力的一种度量。它与入射波到达的方向有关,因此对从 (θ,ϕ) 方向到达天线的信号,有效口径是 $A_e(\theta,\phi)$ 和 $A_e|F(\theta,\phi)|^2$。对来自天线辐射方向图最大方向的电波,$A_e(\theta_{max},\phi_{max}) = A_e$,因为 $|F(\theta,\phi)|^2$ 的最大值是1。虽然有效口径对于接收天线更直观,但它也同样适用于发射天线。

当方向图最大方向对准入射信号方向时,根据式(2-93)有效口径 A_{er} 的天线接收的功率为 $P_r = SA_{er}$。天线的欧姆损耗已包括在 A_{er} 中,可是极化和阻抗失配的影响则没有考虑到。增益和有效口径的定义可进行修改以包括这些失配影响。但是,该增益值将仅对这些特定的工作条件是有用的。根据式(2-96)传递给与接收天线相连的负载的功率为

$$P_D = pqP_r \tag{9-3}$$

由于在大多数系统应用中可以通过调节达到入射波与接收天线间的近似极化相匹配,所以极化效率接近于1。阻抗匹配可能更难于做到。这样,由于阻抗失配的损耗通常

在工作系统中存在，因此阻抗失配因子 q 通常小于 1。在进行增益测量时，还必须注意测试天线的阻抗匹配。现在来更详细地讨论阻抗和极化失配因子。

阻抗失配。根据图 2-18b；传递到负载电阻 R_L 的功率为

$$P_D = \frac{1}{2}|I_A|^2 R_L = \frac{1}{2}\frac{|V|^2}{(R_A + R_L)^2 + (X_A + X_L)^2}R_L \tag{9-4}$$

当存在阻抗共扼匹配时，传到 R_L 的功率最大：

$$R_L = R_A, \quad X_L = -X_A \quad \text{共扼匹配} \tag{9-5}$$

于是

$$P_{D_{\max}} = \frac{1}{8}\frac{|V|^2}{R_A} \tag{9-6}$$

递送负载功率的部分，即阻抗失配因子，通常由式(9-4)与(9-6)的比值给出：

$$q = \frac{P_D}{P_{D_{\max}}} = \frac{4R_A R_L}{(R_A + R_L)^2 + (X_A + X_L)^2} \tag{9-7}$$

当达到式(9-5)中的匹配时，上式简化为 $q=1$。在通常特性阻抗为 Z_0 的传输线连接天线的情况下，

$$q = \frac{4R_A Z_0}{(R_A + Z_0)^2 + X_A^2}, \quad R_L = Z_0, X_L = 0 \tag{9-8}$$

在很多情况下，天线阻抗是未知的，但测出了电压驻波比($VSWR$)作为替代，由于反射系数的模可从 $VSWR$ 计算，沿传输线传输的功率部分为

$$\begin{aligned} q &= 1 - |\Gamma|^2 \\ &= 1 - \left|\frac{Z_0 - Z_A}{Z_0 + Z_A}\right|^2 = 1 - \left[\frac{VSWR - 1}{VSWR + 1}\right]^2 \end{aligned} \tag{9-9}$$

当天线与传输线匹配时，$VSWR = 1$ 和 $Z_A = Z_0$，得出 $q = 1$，这表明没有失配损耗。对大的失配(大的 $VSWR$ 值)，q 趋于零。对所给极化因阻抗失配而减小了的天线的增益(即 qG)是可直接测量的，它称为实现增益。

极化失配。在 1.10 节介绍了极化的原理，可用它们来确定极化失配。当入射波和接收天线从完全失配变到完全匹配时，极化效率(或极化失配因子)从 0 变到 1。当波与天线极化状态相同时，存在完全匹配($p = 1$)。当波和天线交叉极化时，发生完全失配($p = 0$)。交叉极化的例子有如水平和垂直线极化这样的正交线极化状态，以及右旋和左旋圆极化状态。

入射波电场 $\boldsymbol{E}^i$ 与接收天线的相互作用可借助天线的矢量有效长度 $\boldsymbol{h}$ 来表示，它通过式(9-10)定义

$$V_A = \boldsymbol{E}^i \cdot \boldsymbol{h}^* \tag{9-10}$$

V_A是天线端点间的开路电压，采取的是图 2-18 负载 Z_L去除了的情况。式(9-10)的接收天线关系适用于任何天线，并且是非常直接的。式中的点积给出以 V/m 为单位的入射电场 $\boldsymbol{E}^i$在以 m 为单位的矢量有效长度 $\boldsymbol{h}$ 上的投影，产生了以 V 为单位的输出电压 V_A。例如，假定电磁波和天线为线极化并且共线，则输出电压将达到最大。矢量有效长度

描述了天线的相位和极化特性。应用复数共扼是因为 $\boldsymbol{h}$ 与发射状况有关且和式(9-10)是接收关系。即复共扼起了反转参考方向的作用;见习题9.1.4。

例9-1 理想偶极子的矢量有效长度

作为一个例子,考虑理想偶极子的辐射电场,根据式(1-72a)电场为

$$\boldsymbol{E}=\frac{\mathrm{j}\omega\mu I}{4\pi}\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta r}}{r}\Delta z\sin\theta\,\hat{\boldsymbol{\theta}} \tag{9-11}$$

因为 $\boldsymbol{h}$ 含有天线尺寸的信息以及辐射方向图的角度相关性,则可写出

$$\boldsymbol{E}=\frac{\mathrm{j}\omega\mu I}{4\pi}\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta r}}{r}\boldsymbol{h} \tag{9-12}$$

式中

$$\boldsymbol{h}=\Delta z\sin\theta\,\hat{\boldsymbol{\theta}} \tag{9-13}$$

注意 $\boldsymbol{h}$ 的尺度是长度,该式明确地表达了理想偶极子的有效长度是从 θ 角度看去的物理长度的投影。但是在一般情况下这是不正确的。小环天线的矢量有效长度将在9.1.5节中论述。

波和天线的极化信息分别包含在 $\boldsymbol{E}^i$ 和 $\boldsymbol{h}$ 中,极化效率可以通过它们来确定。接收功率正比于终端电压的平方,根据式(9-10)知功率为 $|\boldsymbol{E}^i\cdot\boldsymbol{h}^*|^2$。归一化得到接收功率比率

$$p=\frac{|\boldsymbol{E}^i\cdot\boldsymbol{h}^*|^2}{|\boldsymbol{E}^i|^2|\boldsymbol{h}|^2}=|\hat{\boldsymbol{e}}^i\cdot\hat{\boldsymbol{h}}^*|^2 \tag{9-14}$$

式中 $\hat{\boldsymbol{e}}^i$ 和 $\hat{\boldsymbol{h}}$ 分别是入射波和矢量天线长度的复单位矢量。$\hat{\boldsymbol{e}}^i$ 表示入射波的极化状态,如果收发天线间传播媒质不改变波的极化,它等于远处发射天线的 $\hat{\boldsymbol{h}}_t$。基于式(9-14),矢量长度为 $\hat{\boldsymbol{h}}$ 的接收天线根据式(9-15)认为其与极化匹配(即共极化)或正交极化(即交叉极化)

$$|\hat{\boldsymbol{e}}^i\cdot\hat{\boldsymbol{h}}^*|=1\quad 共极化 \tag{9-15a}$$

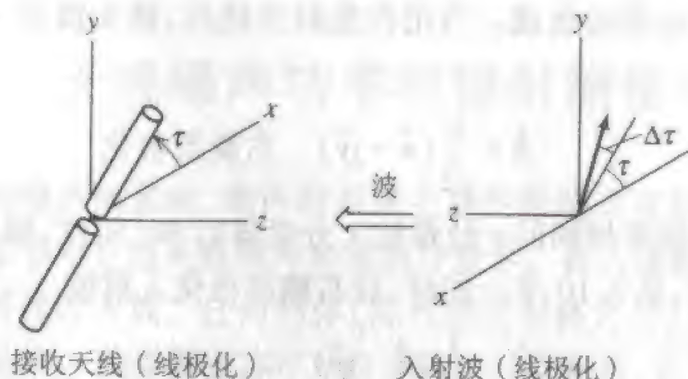
$$\hat{\boldsymbol{e}}^i\cdot\hat{\boldsymbol{h}}^*=0\quad 交叉极化 \tag{9-15b}$$

由于电磁波和天线极化分别用它们的相对坐标表示,则极化失配很容易通过式(9-14)来计算。换句话说,波的极化用 xy 坐标表示,z 轴为波的传播方向,天线状态用 xy 坐标表示,如图9-1所示。天线坐标系的 z 轴指向离开天线的方向,因为天线极化通常是对发射天线定义的。注意倾角相对于接收天线的 x 轴;在图9-1a中为 $\Delta\tau$。于是用式(1-190)形式写出的电波与天线的极化为

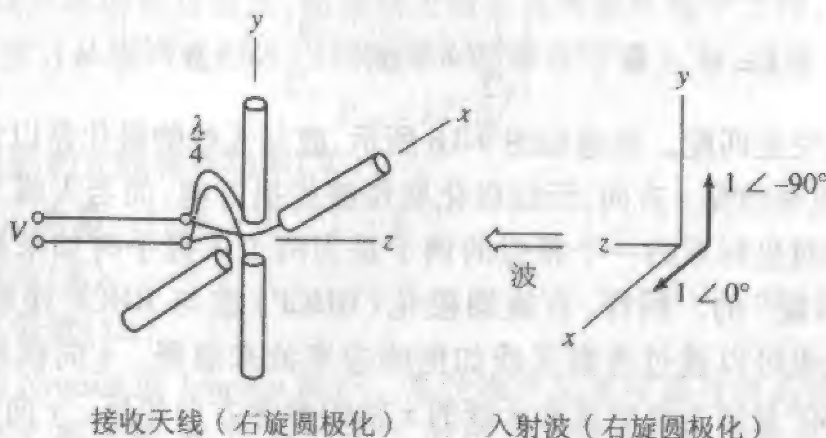
$$\hat{\boldsymbol{e}}^i=\cos\gamma_i\,\hat{\boldsymbol{x}}+\sin\gamma_i\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\delta_i}\hat{\boldsymbol{y}} \tag{9-16a}$$

$$\hat{\boldsymbol{h}}=\cos\gamma\hat{\boldsymbol{x}}+\sin\gamma\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\delta}\hat{\boldsymbol{y}} \tag{9-16b}$$

式中(γ_i,δ_i)和(γ,δ)是在入射波方向分别与入射波和天线相关的极化参数,见图1-24。计算极化效率的过程将用以下例子说明。



（a）线极化天线与线极化波



（b）右旋圆极化天线和右旋圆极化波

图 9-1　接收天线接收电场为 $\boldsymbol{E}^i$ 的入射波的说明

例 9-2　用线极化天线接收线极化波

如图 9-1 所示倾角为 τ_i 的线极化波(LP)照射倾角为 τ 的线极化天线，图中用偶极子来表示一般的线极化天线。波以垂直于偶极子天线平面(xy 平面)的方向入射，相应于通常的接收天线工作情况。角度 γ_i 和 γ 在线极化情况下分别等于 τ_i 和 τ，这是根据式(1-191)和 $\varepsilon=0$、$\varepsilon_i=0$。将这些值代入式(9-16)将允许式(9-14)计算为

$$\begin{aligned} p &= |\hat{\boldsymbol{e}}^i \cdot \hat{\boldsymbol{h}}^*|^2 = |(\cos\tau_i\hat{\boldsymbol{x}} + \sin\tau_i\hat{\boldsymbol{y}}) \cdot (\cos\tau\hat{\boldsymbol{x}} + \sin\tau\hat{\boldsymbol{y}})|^2 \\ &= |\cos\tau_i\cos\tau + \sin\tau_i\sin\tau|^2 = \cos^2(\tau_i - \tau) \\ &= \cos^2(\Delta\tau) \end{aligned} \tag{9-17}$$

这样，当电波和天线都是线极化时，极化效率仅是相对倾角 $\Delta\tau$ 的函数。当 $\Delta\tau=0°$ 时，电波和天线共线(如 $\boldsymbol{E}^i$ 平行于偶极子)。该电波与天线是共极化的，即它们为极化匹配，$p=1$。当电波和天线正交时，$\Delta\tau=90°$，由式(9-17)得到 $p=0$。若接收天线没有输出，电波和天线为交叉极化。这只是理想化的结果，因为实际上大多数天线对相对于共极化状态的交叉极化波是有一些响应的。

例 9-3　用圆极化天线接收圆极化波

对圆极化(CP)的分析揭示了极化状态的复矢量表达式的乘方和式(9-14)中的复共轭的作用。考虑图 9-1b 中所示的右旋圆极化(RHCP)接收天线由正交的偶极子与

一段四分之一波长延迟线组成。当用作发射天线时，该天线在 $+z$ 方向的极化状态由式(9-18)给出

$$\hat{h}=\frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{x}-\mathrm{j}\hat{y}) \quad \text{右旋圆极化} \tag{9-18}$$

因为 x 和 y 分量的幅度相同但 y 分量比 x 分量落后 90°相位，根据式(9-16b)该结果为 $\gamma=45°,\delta=-90°$，见1.10节。同样，对右旋圆极化入射波

$$\hat{e}^i=\frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{x}-\mathrm{j}\hat{y}) \quad \text{右旋圆极化} \tag{9-19}$$

于是根据式(9-14)极化效率为

399

$$p=|\hat{e}^i\cdot\hat{h}^*|^2=\left|\frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{x}-\mathrm{j}\hat{y})\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{x}-\mathrm{j}\hat{y})^*\right|^2=1 \tag{9-20}$$

并且电波与天线完全匹配。注意如图9-1b所示，波与天线的极化是以它们各自的坐标系表示的，对于电磁波是 z 方向，天线极化取作波传播方向，而当天线发射时则取作辐射方向。使用相对坐标系的一个相似的例子是当两个人握手时如果都使用他们的右手，则他们是"匹配"的。同样，右旋圆极化(RHCP)波与RHCP接收天线匹配。式(9-20)中的结果也可以通过考察天线如何响应来波来解释。x 向偶极子产生电压为 $1\angle180°$，考虑180°是因为电磁波和天线的 x 轴的参考方向相反。y 向偶极子被 $1\angle90°$ 激励，它的输出延迟为90°是因为四分之一波长分段在相连的传输线终端净产生 $1\angle180°$ 的激励，连接这两个偶极子的电压为 $2\angle180°$，表明 x 和 y 分量的完全增强，因此天线与电磁波匹配。注意如果波是左旋圆极化，则波的 y 分量相位是 $+90°$ 而不是 $-90°$，在传输线上将发生完全抵消。对于左旋圆极化(LHCP)，在式(9-19)中 $\hat{y}$ 项的符号将为正号，而 $p=0$，这表明交叉极化情况。

例9-4　圆极化天线接收线极化波

现在假定图9-1a中的线极化波入射图9-1b所示的圆极化天线。极化效率用例9-2中的 $\hat{e}^i$ 和例9-3中 $\hat{h}$ 来计算：

$$p=|\hat{e}^i\cdot\hat{h}^*|^2=\left|(\cos\tau_i\hat{x}+\sin\tau_i\hat{y})\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{x}-\mathrm{j}\hat{y})^*\right|^2=\frac{1}{2}|\cos\tau_i+\mathrm{j}\sin\tau_i|^2=\frac{1}{2} \tag{9-21}$$

这样，当用圆极化天线接收时，线极化波的可得到一半的功率就会损失了。对于圆极化波和线极化天线情况相同。在大多数系统应用中3dB损耗是很大的，因此必须使天线与电磁波相匹配。另一方面，天线的线极化和圆极化的工作链接是存在的。例如，假定航天器有一个线极化天线，如果应用圆极化接收天线，则航天器的运动或电离层中法拉第旋转对入射线极化波方向角的影响将不会导致功率电平的涨落。尽管遇到了3dB的信号损失，但接收信号保持不变。

9.2 天线噪声功率和辐射测量学

接收系统容易受到噪声的影响,噪声对系统主要的影响来自接收天线,它从周围环境收集了噪声。在本节中介绍天线噪声和辐射计量学。在大多数情况下,如图 9-2a 所示的复杂环境环绕着接收天线。任何物体(除理想反射体之外)其等效终端高于绝对零度的都将辐射电磁波。天线通过它的方向图拾取这些辐射,在它的输出端产生噪声。在图 9-2b 中,通过将天线的辐射电阻考虑成处于温度 T_A 的噪声电阻来模拟,天线温度 T_A 不是天线实际的物理温度,而是当天线在其周围环境中工作,产生同样噪声功率 P_{NA} 的等效温度。从噪声电阻 R_r 得到的噪声功率在带宽为 Δf,温度 T_A 时为

$$P_{NA} = kT_A\Delta f \tag{9-22}$$

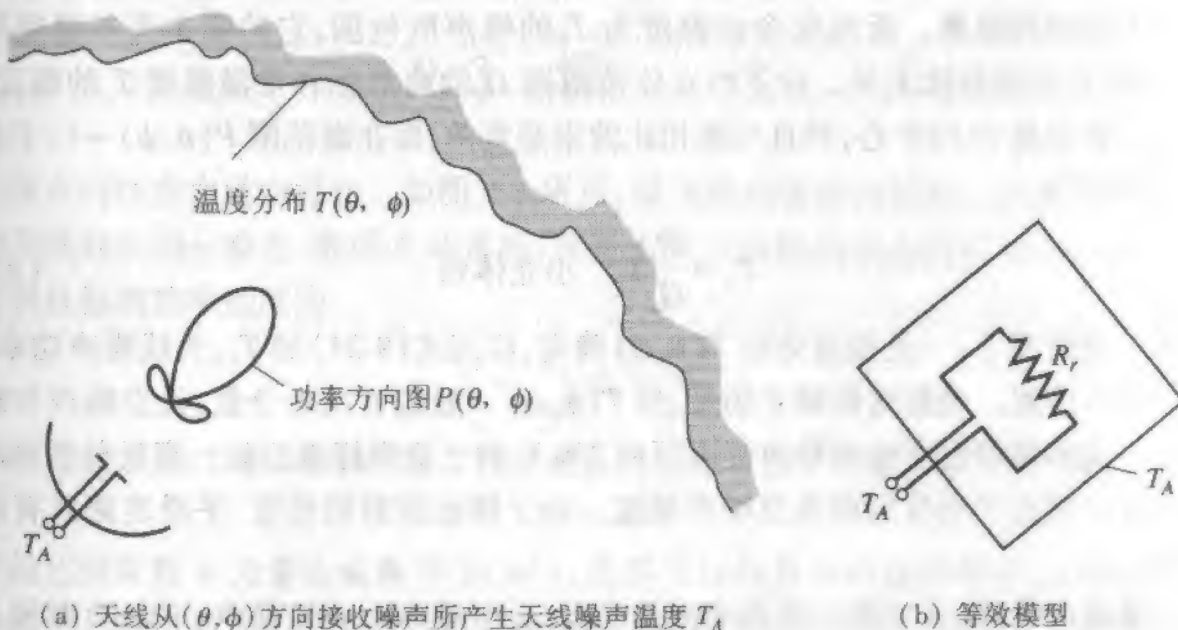
式中,P_{NA} = 可得到的天线噪声功率(W)

k = Boltzmann 常数 = $1.38\times10^{-23}\mathrm{J\cdot K^{-1}}$

T_A = 天线温度(K)

Δf = 接收机带宽(Hz)

这种噪声常称为 Nyquist 或 Johnson 噪声。系统噪声功率可通过用系统噪声温度 T_{sys} 替代式(9-22)中的 T_A 来计算,有 $T_{sys} = T_A + T_r$,其中 T_r 是接收机噪声温度。



(a) 天线从(θ,φ)方向接收噪声所产生天线噪声温度 T_A　　(b) 等效模型

图 9-2 天线温度

研究天线的噪声性能有两个目的:为了研究噪声对通信和主动遥感系统的影响以及为了计算被动式遥感系统的噪声。在大多数通信和主动式遥感系统中,为了正常运行,要求噪声功率电平比信号电平低很多。这对长距离弱信号绝对是一种挑战。在这些情况下,系统通过"载噪比"来评价,它由信号功率和系统噪声功率来确定:

$$\mathrm{CNR} = \frac{P_D}{P_N} \tag{9-23}$$

式中 $P_N = kT_{sys}\Delta f$。

研究天线温度的第2个理由是为了辐射测量学(被动式遥感)。辐射计从"热"物体拾取噪声,通过窄波束天线对噪声场景扫描成像。有一个例子是卫星微波辐射计从空中观察地球表面的雨量。水分子是有耗的,恰好像噪声电阻一样产生噪声。在辐射计的情况下,所希望的无源物体的噪声作用像"信号",并与因背景噪声和接收机噪声引起的不希望噪声相比较。

噪声功率先通过计算天线温度来得到。如从图9-2a看到的,T_A通过收集由天线响应函数(归一化功率方向图$P(\theta, \phi)$)加权了的场景温度分布$T(\theta, \phi)$来得到。这在数学上通过对温度分布的积分来表达:

$$T_A = \frac{1}{\Omega_A}\int_0^{\pi}\int_0^{2\pi} T(\theta,\phi)P(\theta,\phi)\,\mathrm{d}\Omega \tag{9-24}$$

图9-2a例举了一个对空的地球终端站天线,但式(9-24)是普遍合适的。式(9-24)形式的合理性可通过对几个特殊情况的检查来说明。如果所有角度范围的场景是常数温度T_0,T_0可提出积分号,于是

$$T_A = \frac{T_0}{\Omega_A}\int_0^{\pi}\int_0^{2\pi} P(\theta,\phi)\,\mathrm{d}\Omega = \frac{T_0}{\Omega_A}\Omega_A = T_0 \tag{9-25}$$

这是一个预期的结果。天线完全由温度为T_0的噪声所包围,它的输出天线温度等于T_0,与天线方向图形状无关。对于小立体角范围Ω_s的离散源和常温温度T_s的情况,如果天线波束对准Ω_s的中心,并且与源相比波束是宽的,即在源范围$P(\theta,\phi) \approx 1$,于是式(9-24)简化为

$$T_A = \frac{\Omega_s}{\Omega_A}T_s \quad \text{小立体角} \tag{9-26}$$

在一般情况下,一旦温度分布$T(\theta,\phi)$确定,应用式(9-24)的T_A,天线噪声功率P_{NA}由式(9-22)得到。当然这依赖于场量,但$T(\theta,\phi)$一般包含两个分量:天空噪声和地面噪声。在大多数情况下地面噪声温度可用290 K的土壤很好地近似。高反射表面的地面噪声温度接近于所反射的天空噪声温度。对于接近掠射的角度,平滑表面具有高反射性质。

不像地面噪声,天空噪声是频率的强函数,天空噪声由大气噪声、宇宙噪声和人为噪声组成(对于自然界的无线电噪声的讨论参见文献[1],对于天线噪声的讨论参见文献[2])。大气噪声在低于1GHz时随频率下降而上升,主要因为闪电在低于几兆赫频率通过电离层反射能传播很远距离。高于10GHz时大气噪声增加,主要是由于水汽和降水吸收;这取决于时间、季节和在地球上的位置。它还随仰角减小而增加。大气具有强的宽频谱线,如水气和氧谱线分别在22GHz和60GHz。

宇宙噪声源于一些离散的源,如太阳、月亮和"射电恒星"以及银河系,宇宙噪声朝向银河系中心方向有强烈的辐射。1GHz以下宇宙噪声随频率下降而上升。人为噪声

由电力线、电机等产生，除闹市区和低频情况之外，人为噪声通常可忽略。对于频率在1GHz ~ 10GHz 之间，天空噪声非常低，对高仰角情况下它可低至几 K。

当然，天线方向图对天线温度有很大影响，见式(9-24)。对在地面方向具有低旁瓣的高增益天线，天线噪声的地面噪声温度贡献可能非常低。相反，宽波束天线拾取大量的地面噪声以及天空噪声。用于卫星地球终端站的一个优值指数是 G/T_{sys}，它由天线增益除以系统噪声温度表示，通常为 dB/K，希望有高的 G 值来增强信号和低的 T_{sys} 值来减小噪声，从而给出高的 G/T_{sys} 值。

例 9-5　直接广播卫星接收

在这里修改例 2-3 为噪声计算。接收器使用噪声温度为 67K 的低噪声下变频器模块。当与天线的噪声温度相结合时，导致系统噪声温度为 $T_{sys}=125\text{K}$，这是接收机的主要噪声贡献。在有效信号带宽 $\Delta f=20\text{MHz}$ 中的噪声功率是

$$\begin{aligned} P_N &= kT_{sys}\Delta f \\ &= 1.38\times10^{-23}\cdot125\cdot20\times10^{6}=3.5\times10^{-14} \\ &= -134.6\ \text{dBW} \end{aligned} \tag{9-27}$$

这样，根据式(9-23)和(9-27)载噪比为

$$\text{CNR(dB)}=P_D(\text{dBW})-P_N(\text{dBW})=-116.9-(-134.6)=17.7\text{dB} \tag{9-28}$$

其中用了式(2-102)中的接收功率作为 P_D。这是正常工作的一个合理界限。

9.3 雷　达

现在将注意力转向雷达。如图 9-3 所示，设飞机是雷达的目标。假定发射天线和接收天线处于同一地点，形成单站雷达，并且天线方向图的最大值对准了目标。于是入射到目标的功率密度为

$$S^i=\frac{P_t}{4\pi R^2}G_t=\frac{P_tA_{et}}{\lambda^2R^2} \tag{9-29}$$

式中应用到了式(2-89)和(2-92)。目标截获的功率正比于入射功率密度，因此

$$P^i=\sigma S^i \tag{9-30}$$

式中的比例常数 σ 为雷达截面 RCS(m^2)，是基于目标各向同性再辐射的目标等效面积。虽然入射功率 P^i 实际上不是各向同性散射的，但我们仅关心在接收机方向的散射功率以及目标能假定为各向同性散射的情况。由于 P^i 看起来是各向同性散射的，到达接收机处的功率密度为

$$S^s=\frac{P^i}{4\pi R^2} \tag{9-31}$$

根据式(2-93)到达接收机的功率是

$$P_r=A_{er}S^s \tag{9-32}$$

结合以上四个式子，得出

$$P_r = A_{er}\frac{\sigma S^i}{4\pi R^2} = P_t\frac{A_{er}A_{et}\sigma}{4\pi R^4\lambda^2} \tag{9-33}$$

该式称为雷达方程。应用式(2-89),可用一个方便的形式重写式(9-33)为

$$P_r = P_t\frac{\lambda^2 G_r G_t \sigma}{(4\pi)^3 R^4} \tag{9-34}$$

如果与通常情况的发射天线和接收天线相同,$G_rG_t = G^2$。应用式(9-3)可考虑到极化和阻抗失配影响。

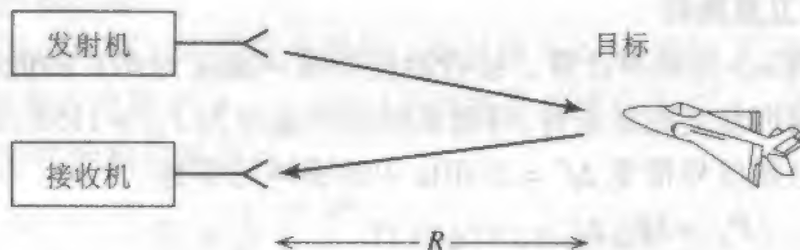


图9-3 雷达例子

将式(9-30)和式(9-31)相结合,形成雷达截面的定义:

$$\sigma = \frac{4\pi R^2 S^s}{S^i} \tag{9-35}$$

它是4π乘以在接收方向的辐射强度R^2S^s与来自发射机方向的入射功率密度的比值。对于复杂形状散射体的雷达截面是一个具有许多变量的函数,包括入射角、频率、极化和散射角。

例9-6 单站雷达的作用距离

雷达的工作距离叫作作用距离,它取决于雷达的几个参数。在本例中,我们发现了具有如下典型参数值的雷达作用距离:

$$P_t = 100\text{kW}$$

$$G_t = G_r = 40\text{dB} = 10^4$$

$$f = 3\text{GHz}$$

$$\sigma = 1\text{m}^2$$

$$P_r = -100\ \text{dBm} = 10^{-13}\text{W}$$

通过求解式(9-34)得到该雷达的最大作用距离:

$$R = \left[P_t\frac{\lambda^2 G^2\sigma}{(4\pi)^3 P_r}\right]^{1/4} = \left[10^5\frac{(0.1)^2(10^4)(1)}{(4\pi)^3(10^{-13})}\right]^{1/4} = 149.8\text{km}$$

9.4 互易性和天线测量

本章余下的部分为天线测量。这方面的学习将提供对天线更深刻的理解，能更好地解释测量数据，并为希望进行天线测量的人们提供介绍。在这里介绍的原理也适用于如散射测量这样更宽的范围，但主要和直接的用途是天线测量。主要测量的天线特性为辐射方向图、增益、极化和阻抗。这些特性中的前三个将在以下几节中讨论。阻抗通常用网络分析仪测量，这已在1.9节和5.3节中讨论过。

在这一节中，证明不管天线是用作发射天线还是接收天线，其辐射方向都是相同的。互易性允许我们既可在发射状态又可在接收状态下计算或测量天线方向图，这取决于用哪一种更方便。在这一节中还讨论了天线方向图测量的实际考虑。

为了证明发射与接收方向图是相同的，需要讨论互易定理。用于电磁场问题的互易定理有几种形式。我们考虑用于天线问题的两种形式。先讨论 Lorentz 互易定理。设源 $\boldsymbol{J}_a$ 和 $\boldsymbol{M}_a$ 产生 $\boldsymbol{E}_a$ 和 $\boldsymbol{H}_a$，源 $\boldsymbol{J}_b$ 和 $\boldsymbol{M}_b$ 产生场 $\boldsymbol{E}_b$ 和 $\boldsymbol{H}_b$，见图9-4。所有量的频率都相同。对于各向同性媒质可从麦克斯韦方程推导的 Lorentz 互易定理（见习题9.4.1）说明，

$$\iiint\limits_{v_a}(\boldsymbol{E}_b\cdot\boldsymbol{J}_a-\boldsymbol{H}_b\cdot\boldsymbol{M}_a)\,\mathrm{d}v'=\iiint\limits_{v_b}(\boldsymbol{E}_a\cdot\boldsymbol{J}_b-\boldsymbol{H}_a\cdot\boldsymbol{M}_b)\,\mathrm{d}v' \tag{9-36}$$

上式左边是源 b 的场在源 a 的反应（一种耦合的测度），而右边是源 a 的场在源 b 的反应。这是一个非常普遍的表达式，但它可设置成一个更有用的形式。设源 b 仅为理想电偶极子，其矢量长度为 $\boldsymbol{p}$，位于点 (x_p, y_p, z_p)。因为理想偶子可表示为无限小的源，而 $\boldsymbol{M}_b$ 等于零，式(9-36)变为①

$$\boldsymbol{E}_a(x_p,y_p,z_p)\cdot\boldsymbol{p}=\iiint\limits_{v_a}(\boldsymbol{E}_b\cdot\boldsymbol{J}_a-\boldsymbol{H}_b\cdot\boldsymbol{M}_a)\,\mathrm{d}v' \tag{9-37}$$

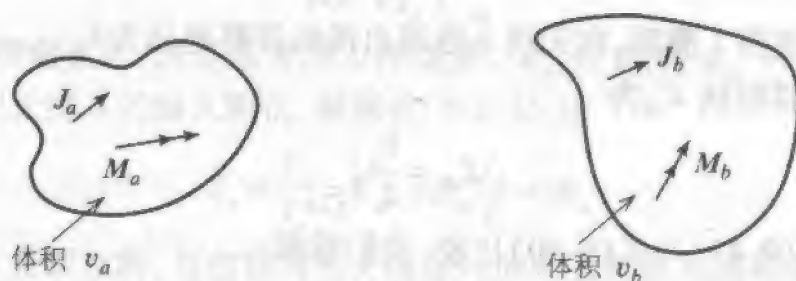


图9-4 Lorentz 互易定理的源结构

① 理想偶极子电流可写为 $\boldsymbol{J}_b=\delta(x-x_p)\delta(y-y_p)\delta(z-z_p)\boldsymbol{p}$。这与式(9-37)中的 $\boldsymbol{M}_b=0$ 一起得到式(9-37)。

该表达式允许在源 a 位置通过用已知源 $\boldsymbol{J}_a$ 和 $\boldsymbol{M}_a$ 与式(1-68)和(1-69)中的已知理想电偶极子场 $\boldsymbol{E}_b$ 和 $\boldsymbol{H}_b$ 积分来计算源 a 的电场。这可以通过理想电偶极子 $\boldsymbol{P}$ 的各种方位来进行,其作用如同一个场的探针。

405

Lorentz 互易定理还可以用来推导用终端电压和电流表示的第二个互易定理。假定源 a 和 b 为用理想(无穷大阻抗)电流源 I_a 和 I_b 激励的天线。由于不存在磁流源,式(9-36)简化为

$$\iiint\limits_{v_a} \boldsymbol{E}_b \cdot \boldsymbol{J}_a \mathrm{d}v' = \iiint\limits_{v_b} \boldsymbol{E}_a \cdot \boldsymbol{J}_b \mathrm{d}v' \tag{9-38}$$

对于完纯导电的天线,电场在天线上将为零,但在跨越天线的激励端将产生电压。取端口区的电压为常数,应用概念 $\int \boldsymbol{E} \cdot \mathbf{d}\boldsymbol{l} = -V$,我们看到式(9-37)变为

$$V_a^{oc} I_a = V_b^{oc} I_b \tag{9-39}$$

式中 V_a^{oc} 是由天线 b 产生的电场 $\boldsymbol{E}_b$ 在天线 a 端口的开路电压,同样地,V_b^{oc} 是因天线 a 在天线 b 产生的开路电压。由于用了无限大阻抗的源,所以这里应用了开路电压。重新安排式(9-39),导出电路形式的互易性表达式

$$\frac{V_a^{oc}}{I_b} = \frac{V_b^{oc}}{I_a} \tag{9-40}$$

有几个因子影响因另一个天线激励而出现在天线上的电压:所用的特定天线,两天线间的媒质中可能存在其他物体,以及天线的相对方向。我们可完全用以下电路参数来表示普遍的情况,它适于任何线性无源网络:

$$V_a = Z_{aa} I_a + Z_{ab} I_b \tag{9-41a}$$

$$V_b = Z_{ba} I_a + Z_{bb} I_b \tag{9-41b}$$

式中 V_a, V_b, I_a 和 I_b 为天线 a 和 b 的终端电压和电流。如果天线 a 用电流源 I_a 激励,在天线 b 终端出现的开路电压为 $V_b|_{I_b=0}$。根据式(9-41b)在 I_b 为零时的转移阻抗 Z_{ba} 为

$$Z_{ba} = \left.\frac{V_b}{I_a}\right|_{I_b=0} \tag{9-42}$$

如果天线 b 用电流源 I_b 激励,在天线 a 终端出现的开路电压为 $V_a|_{I_a=0}$。根据式(9-41a)在 I_a 为零时的转移阻抗 Z_{ab} 为

$$Z_{ab} = \left.\frac{V_a}{I_b}\right|_{I_a=0} \tag{9-43}$$

将式(9-42)和式(9-43)与式(9-40)比较,我们看到

$$Z_{ab} = Z_{ba} = Z_m \tag{9-44}$$

式中 Z_m 是天线间的转移(或互)阻抗。如果各自的阻抗是线性、无源和双向的,这也可以通过式(9-4)的电路表达式来证明(见习题9.4.3 和9.4.4)。如果媒质是线性、无源和各向同性的,这也是正确的。

406

现在用图 9-5 的模型解释这些结果的重要性。如果一个电流为 I 的理想电流源激励天线 a,根据式(9-42)在天线 b 的终端的开路电压是

$$V_b|_{I_b=0} = IZ_{ba} \tag{9-45}$$

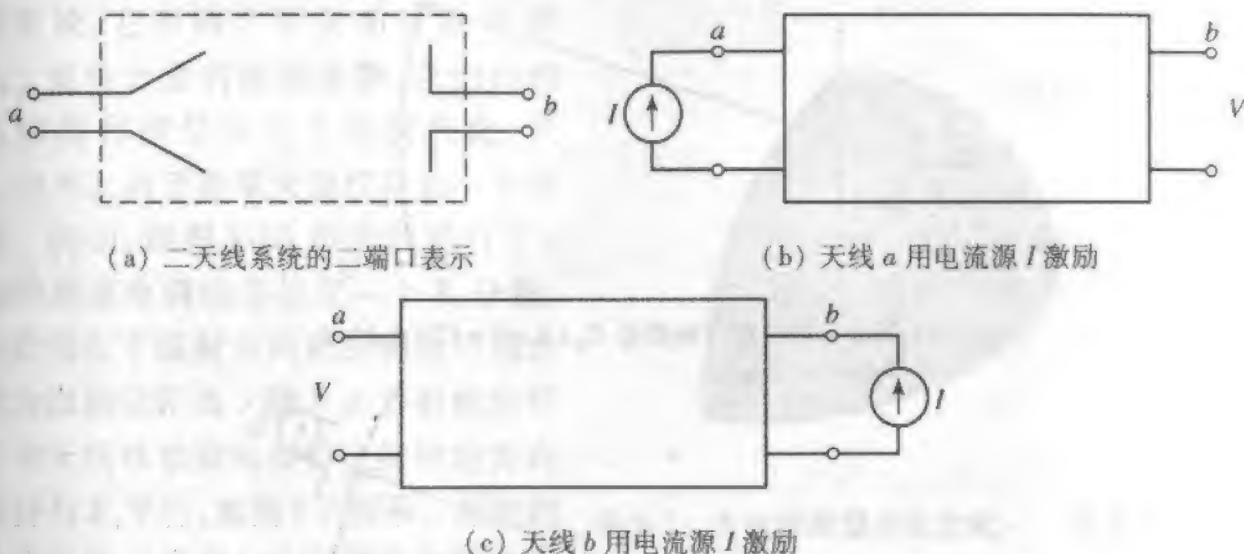
如果同样的源现在作用于天线 b，根据式(9-43)在天线 a 的终端出现的开路电压为

$$V_a|_{I_a=0} = IZ_{ab} \tag{9-46}$$

但 $Z_{ab} = Z_{ba}$，所以式(9-45)和式(9-46)产生了

$$V_a|_{I_a=0} = V_b|_{I_b=0} = V \tag{9-47}$$

这样，同样的激励电流将产生同样的终端电压，它并不依赖于是哪个端口激励，如图9-5所示。换句话说，互易性说明源和测量仪表可以互换而不改变系统的响应。对于理想电压源和短路终端电流的情况也是这样。这样的结果与网络理论相同。



(a) 二天线系统的二端口表示　　(b) 天线 a 用电流源 I 激励

(c) 天线 b 用电流源 I 激励

图9-5　天线的互易性。对于相同的输入电流 I 在(b)和(c)的输出电压 V 相同

根据式(9-41)，天线的自阻抗为

$$Z_{aa} = \left.\frac{V_a}{I_a}\right|_{I_b=0} \tag{9-48}$$

$$Z_{bb} = \left.\frac{V_b}{I_b}\right|_{I_a=0} \tag{9-49}$$

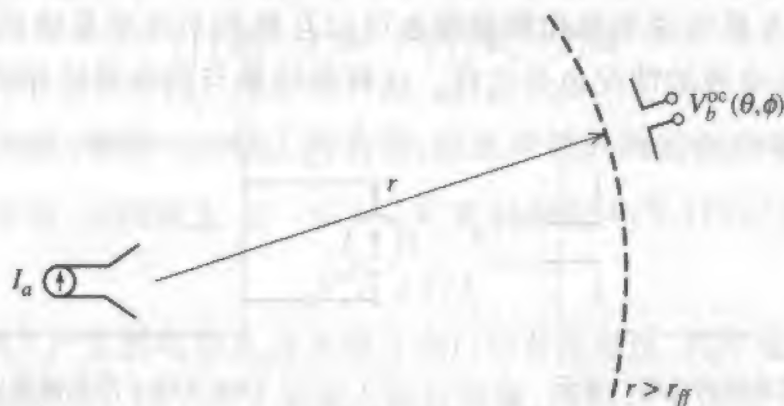
如果天线 a 和 b 相距很远，这是通常的工作情形。Z_{aa} 和 Z_{bb} 比 $Z_{ab} = Z_{ba} = Z_m$ 大得多。这样举例来说，对天线 a 的输入阻抗，根据式(9-41a)为

$$Z_a = \frac{V_a}{I_a} = Z_{aa} + Z_{ab}\frac{I_b}{I_a} \approx Z_{aa} \tag{9-50}$$

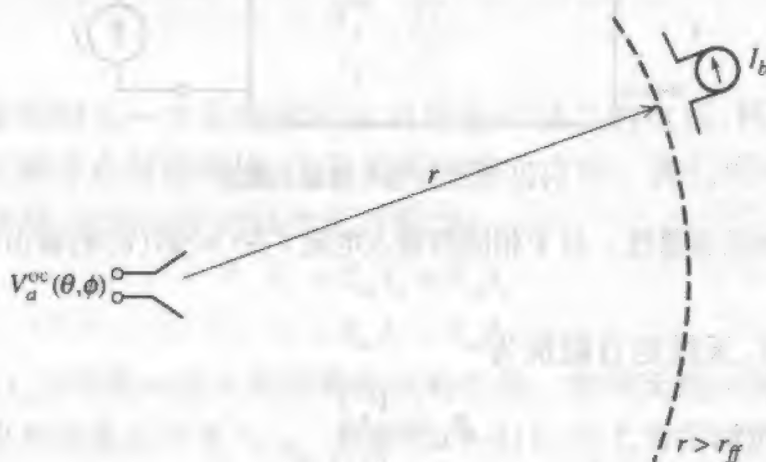
这样，如果天线 a 是孤立的，与包括其他天线在内的所有物体都离得很远，并且天线是无耗的，则天线的自阻抗等于它的输入阻抗。

假定天线 a 被激励(即作为发射天线)，在天线 b 终端产生的电压用一个理想的电压表来测量。如果两天线被分离，使它们各自处于对方的远场区，如天线 b 以固定的半径围绕天线 a 移动，转移阻抗 Z_{ba} 实际上就是天线 a 的远场(或辐射)方向图，如图 9-6所示。在天线 b 移动时，它保持同样的相对于天线 a 的方向和极化状态。天线 b 的输

出电压作为绕天线 a 角度的函数给出天线 a 辐射的相对角度变化，即它的辐射方向图。检查式(9-42)，我们看到这实际是 Z_{ba}（I_a 为常数）。这样，Z_{ba} 作为角度的函数是天线 a 的辐射方向图。如果现在天线 b 被激励，天线 a 作为接收机，当天线 b 再次围绕天线 a 以固定距离移动时，天线 a 的终端电压是其接收方向图，见图 9-6b。这样，作为角度函数的 Z_{ab} 是天线 a 的接收方向图。由于转移阻抗是相同的，我们可以得出结论，即**天线的辐射方向图和接收方向图是相同的**。这是互易性的一个重要结果。



(a) 天线 a 的辐射方向图是 $Z_{ba}(\theta,\phi) = V_b^{oc}(\theta,\phi)/I_a$



(b) 天线 a 的接收方向图是 $Z_{ab}(\theta,\phi) = V_a^{oc}(\theta,\phi)/I_b$

图 9-6 天线方向图互易性。因为 $Z_{ab}(\theta,\phi) = Z_{ba}(\theta,\phi) = Z_m(\theta,\phi)$，所以天线的辐射方向图和接收方向图是相同的

天线的辐射方向图和接收方向图的等同性并不是一个非预期的结果。这可以通过式(9-2)的关系 $G(\theta,\phi) = 4\pi A_e(\theta,\phi)/\lambda^2$ 来看到，式(9-2)将对角度 (θ,ϕ) 的入射波的天线接收特性 $A_e(\theta,\phi)$ 和天线发射时在方向 (θ,ϕ) 的增益方向图值 $G(\theta,\phi)$ 联系起来。互易性特性在实际上是很重要的。它允许测试天线在方向图测量时既可用作接收模式，又可用作发射模式。实际上，通常方向图测量时测试天线是用作接收的。

注意以下这一点很重要，如图 9-5 中所说明的或者根据式(9-44)，互易性是一个普遍的结果。还有，当两天线离得很远时，$Z_m(\theta,\phi)$ 是远场方向图。当然，如果天线含有任何非互易元件时，互易性将不再保持。一个例子是天线系统中含有铁氧体隔离器。

9.5 方向图测量与天线测试场

天线方向图是离天线固定距离作为方向函数的场幅度的图形表示。当天线位于球坐标系原点，辐射场 $\boldsymbol{E}$ 和 $\boldsymbol{H}$ 相互垂直，并都在传播方向的横向方向 $\hat{\boldsymbol{r}}$。场强按 r^{-1} 变化。在天线方向图的讨论中应用了电场，但天线磁场的行为可直接得到，因为磁场强度正比于电场强度，而其方向垂直于 $\boldsymbol{E}$ 和 $\hat{\boldsymbol{r}}$，见式(1-107)。

辐射电场既是矢量又是相量。一般来说，它有两个正交的分量 E_θ 和 E_ϕ。这些分量的值是复数，它们的相对幅度和相位决定了场的极化，见 1.10 节。对于简单天线仅存在一个分量。例如，如图 1-10 所示的平行于 z 轴的理想电偶极子仅有一个 E_θ 分量。在此情况下辐射方向图的测量可概念化为以固定距离 r 绕一个发射恒定信号的天线移动接收探针。探针的方向保持与 E_θ 平行，如图 9-7 所示。探针的输出正比于来自 (θ,ϕ) 方向的接收场分量的强度。理想电偶极子的方向图是 $\sin\theta$，见图 1-10。一般情况下，天线将有两个分量 E_θ 和 E_ϕ，方向图被切割两次，一次探针平行于 E_θ，一次平行于 E_ϕ。

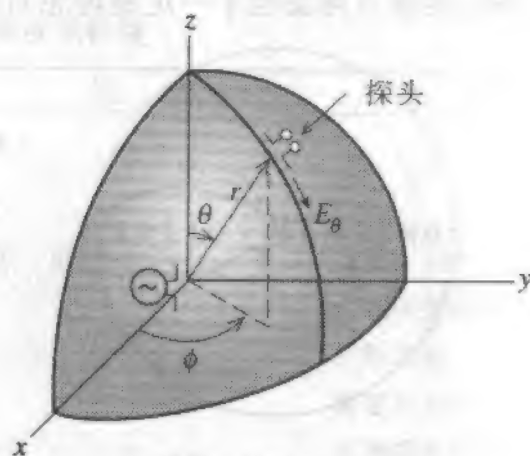


图 9-7　方向图测量的概念化——在天线远场区的球面上移动探测天线

虽然我们已通过在固定半径的球上移动接收机来概念化辐射方向图的测量，但这明显不是一种实际可行的方法。重要的是保持收发天线间固定的大距离并改变观察角。这可以通过旋转测试天线，或测量状态的天线(AUT)来实现，如图 9-8 所示。根据互易性，测试天线工作于接收状态或发射状态没有差别，但通常测试天线用作接收天线，而我们采取了这个传统。固定的源天线的场给测试天线提供了一个恒定的照射，测试天线的输出随它的角度位置变化。这产生了它是测试旋转天线的方向图的规则。

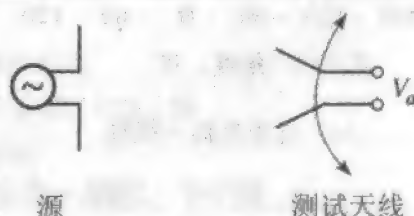
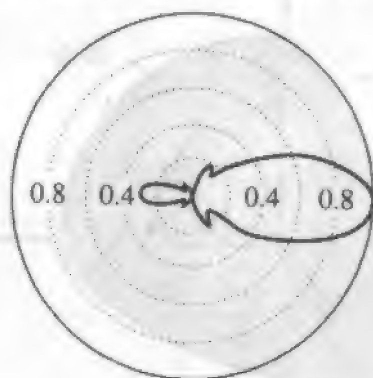


图 9-8　辐射方向图测量。天线 a 的方向图正比于终端电压 V_a，V_a 是天线 a 在旋转中的位置角的函数

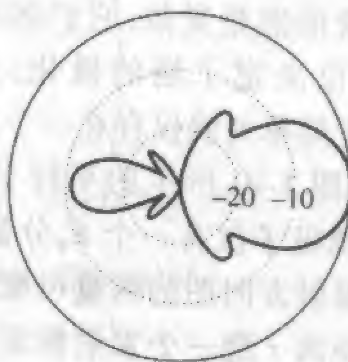
当然天线辐射特性的完全表示需要测量所有可能角度 (θ,ϕ) 的辐射。对于大多数应用，主平面方向图已足够了。参见图 1-10 的应用理想偶极子对主平面方向图的说

明。

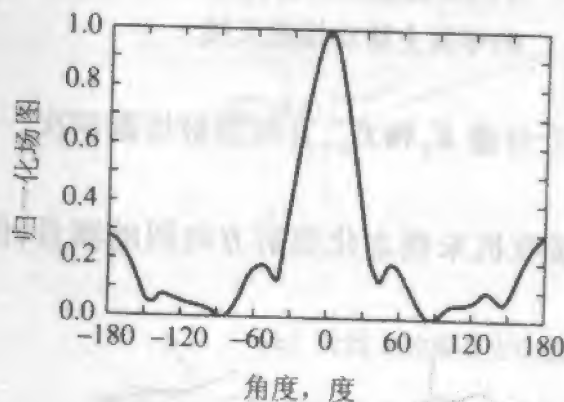
有许多方式表示天线方向图。例如，主平面方向图可以画成极坐标或直角坐标形式。另外，尺度可以是线性的，也可以是对数的（分贝）。作图形式和尺度形式的所有组合都得到了应用：极坐标－线性、极坐标－对数、直角坐标－线性和直角坐标－对数。图9-9示出了用这4种方式画出的同样辐射方向图。一般说，对数图通常用于高增益、低旁瓣方向图，而线性图在主瓣细节为主要感兴趣的信息时应用。这些天线方向图表示可用商用测量或记录设备的直接记录。当需要更详细的信息时，几个平面截图的结果可以放在一起形成等值线图。正确评价所测方向图是重要的，通常即使天线结构是对称的，测量方向图也不一定是理想对称的，而且天线的零点常常是会部分填充的。



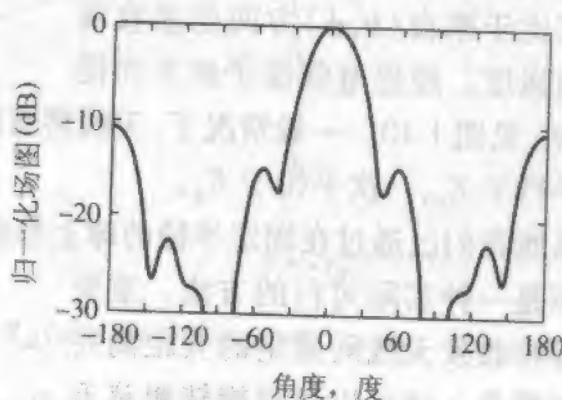
(a) 极坐标－线性



(b) 极坐标－对数



(c) 直角坐标－线性



(d) 直角坐标－对数

图9-9　用同一方向图的四种天线方向图类型说明

用于测量天线辐射特性的设施称为天线测试场。同样的测试场也经常用来测量如雷达截面这样的散射特性。整个测量设施由源和测试天线的测量空间（室内或室外）、天线定位器、发射机、接收系统和数据显示/记录设备组成。在这一节中，我们讨论基本测试场布局，对于天线测量技术的完整讨论见文献[3]。

表9-1列出了天线测量场类型与它们的特性和优缺点。大多数测试场为自由空间测试场，它们设计成对测试天线的直接照射很强，而间接照射很弱。首先，考虑远场测试场，其源天线远离测试天线。这可以通过将源天线和测试天线两者或者其中的一个

高架来实现,从而给出高架测试场或倾斜测试场。对于所有天线测试场,围绕测试天线这一端的测试场影响方向图测量的精度。导向的原则是使源与测试天线之间的视线(直射)路径不被遮挡,并尽可能高于地面。这使图9-10所示的角 α_t 和 α_r 有一个大的值。于是定向天线从地面反射的非直射线的电平将减小。因为 α_t 和 α_r 通常与旁瓣方向相应。在图9-10的高架测试场,源与测试天线的高度近似相等,$h_t \approx h_r$。倾斜测试场与高架测试场相同,除了只有源天线被高架,而将测试天线方便地留在靠近地面的位置。当室内空间用于远场测试场时,房间墙壁必须填充吸波材料以减小反射。吸波材料常做成角锥形状以消除朝向测试天线的平表面的反射。

表9-1 天线测试场特性

测试场类型	描述	优点	缺点
自由空间范围			
远场测试场	周围环境影响抑制到可接受水平		
高架测试场	源和测试天线置于高塔、建筑物、小山等上	廉价	需要不动产 可能需要高塔 户外气候
倾斜测试场	源或测试天线高置	廉价	需要不动产 可能需要高塔 户外气候
暗室	房间衬有吸波材料以抑制反射	室内	吸波材料和大房间花费高
紧凑测试场	测试天线由大反射器的准直线近场照射	小空间	需要大反射器
近场测试场	采样测试天线的近场幅度和相位值,计算远场	非常小的空间	需要准确的探头位置 需要准确的幅度和相位
地面反射测试场	源和测试天线之间的地面是反射性的,增强与直射线干涉的非直射线,给予测试天线平滑照射	低测试塔 在低频(VHF)操作好	户外气候

在远场测试场,测试天线位于源天线的远场区,因此入射波为如图9-10指出的近似平面波。事实上,所有天线测试场的共同目标是提供测试天线的平面波照射。在测试天线口径处的均匀照射场幅度和相位的偏差加到了测试天线原有的口径递减分布上,造成了方向图测量误差。在远场测试场,照射场的幅度变化由源天线的辐射方向图决定。对施加在测试天线口径的附加幅度递减变化的影响会减小测量增益和改变靠近主瓣的旁瓣。如果源天线方向图的峰值对准测试天线,在所有情况下应当是这样,由源天线方向图产生的幅度渐变在测试天线口径边缘处是 −0.25dB,方向性系数

(于是增益)将减小为0.1dB[4]。即方向图在角度为$\alpha/2$点的值比峰值处低0.25dB,见图9-10。这对于天线测试场品种众多的测量情形是难以做到的,但在所有情况下,源天线应当对准测试天线,使波束尽可能窄一些以减小对周围环境的照射,以及在合适的动态范围内增加接收信号。与此同时源天线的波束还不应当太窄,否则会在测试天线范围加入入射场的幅度斜度。

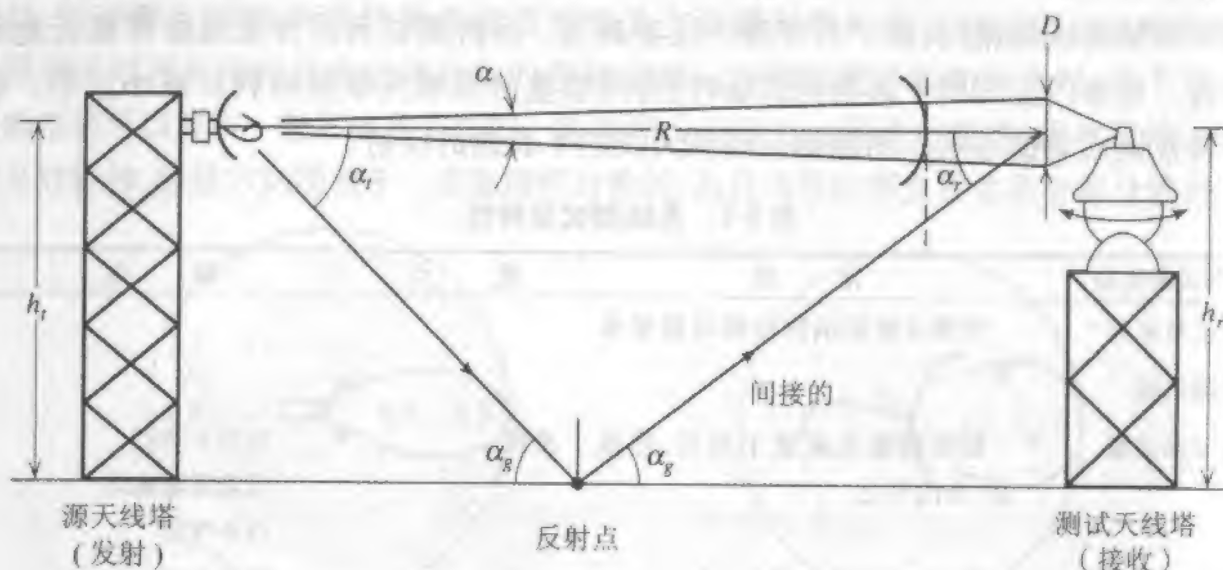


图9-10　高架天线测试场

天线测试场使用的设备可以有不同的类型,从简单的信号源加上一个带相对功率指示的子系统,到具备自动数据采集和显示功能的商品化的完整系统。信号源的功率电平和频率应当是稳定的。接收系统的线性动态范围至少应达到40dB。单幅度和幅度-相位接收系统都可以用。还可应用到网络分析仪。

相位误差归因于该事实:即从有限尺寸的源天线获取平面波阵面,源必须离测试天线无限远。源天线的球面波引起测试天线跨度D上的相位误差,其行为与1.7.3节中讨论的远场距离相位误差完全一样。在那里我们发现在距离为$2D^2/\lambda$处球面波与平行线近似的相位偏差为22.5°($\lambda/16$的距离误差)。这样,可以说因等相面曲率引起的在测试天线尺度范围D内的相位误差是22.5°,如果源天线与测试天线相隔的距离为

$$r_{ff}=\frac{2D^2}{\lambda} \tag{9-51}$$

在方向图测量中不需要考虑源天线的尺寸,但是当源天线与测试天线尺寸相同时,要保持增益测量精度测量距离应当为原来的两倍以上[5]。

如果不需要旁瓣电平有很高的精度,式(9-51)中的测量距离对于中高增益的天线是合适的。一般说,测量距离从无穷远减小的影响是使旁瓣之间的零点值抬高,增加旁瓣的峰值(主要是靠近主瓣的旁瓣),展宽主瓣的宽度,以及减小主瓣的最大值(意味着方向性系数的减小)[6]。例如,对于一个第一旁瓣的最大值比主瓣最大值低30dB

(SLL = −30dB)的天线，当它在离源天线距离为 $2D^2/\lambda$ 和无穷远距离测量的误差为 3dB，即第一旁瓣电平 SLL = −27dB[5,7]。对典型的高增益天线，在 $2D^2/\lambda$ 的测量距离天线增益大约减小为 2.1dB。在宽主瓣天线的情况下，测量距离至少也应当为式(9-51)中的值，以保证方向图起伏的正确测量[8]。

电大尺寸的天线需要非常大的测量距离。例如，在加拿大 Goldstone 的 Deep Space Network 70m 反射器天线，根据式(9-51)当工作于 2.3GHz 时的测量距离是 75km！传统的技术不能用来测量这样的天线。但是可以应用安装在飞机上或者是可应用的卫星上的源。或者，可用来自于一个强"射电星"的噪声作为源，以及一个辐射计接收机来进行测量。

"紧凑测试场"的概念是将测试天线置于靠近如图 9-11 所示的反射器天线的位置。因为反射器的近场为准直线波束，可给出接近平面的等相面和与跨越反射器口径的幅度锥度相同的幅度分布，所以这是可能的。因此，远场测试场相关的相位误差问题变为紧凑测试场的幅度误差问题。采用双反射面可改善测试性能。紧凑测试场的缺点是反射器必须很大——大约比测试天线大三倍。

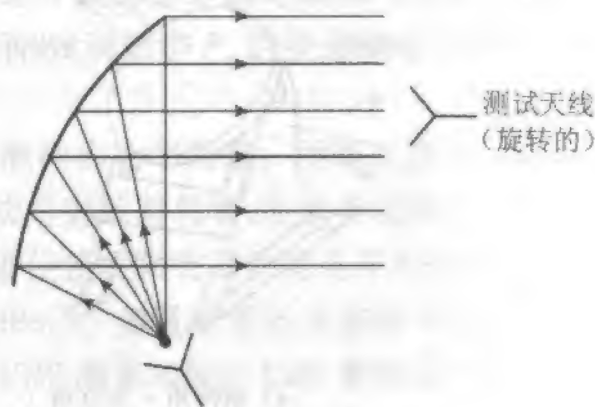


图 9-11 紧凑测试场

天线测试场的最后一个类型是如图 9-12所示的近场测试场，在这里测试天线作为发射天线，在测试天线的近场区，其场的幅度和相位以规则的间隔采样。接收机对这些采样值的加权相同，提供精确测量所需的在测试天线尺寸范围均匀的幅度和相位。然后通过傅里叶变换计算如方向图等天线辐射特性[9]。准确的方向图计算需要精确的探头位置。近场测试场提供了用于诊断的口径场分布的好处。例如，可定位出天线阵列中的失效阵元。

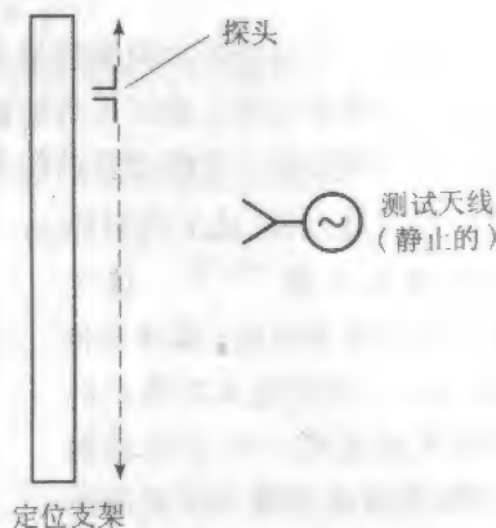
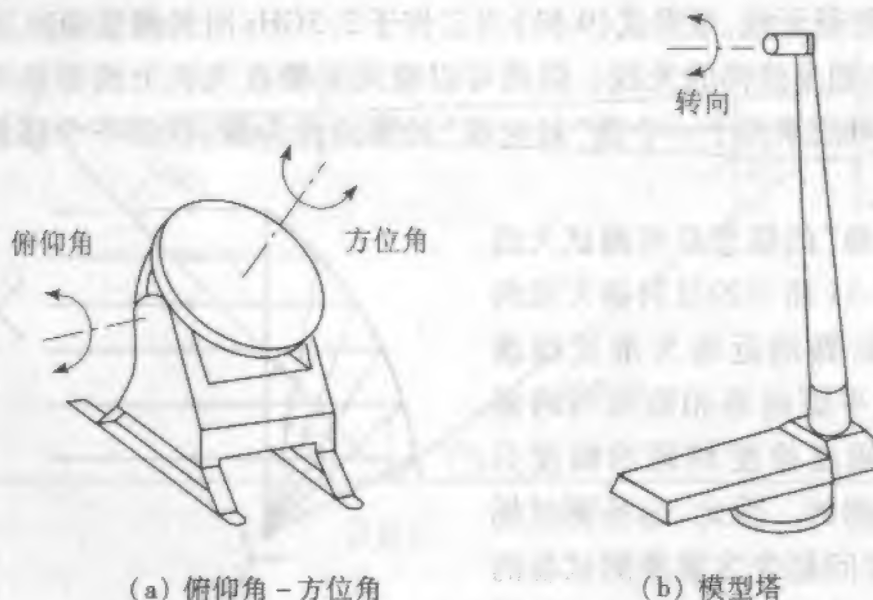


图 9-12 近场测试场

地面反射测试场的工作原理与自由空间测试场完全不同。源天线和测试天线的高度不高，并且测试塔之间的地面构筑成平面，并且是能反射的，这使到达的非直射线幅度与直射线相近。非直射线路径距离与直射线相差不大。这使测试区的相位缓慢变化，该变化又引起缓变的干涉场方向图和相对恒定的测试区场照射。对于大的测试物体如完整的飞机，低测试塔高度是方便的。

在大多数天线测试场中需要旋转定位器。简单的角向定位器(或“可旋转的”)往往已足够。图9-13a所示的角向升高定位器可对准任何高度的源。在旋转定位器的轴上常用一个模型塔定位测试天线,见图9-13b。模型塔含有一个转向定位器,其可以将测试天线相对于它自己的轴转动来控制方向图的切割面。源天线塔也常有一个转向定位器,以获得源天线合适的极化方向。



(a) 俯仰角-方位角　　(b) 模型塔

图9-13　天线测量的天线定位器

9.6　增益测量

在上一节讨论的方向图测量是给出测试天线辐射角度变化的相对测量。还需要天线增益来完全表征测试天线的辐射特性。增益是一个绝对量,因此更难测量。无需先验知识测量测试天线增益的技术是存在的。可是,大多数增益测量是用一个已知增益的天线进行的,该天线叫作标准增益天线[4,第12章]。这个技术称为增益比较(或增益传递)法。一固定输入功率P_t的发射机连接到一个合适的源天线,其方向图最大值对准测试天线。如图9-14所示,分别将测试天线放置于测试位置,对准源天线以达到最大输出,并记录接收功率电平。测得测试天线接收功率为P_T,测得

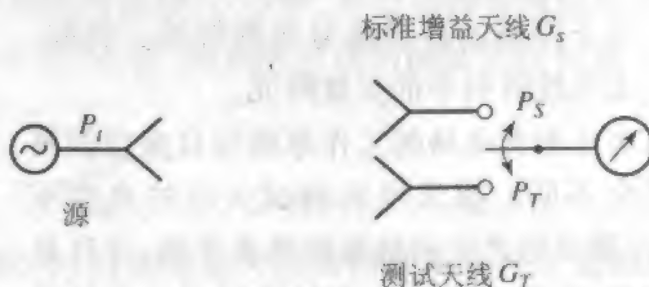


图9-14　用于标准增益天线已知增益G_S和$G_T=(P_T/P_S)G_S$的增益比较法测量测试天线增益G_T。摘自文献[10]©1993。重印得到美国Artech House公司的许可

标准天线接收功率为 P_S。于是测试天线的增益可轻松地由标准增益天线的增益乘以接收功率的比值来计算：

$$G_T = \frac{P_T}{P_S} G_S \tag{9-52}$$

这个关系式用分贝表示更方便

$$G_T(\text{dB}) = P_T(\text{dBm}) - P_S(\text{dBm}) + G_S(\text{dB}) \tag{9-53}$$

该结果是直观的，简单地说出了测试天线的增益与标准天线的增益差别为测试天线接收功率与标准天线接收功率的差别。一个特殊情况是当接收功率相等（$P_T = P_S$）时，测试天线增益等于标准天线增益。这个结果也可以通过分别对测试天线和标准天线情况计算式(2-99)并相减，含有距离 R、频率 f 和发射功率 P_t 的项是常数的将除去，留下式(9-53)来推导很容易。

根据式(9-53)显然准确的增益测量需要准确的功率测量。用现代的接收机是通常可做到的。一个不依赖于接收机线性的方法是射频替代法，在此方法中用一个精密衰减器来建立功率电平的变化。即调节衰减器使接收机在两种情况下有相同的指示，则相应衰减器设置的差等于 $P_T(\text{dBm}) - P_S(\text{dBm})$。测量精度还直接取决于对标准增益天线增益的了解。常用的标准增益天线对 UHF 频率和低于 UHF 频率是半波振子天线，而对于 UHF 频率和高于 UHF 频率则是角锥喇叭天线。半波振子的增益是2.15 dB（见图 2-6），而标准增益喇叭的制造商提供如图 7-20 所示的工作频率范围内的增益数据。

注意*增益*项与*绝对增益*或*最高增益*同义。增益和方向图数据可通过将增益与归一化方向图相乘而合并成*增益方向图*：

$$G(\theta,\phi) = GP(\theta,\phi) = G|F(\theta,\phi)|^2 \tag{9-54}$$

用分贝表示（取 10 log），常用 dBi 单位，表明该方向图针对各向同性天线。

例 9-7 增益比较法测量天线增益

假定标准增益天线增益为63，或 18dB。根据图 9-14 所示的测量技术，测得的功率为 $P_S = 3.16\text{mW}$ 或 5dBm（比 1mW 高 5dB），和 $P_T = 31.6\text{mW}$，或 15dBm。于是测试天线增益为 $G_T = (31.6/3.16)\ 63 = 630$，或用分贝表示，

$$G_T(\text{dB}) = P_T(\text{dBm}) - P_S(\text{dBm}) + G_S(\text{dB}) = 15 - 5 + 18 = 28\ \text{dB} \tag{9-55}$$

9.6.1 圆极化天线增益测量

如果有高品质的圆极化（CP）源和标准增益天线，可应用图 9-14 所示的增益比较法。但是椭圆极化天线的增益常用两个正交的线极化（LP）天线，或者通常是一个线极化天线在两个正交方向来测量。假定对垂直和水平线极化状态测量了增益。这两个部分增益 G_{Tv} 和 G_{Th} 结合起来得出总增益[10,11]：

$$G_T(\text{dB}) = 10\log(G_{Tv} + G_{Th})\,[\text{dBic}] \tag{9-56}$$

这称为*部分增益法*。可用任何两个垂直的方向，因为椭圆极化波的功率包含在任何两

个正交分量的和之中。我们观察到圆极化天线瞬时地执行该求和。因此式(9-56)中的增益是相对于理想圆极化天线的。单位 dBc 表明增益是相对于各向同性，理想圆极化天线的。天线增益测量精度取决于源天线极化的纯度。一个标准增益线极化天线具有的轴比为 40dB 或不会引起很大的更好的增益误差。

例 9-8　用部分增益法计算增益

图 9-15 给出用一个线极化源天线测量的两个方向图，测试天线是一个名义上的圆极化天线，它是一个背腔螺旋天线，工作频率为 1054MHz。同时还示出了标准增益喇叭的方向图，根据生产商的增益曲线，该喇叭在 1054MHz 时增益为 14.15dB。在测量期间接收机增益设置和源功率保持不变。对垂直和水平极化的最大增益为

$$G_{Tv}(\mathrm{dB}) = 14.15 - 16.1 = -1.95\,\mathrm{dB},\quad G_{Th}(\mathrm{dB}) = 14.15 - 13.25 = 0.9\ \mathrm{dB} \tag{9-57}$$

由于垂直和水平线极化方向图最大值分别为 13.25dB 和 16.1dB，低于标准增益喇叭。于是

$$G_{Tv} = 10^{-1.95/10} = 0.64,\quad G_{Th} = 10^{0.9/10} = 1.23 \tag{9-58}$$

式(9-56)给出

417

$$G_T(\mathrm{dB}) = 10\ \log(0.64 + 1.23) = 2.71\ \mathrm{dBic} \tag{9-59}$$

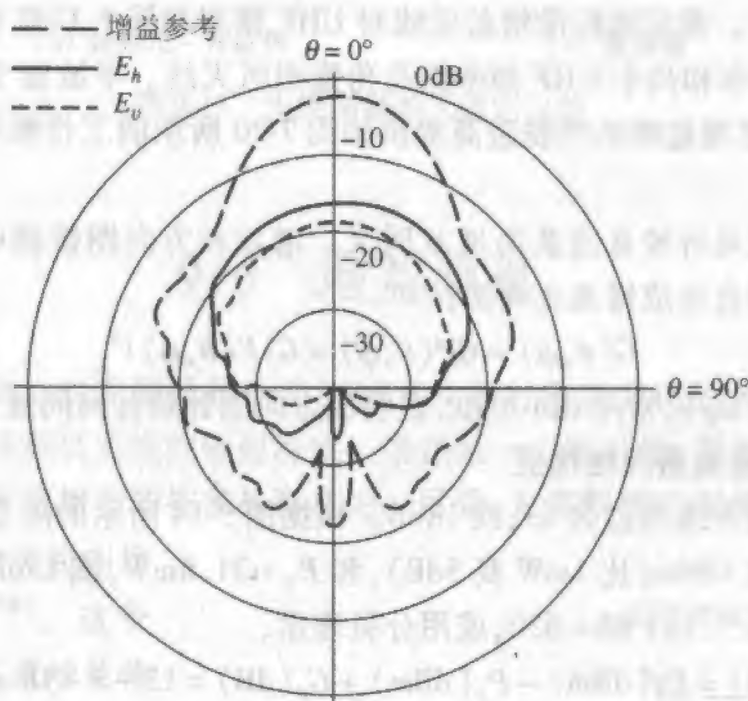


图 9-15　用部分增益法测量圆极化天线增益的说明，见例 9-7。方向图为线极化标准增益天线（长虚线），名义上的圆极化天线用垂直极化源激励（实线）。摘自文献[10] ©1993。重印得到 Artech House 公司的许可

9.6.2　增益估计

增益常可根据方向图和天线工作的情况来估计。由于方向性系数是方向图参量，

我们可应用方向图数据来估计方向性系数。即根据式(1-146b)方向性系数与波束之角成反比,$D=4\pi/\Omega_A$。记录许多方向图的截面数据并用式(1-143)数值积分方向图有可能得到 Ω_A。一个简单的方法是用主平面半功率波束宽度来估计波束立体角。为了这样做,先用式(7-85)从主波束立体角 Ω_M 得到*波束效率*:

$$\varepsilon_M=\frac{\Omega_M}{\Omega_A} \tag{9-60}$$

主波束立体角可用主平面半功率波束宽度的乘积来很好地近似:

$$\Omega_M\approx \mathrm{HP}_E\mathrm{HP}_H \tag{9-61}$$

然后方向性系数可结合这些结果来估计:

$$D=\frac{4\pi}{\Omega_A}=\frac{4\pi\varepsilon_M}{\Omega_M}\approx\frac{4\pi\varepsilon_M}{\mathrm{HP}_E\mathrm{HP}_H}=\frac{41\,253\varepsilon_M}{\mathrm{HP}_{E^\circ}\mathrm{HP}_{H^\circ}} \tag{9-62}$$

式中 HP_{E° 和 HP_{H° 是用度表示的 E 面和 H 面半功率波束宽度。常假定所有功率都包含在主瓣中,给出 $\varepsilon_M=1$,见式(7-94)。实际上天线在旁瓣中有不可忽略的功率,ε_M 的典型值为0.63。如果不存在损耗,$e_r=1$,根据式(9-62)和式(7-95)在实际中遇到的天线增益为

$$G=e_rD\approx D\approx\frac{26\,000}{\mathrm{HP}_{E^\circ}\mathrm{HP}_{H^\circ}} \tag{9-63}$$

有关增益的更多讨论见7.3节。必须强调的是,这个很近似的表达式应当用于仅能得到半功率波束宽度时的粗略估计。

9.7 极化测量

天线的极化常可从天线起作用部分的几何结构来推断。例如在图1-10中的理想偶极子天线是垂直线极化的,因为辐射单元的方向是垂直的。对于增益和共极化方向图的测量,测试天线应当用所期望天线极化的波照射:在此情况下是垂直线极化波。实际天线总有一些与所期望极化正交的极化的功率。对于实际实现的理想偶极子,有少量的水平线极化分量。这样的交叉极化由天线或邻近结构的水平电流引起。这样,完整的天线测试系统包括测试天线极化特性的表征。这通常用源天线共极化和交叉极化的接收天线 E 面和 H 面方向图来实现。在图9-16中对一个名义上的线极化测试天线和线极化源天线加以说明。当然交叉极化方向图电平比共极化方向图低得多,对于理想线极化测试天线将为零。反射器天线的共极化和交叉极化方向图在7.6.5节中讨论了。

有三种测量技术用于描述轴比不大(即极化状态不是接近线极化)的椭圆极化天线。这些方法将在本节余下部分讨论。

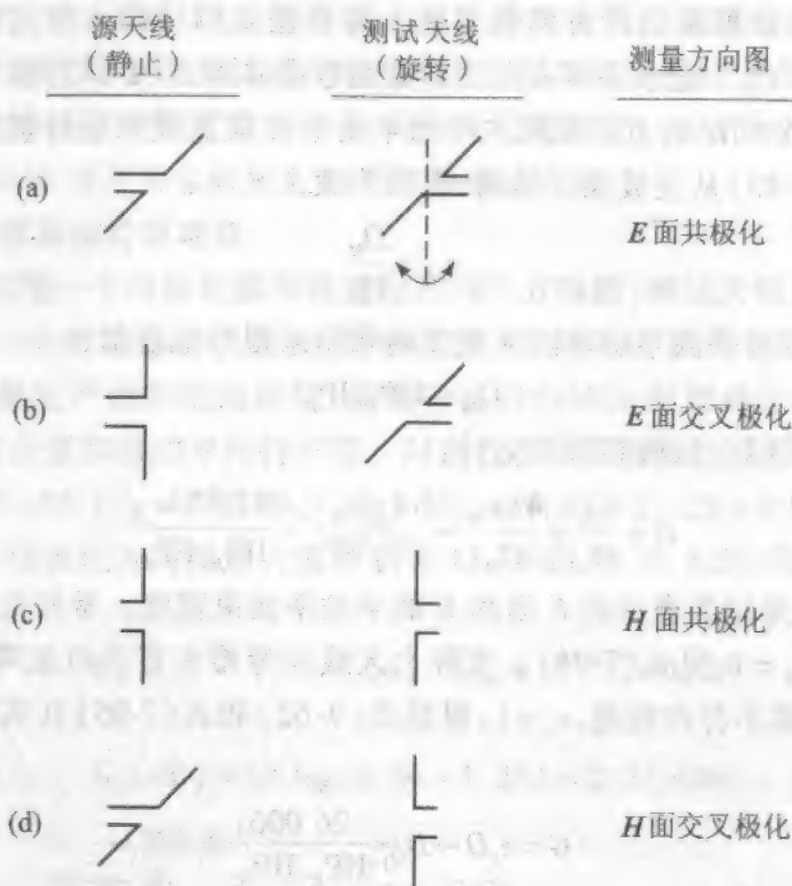


图9-16　共极化和交叉极化方向图测量说明。源天线为线极化,测试天线工作于接收模式,是名义上的线极化,并关于它的轴转动

注:摘自文献[10]©1993。重印得到 Artech House 公司的许可。

9.7.1　极化图形法

极化图形是当天线关于它的转动轴转动时天线的幅度响应。它可用于任何固定的方向图转动角测量。图9-17所示的测试结果图形是测试天线响应的极坐标图,该图中的响应是照射线极化波方向和天线参考方向夹角 α 的函数。可以是线极化源天线转动而测试天线静止,或者相反。将测试天线用做椭圆极化的发射天线,而接收天线为一个线极化探头来解释比较方便。互易性允许这样做。测试天线的瞬态电场矢端位于极化椭圆上,并以波的频率转动,换句话说,电场矢量每秒绕椭圆转 f 圈。线极化探头的输出电压正比于电场以 α 角在线极化线上投影的峰值。图9-17中这是从椭球切点 T 投影的距离 OP。当线极化探头转动时点 P 的轨道比极化椭圆胖一些,这也在图1-24示出了。当然对于圆极化测试天线,图9-17中的两条曲线都为圆。

注意当尺度相同时极化图形的最大、最小值与相应的极化椭圆的最大、最小值相同。虽然测量所得的极化图形没有给出极化椭圆,但它的确产生了天线传播的轴比幅度。从图9-17还可明显地看到确定了的极化椭圆的倾角。极化图形给出了轴比幅度 $|AR|$ 和极化椭圆的倾角 τ,但未给出极化方向。极化方向可通过附加的测量来得到。例如,两个圆极化天线,除极化方向外,它们是相同的,它们可用作接收天线,测试天线

作为发射天线。有最大输出的天线方向即是测试天线的极化方向。

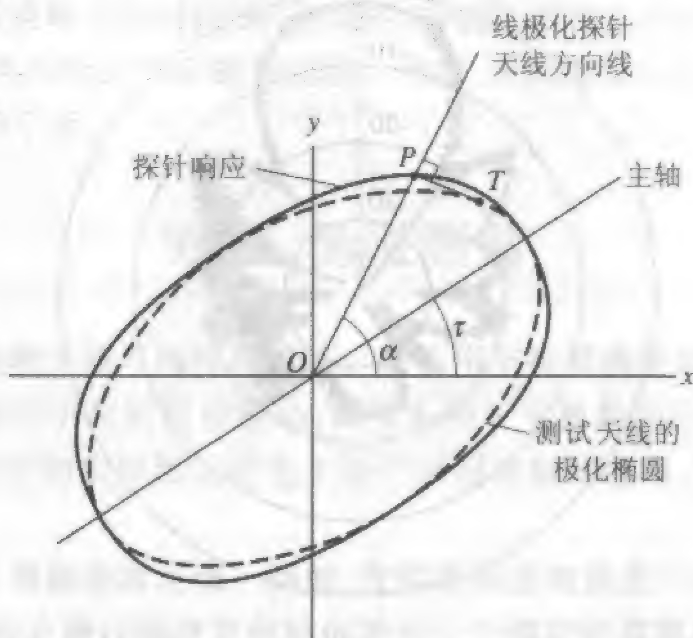


图 9-17 一个椭圆极化测试天线的极化图形(实线)。这是线极化接收探头在方向角 α 对具有所示极化椭圆的测试发射天线的响应(虚线)。摘自文献[10]©1993。重印得到 Artech House 公司的许可

极化图形法在很多情况下是天线极化测量的实用方法。如果测试天线接近圆极化,轴比接近于 1,则测量结果对线极化探头的极化纯度不敏感。如果测试天线为严格圆极化天线,极化倾角是没有关系的。在测试天线接近线极化的情况下,轴比测量的精度与线极化探头的质量有很大关系,它的轴比必须比测试天线大得多。

9.7.2 旋转源法

旋转源(或旋转源天线)法提供了确定作为方向图角函数的轴比幅度的一种快速测量方法。当线极化探测天线(通常为发射天线)旋转时,测试天线像传统方向图测量那样转动。线极化天线的转速应这样选择:当测试天线缓慢转动时,在线极化天线旋转半圈的时间内测试天线的方向图没有可观的变化。图 9-18 所示的为一个天线方向图的例子,这是一个螺旋天线。叠加在天线方向图上的是两倍于探测天线转速的快速变化。对于图 9-18 所示的对数(dB)方向图,在每个角度的轴比是相邻最大值和最小值的差值。例如在离主波束轴逆时针 30°方向图角处,方向图包络的最大值和最小值大约是 -8dB 和 -10dB,这对应于 2dB 的轴比。

极化方向不能用旋转源法测得。但可以测得倾角,在理论上,如果在方向图每点探测天线方向信息准确地知道的话,可以得到倾角值,但在实际中通常不这样做。

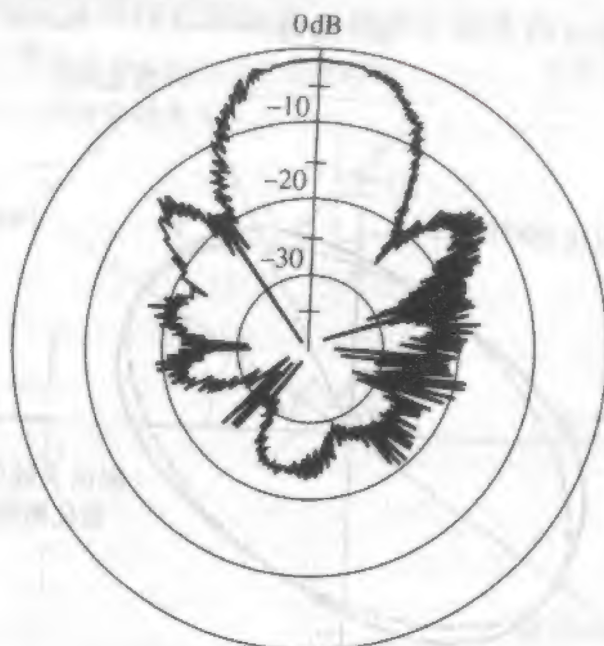


图 9-18 用旋转源法对作为方向图角函数的轴比的测量。轴比是相邻峰谷的差值。测试天线是一个螺旋天线，工作于 X 波段，源天线是一个旋转的线极化天线。摘自文献[10]©1993。重印得到 Artech House 公司的许可

9.7.3 双源方向图法

一个与旋转源法有关的方法是*双源方向图法*（见图 9-19）。在此方法中，对线极化探测源天线的两个正交方向测量两个方向图，所以它们对应于测试天线极化椭圆的长

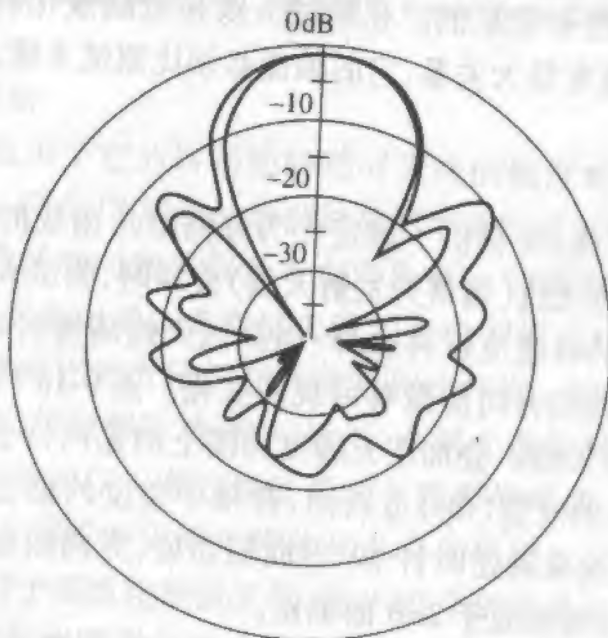


图 9-19 用双源方向图法测量作为方向图角函数的天线轴比。轴比是表示含测试天线极化椭圆长轴和短轴平面的两个方向图间的以分贝表示的差值。测试天线与图 9-18 中的相同。摘自文献[10]©1993。重印得到 Artech House 公司的许可

轴和短轴。图 9-19 给出了相对图 9-18 所示的旋转源法同样的天线例子的结果方向图。对于同样在离波束峰值逆时针 30°点处的方向图，双源方向图法所得的方向图值为 -8dB 和 -10dB，再次给出 2dB 的轴比值。当然，天线增益和其他设备设置在整个测量过程中必须保持不变。

9.8 场强测量

一个非常小的接收天线可用作*场探头*。探头用于需要测量电磁场的空间幅度分布的场合。为了使探头引起的扰动最小，则探头相对于被测场分布的结构必须足够小。在 2.1 节讨论的任何实际形式的电小振子可用来探测电场。小环天线用做磁场的场探头。

接收天线还用于测量绝对场强。例如，常需要知道离发射天线固定距离的场强。当然，天线方向图也可在通过围绕发射机远场的一个固定距离移动接收探头来测量，这给出了相对场强的变化。因为地形和实际地面的效应很难在计算中考虑到，所以这样的测量经常是需要的。如果测量天线的增益已知（通常是已知的），测量天线终端的电压后，入射于测量天线的场强即可计算出。我们现在讨论这一点。

用与图 2-18b 中相同的模型用来获得场强。传到终端负载的功率是

$$P_D = \frac{1}{2}\frac{|V_A|^2}{R_L} = \frac{V_{A,\text{rms}}^2}{R_L} \tag{9-64}$$

式中 $V_{A,\text{rms}} = |V_A|/\sqrt{2}$，因为 V_A 是峰值电压。根据式(9-3)和式(2-88)传递功率表达式的场形式是

$$P_D = pqSA_e = pq\frac{(E_{\text{rms}}^i)^2}{\eta}A_e \tag{9-65}$$

令这两个关系式相等得到

$$(E_{\text{rms}}^i)^2 = \eta\frac{V_{A,\text{rms}}^2}{pqR_L}\frac{1}{A_e} = \eta\frac{V_{A,\text{rms}}^2}{pqR_L}\frac{4\pi}{G\lambda^2} \tag{9-66}$$

其中对 A_e 用了式(2-89)。用 $\lambda = c/f$ 将波长转换成频率，通过对式两边取 10 log 将表达式用分贝表示，得

$$\begin{aligned} E_{\text{rms}}^i(\text{dB}\mu\text{V/m}) = {} & V_{A,\text{rms}}(\text{dB}\mu\text{V}) + 20\log f(\text{MHz}) - G(\text{dB}) \\ & - 10\log R_L - 10\log p - 10\log q - 12.8 \end{aligned} \tag{9-67}$$

如果电压 $V_{A,\text{rms}}$ 用 dBμV 表示，电场强度 E_{rms}^i 用 dBμV/m 表示，在增益为 G 的探测天线终端测得电压 $V_{A,\text{rms}}$，该表达式可容易地计算出电场强度 E_{rms}^i，因天线波束未对准的增益损失也可以考虑在内。例如，假定探测天线增益为 6dB，入射波在接收天线方向图比最大值低 2dB 的方向到达。于是在式(9-67)应用的增益是 4dB 而不是最大增益 6dB。

例 9-9 FM 接收机的灵敏度

作为一个例子，假定天线和传输线输入阻抗都是300Ω。于是式(9-67)变成[11]

$$E^i_{rms}(\mathrm{dB\mu V/m}) = 20\log f(\mathrm{MHz}) - G(\mathrm{dB}) + V_{A,rms}(\mathrm{dB\mu V}) - 37.57 \tag{9-68}$$

具体一些，考虑一个典型的调频(FM)广播接收机，其灵敏度为1μV；换句话说，当$V_{A,rms}$的值是1μV或0dBμV时产生最低满足条件的性能。FM接收机最流行的天线是半波折合振子(见5.2节)，其具有300Ω左右的实阻抗，增益为2.15dB。在频率为100MHz时根据式(9-68)最低满足条件的性能所需的入射场强是0.28dB μV/m，即1.03μV/m。

在低于1GHz的频率下，天线测量通过用已知场强照射测试天线，并测量天线终端电压来进行。天线因子用来对此测量定量化。天线因子K定义为照射天线的场强与天线终端电压的比值：

$$K = \frac{E^i}{V_A}(\mathrm{m}^{-1}) \tag{9-69}$$

这是电场天线因子；涉及磁场强度的相应天线因子也在使用。天线因子常用来确定接收机灵敏度。于是，应用式(9-67)，以分贝形式表示的式(9-69)变为

$$E^i_{rms}(\mathrm{dB\mu V/m}) = \text{接收机灵敏度} = V_{A,rms}(\mathrm{dB\mu V}) + K(\mathrm{dB/m}) \tag{9-70a}$$

式中

$$K(\mathrm{dB/m}) = 20\log[f(\mathrm{MHz})] - G(\mathrm{dB}) - 10\log R_L - 10\log p - 10\log q - 12.8 \tag{9-70b}$$

通常对$R_L = 50\Omega$规定此定义，因为这是常用的接收机输入阻抗。天线因子包含阻抗失配影响和天线增益。波和天线的极化一般认为是匹配的(即$q=0$)，这是通常的测量情况。

例 9-10 FM 接收机的灵敏度

我们用天线因子重复例9-9。将$R_A = Z_0 = 300\Omega$，$G = 1.64$和$\lambda = 3\mathrm{m}$代入式(9-70b)，得出

$$K = 20\log(100) - 2.15 - 10\log(300) - 0 - 0 - 12.8 = 0.28\ \mathrm{dB/m} = 1.03\mathrm{m}^{-1} \tag{9-71}$$

然后对于1μV灵敏度，由式(9-70a)得出

$$E^i_{rms} = 0\ \mathrm{dB\mu V} + 0.28\ \mathrm{dB/m} = 0.28\mathrm{dB\mu V/m} \tag{9-72}$$

这是我们在例9-9中得到的结果。

参考文献

[23]

1. W. L. Flock and E. K. Smith, "Natural Radio Noise—A Mini-review," *IEEE Trans. Ant. & Prop.*, Vol. AP-32, pp. 762 – 767, July 1984.
2. R. S. Bokulic, "Use Basic Concepts to Determine Antenna Noise Temperature," *Microwaves & RF*, Vol. 30, pp. 107 – 115, March 1991.
3. G. E. Evans, *Antenna Measurement Techniques*, Artech House, Boston, MA, 1990.

4. *IEEE Test Procedures for Antennas*, IEEE Standard 149-1979, Piscataway, NJ, 1979, p. 19.
5. T. Uno and S. Adachi, "Range Distance Requirements for Large Antenna Measurements," *IEEE Trans. Ant. & Prop.*, Vol. 37, pp. 707 – 720, June 1989.
6. P. S. Hacker and H. E. Schrank, "Range Distance Requirements for Measuring Low and Ultra Low Sidelobe Antenna Patterns," *IEEE Trans. Ant. & Prop.*, Vol. AP-30, pp. 956 – 966, Sept. 1982.
7. R. C. Hansen, "Measurement Distance Effects on Low Sidelobe Patterns," *IEEE Trans. Ant. & Prop.*, Vol. AP-32, pp. 591 – 594, June 1994.
8. D. G. Hundt and W. L. Stutzman, "Pattern Measurement Distance for Broad Beam Antennas," *J. Electromagnetic Waves & App.*, Vol. 8, pp. 221 – 235, Feb. 1994.
9. D. Slater, *Near-Field Antenna Measurements*, Artech House, Boston, MA, 1991.
10. W. L. Stutzman, *Polarization in Electromagnetic Systems*, Artech House, Boston, MA, 1993. Chap. 4.
11. H. V. Carnagan, "Measure That Field Using Any Antenna," *Microwaves*, Vol. 14, pp. 45 – 47, July 1975.

习 题

9.1.1 证明式(9-8)是根据式(9-9)得出的。

9.1.2 一个发射天线，其阻抗与所连的传输线阻抗不匹配。在指定距离的辐射强度或等效功率密度比理想阻抗匹配的情况有所减小。对传输线上的 *VSWR* 分别为 1.01、1.2、2 和 10 的失配情况计算减小的分贝数。

9.1.3 对轴比为 2dB，倾角 $\tau=45°$ 的右旋椭圆极化波计算复单位矢量 $\hat{e}$。然后对以下极化的接收天线计算极化效率：(a) 水平线极化，(b) 垂直线极化，(c) 右旋圆极化，(d) 左旋圆极化，(e) 轴比为 AR(dB) = 2 和倾角为 $\tau=45°$ 的右旋椭圆极化，(f) AR(dB) = 2 和 $\tau=135°$ 的左旋椭圆极化。

9.1.4 推导矢量有效长度表达式

$$\boldsymbol{h} = -\mathrm{j}\beta\mu_{\mathrm{eff}}NS\sin\theta\,\hat{\boldsymbol{\phi}}$$

上式是对位于 xy 平面 N 圈的小环天线，有效相对磁导率为 μ_{eff}，单圈面积为 S。应用式(2-53)。

9.3.1 一个单站雷达系统(即发射机和接收机在同一位置)照射一个雷达截面约为 $0.85\lambda^2$ 的谐振式半波振子。雷达工作频率为 10GHz，作用距离为 1000m，发射天线和接收天线的增益为 20dB，发射功率为 1000W，计算接收功率。

9.4.1 设源 $\boldsymbol{J}_a$、$\boldsymbol{M}_a$、$\boldsymbol{J}_b$ 和 $\boldsymbol{M}_b$ 频率相同，处于线性媒质中。以下步骤将产生 Lorentz 互易定理：

(a) 对源 a 麦克斯韦方程为

$$\nabla\times\boldsymbol{E}_a = -\mathrm{j}\omega\mu\,\boldsymbol{H}_a - \boldsymbol{M}_a$$

$$\nabla\times\boldsymbol{H}_a = \mathrm{j}\omega\varepsilon\,\boldsymbol{E}_a + \boldsymbol{J}_a$$

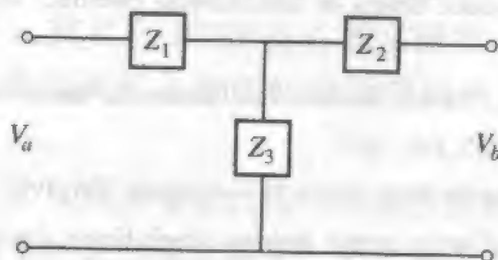
可对源 b 写出同样的方程。利用这四个方程和矢量等式(C-19)，可证明

$$\nabla\cdot(\boldsymbol{E}_a\times\boldsymbol{H}_b - \boldsymbol{E}_b\times\boldsymbol{H}_a) = \boldsymbol{E}_b\cdot\boldsymbol{J}_a + \boldsymbol{H}_a\cdot\boldsymbol{M}_b - \boldsymbol{H}_b\cdot\boldsymbol{M}_a - \boldsymbol{E}_a\cdot\boldsymbol{J}_b$$

(b) 对以上方程在包含所有源的体积 V 积分，对左端应用散度定理(C-23)，并令该体积趋于无穷大。于是到达体积表面的场行为类似于球面波，可应用 TEM 波关系来证明左端为零，从而得到式(9-36)的证明。

9.4.2　应用式(9-37)的互易定理形式证明自由空间中任何有限电流分布的远场可以没有径向分量。

9.4.3　由于任何二端口网络可简化为等效T形网络,图9-5a中的一般天线系统可根据图中所示来模拟。首先用电流源 I_a 激励终端 a,得到开路输出电压 $V_b|_{I_b=0}$。然后用电流源 I_b 激励终端 b,得到开路输出电压 $V_a|_{I_a=0}$。从这些关系得到 Z_{ba} 和 Z_{ab},当然它们是相等的。



9.4.4　写出习题9.4.3的网络表示的电压方程,并与式(9-41)比较,证明T形网络阻抗是 $Z_1 = Z_{aa} - Z_m$,$Z_2 = Z_{bb} - Z_m$ 和 $Z_3 = Z_m$。

9.4.5　如果天线 a 和天线 b 相同,习题9.4.3和9.4.4的网络如何简化?

9.4.6　互易性也可用电压源和短路电流来表示:

(a) 用电压源 V_a 和短路电流终端 b 推导习题9.4.3中网络的终端 a。得到用 Z_1,Z_2 和 Z_3 项表示的表达式 $V_a/I_b|_{V_{b=a}}$。然后,用电压源 V_b 在终端 a 短路时推导终端 b,得到 $V_b/I_a|_{V_{a=0}}$。它应当等于 $V_a/I_b|_{V_{a=b}}$。

(b) 用 Z_{aa},Z_{bb},Z_{ab} 和 Z_{ba} 从式(9-41)得到同样的转移阻抗表达式。证明如果 $Z_{ab} = Z_{ba}$;则它们是相等的。

(c) 从习题9.4.4应用 $Z_1 = Z_{aa} - Z_m$,$Z_2 = Z_{bb} - Z_m$ 和 $Z_3 = Z_m$,证明(a)中的转移阻抗表达式与(b)中的一样。

9.4.7　应用图9-5a的模型,用电压源 V_a 激励天线 a,并证明当天线 b 在天线 a 的远场区,在终端负载 R_L 的天线 b 的接收功率与 $|Z_m|^2$ 成比例。

9.5.1　暗室设计。一个源与测试天线的距离为7m的暗室用来测量2dB增益的天线的方向图。测量在1~12GHz频率范围进行,方向图测量所需的接收机动态范围为45dB。接收机灵敏度在1GHz时为-110dBm,而在12GHz时为-95dBm。为了保持接收功率在动态范围内高于接收机的灵敏度,计算源天线增益(在频带内为常数)。

9.6.1　绝对增益测量。天线增益可通过以下两个技术之一来测量,而不需要参考标准增益天线。

(a) 用三个未知增益 G_a,G_b 和 G_c 的三天线法。应用式(2-99),写出表示天线测试场测量的三个方程。讨论它们如何求解。

(b) 对两个相同的天线情况($G_a = G_b = G_T$)将(a)中的方程简化为一个方程;这是两天线法。

9.8.1　推导式(9-67)和(9-66)。

9.8.2　为了保证可接受的性能,FM广播接收机输入端需要200μV(峰值)电压,接收机输入阻抗为300Ω(实数)。天线是输入阻抗为300+j0Ω的线极化折合振子,损耗可忽略。天线的增益为1.64,并位于最大接收信号的方向上。连接的传输线是300Ω的双线。

(a) 辐射和阻抗效率 e_r和 q 是多少？

(b) 如果无线电站的发射天线是圆极化的，计算在 100MHz 时合适接收所需的最小入射接收机的电场强度（峰值）。

9.8.3 (a) 在式(9-69)中应用(9-66)推导天线因子的表达式。

(b) 用该关系推导式(9-70b)。

(c) 对匹配的 50Ω 系统，证明(a)可简化为以下流行表达式：

$$K=\frac{9.73}{\lambda\sqrt{G}}\ \mathrm{m}^{-1}$$

9.8.4 对一个工作在 30MHz，增益为 3dB，端接 50Ω 电阻的匹配天线计算天线因子。



第 10 章 天线的 CEM:矩量法

10.1 计算电磁学简介

在天线的分析与设计领域,计算电磁学(CEM)中有两种数值方法比较突出,它们是矩量法(MoM)和时域有限差分法(FD-TD)。前者的使用已有数十年了,而后者在天线工作中的潜能仅在最近才开始实现。本章将介绍矩量法,时域有限差分法则放在下一章进行讨论。

计算电磁学被广泛地定义为一门内在和常规地应用数字计算机来获得电磁问题的数值结果的学科[1]。它是电磁工程师可使用的第三种工具,其他两种是数学分析和实验观察,前者我们在本书的前7章中应用过,后者将在第9章涉及。用实验结果来检验分析结果和计算电磁学结果并不是不常见的,同样用分析和/或计算电磁学来理解实验结果也是相当普遍的。

计算电磁学所用技术的分类方法有多种,在这里选择将它们分为两个主要类别:数值方法和高频或渐近方法,如图 10-1 所示。像图 10-2 指出的那样,通常数值方法用

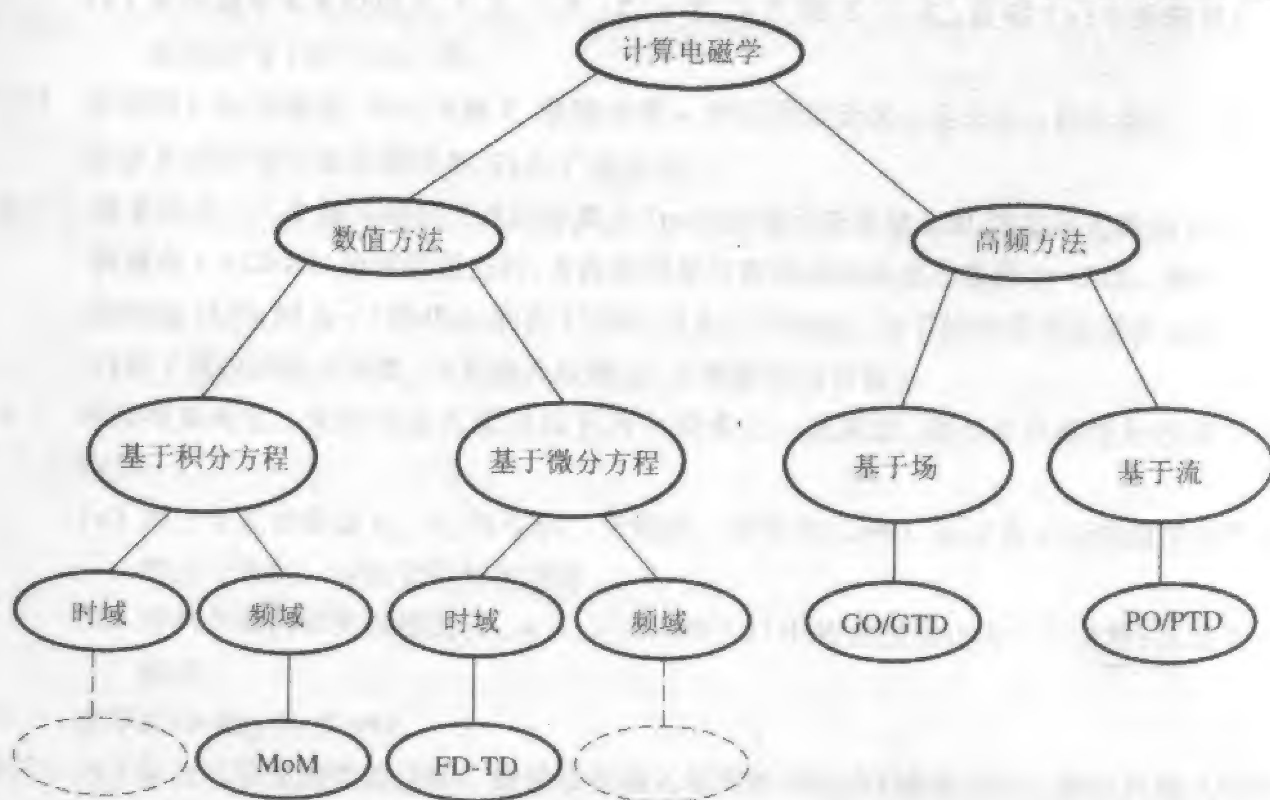


图 10-1 计算电磁学中的分类

于天线或散射体的尺寸在一个波长到几十个波长量级的场合。相反,将在第 12 章考虑的高频方法则适用于尺度为很多波长的物体。

反过来,数值方法的分类也有许多种,在这里我们选择将它们分为基于微分方和基于积分方程的两个主要的大类。

这两类又可进一步细分为两部分:频域方法和时域方法。本章中我们研究一种于频域积分方程的技术(即矩量法)。在下一章则将研究另一种基于时域微分方程技术(即时域有限差分法)。

另外还有基于时域积分方程的技术(如空-时积分方程[2])和基于频域微分方的技术(如有限元方法[3])。在所谈到的以及其他一些技术中,有限元法(FEM)用得多,而且主要用于散射问题,但微带贴片天线是个值得注意的例外。

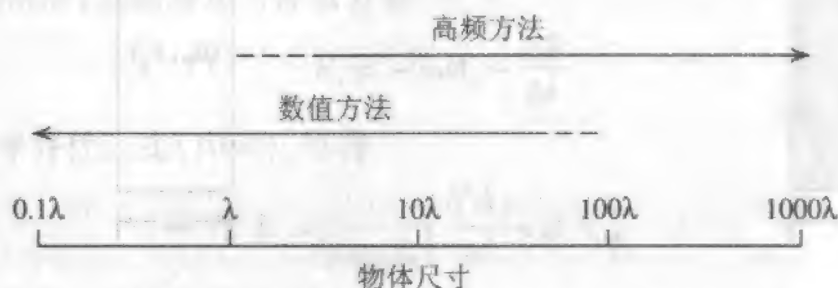


图 10-2 图 10-1 中主要分类的应用范围

10.2 矩量法简介

迄今为止,我们已学习了许多种天线结构。但对于大部分情况,我们是假定天的电流分布为均匀分布(例如理想偶极子)或正弦分布,接下来相对直接的步骤是求该电流产生的近区场或远区场。

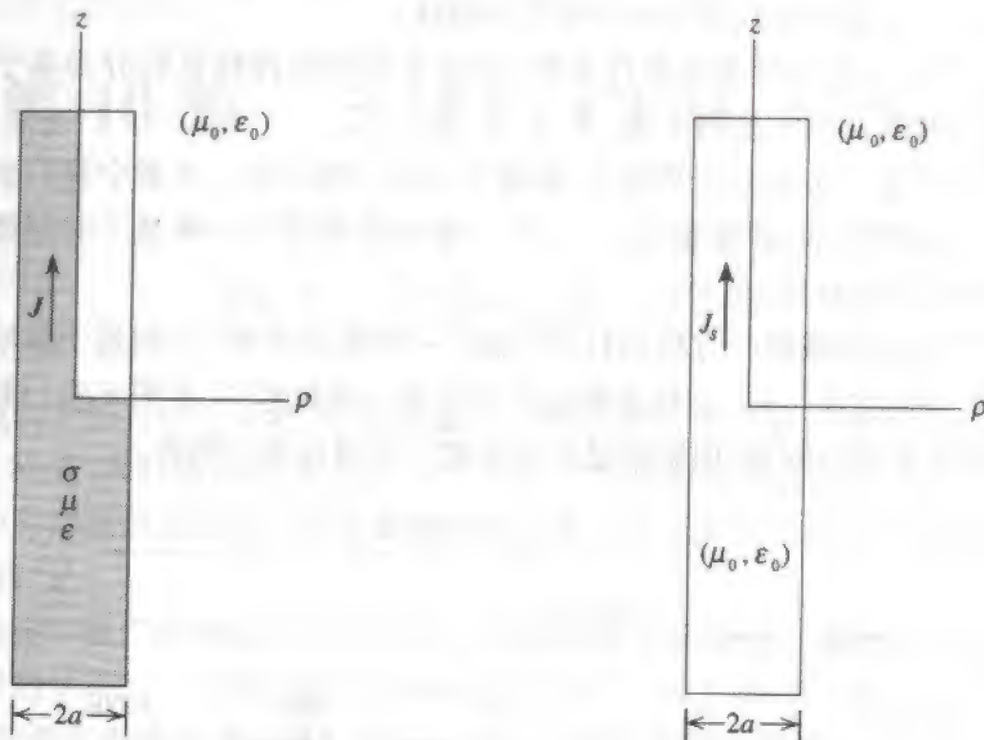
在本章中,我们不再要求假定电流分布的形式。自然,这样可以极大地拓展可分析的天线结构类型。例如,我们实际上可以研究几乎任意结构的线天线。所以我在此应用的方法是非常通用的方法,它能够获得在实验误差精度内的结果。应用如强有力的方法可能的代价将依赖于编写必需软件所花的努力,计算机计算所需的间,以及证实结果需要的工作。所幸的是现已有了有高性价比的电磁分析软件,不要从零开始编写软件了。但是为了避免误用电磁分析软件和错误地解释结果,对电分析软件所基于的原理有一个适当的了解是必要的。

考虑如图 10-3 所示的 z 向线天线,描述这类天线的积分方程的一般形式为:

$$-\int I(z')K(z,z')\,dz' = E^i(z) \qquad (10\text{-}$$

积分核 $K(z,z')$ 依赖于所应用的特定积分方程;下一节中将介绍常用的波克林顿(Po

lington)积分方程形式。



(a) 载有电流密度 J 的良导电导线 (b) 在自由空间载有等效面电流密度的面等效模型

图 10-3 z 向良导电的细导线

电磁辐射问题总能用如式(10-1)中的普遍形式积分方程来描述，在该积分方程中右端是一个非均匀的源项，而在积分中包含着未知量。但直到20世纪60年代中期，高速数字计算机得到应用时才使大多数这样的方程能够求解。从那时起已发展了许多矩量法的程序和代码[4~7]。

矩量法是对式(10-1)所示的积分方程的一种近似求解过程，它通过对关于未知电流 $I(z')$ 项的联立线性代数方程组来获得电流的近似解。然后如同我们在前面的章节中所见到的，一旦电流已知，即可直接求得辐射方向图和阻抗。

在本章中，我们将阐明用矩量法求解积分方程所涉及的基本原理，并用几个例子来说明其求解过程，鼓励学习认真的学生应用这些原理来编写如问题10.5.1所建议的那样的简单计算机程序。

10.3 波克林顿积分方程

波克林顿在1897年导出了处理线天线的一个很普遍的积分方程。波克林顿借此说明了在细天线上的电流分布是近似正弦分布，并以近似光速传播的。为了导出该方程，考虑如图10-3所示导电率为 σ 的导线，其周围是自由空间 (μ_0, ε_0)，假定导线的电导率很高(例如铜导线)，因此电流大部分被限于导线的表面。该导线的等效模型如图

10-3b(见问题 10.3.1)所示,在导线材料上的电流用一个自由空间中的等效面电流代替(即导线材料被移去了)。这一步是非常必要的,它使我们可以应用自由空间格林函数的矢量位。

当导线半径远小于波长时,我们可以假定仅存在 z 向电流,从式(1-45)的洛仑兹(Lorentz)规范条件

$$\frac{\partial A_z}{\partial z} = -\mathrm{j}\omega\varepsilon_0\mu_0\Phi \tag{10-2}$$

式中 Φ 为标量位,A_z是磁矢位的 z 分量。如果我们应用式(1-40),则从位产生的矢量电场为

$$\boldsymbol{E} = -\mathrm{j}\omega\boldsymbol{A} - \nabla\Phi \tag{10-3}$$

对于图 10-3 的情形,上式简化为标量方程

$$E_z = -\mathrm{j}\omega A_z - \frac{\partial\Phi}{\partial z} \tag{10-4}$$

对式(10-2)求导并代入式(10-4),可得

$$E_z = \frac{1}{\mathrm{j}\omega\mu_0\varepsilon_0}\left(\frac{\partial^2 A_z}{\partial z^2} + \beta^2 A_z\right) \tag{10-5}$$

如果我们考虑 z 向体电流元 $J\mathrm{d}v'$,有

$$\mathrm{d}E_z = \frac{1}{\mathrm{j}\omega\varepsilon_0}\left[\frac{\partial^2\psi(z,z')}{\partial z^2} + \beta^2\psi(z,z')\right]J\,\mathrm{d}v' \tag{10-6}$$

式中 $\psi(z, z')$是式(1-56)中所给出的自由空间格林函数,即

$$\psi(z, z') = \frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta R}}{4\pi R} \tag{10-7}$$

R 是观察点(x, y, z)与源点 (x',y',z') 之间的距离,或者

$$R = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2} \tag{10-8}$$

对整个导线体积的积分可得到电流对电场的总贡献

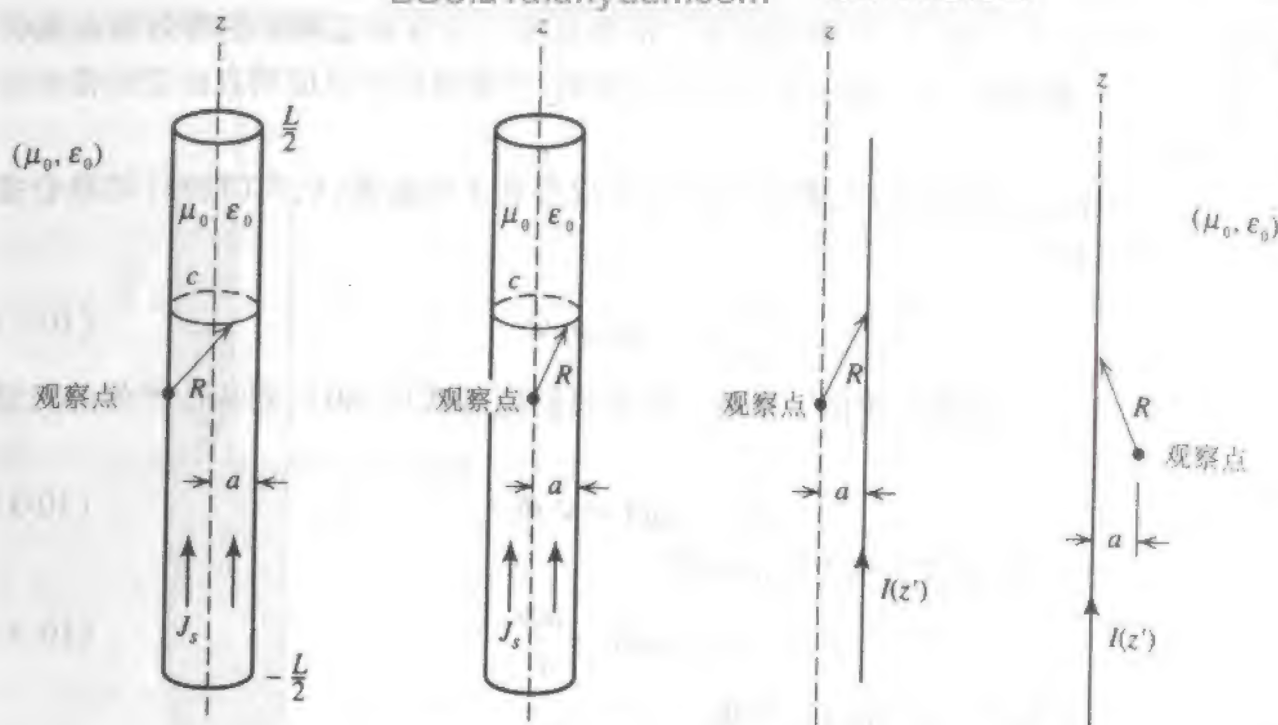
$$E_z = \frac{1}{\mathrm{j}\omega\varepsilon_0}\iiint\left[\frac{\partial^2\psi(z,z')}{\partial z^2} + \beta^2\psi(z,z')\right]J\,\mathrm{d}v' \tag{10-9}$$

假如导线的导电率不是足够高,我们仅需考虑电流强度的体分布。如果我们假定导电率为无限大,则电流将限于导线表面,式(10-9)简化为

$$E_z = \frac{1}{\mathrm{j}\omega\varepsilon_0}\oint_c\int_{-L/2}^{L/2}\left[\frac{\partial^2\psi(z,z')}{\partial z^2} + \beta^2\psi(z,z')\right]J_s\,\mathrm{d}z'\mathrm{d}\phi' \tag{10-10}$$

式中 c 是如图 10-4a 中所示的导线横截面曲线。对于良导电材料的导线,表面电流的假定是近似成立的,它可使问题变得简单。如图 10-4b 所示,如果我们从导线轴线上某一点观察表面电流分布,则

$$R = \sqrt{(z-z')^2 + a^2} \tag{10-11}$$



(a) 载有等效面电流 J_s 的导线，观察点在导线表面；(b) 载有等效面电流 J_s 的导线，观察点在导线的轴线上；(c) 对于(b)情形的等效细丝线源；(d) 对于(c)情形的另一种表示

图 10-4　细导线的理论模型

对于 $a \ll \lambda$ 的情形，电流分布随 ϕ' 的变化几乎是均匀的，式(10-10)简化为(总)电流的线积分，于是

$$E_z = \frac{1}{\mathrm{j}\omega\varepsilon_0}\int_{-L/2}^{L/2}\left[\frac{\partial^2\psi(z,z')}{\partial z^2}+\beta^2\psi(z,z')\right]I(z')\,\mathrm{d}z' \tag{10-12}$$

注意在图 10-4c 和 10-4d 中等效细丝线源 $I(z')$ 位于离观察点的径向距离为 a 处，我们没有像在第 2 章和第 5 章中研究偶极子那样假定导线为无限细。

根据 7.1 节中的表面等效原理，我们认为公式(10-12)中的场量 E_z 是散射场 E_z^s，即 E_z^s 是等效电流 $I(z')$ 在自由空间的辐射场。还存在的另一个电场是入射场或外加电场 E_z^i。在完纯导体的导线表面和内部，散射场和入射场之和的切向分量必须为零，于是有 $-E_z^s = +E_z^i$；应用式(10-12)，我们可写出

$$\frac{-1}{\mathrm{j}\omega\varepsilon_0}\int_{-L/2}^{L/2}I(z')\left[\frac{\partial^2\psi(z,z')}{\partial z^2}+\beta^2\psi(z,z')\right]\mathrm{d}z' = E_z^i(z) \tag{10-13}$$

该式即是波克林顿推导出的积分方程形式，它属于公式(10-1)中应用的积分方程普遍形式。

方程(10-13)属于第一类积分方程，因为它的未知量 $I(z')$ 仅出现在积分号内。因为已将边界条件结合在内，所以它被认为是一个积分方程。它与式(10-12)不同，式(10-12)仅是所谓散射场的表达式，我们认为散射场是由一个电流辐射产生的，而不管该电流是怎么建立起来的(例如通过天线上的外加源或入射平面波)。

在我们结束本节之前，有必要对我们在此所应用的重要近似作一个总结，这些近似都是基于 $a \ll \lambda$ 的假定。

(1)忽略了导线上的周向电流。

(2)在导线表面(图 10-4a)电磁场边界条件的实施实际上是作用在导线轴线上(图 10-4b)，并且将面电流"瓦解"为电流细丝(见图 10-4c)。根据互易定理，进一步处理为电流细丝位于导线轴线上，而观察点被置于离电流细丝距离为"a"的位置(如图 10-4d 所示)。

(3)由式(10-11)给出的 R 导致了广泛使用的细线积分核或简化积分核。R 永不会等于零，于是该积分核也永不会奇异。可是，它可能接近奇异，所以在对 $R \approx a$ 的情形积分时需加以小心。

在下一节中，我们将介绍如式(10-13)的积分方程如何用数值方法求解，并指出该过程与基尔霍夫(Kirchhoff)网络方程如何相像，如同 Schelkunoff [8] 在多年前所提到的那样。

10.4 积分方程与基尔霍夫网络方程

本节的一个目的是说明式(10-13)所给出的积分方程类型与基尔霍夫网络方程的相似性：

$$\sum_{n=1}^{N} Z_{mn} I_n = V_m, \quad m = 1,2,3,\cdots,N \tag{10-14}$$

432

这样我们将像求解 N 个网孔或 N 个节点的电路问题一样，通过写出 N 个未知数的 N 个方程来用数值方法求解积分方程。

为了方便起见，将式(10-13)写成如下形式：

$$-\int_{-L/2}^{L/2} I(z')K(z,z')\,\mathrm{d}z' = E_z^i(z) \tag{10-15}$$

求解式(10-15)的第一步是将未知电流用一组已知展开函数 F_n 来近似

$$I(z') = \sum_{n=1}^{N} I_n F_n(z') \tag{10-16}$$

式(10-16)中 I_n 是复展开系数，它们是未知的。为了使讨论尽可能简单，假定展开函数为一组正交脉冲函数，即

$$F_n(z') = \begin{cases} 1 & z'\text{在 } \Delta z'_n \text{ 中} \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \tag{10-17}$$

用脉冲函数展开是对导线上电流分布的一种阶梯近似，导线在此被分成长度为 $\Delta z'_n$ 的 N 段，见图 10-5。

将式(10-16)代入式(10-15)，得到

$$-\int_{-L/2}^{L/2} \sum_{n=1}^{N} I_n F_n(z') K(z_m,z')\,\mathrm{d}z' \approx E_z^i(z_m) \tag{10-18}$$

该式中 z_m 的下标 m 表示积分方程施加在第 m 段上，注意方程的左边只是近似等于右边，因为我们用近似电流分布代替了实际电流分布。在式(10-18)中应用式(10-17)的表示，可写出

$$-\sum_{n=1}^{N} I_n \int_{\Delta z'_n} K(z_m, z')\,\mathrm{d}z' \approx E_z^i(z_m) \tag{10-19}$$

为方便起见，令

$$f(z_m, z'_n) = -\int_{\Delta z'_n} K(z_m, z')\,\mathrm{d}z' \tag{10-20}$$

然后在式(10-15)中应用关系式(10-16)和(10-17)可得

$$-\int_{-L/2}^{L/2} I(z')K(z_m, z')\,\mathrm{d}z' \approx I_1 f(z_m, z'_1) + I_2 f(z_m, z'_2) + \cdots + I_n f(z_m, z'_n) + \cdots + I_N f(z_m, z'_N) \approx E_z^i(z_m) \tag{10-21}$$

如图10-5中所描述，该方程的物理解释如下：导线共分为 N 段，每段的长度 $\Delta z'_n = \Delta z'$，在每段上的电流为一个未知常数。在第 m 段的中心，总共 N 段电流的散射场之和设置为与 z_m 点的入射场相等。入射场是一个已知的电场，它可以由导线上的源产生（相应于发射天线）或来自远距的源（相应于接收天线或雷达散射）。同样我们可以推测，如果需要对电流 $I(z')$ 有更精确的表示，可以应用更短的分段（更大的 N）。更详细的情况我们将在以后再讲。

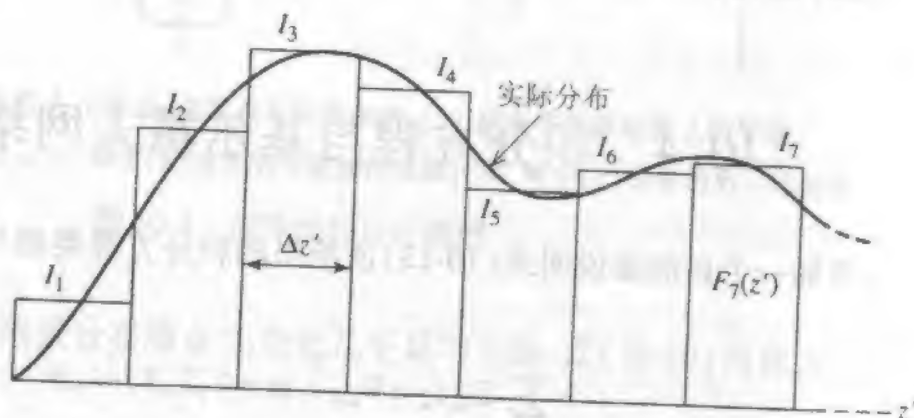


图10-5 实际流分布的"阶梯"形似

433

从方程(10-21)可得到

$$\sum_{n=1}^{N} Z_{mn} I_n = V_m \tag{10-22}$$

对于本例的情况有

$$Z_{mn} = f(z_m, z'_n) \tag{10-23}$$

以及

$$V_m = E_z^i(z_m) \tag{10-24}$$

注意我们已达到了我们的目的，将电磁问题简化为公式(10-22)，它与式(10-14)的网络表达式相同。但必须指出，在网络问题中 Z_{mn} 在一开始就是已知的，而在电磁问题中，如同我们在这个初步的例子中所展示的那样，Z_{mn} 需要计算。

迄今为止，我们仅产生了具有 N 个未知数的一个方程，我们需要另外 $N-1$ 个独立

的方程来求解此 N 个未知数。为了获得这些方程，我们对每个方程选择一个不同的 z_m。即我们将积分方程作用于导线轴线上的 N 个点，这样的过程叫作*点选配*，它是更普遍的矩量法中的一种特殊情况。

在 N 个点进行点选配可以得到如下系统方程组：

$$\begin{aligned} I_1 f(z_1,z'_1)+I_2 f(z_1,z'_2)+\cdots+I_N f(z_1,z'_N) &= E_z^i(z_1) \\ I_1 f(z_2,z'_1)+I_2 f(z_2,z'_2)+\cdots+I_N f(z_2,z'_N) &= E_z^i(z_2) \\ \vdots \qquad\qquad \vdots \qquad\qquad\qquad \vdots \qquad & \quad \vdots \\ I_1 f(z_N,z'_1)+I_2 f(z_N,z'_2)+\cdots+I_N f(z_N,z'_N) &= E_z^i(z_N) \end{aligned} \tag{10-25}$$

其可写成矩阵形式

$$\begin{bmatrix} f(z_1,z'_1) & f(z_1,z'_2) & \cdots f(z_1,z'_N) \\ f(z_2,z'_1) & f(z_2,z'_2) & \cdots f(z_2,z'_N) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ f(z_N,z'_1) & f(z_N,z'_2) & \cdots f(z_N,z'_N) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_z^i(z_1) \\ E_z^i(z_2) \\ \vdots \\ E_z^i(z_N) \end{bmatrix} \tag{10-26}$$

或者写成紧凑的表示式

$$[Z_{mn}][I_n]=[V_m] \tag{10-27}$$

式中的 Z_{mn} 和 V_m 分别由式(10-23)和(10-24)给出。我们将第一个下标(m)作为匹配点指数，因为它与第 m 个方程依据的匹配点相关，第二个下标是源点指数，因为它与第 n 分段的场或第 n 个源相关。由于与网络方程的相似性，矩阵$[Z_{mn}]$、$[I_n]$和$[V_m]$分别叫作*广义阻抗*、*广义电流*和*广义电压矩阵*。但这仅仅是相似，$[Z_{mn}]$、$[I_n]$和$[V_m]$的单位并不必须是欧姆、安培和伏特。该相似性并不局限于在这里处理的例子中的共线分段，也适用于其他任意的线状结构。

我们可将式(10-27)的解写成符号表示形式

$$[I_n]=[Z_{mn}]^{-1}[V_m] \tag{10-28}$$

实际上显式的逆矩阵$[Z_{mn}]^{-1}$通常不直接计算，而是通过某个相当标准的矩阵算法来求解系统方程组。一旦求得$[I_n]$，式(10-16)的电流分布近似的离散形式就知道了，接下来我们可以确定天线阻抗、辐射方向图或雷达截面。

总结本节，我们已得到了式(10-15)的积分方程的一个基本数值解。这是通过如式(10-25)中所示的在 N 个不同点执行积分方程得到的。从数学上的方便与简单考虑起见，这些点的位置选在导线的 N 个等长度分段的中心。严格讲，为了使式(10-25)的方程式两边严格相等，N 必须趋于无穷大。然而在实际上正如我们将在下一节中说明的那样，可以选择使 N 足够大而获得电流分布的准确解。

10.5 源的建模

在矩量法中通常使用的激励源模型有三种。对于发射天线的情况，δ 间隙源和流

环发生器(frill source)产生所需的入射场。而对于接收天线或散射器，入射场通常是平面波。我们在本节中对于这三种源进行研究。

无疑地在天线理论中用的最多的是如图10-6所示的δ间隙模型，它常被称为片状发生器(slice generator)。虽然这样的源实际上并不存在，但它确实是令人惊奇地提供了出色计算的可能。δ间隙源出自如下假设：一电压作用于某间隙，引起完全局限于该间隙(即没有边缘效应)的外加电场$E^i = V/\delta$。参考图10-6，跨在间隙两边的电压由间隙中电场的线积分确定。其结果是$V_A = +E^i\delta$。外加电压V_A不能与广义电压矩阵$[V_m]$中的元V_m混淆。当应用点选配技术时，对于δ间隙源模型有$V_m = E^i = V_A/\delta$。

435

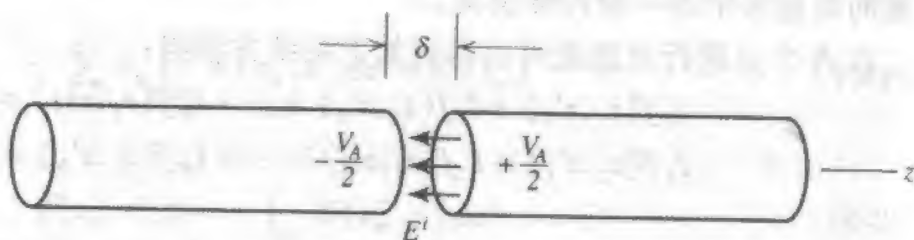
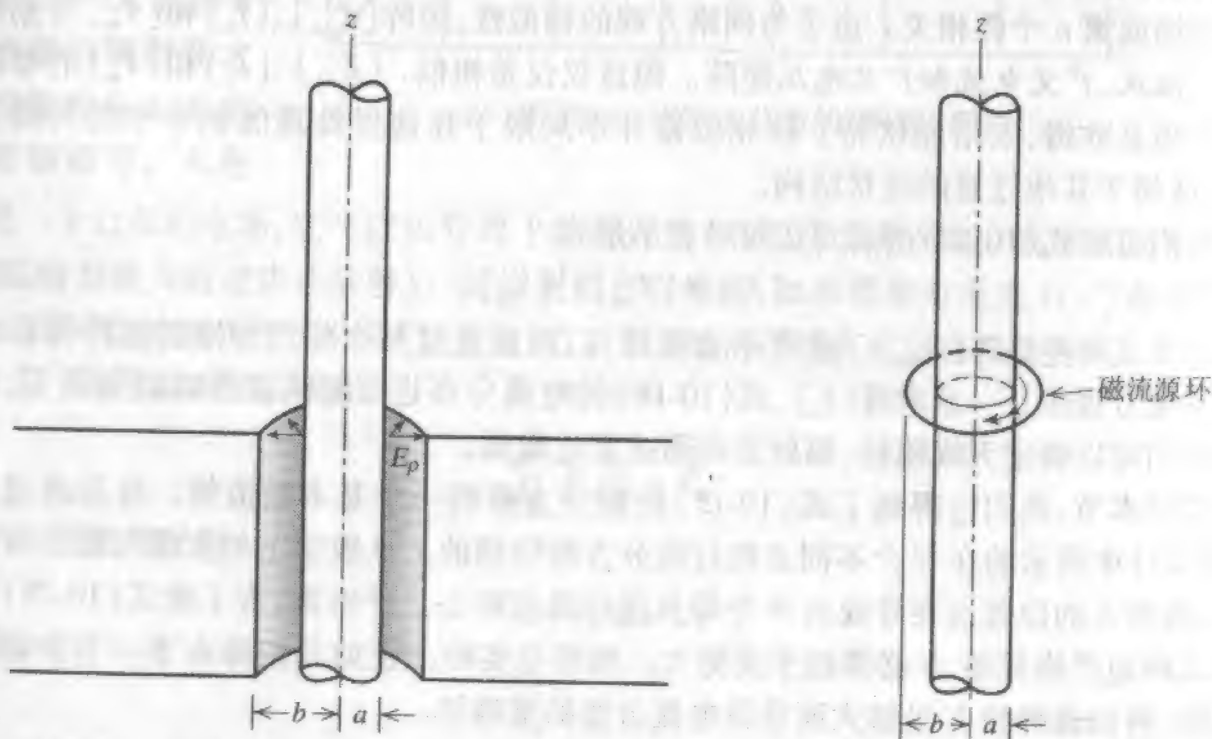


图10-6 用外加电场$E^i = V_A/\delta$的δ间隙源模型

第二种激励源模型具有实际意义上的重要性，它被称为*流环发生器*(frill generator)。考虑图10-7a所示情况，同轴线对接地平面上的单极子馈电。假定在同轴线口面上只有主模(TEM)分布，运用镜像定理，我们可以将接地平面和同轴线口径替换成所图10-7b所示的磁流源环。因口径中的电场形式假设为



(a) 同轴线通过接地线平面对单极子馈电 (b) 图10-7a的数学模型

图10-7 磁流环源

$$E_{\rho'}(\rho') = \frac{1}{2\rho'\ln(b/a)} \tag{10-29}$$

从 $\boldsymbol{M} = 2\hat{\boldsymbol{n}} \times \boldsymbol{E}$ 可知相应的磁流分布为

$$M_{\phi'} = 2E_{\rho'} = \frac{-1}{\rho'\ln(b/a)} \tag{10-30}$$

从该磁流分布可得到单极子在轴线上的电场为[7,40]

$$E_z^i(0,z) = \frac{1}{2\ln(b/a)}\left(\frac{e^{-j\beta R_1}}{R_1} - \frac{e^{-j\beta R_2}}{R_2}\right) \tag{10-31}$$

式中

$$R_1 = \sqrt{z^2 + a^2} \tag{10-32a}$$

$$R_2 = \sqrt{z^2 + b^2} \tag{10-32b}$$

以上我们假定环磁流中心位于坐标原点。

考虑的第三种激励源是入射平面波。在这种情况中，为了得到广义电压矩阵中的矩阵元，我们需要在导线振子轴线上匹配点的入射场的切向分量。对于我们在图 10-4所示的 z 向偶极子，该切向分量为

$$E_{\tan}^i = \hat{\boldsymbol{z}} \cdot \boldsymbol{E} e^{j\beta z\cos\theta} \tag{10-33}$$

例如，对于单位平面波垂直入射于 z 向偶极子，广义电压矩阵的矩阵元将都是 $(1 + j0)$。

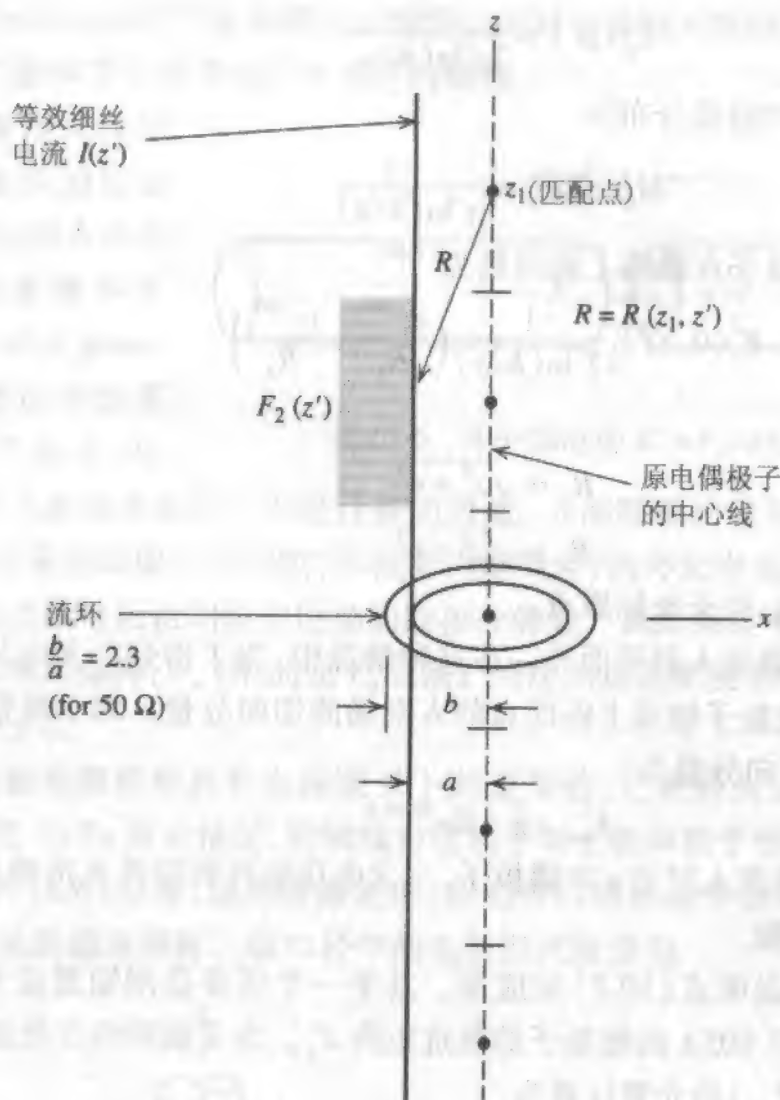
例 10-1 短振子的点选配

这个例子的目的是说明式(10-2)的应用。其中一个任务是用矩量法来确定某一个长度为 0.1λ，半径为 0.005λ 的短振子的阻抗矩阵 Z_A。为了说明的方便起见，令 $N = 5$。参照图 10-8，矩阵 $[Z_{mn}]$ 的元素计算为

$$[Z_{mn}] = 10^2\begin{bmatrix} 679.5\angle -89.99^\circ & 292.6\angle 89.97^\circ & 33.03\angle 89.73^\circ & 9.75\angle 89.09^\circ & 4.24\angle 87.92^\circ \\ 292.6\angle 89.97^\circ & 679.5\angle -89.99^\circ & 292.6\angle 89.97^\circ & 33.03\angle 89.73^\circ & 9.75\angle 89.09^\circ \\ 33.03\angle 89.73^\circ & 292.6\angle 89.97^\circ & 679.5\angle -89.99^\circ & 292.6\angle 89.97^\circ & 33.03\angle 89.73^\circ \\ 9.75\angle 89.09^\circ & 33.03\angle 89.73^\circ & 292.6\angle 89.97^\circ & 679.5\angle -89.99^\circ & 292.6\angle 89.97^\circ \\ 4.24\angle 87.92^\circ & 9.75\angle 89.09^\circ & 33.03\angle 89.73^\circ & 292.6\angle 89.97^\circ & 679.5\angle -89.99^\circ \end{bmatrix}$$

对于位于短振子中心（即分段 3）1V 的激励，应用 10.5 节中讨论的流环源，其 $b/a = 2.3$，可得如下电压矩阵 $[V_m]$。在计算式(10-28)以后，获得如下的电流矩阵 $[I_n]$：

$$[V_m] = \begin{bmatrix} 0.484\angle -0.31^\circ \\ 3.128\angle -0.04^\circ \\ 67.938\angle -0.002^\circ \\ 3.128\angle -0.04^\circ \\ 0.484\angle -0.31^\circ \end{bmatrix}, \quad [I_n] = 10^{-3}\begin{bmatrix} 0.78\angle 89.54^\circ \\ 1.48\angle 89.64^\circ \\ 2.35\angle 89.75^\circ \\ 1.48\angle 89.64^\circ \\ 0.78\angle 89.54^\circ \end{bmatrix}$$



$$Z_{12} = -\int_{\Delta z_2'} F_2(z')K(z_1, z')\mathrm{d}z'$$

$$K(z_m, z') = \frac{1}{4\pi \mathrm{j}\omega\varepsilon_0}\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta R}}{R^5}[(1+\mathrm{j}\beta R)(2R^2-3a^2)+\beta^2a^2R^2]$$

图 10-8 例 10-1 中短振子的 Z_{12} 的计算

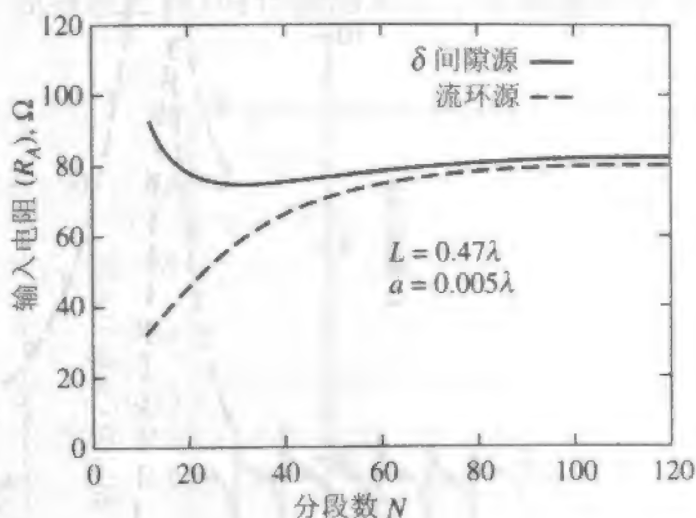
另一方面,如使用1V的 δ 间隙源,则 $V_3 = 1/\Delta z = 1/0.02 = 50\angle 0°$,得到的电压和电流矩阵为

$$[V_m] = \begin{bmatrix} 0 & \angle 0° \\ 0 & \angle 0° \\ 50.0 & \angle 0° \\ 0 & \angle 0° \\ 0 & \angle 0° \end{bmatrix}, [I_n] = 10^{-3}\begin{bmatrix} 0.52\angle 89.54° \\ 0.98\angle 89.64° \\ 1.63\angle 89.76° \\ 0.98\angle 89.64° \\ 0.52\angle 89.54° \end{bmatrix}$$

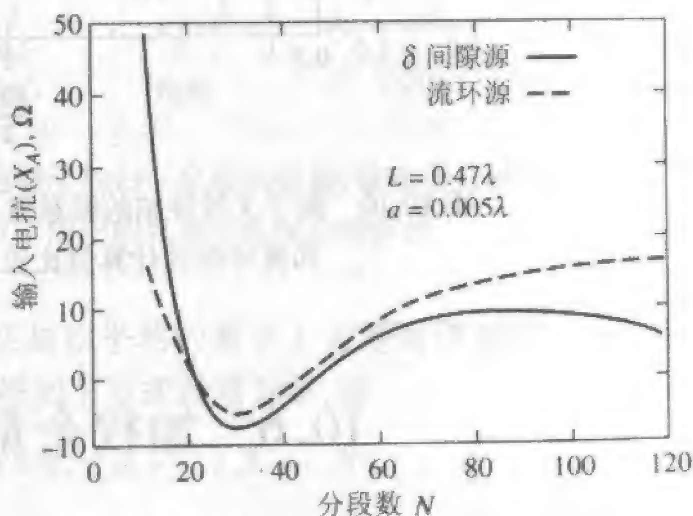
注意,如同所预料的电流分布从中心向两端递减。流环发生器的输入阻抗可从下式得到:$Z_A = V_A/I_3 = 1.0/(2.35\times 10^{-3}\angle 89.75°) = 425.53\angle -89.75° = 1.857 -$

j425.53Ω。与图5-5和5-6所示的细电偶极子相比，我们可以看到0.1λ的短振子输入阻抗同样具有很小的实部和大的负电抗部分。另外，尽管在此例中仅用了5个分段，1.857Ω的实部与近似公式$20\pi^2(L/\lambda)^2=1.974\Omega$符合得相当好。

在上例中，为了给以数值上的说明，短振子仅用了5个分段来表示。为了说明波克林顿方程求解谐振尺寸振子的点选配解当分段数变化时的特性，可看图10-9。图10-9示出长度$L=0.47\lambda$的振子当分段数从10变到120时的输入阻抗。应用环天线发生器（流环源）和δ间隙源的结果都给出了。对于这两种源，显然当N足够大时结果都收敛于最终的或相当稳定的值。在很多例子中，N不能设置为任意大，因为这样可能造成数值不稳定。例如，图10-9b中δ间隙源得到的电抗当N增大时有发散现象。但是这不能看成是δ间隙源的一种普遍行为，因为它不一定发生在其他矩量法式（如图10-13b），或式(10-13)中，如果交换其微分与积分的次序，这种现象也不会发生。



(a) 输入电阻



(b) 输入电抗

图10-9 对于两种不同源（间隙源和流环源），当冲激函数的数量增加时，它们的输入阻抗会合

类似在图10-9中的曲线是值得研究的，因为它很清楚地表现了解的收敛行为。图10-10给出了与实验值的比较结果。

对本节做一个总结，本节得到了对式(10-15)所给出积分方程形式的一种初步的数值解，它是通过如式(10-25)所示连续在$N-1$个不同的点强制边界条件而获得的。为了数学上的方便与简单起见，这些分段是等长的，并且匹配点位于每个分段中心。严格地说，为了使式(10-25)精确相等，N必须趋于无穷大。但是在实际上可以令N足够大而获得准确的解。在这点上，像图10-9中的收敛曲线会是非常宝贵的。

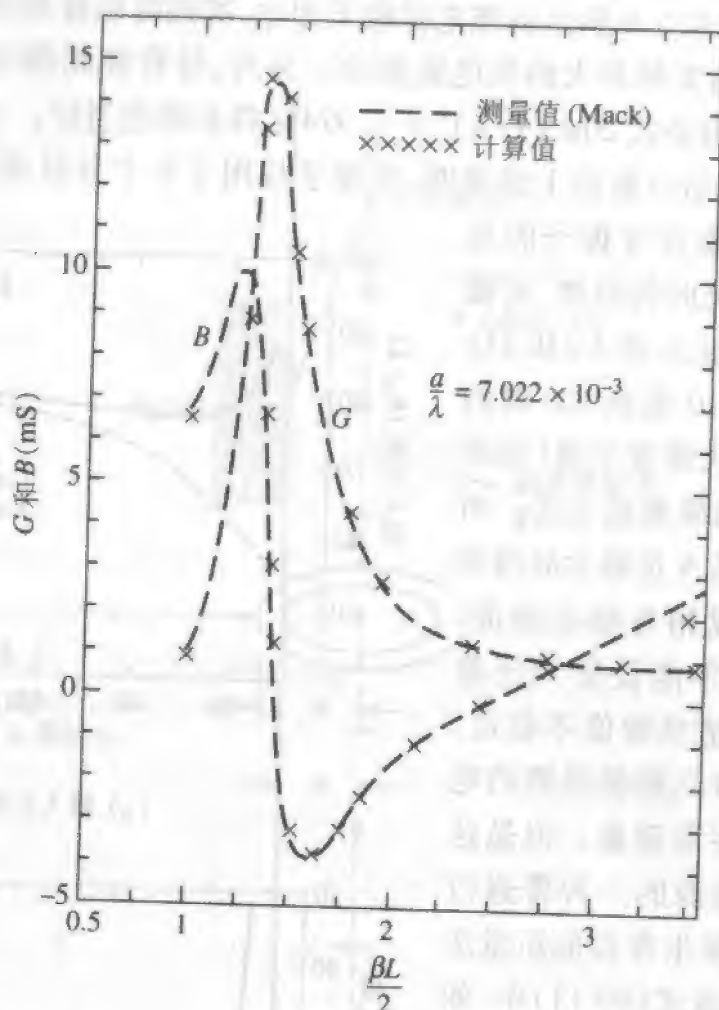


图10-10　振子天线导纳的测量值与使用脉冲函数($N=100$)和流环源的计算值比较

10.6　加权余量和矩量法

我们在这一节的目的是获得比上一节的点选配更普遍的矩量法过程。它是通过叫作加权余量法[10]的方法来实现的。

参考上节中的直导线例子。定义余量 R 为散射场与入射场的切向分量之和：

$$R = E^s_{\tan} + E^i_{\tan} \tag{10-34}$$

显然我们希望余量等于零以满足边界条件。在10.4节的例子中，使用脉冲展开函数，从式(10-19)可得余量为

$$R(z) = -\sum_{n=1}^{N} I_n f(z, z'_n) + E^i_z(z) \tag{10-35}$$

按电场边界条件的说法，该余量是在导线表面上的散射场和入射场的切向分量之和。式(10-35)在 $z = z_m$点计算时给出了在第 m 个匹配点的余量，因为 I_n的解是通过在 N 个匹配点上服从电场的边界条件得到的，当然该余量应该为零。但是正如图

10-11 指出的，在这些匹配点以外的点上总电场的切向分量一般不为零。因此，对于 $z \neq z_m$ 的余量($m=1、2、3、\cdots、N$)也将不等于零。从物理意义上讲，我们可将点选配过程看成是一种放宽了的边界条件，它仅要求在指定点上得到满足。在匹配点之间的区域，我们只能希望边界条件不要违反得太利害，以致计算结果变得无用了。因此像我们在图 10-9 所看到的那样，当 N 增加(在极限之内)时计算结果趋于改善是不令人惊奇的。

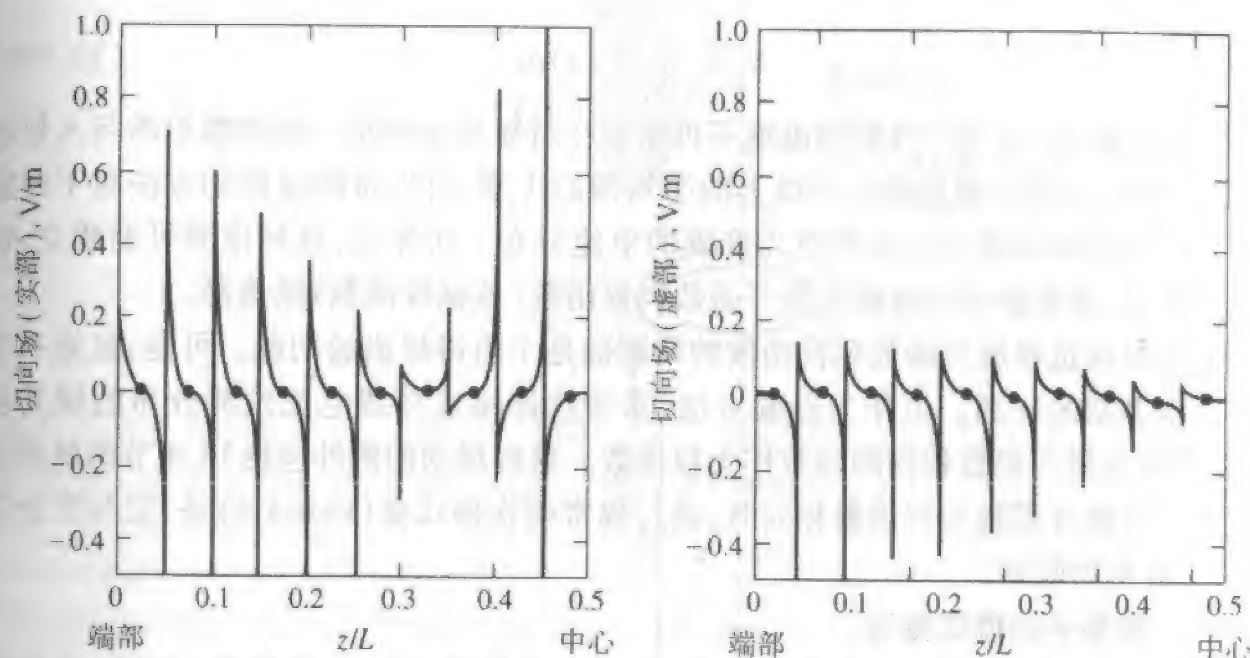


图 10-11 沿着一半的中心馈电振子的归一化切向电场，该振子有脉冲扩展函数和 δ 权函数。图中的点指示匹配点的位置

在加权余量法中，I_n 是通过令余量在加权平均的意义上为零而得到的。于是在图 10-3 中的导线问题中，余量的加权积分按如下方式设置为零，即

$$\int W_m(z)R(z)\,\mathrm{d}z=0,\quad m=1,2,3,\cdots,N \tag{10-36}$$

式中的 $W_m(z)$ 叫作权函数或试探函数，将式(10-35)代入式(10-36)可得

$$-\int_{-L/2}^{L/2} W_m(z)\sum_{n=1}^{N} I_n f(z,z'_n)\,\mathrm{d}z+\int_{-L/2}^{L/2} W_m(z)E_z^i(z)\,\mathrm{d}z=0,$$
$$m=1,2,3,\cdots,N \tag{10-37}$$

如果权函数为狄拉克(Dirac) δ 函数

$$W_m(z)=\delta(z-z_m) \tag{10-38a}$$

则式(10-37)简化为式(10-21)。如果权函数为脉冲函数

$$W_m(z)=\begin{cases}1 & \text{当 } z \text{ 在 } \Delta z_m \text{ 中}\\ 0 & \text{其他}\end{cases} \tag{10-38b}$$

然后(10-37)变为

$$-\sum_{n=1}^{N} I_n \int_{\Delta z_n} f(z,z'_n)\,\mathrm{d}z + \int_{\Delta z_n} E_z^i(z)\,\mathrm{d}z = 0,\quad m=1,2,3,\cdots,N \tag{10-39}$$

接下来有

$$Z_{mn} = \int_{\Delta z_n} f(z,z'_n)\,\mathrm{d}z \tag{10-40a}$$

和

$$V_m = \int_{\Delta z_n} E_z^i(z)\,\mathrm{d}z \tag{10-40b}$$

通过求解式(10-40)得到的电流不再需要在沿导线表面每一处的散射场与入射场之和(即余量)为零，而是其在导线上的平均值趋于零，可以推测这样的方法对于给定的N可得到比权函数为δ函数更为准确的电流分布。实际上，这种推测可能成立，也可能不成立，其取决于对电流的展开函数和权函数(或试探函数)的选择。

人们如何选择展开函数和权函数的问题确是个值得提出的问题。可是，这是一个没有明确答案的问题。但作为经验方法，希望选择接近导线电流预测分布的展开函数，并选用与展开函数相同的函数作为权函数。这些规则的例外包括10.4节的脉冲点选配解。当展开函数与权函数相同时，该过程常叫作伽辽金(Galerkin)法，它与变分方法[6,7,10]有密切联系。

441

例10-2　短振子的伽辽金法

本例的目的是用脉冲函数代替δ函数来重复例10-1。参照图10-12，基于式(10-40)的脉冲-脉冲函数伽辽金解的阻抗矩阵$[Z_{mn}]$计算为

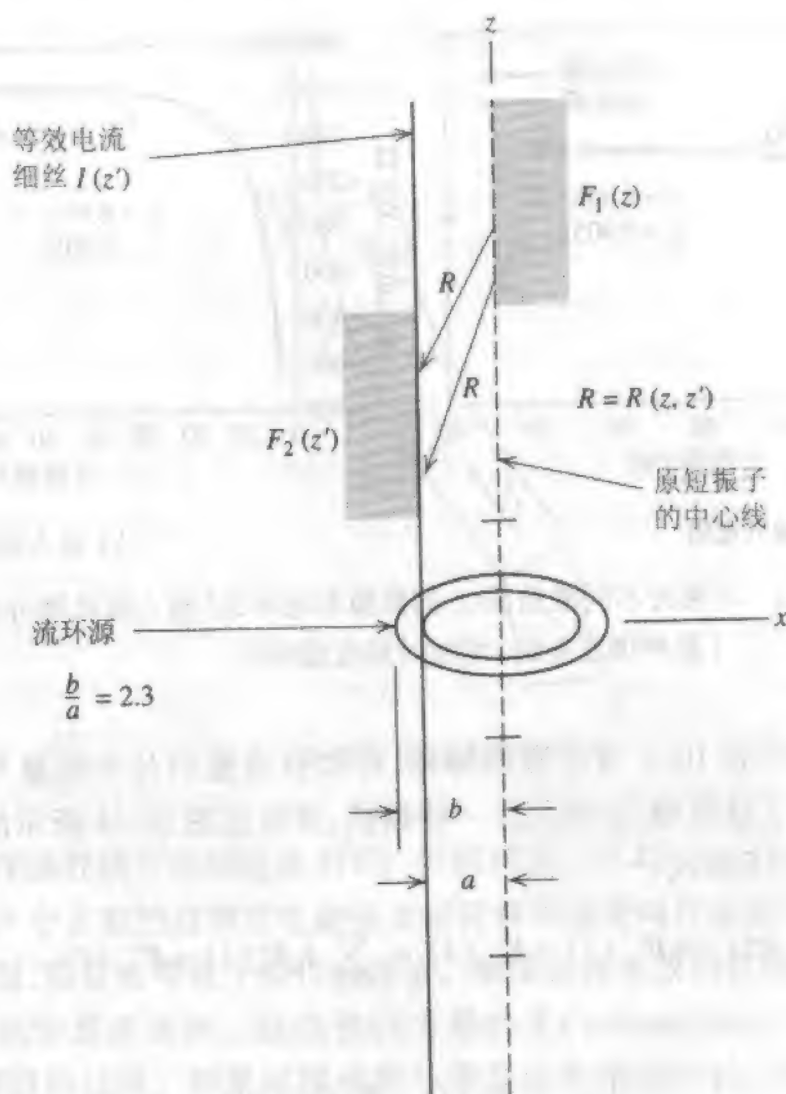
$$[Z_{mn}] = 10^2\begin{bmatrix} 14.4\angle -89.99^\circ & 6.14\angle 89.97^\circ & 0.759\angle 89.76^\circ & 0.206\angle 89.14^\circ & 0.087\angle 87.98^\circ \\ 6.14\angle 89.97^\circ & 14.4\angle -89.99^\circ & 6.14\angle 89.97^\circ & 0.759\angle 89.76^\circ & 0.206\angle 89.14^\circ \\ 0.759\angle 89.76^\circ & 6.14\angle 89.97^\circ & 14.4\angle -89.99^\circ & 6.14\angle 89.97^\circ & 0.759\angle 89.76^\circ \\ 0.206\angle 89.14^\circ & 0.759\angle 89.76^\circ & 6.14\angle 89.97^\circ & 14.4\angle -89.99^\circ & 6.14\angle 89.97^\circ \\ 0.087\angle 87.98^\circ & 0.206\angle 89.14^\circ & 0.759\angle 89.76^\circ & 6.14\angle 89.97^\circ & 14.4\angle -89.99^\circ \end{bmatrix}$$

使用1V的流环源时，电压矩阵$[V_m]$和解矩阵$[I_n]$分别为

$$[V_m] = \begin{bmatrix} 0.011\angle -0.280^\circ \\ 0.089\angle -0.034^\circ \\ 0.791\angle -0.003^\circ \\ 0.089\angle -0.034^\circ \\ 0.011\angle -0.280^\circ \end{bmatrix},\quad [I_n] = 10^{-3}\begin{bmatrix} 0.49\angle 89.57^\circ \\ 0.91\angle 89.66^\circ \\ 1.38\angle 89.75^\circ \\ 0.91\angle 89.66^\circ \\ 0.49\angle 89.57^\circ \end{bmatrix}$$

另一方面，如果应用1V的δ间隙源激励，则

$$[V_m] = \begin{bmatrix} 0\angle 0^\circ \\ 0\angle 0^\circ \\ 1\angle 0^\circ \\ 0\angle 0^\circ \\ 0\angle 0^\circ \end{bmatrix},\quad [I_n] = 10^{-3}\begin{bmatrix} 0.49\angle 89.57^\circ \\ 0.91\angle 89.67^\circ \\ 1.52\angle 89.78^\circ \\ 0.91\angle 89.67^\circ \\ 0.49\angle 89.57^\circ \end{bmatrix}$$

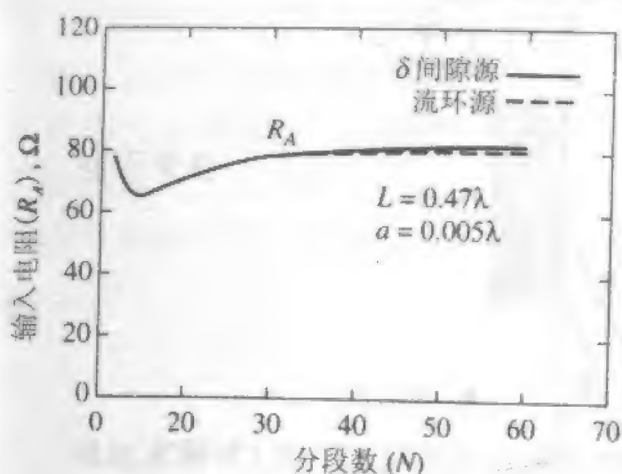


$$Z_{12}=\frac{-1}{4\pi\ j\omega\varepsilon_0}\int_{\Delta z_1}F_1(z)\int_{\Delta z'_2}F_2(z')K(z,z')\,dz'dz$$

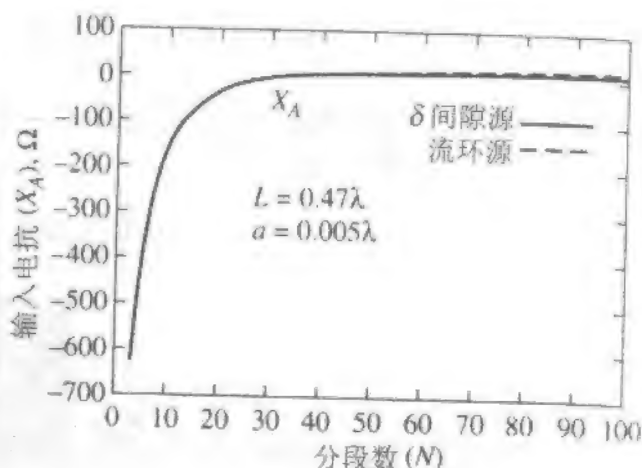
图 10-12 计算在例 10-2 中短振子的 Z_{12}

注意,这 5 个矩阵都与例 10-1 中的矩阵不同。当然我们可以预料$[Z_{mn}]$和$[I_n]$是不同的,因为它们是用不同的过程计算的。$[I_n]$不同的理由完全可归于 N 仅为 5 的原因。如同例 10-1,为了得到一个收敛的结果需要大的 N 值。基于使用环流源的上述电流的输入阻抗为 $Z_A=3.162-j724\Omega$,而对于 δ 间隙源,$Z_A=2.526-j658\Omega$。当 $N=25$ 时的阻抗 $Z_A=2.35-j556\Omega$。

图 10-13 说明了长度为 0.47λ 的对称振子输入阻抗的收敛性,该结果是在波克林顿方程中用脉冲展开函数和脉冲权函数得到的。与图 10-9 相比,我们看到了应用脉冲权函数比 δ 权函数结果收敛更快,并且脉冲 - 脉冲函数公式比脉冲 - δ 函数公式对激励源的类型(也就是流环源或脉冲间隙源)更不敏感。在许多公式中,如同在这给出的一样,非 δ 加权的平均过程趋于改善解的收敛性和稳定性。



(a) 输入电阻



(b) 输入电抗

图 10-13　对两种不同激励源(δ间隙源和流环源)输入阻抗随分段数(脉冲伽辽金法)增加时的收敛曲线

接下来我们如同在10.4节所做的那样,将加权余量积分中的量与希克霍夫网络方程联系起来。为了这样做,让我们作一些概括,并考虑图10-14所示的导线。在此情况下,余量可写成如下形式

$$\boldsymbol{R}(l)=\boldsymbol{E}^{s}_{\tan}(l)+\boldsymbol{E}^{i}_{\tan}(l)=\sum_{n=1}^{N}I_n\boldsymbol{E}^{s}_{n}(l)+\boldsymbol{E}^{i}_{\tan}(l) \tag{10-41}$$

加权的余量为

$$\int_{\text{along wire}}\boldsymbol{W}_m(l)\cdot\boldsymbol{R}(l)\,\mathrm{d}l=0 \tag{10-42}$$

因此有

$$\sum_{n=1}^{N}I_n\int_{-\Delta l_n/2}^{\Delta l_n/2}\boldsymbol{W}_m(l)\cdot\boldsymbol{E}^{s}_{n}(l)\,\mathrm{d}l+\int_{-\Delta l_n/2}^{\Delta l_n/2}\boldsymbol{W}_m(l)\cdot\boldsymbol{E}^{i}(l)\,\mathrm{d}l=0 \tag{10-43}$$
$$m=1,2,3,\cdots,N$$

此方程可看成具有式(10-14)的形式,如果电流的第 n 个展开函数产生的散射场表示为 $\boldsymbol{E}^{s}_{n}(l)$ 的话,则广义阻抗矩阵的第 mn 个矩阵元的一般表示为

$$Z_{mn}=-\int_{-l_n/2}^{l_n/2}\boldsymbol{W}_m(l)\cdot\boldsymbol{E}^{s}_{n}(l)\,\mathrm{d}l \tag{10-44}$$

广义电压矩阵第 m 个矩阵元为

$$V_m=\int_{-l_n/2}^{l_n/2}\boldsymbol{W}_m(l)\cdot\boldsymbol{E}^{i}(l)\,\mathrm{d}l \tag{10-45}$$

式中 $\boldsymbol{W}_m(l)$ 是第 m 个试探函数,位于如图10-12所示的导线内部。严格地讲,试探函数应该位于导线表面(见图10-4a),在这种情况下式(10-44)和(10-45)将在导线表面作两重积分。将试探函数置于轴线上,我们是在某种意义上为数学上简化的缘故而修改了电场的边界条件。经验显示这样做的条件是限于半径小于约0.01λ的导线。对于大多数线天线和线散射问题这条件是足够的。对粗导线问题,已有精确的表

达式[11]。

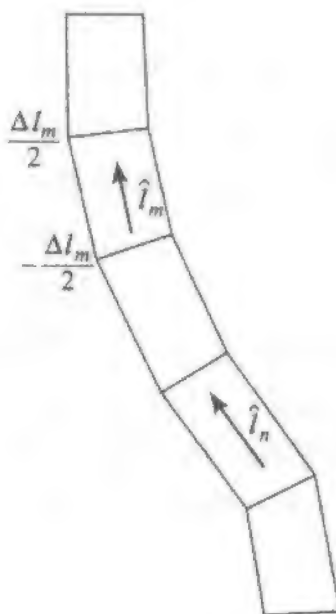


图 10-14 分段弯曲的导线

用一组展开函数展开未知电流 $I(l')$，然后用式(10-42)的加权余量积分产生含有 N 个未知数的 N 个方程的过程在电磁场文献资料中通常叫作矩量法[5~7,9]。如同我们已在本节中看到，矩量法等效于加权余量法。如果试探函数或权函数是 δ 函数，则该特殊的矩量法被认为是*点选配*。这也被认为是*配置*(collocation)。它是用来获得如式(10-25)的方程组的过程。如果试探函数与展开函数相同的话，该特殊的矩量法过程是*伽辽金法*。例 10-2 应用了脉冲－脉冲函数的伽辽金表示式。还有一些不同于脉冲函数但已被证明是有用的函数。它们中的一些将在 10.8 节中讨论。在以下一节中我们将讨论矩量法的另外两种处理方法：反应概念和线性代数表示方法。

10.7 矩量法的另外两种处理方法

在本章前面几节中，矩量法是通过学生先前可能已有概念的方法来逐步阐明的(如希克霍夫网络方程，以及在 10.4 节中对积分应用"阶梯近似")。在文献资料中还有另外两种得到矩量法的途径。其一有物理解释(即反应)，而另一种则完全是数学处理(即线性代数表示方法)。本节将考虑这两种处理方法。

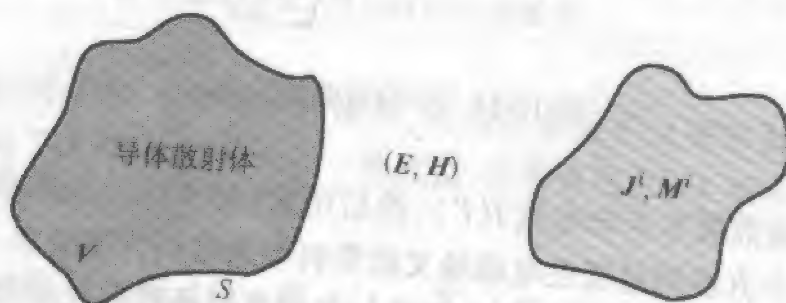
10.7.1 反应

在 1954 年，Rumsey 引入一个称为*反应*(reaction)的物理可观测量(如质量、长度、电荷等一样)，它对电磁理论的边值问题提供了一个普遍的方法[12]。Rumsey 的方法引出了反应积分方程的表达式。方程(10-43)实际上是用于导线结构的反应积分方程的一种特殊形式。反应积分方程的严格推导仅需应用电磁理论就可得到。推导过程的

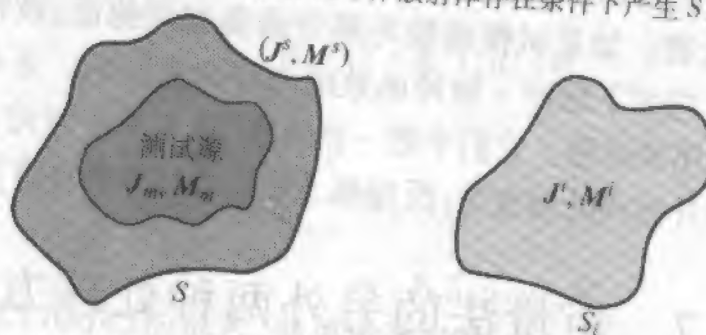
理解有些困难，因在前一节已通过相对直接的加权余量方法导得了式(10-43)，我们在这里将使用归纳推理的方法。

反应基本上是一个源与另一个源之间“耦合的测量”。这样，如果我们将试探函数(权函数)看成为一个测试源，于是式(10-44)给出的阻抗矩阵元可以看作第 m 个测试源和第 n 个展开函数或实际源的散射场之间耦合的一种计算。同样，式(10-45)中第 m 个电压矩阵元可解释为第 m 个测试源与入射场之间的耦合。例如当谈到式(10-45)时，我们可以说我们是在计算第 m 个测试源与入射场的“反应”，或者对于式(10-44)的情况，我们是在计算第 n 个实际源的电场与第 m 个测试源电流间的“反应”。

我们导出了适合导线的式(10-43)。应用于其他非导线几何结构的矩量法或加权余量法在图10-15a中表示。考虑图10-15b中的等效情形，令($\boldsymbol{J}_m$, $\boldsymbol{M}_m$)为测试源的表面流密度，($\boldsymbol{E}_m$,$\boldsymbol{H}_m$)为该测试源的场。导体上的电流和磁流用在自由空间辐射场量($\boldsymbol{E}^s$,$\boldsymbol{H}^s$)的等效表面流($\boldsymbol{J}^s$, $\boldsymbol{M}^s$)替代。



(a) 源流 $\boldsymbol{J}^i$ 和 $\boldsymbol{M}^i$ 在以表面 S 为边界的导体散射体存在条件下产生 S 外的场($\boldsymbol{E}$,$\boldsymbol{H}$)



(b) 表面 S 内的测试源与自由空间的等效流($\boldsymbol{J}^s$, $\boldsymbol{M}^s$)

图10-15　在反应概念中使用的源

公式(10-43)的普遍形式变为

$$\iint_S (\boldsymbol{J}_m \cdot \boldsymbol{E}^s - \boldsymbol{M}_m \cdot \boldsymbol{H}^s)\,\mathrm{d}s + \iint_S (\boldsymbol{J}_m \cdot \boldsymbol{E}^i - \boldsymbol{M}_m \cdot \boldsymbol{H}^i)\,\mathrm{d}s = 0,$$

$$m = 1,2,3,\cdots,N \qquad (10\text{-}46)$$

与 $\boldsymbol{M}_m$ 关联的负号可参考9.4节中的互易场定理来证实。式(10-46)的物理解释是我们希望在测试源与入射场和散射场之和的总场之间没有反应(即零耦合)。显然这等同于式(10-36)说明的条件。不管怎样，由式(10-46)给出的另一种物理解释和反应概念是一个有用的工具，学生们将发现它已在文献中得到应用。

如果我们将实际电流的第 n 个展开函数的场表示为($\boldsymbol{E}_n^s$, $\boldsymbol{H}_n^s$)，这 N 个场之和为($\boldsymbol{E}^s$, $\boldsymbol{H}^s$)，我们可以写出广义阻抗矩阵的第 m 行 n 列矩阵元为

$$Z_{mn} = -\iint_S (\boldsymbol{J}_m \cdot \boldsymbol{E}_n^s - \boldsymbol{M}_m \cdot \boldsymbol{H}_n^s)\,\mathrm{d}s \tag{10-47}$$

同样，我们可写出广义电压矩阵的第 m 个矩阵元为

$$V_m = \iint_S (\boldsymbol{J}_m \cdot \boldsymbol{E}^i - \boldsymbol{M}_m \cdot \boldsymbol{H}^i)\,\mathrm{d}s \tag{10-48}$$

图 10-15a 中源于外加电流 $\boldsymbol{J}^i$ 的入射场($\boldsymbol{E}^i$, $\boldsymbol{H}^i$)可以是位于 S 上的源(发射天线情形)，或是位于离 S 很远距离的源产生的场(天线接收和雷达散射情形)。在式(10-47)和(10-48)中的普遍关系对以后的线状和非线状结构将都是很有用的。

10.7.2 矩量法的线性代数表达

得到矩量法的一般表达的另一途径是应用线性代数方法。这种方法常可在文献中找到[6,7]。考虑一个金属物体，在它表面有面电流密度 $\boldsymbol{J}$。为了简化起见，假定没有磁流。对于 $\boldsymbol{J}$ 和 $\boldsymbol{M}$ 都存在的拓展情况可从上一节有关反应的理论很容易地得出。

矩量法的线性代数方法的推导首先要求总电场的切向分量在该物体表面的任何地方为零，或者

$$0 = \boldsymbol{E}_{\tan}^s + \boldsymbol{E}_{\tan}^i \tag{10-49}$$

式中 $\boldsymbol{E}_{\tan}^s$ 是电流密度 $\boldsymbol{J}$ 辐射的散射电场，而 $\boldsymbol{E}_{\tan}^i$ 是位于物体上或物体外的源产生的入射电场的切向分量。既然我们理解在此是应用切向电场边界条件，我们将省略下标 tan。

将(10-19)改写成如下形式

$$-\boldsymbol{E}^s = \boldsymbol{E}^i \tag{10-50}$$

并定义算子

$$L_{\mathrm{op}}(\boldsymbol{J}) \equiv -\boldsymbol{E}^s \tag{10-51}$$

我们可应用线性矢量空间和算子的概念来写出算子方程

$$L_{\mathrm{op}}(\boldsymbol{J}) = \boldsymbol{E}^i \tag{10-52}$$

此处的 L_{op} 是算子，它必须由所感兴趣的问题来确定。$\boldsymbol{E}^i$ 是已知的激励函数或源，$\boldsymbol{J}$ 是待确定的未知响应函数。在本章考虑的问题中，L_{op} 是一个作用于电流 $\boldsymbol{J}$ 的积分算子。

对于给定的问题，我们必须确定算子的定义域，或者用另一句话说，即函数起作用的空间以及算子或算子解函数的范围。实际上，算子执行了一个从某个包含 $\boldsymbol{J}$ 的子集到另一个包含 $\boldsymbol{E}^i$ 的子集的映射。如果解是惟一的，则该映射必须是一对一的。

接下来，用一组在表面 S 上并在 L_{op} 定义域内的基函数 F_1、F_2、F_3、…来展开响应函数(解函数)$\boldsymbol{J}$，即

$$\boldsymbol{J} = \sum_n I_n \boldsymbol{F}_n \tag{10-53}$$

式中的系数 I_n 通常是复数。I_n 为待确定的未知数。将式(10-53)代入式(10-52)，可得

$$L_{op}\left(\sum_n I_n F_n\right) = E^i \tag{10-54}$$

应用L_{op}的线性性质,我们得到

$$\sum_n I_n L_{op}(F_n) = E^i \tag{10-55}$$

以上略述的求解过程的下一步是在L_{op}的域内定义一组权函数W_1、W_2、…,然后进行内积

$$\sum_n I_n \langle W_m, L_{op}F_n \rangle = \langle W_m, E^i \rangle \tag{10-56}$$

注意,如果W_m是δ函数,式(10-56)变为点选配的情况,而如果$W_m = F_m$,则式(10-56)为伽辽金表达式(见10.6节)。对于伽辽金表达式,可写出

$$\sum_n I_n \langle F_m, L_{op}F_n \rangle = \langle F_m, E^i \rangle \tag{10-57}$$

这内积看来像是先前提到的反应量,注意基函数F_n和权函数F_m代表电流。内积$<F, E>$是一个标量,它通过在所考虑的表面对$F \cdot E$积分得到。该特殊的内积叫反应。内积定义成满足下列条件:

$$\langle F, E \rangle = \langle E, F \rangle \tag{10-58a}$$

$$\langle \alpha F + \beta F, E \rangle = \alpha \langle F, E \rangle + \beta \langle F, E \rangle \tag{10-58b}$$

如果

$$\langle F^*, F \rangle > 0, \text{则 } F \neq 0 \tag{10-58c}$$

如果

$$\langle F^*, F \rangle = 0, \text{则 } F = 0 \tag{10-58d}$$

式中的α和β为标量,*表示复共轭。

第三步是计算式(10-56)给出的各个内积,于是形成矩阵方程

$$\begin{bmatrix} \langle F_1, L_{op}F_1 \rangle & \langle F_1, L_{op}F_2 \rangle & \cdots \\ \langle F_2, L_{op}F_1 \rangle & \cdot & \\ \cdot & & \cdot \\ \cdot & & & \cdot \\ \cdot & & & & \cdot \\ \cdot & & & & & \cdot \\ \cdot & & & & & & \cdot \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ I_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \langle F_1, E^i \rangle \\ \langle F_2, E^i \rangle \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \langle F_N, E^i \rangle \end{bmatrix} \tag{10-59}$$

或者用更紧凑的表示

$$[Z_{mn}][I_n] = [V_m] \tag{10-60}$$

用线性代数获得矩量法解的过程可以总结如下:

(1)用一组基函数F_n展开未知函数,生成的J在L_{op}的域内。

(2)确定合适的内积,并定义一组权函数。

(3)进行内积,形成矩阵方程。

(4)解矩阵方程得到未知函数。

在10.8.1节中将更详细地对前两个步骤进行讨论。

例 10-3 10.6 节的线性代数表达的解释

本例的目的是用这一节中讨论的线性代数方法来解释式(10-40)给出的公式。从式(10-4a)

$$Z_{mn} = \int_{\Delta z_n} F_m(z) f(z, z'_n) \mathrm{d}z$$

此处

$$f(z, z'_n) = -\int_{\Delta z'_n} F_n(z') K(z, z') \mathrm{d}z'$$

这样

$$Z_{mn} = \underbrace{\int_{\Delta z_n} F_m(z) \underbrace{\left[-\int_{\Delta z'_n} F_n(z') K(z, z') \mathrm{d}z' \right]}_{L_{op}(F_n)} \mathrm{d}z}_{\langle F_m, L_{op}(F_n) \rangle}$$

式中的积分算子由下式给出

$$L_{op} = -\int_{\Delta z'_n} K(z, z') \mathrm{d}z'$$

从式(10-40b)可写出

$$V_m = \underbrace{\int_{\Delta z_n} F_m(z) E_z^i(z) \mathrm{d}z}_{\langle F_m, E_z^i \rangle}$$

注意这内积实际上包含了如在式(10-44)和(10-45)中所示的两个矢量的点积,但因已经进行了点积,所以上述积分表示中仅含有标量。

10.8 数学表达与计算方面的考虑

设计和使用电磁问题的计算机模型可分为以下四个步骤:

(1)设计基于问题的物理特性、以波长 λ 计的物体大小和数学原理(如矩量法、时域有限差分法等)的数学表达式

(2)将数学表达式编码成计算机程序

(3)验证计算机程序

(4)通过计算来解决分析和设计问题

以下的六小节处理矩量法中影响上述第(1)条的事宜,而最后一小节则是涉及结果证实的重要问题。

10.8.1 其他展开函数和权函数

在 10.5 和 10.6 节中,脉冲函数被用作展开函数,脉冲函数或权函数被用作权函数。这些函数的优点在于它们提供了建立数学公式以及编程的简便性。但是还有另外一些函数也常常被应用。它们包括三角形函数(分段线性)

$$
J(z)=\begin{cases}\dfrac{I_n(z_{n+1}-z)+I_{n+1}(z-z_n)}{\Delta z_n} & z\text{ 在 }\Delta z_n\text{ 中}\\ 0 & \text{其他}\end{cases} \tag{10-61}
$$

分段正弦函数

$$
J(z)=\begin{cases}\dfrac{I_n\sin\beta(z_{n+1}-z)+I_{n+1}\sin\beta(z-z_n)}{\sin\beta\Delta z_n} & z\text{ 在 }\Delta z_n\text{ 中}\\ 0 & \text{其他}\end{cases} \tag{10-62}
$$

正弦插值函数

$$
J(z)=\begin{cases}A_n+B_n\sin\beta(z-z_n)+C_n\cos\beta(z-z_n) & z\text{ 在 }\Delta z_n\text{ 中}\\ 0 & \text{其他}\end{cases} \tag{10-63}
$$

式中 $\Delta z_n=z_{n+1}-z_n$。

三角形函数在 Harrington 许多早期的工作中有介绍，并用于展开函数和权函数(伽辽金表达式)。三角形函数伽辽金表达式还用在 MININEC 专业细导线分析程序[13]。

分段正弦函数最早由 Richmond 用于反应积分方程的伽辽金表达式中[14]，这些函数对计算自由空间的线状几何结构有很高的计算效率。图 10-16 给出了对称振子阻抗的收敛曲线，其快速收敛的特性很明显。

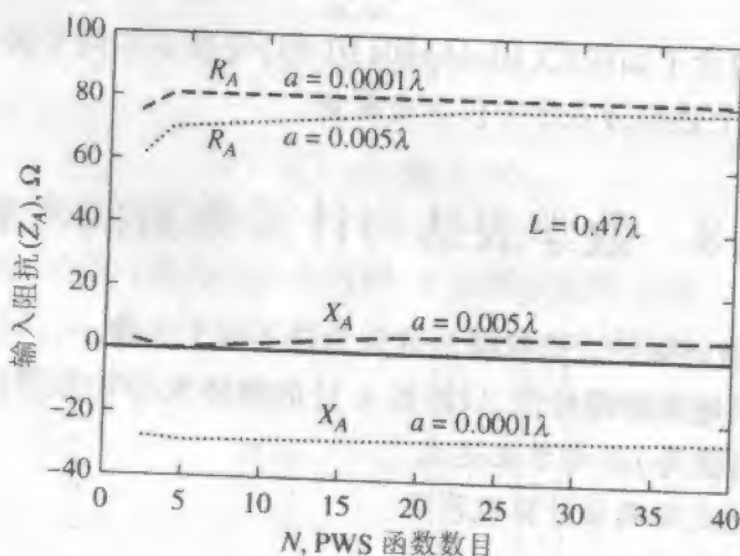
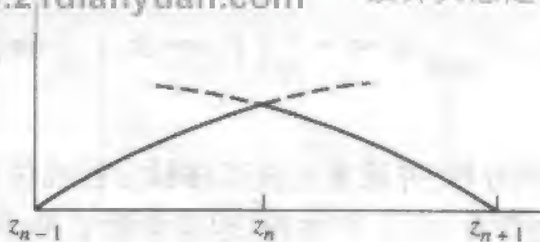
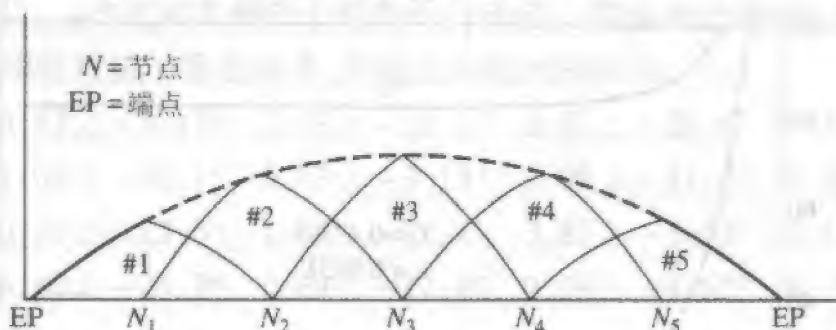


图 10-16　对两不同半径线天线的分段正弦(PWS)伽辽金程序[14]的输入阻抗收敛特性

图 10-17a 所示为分段正弦函数，需要两个分段来定义该函数。对于如图 10-17b 所给出的对称振子，当使用几个展开函数时，每个函数与相邻函数相交叠。两个(或更多)分段的交点称节点。在图 10-17b 中，共有五个节点，有五个函数跨越六个分段。定义六个分段需七个点(即五个节点加两个端点)。另一方面，如果像环一样没有端点的话，节点数、分段数和交叠的函数数目将都是一样的。



（a）分段正弦展开函数



（b）开路导线上的一组相交叠的展开函数

图 10-17 使用交叠的分段正弦展开函数的说明

众所周知，在 Numerical Electromagnetics Code 或 NEC 程序中应用了正弦插值函数以及 δ 权函数[15]。

在过去的几年中，函数的选择已成为研究主题。关于它的讨论可以在参考文献[16][17]中找到。函数的选择还受到考虑如何处理两根以上导线交点的影响。对于脉冲函数（没有交叠现象）我们不需要特殊考虑。事实上，在多导线的交点希克霍夫电流定律将自动得到满足，如同麦克斯韦方程的结论被满足一样，对交叠的函数（如三角形函数、分段正弦函数）在 N 根导线的交点处，有 $N-1$ 个独立的电流（第 N 个电流由希克霍夫电流定律确定），因此仅需要 $N-1$ 个函数跨接 N 根导线的交点。（见问题 10.13.3）

10.8.2 导线的其他电场积分方程

电场积分方程（EFIE）的一种形式是在 10.3 节中的波克林顿方程。另一种是哈林顿[6]在他先驱性的工作中使用的位形式。对于 z 向的导线，位形式为

$$E^i = \int_{-L/2}^{L/2}\left[\mathrm{j}\omega\mu_0 I(z') - \frac{1}{\mathrm{j}\omega\varepsilon_0}\frac{\partial I(z')}{\partial z'}\frac{\partial}{\partial z}\right]\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta R}}{4\pi R}\mathrm{d}z' \tag{10-64}$$

该积分方程形式是同时用矢量位和标量位导得的（见问题 10.3.3 和 10.8.1）。这种形式可提供比波克林顿方程更快的收敛性能，这意味着收敛速度依赖于积分核的特性，以及展开函数和权函数的选择。

一个看上去有相当大差别的线天线表达式是海伦（Hallen）的工作给出的（见问题 10.8.2）。z 向线天线的海伦积分方程为

$$\int_{-L/2}^{L/2} I(z')\frac{e^{-j\beta R}}{4\pi R}dz' = -\frac{j}{\eta}\left(C_1\cos\beta z + \frac{V_A}{2}\sin\beta|z|\right) \tag{10-65}$$

式中 V_A是端口电压。

海伦方程具有简单的积分核，并通常比波克林顿方程或位积分方程编程要简单。对于有 N 个未知数的问题，必须有 $N+1$ 个方程，因为常数 C_1 也是未知量[17, 18]。例 10-4 所示为取样阻抗矩阵，而图 10-18 给出了应用脉冲展开函数和 δ 权函数的收敛速率关系。

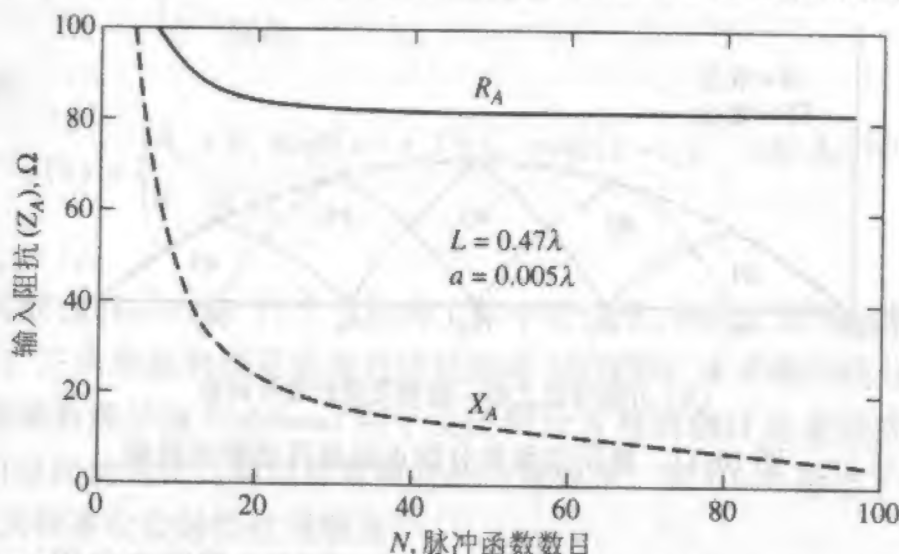


图 10-18　应用脉冲展开函数和点选配时海伦方程的收敛特性

例 10-4　海伦方程的子域解

本例的目的是对 z 向线对称振子实现脉冲展开函数和点选配的海伦方程解。该解可表示为

$$\sum_{n=1}^{N} I_n Z_{mn} + C'_1\cos\beta z_m = V_m, \quad m = 1,2,\cdots,N+1$$

式中

$$Z_{mn} = \int_{-\Delta z'/2}^{\Delta z'/2}\frac{e^{-j\beta R}}{R}dz', \quad V_m = -j\frac{2\pi V_A}{\eta}\sin\beta|z|, \quad C'_1 = j\frac{4\pi}{\eta}C_1$$

式中的 R 由式(10-11)给出。把 C'_1 而不是 C_1 作为未知量的处理将极大地改善以下所示的矩阵$[Z_{mn}']$的条件数，对于 $m \neq n$ 的 Z_{mn} 很容易用数值积分计算。当 $m = n$ 时，对很细线径的情况 Z_{mn} 计算必须特别小心。匹配点选择在每个脉冲函数的中心，但要求展开函数数目为奇数，这样在馈电位置有一个匹配点，进一步还要求在对称振子的端点有一个匹配点（见问题 10.8.2）。这是通过概念性地在振子端点延伸出 $\Delta z/2$ 长度，使用“虚构脉冲”来实现的，这样可在该对称振子端点有一个匹配点。

对于一个 0.1λ 长，半径为 0.005λ，应用 3 个脉冲展开函数的短振子天线，可写出以下修正（因使用了 C'）阻抗矩阵

$$\begin{bmatrix} [Z_{mn}] & Z'_{1,N+1} \\ & \vdots \\ Z'_{N+1,1} \cdots & Z'_{N+1,N+1} \end{bmatrix}$$

式中块矩阵$[Z_{mn}]$是托普列兹(toeplitz)矩阵,其第 $N+1$ 列为

$$Z'_{i,N+1}=\cos(\beta z_i)$$

剩下的矩阵元$Z'_{N+1,i}$通过对本例中上述的积分式进行数值积分得到(见图 10-19)。这样,对于在此应用的短振子数值例子,其修正的阻抗矩阵为

$$[Z'_{mn}]=\begin{bmatrix} 3.83\angle-3.13° & 1.08\angle-11.1° & 0.51\angle-23.6° & 0.98\angle0° \\ 1.08\angle-11.1° & 3.83\angle-3.13° & 1.08\angle-11.1° & 1.00\angle0° \\ 0.51\angle-23.6° & 1.08\angle-11.1° & 3.83\angle-3.13° & 0.98\angle0° \\ 0.40\angle-29.7° & 0.69\angle-17.4° & 2.59\angle-4.62° & 0.95\angle0° \end{bmatrix}$$

电压矩阵为

$$[V_m]=10^{-3}\begin{bmatrix} 3.46\angle-90° \\ 0\angle-90° \\ 3.46\angle-90° \\ 5.15\angle-90° \end{bmatrix}$$

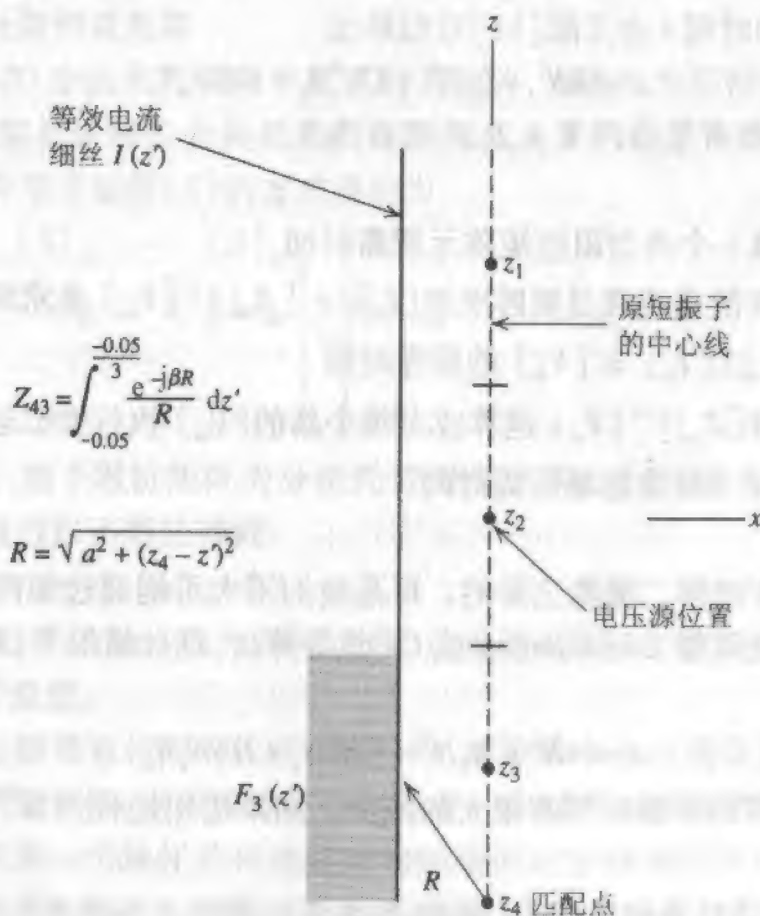


图 10-19 对例 10-4 中短振子的 Z_{43} 计算

求解后得到电流矩阵

$$[I_n]=10^{-3}\begin{bmatrix}0.84\angle 89.45^\circ\\1.98\angle 89.69^\circ\\0.84\angle 89.45^\circ\\9.41\angle -95.02^\circ\end{bmatrix}$$

注意 I_4 是系数 C' 的值，它在以后不再应用。输入阻抗是 $1.0/(1.98\times10^{-3}\angle 89.69^\circ)=2.75-\mathrm{j}504\Omega$。如果用 5 个脉冲展开函数而不是仅 3 个，输入阻抗将是 $2.1-\mathrm{j}489\Omega$，它与从 $20\pi^2(L/\lambda)^2$ 的实部得到的近似值 1.974Ω 更接近。

10.8.3 计算时间的考虑

从历史上看，矩量法的应用有两个计算机方面的限制：(1) N^2 个阻抗矩阵元所需的计算机存储量，(2) 计算这 N^2 个矩阵元和求解系统方程组所需的时间。计算机技术已在很大程度上减小了第一个限制的影响。迭代方法也提高了求解稠密方程组的速度。剩下的是计算 N^2 个矩阵元所需要的时间，它是矩量法适合求解物体的电尺寸大小的一个主要限制（见图 10-2）。让我们检查一下计算时间花在什么地方。

一个有 N^2 个矩阵元的方矩阵称为 N 阶矩阵。设 N_i 为与所给阻抗矩阵有关的不同源或入射场（雷达截面是入射角的函数）的数目，N_a 为从电流解计算场的观察点的数目，于是执行所需的时间 t 由文献[11]近似给出

$$t\simeq AN^2+B_3N^3+CN^2N_i+DNN_iN_a \tag{10-66}$$

式中与算法和计算机有关的因子 A、B、C 和 D 为

$A=$ 计算一个典型阻抗矩阵元所需时间

$B_3N^3=$ 对 N 阶系统通过矩阵求逆 $[I_n]=[Z_{mn}]^{-1}[V_m]$ 来求解 $[Z_{mn}][I_n]=[V_m]$ 的所需时间

$CN^2N_i=$ 执行 $[Z_{mn}]^{-1}[V_m]$ 运算或对每个新的 $[V_m]$ 执行类似运算所需时间

$DNN_iN_a=$ 从 $[I_n]$ 计算远场所需时间

在式(10-66)中的第二项是主要的。可是我们不大可能通过矩阵求逆来求解大的方程组，而通常是应用如 Gauss-Jordan 或 Crout 等算法，在此情况下，$B_3N^3\to B_2N^2$，我们有

$$t\simeq AN^2+B_2N^2+CN^2N_i+DNN_iN_a \tag{10-67}$$

这样，对大的 N 所需的求解时间有很大的减少。如果应用迭代方程[17]，所需时间有可能减少更多。

如果阻抗矩阵是托普列兹矩阵（见 10.8.4 节），则 $B_3N^3\to B_1N^{5/3}$，我们有

$$t\simeq AN+B_1N^{5/3}+CN^2N_i+DNN_iN_a \tag{10-68}$$

在该式中第一项和第二项的时间都有很大的改善。

当式(10-66)中的第二项是 N^2 的量级或更低时，与计算矩阵元所需时间相关的第一项变为主要的。在接下去的小节中，我们将简要地来看一下几种减少计算式(10-66)中前二项所需的总时间的方法。

10.8.4 托普列兹矩阵

某些类型的问题产生的阻抗矩阵其矩阵元有系统性的重复。该重复性常可用来减少式(10-66)中第一项和第二项的影响。考虑如图 10-3 的直导线。如果分段长度相同，则所有 N^2 个矩阵元的值包含在$[Z_{mn}]$的任何一行中，比如第一行。所有其他行仅是第一行的一种重新排列。其余的矩阵元可以通过重新排列算法得到：

$$Z_{mn}=Z_{1,|m-n|+1},\quad m\geqslant 2,\quad n\geqslant 1 \tag{10-69}$$

这种矩阵叫托普列兹矩阵。已有的求解托普列兹矩阵的计算机程序比那些求解非托普列兹矩阵的程序要有效得多。对于托普列兹矩阵，式(10-66)中的前两项分别变成 AN 和 $BN^{5/3}$，式(10-66)中的执行时间减为如式(10-68)的时间。

托普列兹矩阵可能在处理某些线几何结构时产生。这些几何结构有直线(见例 10-1 和 10-2)、圆环和螺旋线。托普列兹矩阵也可能在处理其他非线形几何结构时产生，但这已超出了本章的范围。

10.8.5 块托普列兹矩阵

考虑如图 10-20 中的平行偶极子组成的直线阵，当阵元为同样长度并且是等间距时，表征该阵列的阻抗矩阵是分块托普列兹矩阵或托普列兹子矩阵。这样，如果阵列$[Z]_{\text{array}}$的阻抗矩阵用子矩阵$[S]$的方式表示为

$$[Z]_{\text{array}}=\begin{bmatrix}[S]_{11} & [S]_{12} & \cdots & [S]_{1J}\\ [S]_{21} & [S]_{22} & \cdots & [S]_{2J}\\ \vdots & & \ddots & \vdots\\ [S]_{J1} & \cdots & & [S]_{JJ}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}[S]_{11} & [S]_{12} & \cdots & [S]_{1J}\\ [S]_{12} & [S]_{11} & \cdots & [S]_{1(J-1)}\\ \vdots & & \ddots & \vdots\\ [S]_{1J} & [S]_{1(J-1)} & \cdots & [S]_{11}\end{bmatrix} \tag{10-70}$$

式中$[S]_{ij}=[Z_{mn}]$，整个阻抗矩阵为分块托普列兹矩阵。于是，如果一行子矩阵已知，余下的子矩阵可通过以下算法得到

$$[S]_{ij}=[S]_{1,|i-j|+1},\quad i\geqslant 2,\quad j\geqslant 1 \tag{10-71}$$

结果是在式(10-66)中的第一项为 N^2/J 量级，这里的 J 是独立子矩阵数。式(10-66)中的第二项将是 $N^{9/5}$ 量级。

假如所有的分段具有相同的长度和半径时，子矩阵本身应当是托普列兹矩阵。如果子矩阵是托普列兹矩阵，则矩阵计算时间将进一步减少。已有求解块托普列兹矩阵的计算机程序。求解一个块托普列兹矩阵的问题要比求解相同大小的非托普列兹矩阵在计算机运行时间上的潜在节省是相当可观的。

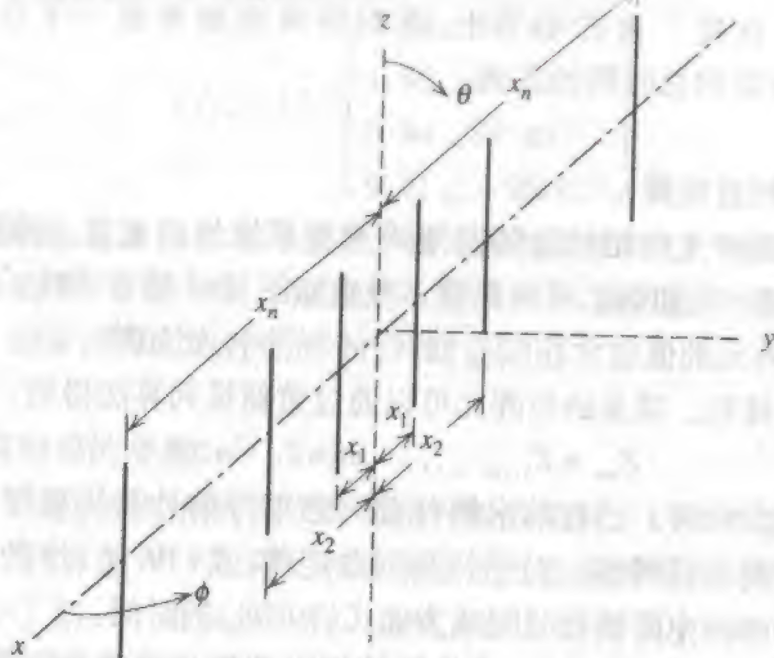


图 10-20 平行偶极子组成的直线阵

10.8.6 压缩矩阵

在某些问题中，由于问题的对称性，$[I_n]$中的值将出现重复。如果事先注意到这点，它可以有助于将矩阵从 N 阶压缩成 N/L 阶，此处的 L 是对称度。

考虑图 10-7a 所示简单而又非常普遍的对称性例子。在这里单极子和它的镜像具有关于馈电点的对称电流。假定 $I_n = I_{n+N/2}$，我们可以写出

$$\sum_{n=1}^{N/2} (Z_{mn} + Z_{m,n+N/2}) I_n = V_m, \quad m = 1,2,3,\cdots,N/2 \tag{10-72}$$

该 $N/2$ 个方程的压缩系统的解将得到 $N/2$ 个独立的 I_n。从公式(10-67)我们可看到此时系统的求解时间是 $B_2(N/2)^2$，或者对于计算过程的这一部分时间有 4 倍倍率的减少。对于具有更高对称度的情况，时间上的节省将更可观。对一些大问题，压缩矩阵的必要性可能有另一个原因，即计算机存储要求。阻抗矩阵有可能会很大，以致于不能被存储于计算机可使用的核心存储器中。应用对称性则它可以压缩到可接受的大小[7]。

因此，执行时间和计算机存储器这两个因素限制了矩量法能合适地处理问题的电尺寸。在以下几节中我们将探讨某些减小这两种限制影响的情况。

10.8.7 验证

一个计算机程序如果是有用的，它必须可靠地产生正确的结果。由于编程中的失误，程序中的错误很可能发生，但误差也可能是因在数学公式中的疏忽，或者因大量的数值运算和(或)不适当的数值精度所引起的累积数值误差造成的。像这种和那种可能存在的误差的检查是验证过程。我们将研究两种验证：外部验证和内部验证。

外部验证通常意味着程序的计算结果与实验结果或者另一个独立程序(可能因而同时验证两个程序)的计算结果进行比较。近场参量如输入阻抗是比远场参量更重要的度量。因而本章前面的图中用了输入阻抗来与实验数据和其他独立程序的结果作验证。

内部验证则常包含附加的程序和(或)计算方面的工作。一些内部检验的例子有:

(1) 收敛性检查以证实当 N 增加时结果平滑地趋于一个极限值

(2) 功率平衡检查以证实入射场提供的功率与辐射功率加耗散功率相同

(3) 互易性检查以证实源和观测点可互换

(4) 边界条件检查以证实满足合适的边界条件(如总切向电场 E 为零)

在这四种验证中,只有最后一种是必要和充分的。其他几种是必要但非充分的验证。

在为处理变化很大的几何结构、频率等条件而编写的程序的情况,对这些情况下典型的例子必须充分验证,就像新飞机能被证明在一般使用中是安全的之前必须在各种不同的配置、速度、气候等条件下试飞一样。

10.9 天线与散射体特性计算

至此我们对矩量法的讨论主要还是集中在获得未知电流分布的有关知识。现在我们可以考虑如何获得其他的信息,但首先我们应当对从矩阵方程解得到的电流作进一步的讨论。

如果在点选配技术中应用脉冲展开函数,关于电流系数 I_n 的知识意味着在匹配点的电流分布是"精确的",当然我们在此假定解是收敛的。在匹配点之间的区域,我们不知道电流分布,但既然离匹配点的距离以波长计是很小的,人们可以简单地通过对匹配点的电流值拟合曲线的方法来获得沿导线电流分布好的近似值。

在交叠函数的情况下,如分段正弦函数或三角形函数(见前节),关于电流系数 I_n 的知识再次意味着仅在分段的交点上电流是已知的。而沿分段上各交点之间的点我们则应用这些交叠函数本身来近似电流分布。

在我们确定电流分布后,输入或端口电流可通过计算在天线端口位置的电流分布获得。接下来输入阻抗可以用端口电压除以端口电流得到。精确的阻抗值计算是一项对所用馈电点的分析模型敏感的任务。在10.5节中已讨论了两个这样的模型。

当导线为非理想导电时发生分布加载,它在某些情况下可影响电流分布。为简单起见,考虑导线轴线平行于 z 轴。当导线具有有限电导率时,我们可以通过使用表面电阻 Z_s 将导线表面的切向电场与等效表面电流密度联系起来,表面电阻定义为导体表面的切向电场强度与该切向电场引起的电流密度之比[19]。于是

$$\boldsymbol{E} = Z_s \boldsymbol{J}_s \tag{10-73}$$

应用 $\boldsymbol{M}_s = \boldsymbol{E} \times \hat{\boldsymbol{n}}$ 和关系式 $\boldsymbol{J}_s = \hat{\boldsymbol{z}} I(z)/2\pi a$,我们可写出

$$\boldsymbol{M}_s = Z_s \boldsymbol{J}_s \times \hat{\boldsymbol{\rho}} = \frac{\hat{\boldsymbol{\phi}} Z_s I(z)}{2\pi a} \tag{10-74}$$

根据式(10-46)，反应积分方程为

$$-\iint_S (\boldsymbol{E}_m \cdot \boldsymbol{J}^s - \boldsymbol{H}_m \cdot \boldsymbol{M}^s)\,\mathrm{d}s = V_m \tag{10-75}$$

代入式(10-74)可得

$$-\int I(z)[\hat{z} \cdot \boldsymbol{E}_m - Z_s \hat{\boldsymbol{\phi}} \cdot \boldsymbol{H}_m]\,\mathrm{d}z = V_m \tag{10-76}$$

通过在式(10-76)中应用式(10-16)，我们可写出对有限电导率导线的修正广义阻抗矩阵元 Z'_{mn} 为

$$Z'_{mn} = \int_{\Delta z_n} F_n(z)\hat{z} \cdot \boldsymbol{E}_m \mathrm{d}z - Z_s \int_{\Delta z_n} F_n(z)\hat{\boldsymbol{\phi}} \cdot \boldsymbol{H}_m \mathrm{d}z \tag{10-77}$$

根据安培定律，$\boldsymbol{H}_m$ 的一个合适近似为

$$\hat{\boldsymbol{\phi}} \cdot \boldsymbol{H}_m = \frac{F_m(z)}{2\pi a} \tag{10-78}$$

于是式(10-75)可写成

$$Z'_{mn} = Z_{mn} - \frac{Z_s}{2\pi a}\int_{(m,n)} F_n(z)F_m(z)\,\mathrm{d}z \tag{10-79}$$

式中区域(m,n)为试探函数或权函数 m 和展开函数或基函数 n 分享的导线表面。在展开函数交叠的情况下，如果 m 与 n 相等，该区域覆盖两相交分段。当 $m \neq n$ 时，该分享区域至多覆盖一个导线分段，这意味着分布加载的解决仅需通过对相应的主对角元修正，如果使用交叠函数还需包括与主对角元相邻的矩阵元的修正。如果应用非交叠函数如脉冲函数，仅主对角元被修正。

458

不管是集总加载(在 10.10 节中考虑)还是分布加载的作用是改变在线天线或者散射体上的电流分布。如果我们知道了电流分布，远场可以通过本书(例如节 1.7.4)先前使用过的经典方法获得。为了说明这点，再次考虑 z 向载有脉冲展开函数电流的分段。根据式(4-2)有

$$\boldsymbol{E} = \hat{\boldsymbol{\theta}} \mathrm{j}\omega\mu \frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta r}}{4\pi r}\Delta z \sin\theta \sum_{n=0}^{N-1} I_n \mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta z'_n \cos\theta} \tag{10-80}$$

式中 z_n'是各段分段的中心。

一旦求得远场，天线增益可从以下的普遍关系式得到

$$G(\theta,\phi) = \frac{[\,|E_\theta|^2 + |E_\phi|^2\,]r^2}{30|I_A|^2 R_A} \tag{10-81}$$

式中 R_A 为天线输入阻抗的实部。天线方向性可通过用辐射电阻 R_r 代替 R_A 来获得。

雷达截面可以从式(9-35)求得

$$\sigma = \lim_{r\to\infty} 4\pi r^2 \frac{|E^s|^2}{|E^i|^2} \tag{10-82}$$

式中 E^s 可以通过已有公式，例如式(10-12)来确定。振子散射体的雷达截面见图 10-21 所示。

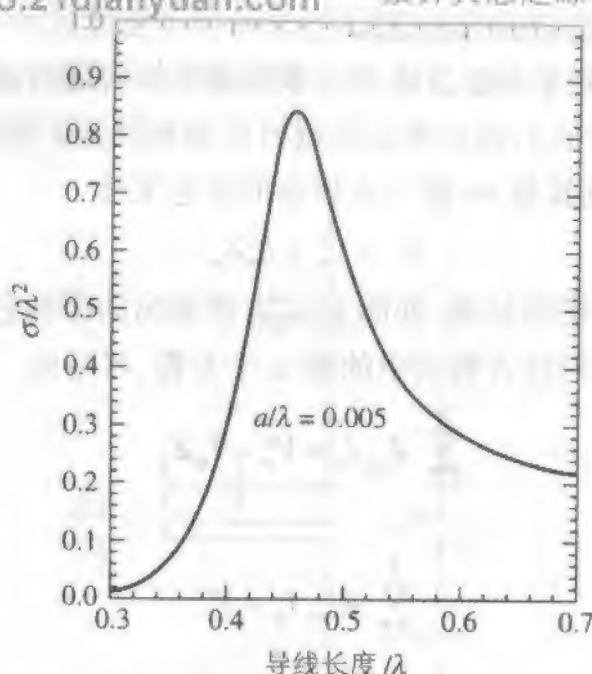


图 10-21 垂直入射时直导线的单基雷达截面与导线长度的函数关系

辐射效率通过应用式(1-174)计算

$$e_r = \frac{R_r}{R_A} = \frac{R_r}{R_r + R_{ohmic}} \tag{10-83}$$

R_{ohmic} 是因耗散性加载引起的损耗电阻，可以是分布加载或集总加载（见 10.10.1）。另一种方法是我们可以对远场的功率密度积分得到辐射功率，如同我们在第 1 章所做的那样。可是上述(10-83)式的方法在计算上更有效。

从这一节的讨论中我们可以看到在其他事情中，因有限电导率引起的损耗（分布加载）或集总加载的影响的明确表达可通过相当直接的方法包括在矩量法解当中。在下一节中我们将进一步研究集总加载情况。

10.10 看作 N 口网络的线天线和散射体

在 10.4 节中，我们看到了积分方程的同步线性方程组近似与希克霍夫网络方程之间的相似性。它是根据我们可以用对通常电路的理解来看待两个或更多分段的交点，如同图 10-22a 所指出的那样。在每个端口，我们可以接上串联或并联元件，这些元件可以是无源的，也可以是有源的。串联接法基于阻抗来处理，而并联接法则是于导纳来处理。这一节将讨论这两种类型。

10.10.1 串联接法

我们已考虑了在两个导线分段的交点处单个源的情况（如节 10.5）。该源是位于两相邻分段端点处，并暗指端口串联。当然我们可以在导线上接入与分段交点数一样多的源。于是对一个有 N 个分段的振子天线，将有 $N-1$ 个端口。如果在端口处没有

跨接源或无源元[illegible]。

在 10.9 节中我们看到了在矩量法中分布加载是如何通过修改阻抗矩阵中的某些矩阵元来解决的。在此让我们调查集总加载可以如何处理。如果一个负载 Z_m 插入载有电流 I_m 的线天线分段连接处 m，作用在该点的总电压是

$$V_m = V_m^g - I_m Z_m \tag{10-84}$$

式中的 V_m^g 表示位于点 m 的电压源，如图 10-22b 所指出的那样它与 Z_m 串联。在很多情况下 V_m^g 为零。考虑 N 维线性方程组中的第 m 个方程，可写出

$$\sum_{n=1}^{N} Z_{mn} I_n = V_m^g - I_m Z_m \tag{10-85}$$

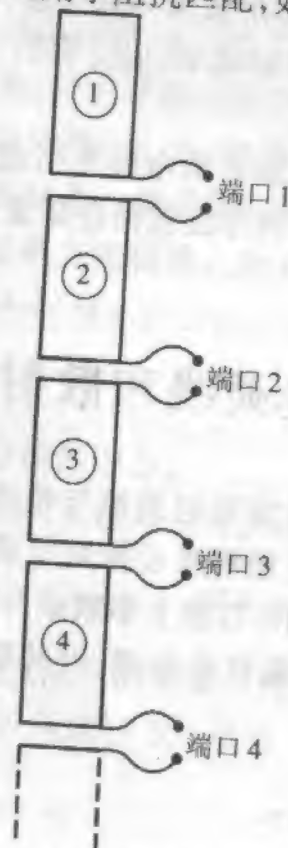
或者

$$\sum_{n=1}^{N} Z'_{mn} I_n = V_m^g \tag{10-86}$$

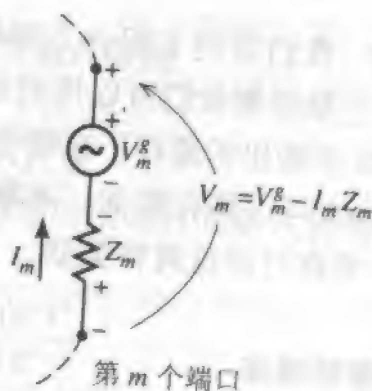
式中

$$Z'_{mm} = Z_{mm} + Z_m \tag{10-87}$$

除对角元以外，该新阻抗矩阵与原矩阵一样，或者 $Z'_{mn} = Z_{mn}$，$m \neq n$。这样，集总加载的影响可简单地将加载阻抗 Z_m 加到阻抗矩阵相应的对角元来解决。集总加载的影响可能是实质性的。例如电阻加载可用来增加带宽，但这样要付出降低效率的代价。或者集总加载还可用于阻抗匹配，如下图中的 3/4λ 单极子天线。



(a) $N-1$ 端口对



(b) 第 m 个端口的等效电路

图 10-22 展示端口的 N 分段导线

图 10-23 所示为一个 3/4 波长的单极子天线。在基部的串联电感改善了天线的 *VSWR*,而在(名义上的)半波和四分之一波长部分之间的四分之一波长短截线为良好的方向图性能提供了必要的相移。

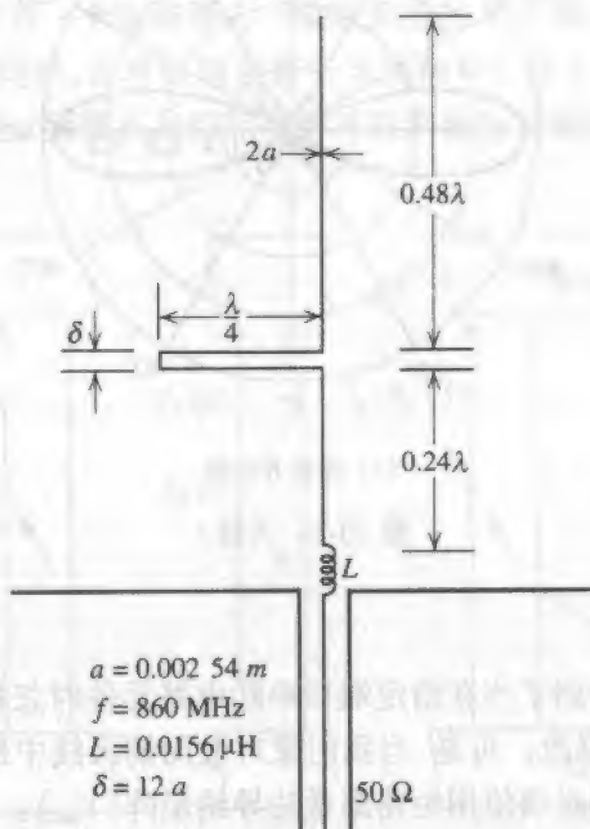
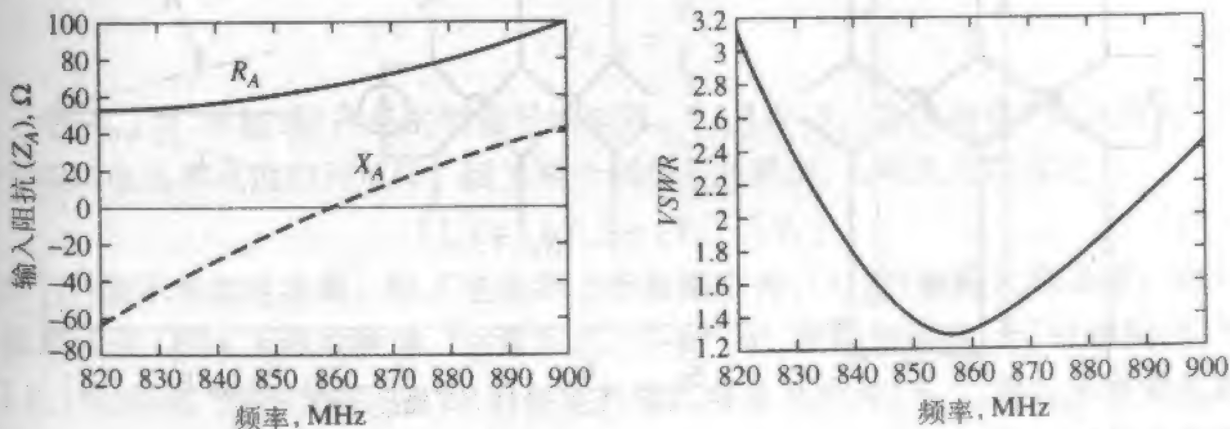


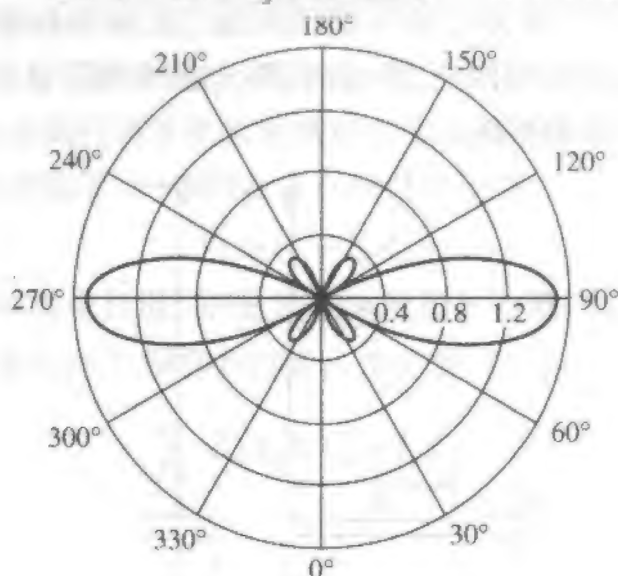
图 10-23 带有串联加载的四分之三波长单极子天线

图 10-24a 显示了该单极子天线的输入阻抗。注意天线基部的电感使天线在 860MHz 处电抗为零。图 10-24b 给出了天线相对于 50Ω 的 *VSWR*。通过稍微增加在基部的感性电抗可使 *VSWR* 曲线更对称。图 10-24c 画出了场方向图。注意与图 5-4 中无相位调整短截线的 3λ/2 振子天线相比,该天线表现了很强的边射特性。



(a) 输入阻抗 (b) 电压驻波比

图 10-24 图 10-23 中的四分之三波长单极子天线的性能



（c）远场方向图

图 10-24　（续）

10.10.2　并联接法

在上一节中，我们看到了当在给定端口串联电路元件时怎样导致开路矩量法阻抗矩阵 $[Z_{mn}]$ 的某些项的修改。可是，当我们像对数周期天线中那样将端口用并联方式与另一个端口连接时，则必须使用短路矩量法导纳矩阵 $[Y_{mn}]$。

考虑图 10-25 所示的对数周期振子天线（LPDA）。该对数周期振子天线可以看成是两个 N 端口网络的并联。一个 N 端口网络代表 N 个振子天线的互耦。另一个代表连接这些振子天线的传输线。因此对该系统中的每一个振子天线有一个网络端口。

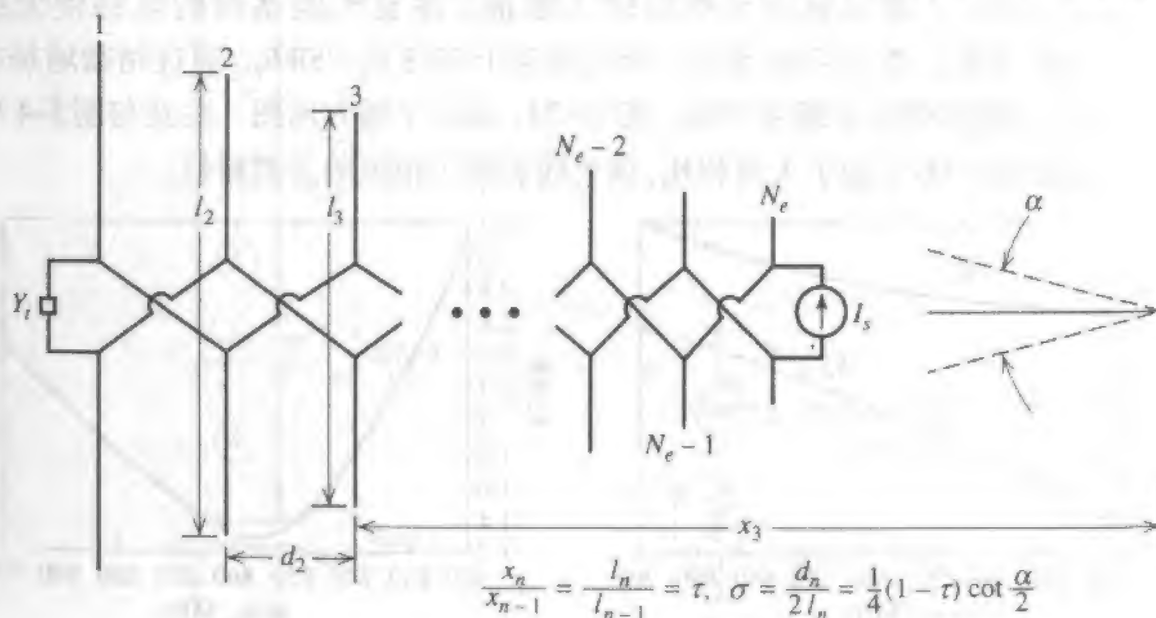


图 10-25　对数周期振子天线

处理方法用示意图表示如图 10-26。用"天线单元"标记的 N 端口包括 N 个在空间任意位置的无连接的振子天线的自阻抗和互阻抗。"传输线"的 N 端口代表连接这些振子天线的传输线。包含在这个网络中的是相邻振子天线间的反转极性作用。注意在对数周期振子天线上有一个电流源 I_s。如果天线有 N_e 个振子单元，则有电压源作用于端口 1,2,3,⋯,N_e。同样，在对数周期振子天线端口 1 存在终端导纳 Y_t。我们不知道外加的电压源的数值。因而在我们能求解对数周期振子天线上的电流之前，必须先发现这些电压源的值。

462

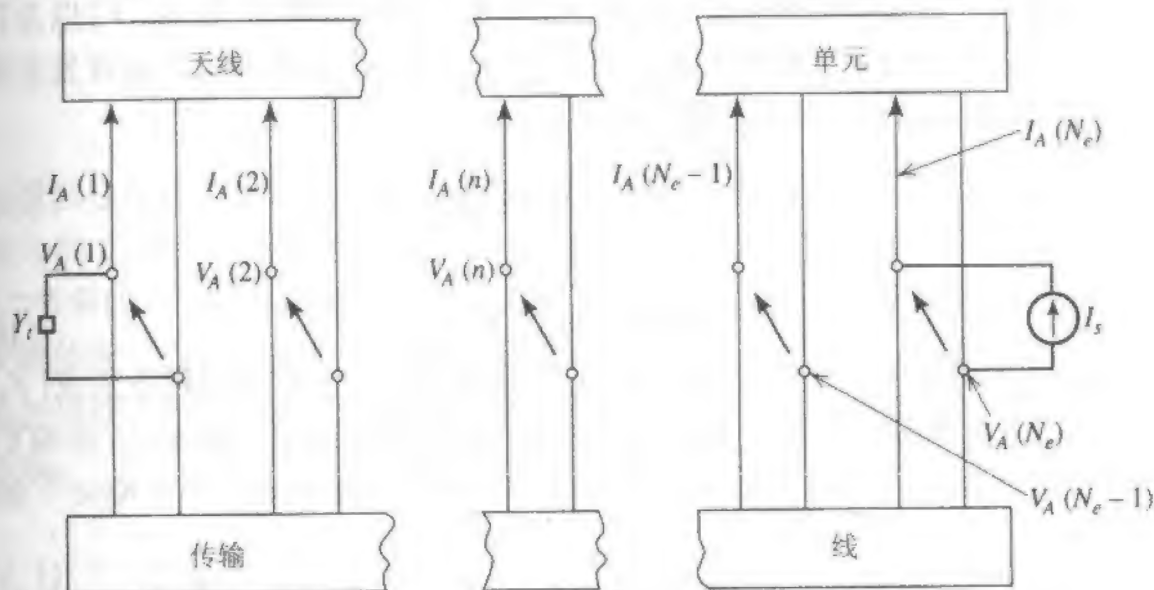


图 10-26　图 10-25 的 LPDA 网络的图解表示

令$[Y_A]$和$[Z_A]$分别为短路导纳矩阵和开路阻抗矩阵，相对地，对于"天线单元"网络，$[Y_A]=[Z_A]$。我们注意到$[Z_A]$不是矩量法阻抗矩阵。$[Z_A]$的矩阵元，比方说$[Z_A]_{ij}$，代表在 LPDA 中振子 j 上的单位电流当其他振子开路时在振子 i 上感应的电压。因此

463

$$[Z_A]_{ij}=\frac{V_i}{I_j} \tag{10-88}$$

令$[Y_T]$为"传输线"网络的短路导纳矩阵。$[I_A]$和$[V_A]$为代表在"天线单元"网络每个端口电压和电流的列矩阵。因为两个网络是并联的，总电流可以写成

$$[I_s]=[[Y_A]+[Y_T]][V_A] \tag{10-89}$$

式中$[I_s]$表示外加电流源。除了电流源 I_s 所在端口外，$[I_s]$的矩阵元都是零。当然该电流源代表 LPDA 天线的激励。注意在式(10-89)中，我们知道在$[I_s]$中的项，但不知道$[V_A]$中的项。这些项必须得到，以便能构建矩量法列矩阵$[V_m]$，并且求解常见的方程$[I_n]=[Z_{mn}]^{-1}[V_m]=[Y_{mn}][V_m]$来得到天线振子单元的电流分布。但是在求解式(10-89)以求得$[V_A]$和构建$[V_m]$之前，我们必须知道$[Y_A]$和$[Y_T]$。

为了得到$[Y_A]$的元，我们进行如下处理。考虑 LPDA 有 N_e 个振子天线以及在每个

振子上有 M 个展开函数。矩量法阻抗矩阵[illegible]阶。为了得到矩量法导纳矩[阵] $[Y_{mn}]$，我们注意到 $[Y_{mn}]=[Z_{mn}]^{-1}$ 和

$$[I]=[Z_{mn}]^{-1}[V]=[Y_{mn}][V] \tag{10-90}$$

或者

$$I_m=\sum_{n=1}^{M\times N_e} Y_{mn}V_n,\quad m=1,2,\cdots,M\times N_e \tag{10-91}$$

为了获得 $[Y_A]$，注意到 V_n 的大多数值为零，因为电压通过传输线仅加到 LPDA 中每个振子的中心端口。假定我们重新整理式(10-91)中的系统方程组，使在 $[V]$ 以及 $[I]$ 中的最前面的 N_e 项对应于在 LPDA 中振子天线的中心端口。于是在这些包含发生器(即天线单元端口)的端口电流与这些端口的电压之关系为

$$I_j=\sum_{i=1}^{N_e} Y_{ji}V_i,\quad j=1,2,\cdots,N_e \tag{10-92}$$

或者

$$[I_A]=[Y_A][V_A] \tag{10-93}$$

式中在 $[V_A]$ 中的所有 V_i 的值将都不为零(见问题 10.10.1)。在用这种方法求 $[Y_A]$ 时，我们所做的除了矩量法本身的近似之外，没有引入其他的近似。确实，所有的互耦都包括了，并且我们没有局限于带宽小于 2:1 的 LPDA，如同在 Carrel[20] 和 Kyle[21] 的处理中那样。

为了得到在式(10-89)中的传输线导纳矩阵 $[Y_T]$，我们首先认识到 $[Y_T]$ 是在每个振子连接位置端口的简单传输线的传输线导纳矩阵。因为 $[Y_T]$ 是短路导纳矩阵，一个给定的矩阵元 $(Y_T)_{ij}$ 代表端口 i 的单位电压当其他端口短路时在端口 j(短路端口)感应的电流。于是，$(Y_T)_{ij}$ 仅当 $i-1\leqslant j\leqslant i+1$ 时不为零。

传输线导纳矩阵 $[Y_T]$ 有可能用直接的方式写出[21]。对于单个 LPDA，$[Y_T]$ 为

$$[Y_T]=\begin{bmatrix} (Y_t-\mathrm{j}Y_0\cot\beta d_1) & -\mathrm{j}Y_0\csc\beta d_1 & 0 & \cdots & 0 \\ -\mathrm{j}Y_0\csc\beta d_1 & -\mathrm{j}Y_0(\cot\beta d_1+\cot\beta d_2) & -\mathrm{j}Y_0\csc\beta d_2 & \cdots & 0 \\ 0 & -\mathrm{j}Y_0\csc\beta d_2 & -\mathrm{j}Y_0(\cot\beta d_2+\cot\beta d_3) & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & -\mathrm{j}Y_0\csc\beta d_{N_e-1} & -\mathrm{j}Y_0\cot\beta d_{N_e-1} \end{bmatrix} \tag{10-94}$$

式中 Y_0 是传输线特性导纳，β 是传输线的传播常数(见问题 10.10.2)。

应用已掌握的 $[Y_A]$ 和 $[Y_T]$ 合适的矩阵元值，作用于每个振子天线激励端口的电压 $[V_A]$ 为

$$[V_A]=[[Y_A]+[Y_T]]^{-1}[I_s] \tag{10-95}$$

式中的 $[I_s]$ 有一个非零项。使用这些在每个振子上的电压，矩量法电压矩阵 $[V_m]$ 可填满，在 LPDA 中每个振子上的电流分布可从下式得到

$$[I_n]=[Z_{mn}]^{-1}[V_m] \tag{10-96}$$

式中 $[V_A]$ 的矩阵元为 $[V_m]$ 的非零元，而 $[I_n]$ 的元是与在各种振子单元上的展开函数有关的复系数。

应该对上述分析 LPDA 的过程作一个小结。首先，开路阻抗矩阵[Z_{mn}]应用通常的方法建立。通过对[Z_{mn}]的求逆，得到短路导纳矩阵。接下来，如式(10-91)和(10-92)中所示从[Y_{mn}]形成天线单元导纳矩阵[Y_A]。然后将[Y_A]加到传输线导纳矩阵[Y_{mn}]。接着将图 10-25 和图 10-26 中所示的电流源用于式(10-95)，获得作用于每个振子端口的电压[V_A]。这些电压随后用来获得矩量法电压矩阵[V_m]。根据式(10-96)计算在 LPDA 中每个振子上的电流解[I_n]。使用该过程得到的方向图在图 6-41 给出，并与文献[22]的结果吻合。

10.11 天线阵

矩量法在分析和设计线天线阵(或散射体)中的应用较之处理天线阵的经典方法具有很大的优越性，这种优越性在于完全考虑了天线阵元之间的互耦(例如，见 10.10.2 节中的 LPDA 的处理)。此外，关于导线上的电流分布不需要作非实际的假定，并且天线阵元可以在沿其长度上的任意点激励或加载。这样，可考虑的线元阵问题的类型是相当普遍的。在本节中我们将研究几种平行振子的阵结构，并说明一些典型的互耦影响。

10.11.1 直线阵

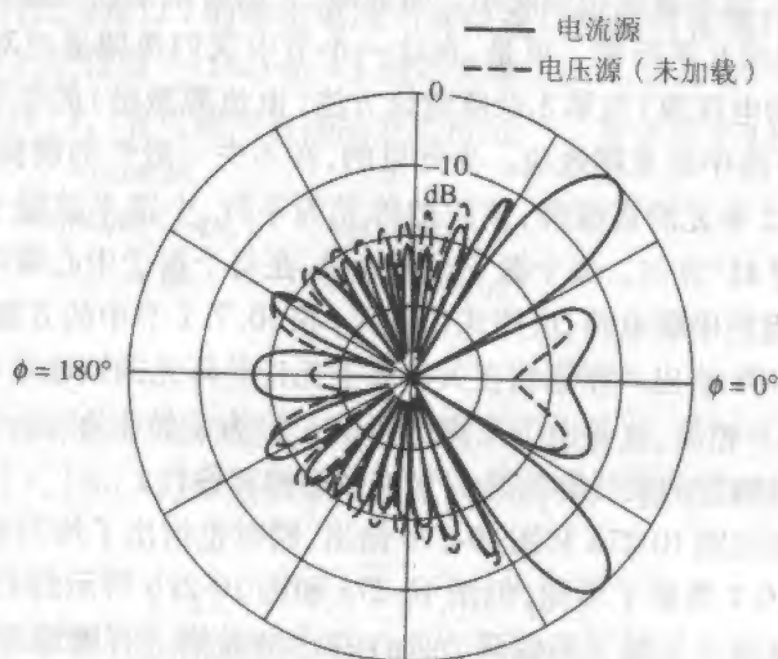
考虑图 10-20 所示的平行导线阵元组成的直线阵。用矩量法处理时天线阵元不需要同样长度和半径，也不需要相同间距。明显地，它们可以很任意地配置，并且事实上阵元甚至不需要是相互平行的。可是，在这一小节中我们希望通过对矩量法解(使用内部阻抗为 72Ω 的电压源)与第 3 章所建议方法(电流源激励)的结果进行比较，来说明在典型直线振子阵中的互耦效应。为此目的，在不失一般性的前提下我们考虑一个等间距($d=\lambda/2$)12 单元的直线阵，该阵的阵元为平行、中馈半波振子，相位控制使最大波束为偏离边射 45°方向。每个振子分成 6 段，在每个振子中心端口放置一个 1V 的电压源与 72Ω 电阻的串联电路，应用式(10-62)和 10.7.1 节中的方法获得的分段正弦电流幅度值在表 10-1 给出。注意到在天线阵上无论是阵元的馈电点电流，还是输入阻抗(见(3-103))都不相等，这是由于互耦的影响。因为主波束在 $\phi_0=45°$ 方向，电流不具有像相控为边射辐射的天线阵那样关于阵中心的对称性。

归一化方向图在图 10-27a 和图 10-27b 给出，同时也给出了均匀电流激励的归一化方向图。尽管表 10-1 指出了不同，但图 10-27a 和图 10-27b 所示的归一化方向图的差别很小。当然在这两种情况下天线阵方向性有小的差别。有可能综合(见第 8 章)激励电压以获得最大增益。如果这样做，在馈电口的电流将是等幅的，而建立等幅电流的电压通常是不等幅的。

表 10-1 12 [illegible] 直线阵的归一化终端电流,$a = 0.0001\lambda$

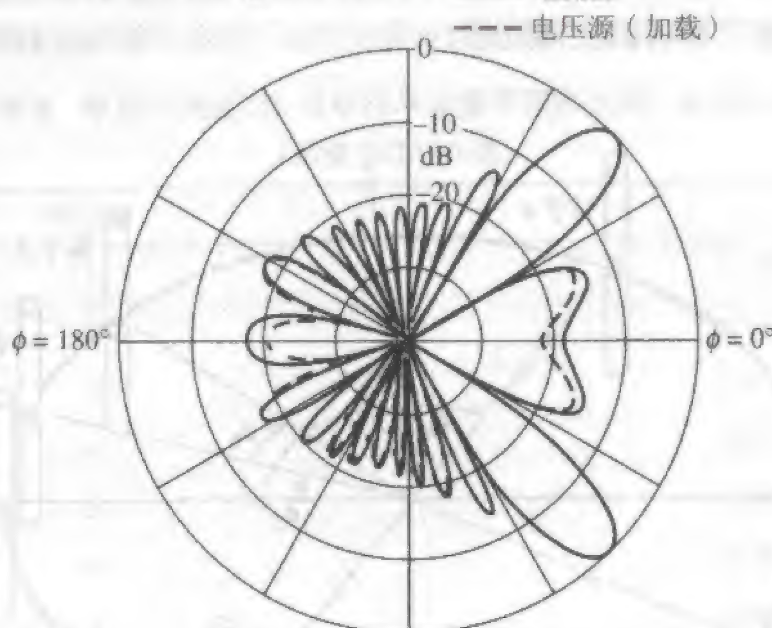
单元号	源电阻为 0		源电阻为 72Ω	
	$\|I_A\|$	$\|Z_A\|$	$\|I_A\|$	$\|Z_A\|^*$
1	0.689	107.1	0.746	111.9
2	0.698	105.9	0.760	108.6
3	0.728	101.5	0.799	99.6
4	0.753	98.2	0.829	93.5
5	0.768	96.3	0.847	89.9
6	0.777	95.2	0.856	88.2
7	0.781	94.7	0.854	88.6
8	0.775	95.4	0.837	91.8
9	0.753	98.2	0.806	98.1
10	0.713	103.7	0.777	104.4
11	0.689	107.3	0.802	98.8
12	1.000	74.0	1.000	65.1

*72Ω 源电阻专用。



(a) 未加载电压源激励的直线阵方向图(虚线)

图 10-27 主波束扫向 $\phi_0 = 45°$,理想电流源(实线)的直线阵方向图与带有电压源(见表 10-1)的天线阵方向图的比较



（b）72Ω 加载电压源激励的直线阵方向图（虚线）

图 10-27 （续）

10.11.2 圆阵

考虑如图 10-28 的圆阵，又称为圆环阵[23]。这种天线阵已用于无线电定位、雷达、声纳和其他系统应用中。通常圆阵由等间距排列的相同阵元组成，如图 10-28 所示。每个振子在其中心馈电。如果将各个振子暂时用在振子激励端口的点源来替代，我们可写出天线的阵因子（见节 3.1）

$$AF(\theta,\phi) = \sum_{n=1}^{N} I_n e^{j\alpha_n} e^{j[\beta\rho'_n \sin\theta\cos(\phi-\phi_n)]} \tag{10-97}$$

式中 I_n 是位于 $\phi = \phi_n$ 的第 n 个阵元上的激励电流，α_n 是以位于坐标原点的阵中心为参考的激励相位，ρ'_n 是每个阵元中心离坐标原点的径向距离（对圆阵的情况，这些都等于 b）。对于通常同相激励的情况，

$$\alpha_n = -\beta\rho'_n \sin\theta_0 \cos(\phi_0 - \phi_n) \tag{10-98}$$

式中 (θ_0,ϕ_0) 是主瓣最大值所希望的方向。

对半波振子而言，其单元方向图由式（2-8）近似给出。这样，在假定正弦电流分布的条件下半波振子圆阵的总方向图函数可写为

$$F(\theta,\phi) = \frac{\cos\left(\dfrac{\pi}{2}\cos\theta\right)}{\sin\theta} \frac{\sum\limits_{n=1}^{N} I_n e^{j\alpha_n} e^{j[\beta\rho'_n \sin\theta\cos(\phi-\phi_n)]}}{\sum\limits_{n=1}^{N} I_n} \tag{10-99}$$

此处假定应用的是式（3-104）而不是式（3-107）。

当然，在式（10-97）~（10-99）中的圆阵分析是基于阵元电流已知的。实际上我们

通常使用阵元端口的电压而不是电流。为了确定激励这些电压源的电流，我们可以应用矩量法，这样也包括了所有的互耦效应。

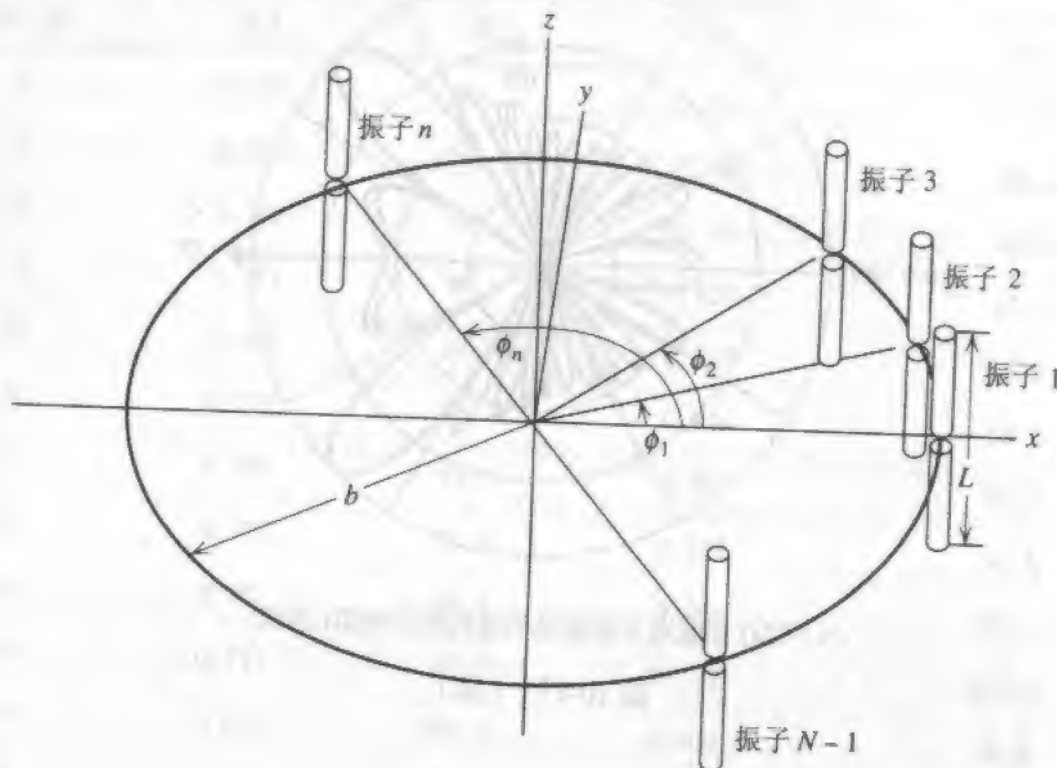


图 10-28　振子圆阵

我们将考虑图 10-28 中的圆阵，其阵元为等间距的相同振子。这样在矩量法公式中将可能得到某些简化。当所有振子都在中心激励时，显然电流分布将关于 $z=0$ 平面偶对称。因此可根据 10.8.6 节中讨论的情况，镜像对称性可用来压缩每个振子的阻抗矩阵 $[Z_{mn}]$（对上节中的直线阵也可以这样做）。除此之外，圆阵的阻抗矩阵将具有如下子矩阵的形式

$$
[Z]_{\text{array}} = \begin{bmatrix} [S]_{11} & [S]_{12} & \cdots & [S]_{1N} \\ [S]_{1N} & [S]_{11} & \cdots & [S]_{1(N-1)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ [S]_{12} & [S]_{13} & \cdots & [S]_{11} \end{bmatrix} \tag{10-100}
$$

式中的 $[S]_{ij}=[Z_{mn}]$，并且每个 $[Z_{mn}]$ 可以像 10.8.6 节中所描述的那样压缩。式(10-100)中的矩阵不但是托普列兹矩阵，而且被称为“块循环”。可以证明块循环矩阵的逆矩阵也是块循环的。于是 $[Y]_{\text{array}}$ 应当是块循环矩阵。在块循环矩阵中，下一行的块矩阵重复前一行，但以前一行中最后的块矩阵为起始块。

对一个间距为 $\lambda/2$ 的 12 元圆阵，如果我们在每个振子中心用串联 72Ω 的 1V 电压源馈电，表 10-2 中的电流值是用式(10-98)的相位得出的。电流幅度中几乎 2:1 的变化是因互耦引起。相应的天线阵在方位平面方向图如图 10-29 所示。为了比较，图中还给出了用式(10-97)计算的均匀(电流)激励的方向图。尽管用矩量法得到的电压源

激励天线阵的方向图在这两个结果中更接近实际，应用矩量法还有一个优势是它可以得到任何扫描角时的阵元的输入阻抗，从而为设计馈电网络提供了有用信息(见3.8节)。

表10-2 半波长间距、12元平行半波振子圆阵的归一化端口电流

(加载72Ω电压源)

阵元号	$\lvert I_A \rvert$
1	0.735
2	0.566
3	0.628
4	0.517
5	0.547
6	0.791
7	1.000
8	0.791
9	0.547
10	0.517
11	0.628
12	0.566

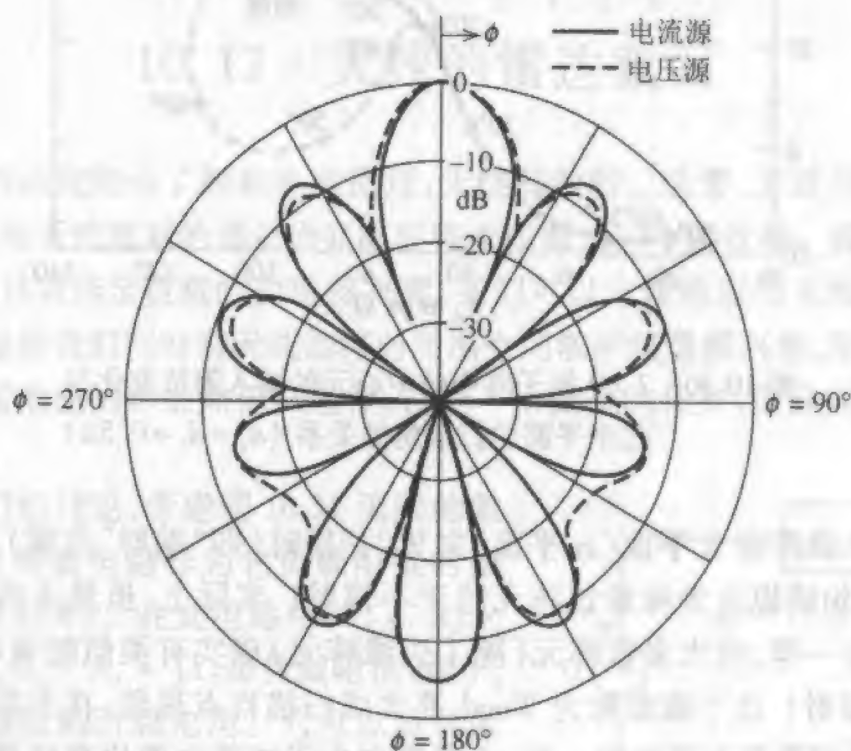


图10-29 图10-28的12元圆阵方向图，实线为均匀电流激励，虚线为72Ω加载电压源，其电流为表10-2中的电流

10.11.3 二维平面振子阵

考虑如图 10-30 所示的位于 xz 平面的平行振子二维阵。我们在此的目的是用矩量法来说明在天线阵中阵元的输入阻抗是如何随扫描角变化的。

图 10-30 显示了在一个 7×9 平面天线阵(即在 E 面行的 7 个共线阵元乘 H 面行的 9 个平行阵元)中的中心阵元输入阻抗的变化关系。例举了 3 种扫描条件:H 平面、E 平面以及与 E 面和 H 面成 45°夹角的平面。从图 10-30 可清楚地看到输入阻抗随扫描角变化很大,而且变个化与扫描平面有关。显然这个变化向负责设计天线阵馈电与匹配网络的工程师提出了一个带有挑战性的问题。

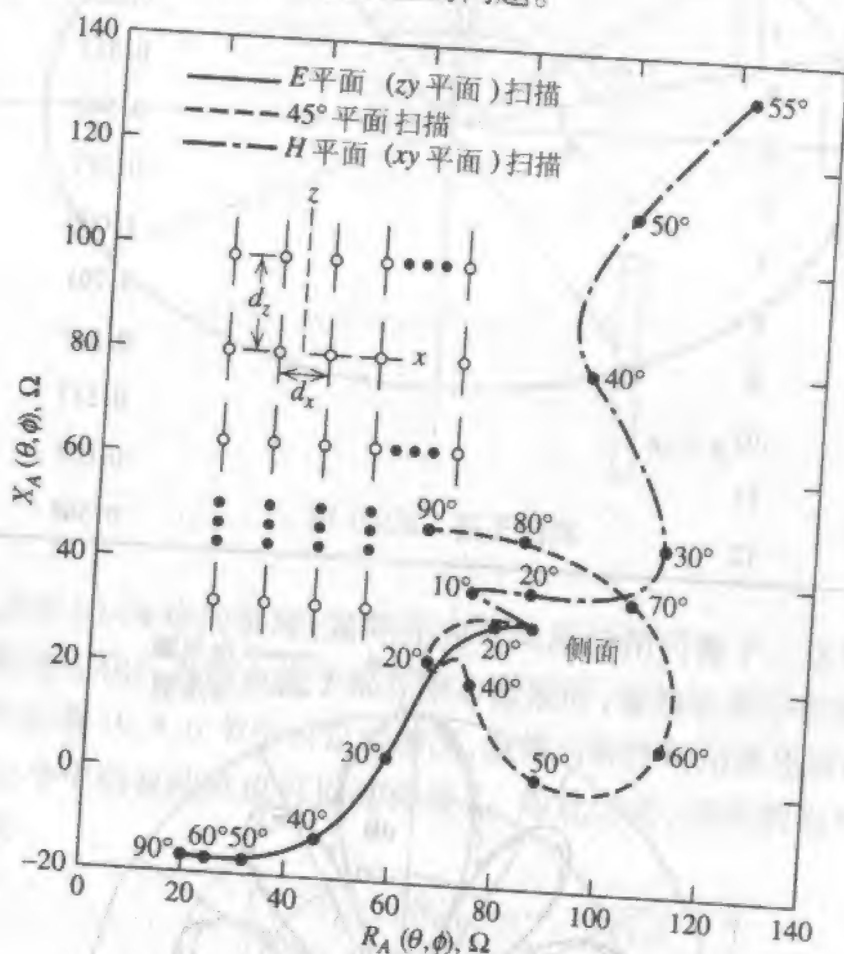


图 10-30　7×9 振子阵中的中心元的输入阻抗变化与三个平面的扫描角的关系 ($d_x = d_z = 0.5\lambda$)

注意当此天线阵在 E 平面(zy 平面)向 90°扫描时(即"端射"位置),输入阻抗的实部趋向于零,换句话说这意味着该阵元趋于不辐射!实际上,虽然天线阵中其他阵元的表现不会完全一样,但大多数阵元(除了边缘阵元)确实有类似的表现,并且整个天线阵将接近不辐射!这个现象称为 Wood 异常或扫描盲点现象,在天线原理书籍中不涉及 Wood 异常似乎是不适当的。Wood 异常在大天线阵中要比在这里考虑的相对较小的天线阵更可能发生。所幸的是通过对天线阵设计参数以及阵元设计本身(见 3.8.3 节)的适当选择,在某些天线阵中 Wood 异常是可以避免的。

Wood 异常的一种解释基于对表面波的理解。在 E 平面，当天线阵扫描越来越远离边射时，有一个越来越大的垂直于阵平面的电场分量。在振子阵的金属阵元模拟了一个金属面，电流在这个面上向 E 平面建立起来的方向流动。如果该天线阵是大阵，于是表面波在 E 平面方向被激励起来，它消耗了天线阵的输出功率。这个表面波现象与12.11 节中讨论的爬行波现象类似。

在 H 平面不可能有这样的表面波，因为在大扫描角电场沿模拟金属面相切方向传播，并趋向被该金属面短路。同样，当电场平行于金属表面时，12.11 节中的爬行波也趋于不传播。

图 10-30 所示的二维天线阵的矩量法分析得益于问题的块托普列兹特性。比图10-30 中大得多的天线阵可以用矩量法来分析和设计，甚至其未知数可达到数万。可是，对于这样大小的天线阵，其他分析方法也是存在的[24]。

10.11.4 小结

在本节中，我们通过几个例子来说明矩量法对天线阵的应用。这些例子向我们说明了几件事情。第一，矩量法考虑了所有互耦的影响，并不需要假定天线阵中阵元的电流分布或假定每个阵元有相同的方向图。第二，矩量法直接提供了各个阵元在任何扫描条件下准确的输入阻抗信息。第三，天线阵环境下细半波振子上的正弦电流分布假定是很好的假定，因此基于该假定的振子阵的经典方法是很准确的。对于非对称振子的阵元，矩量法具有明显的额外优势。

10.12 天线的雷达截面

天线散射的研究结合了两种电磁原理：天线和散射。通常，天线分析中考虑天线为一个发送器，而天线散射的部分研究需要将天线看成一个接收器。甚至在接收的情况下，如果我们只对传至负载的功率感兴趣，我们可以方便地应用天线的发射特性和互易定理。但如果我们同时对天线如何向周围空间散射能量感兴趣，则需要了解天线上所有部分感应电流的详细知识。通常，这是一个困难的任务，但应用矩量法它将变得易于处理了。

为开始我们的讨论，考虑图 10-31 天线的戴维宁（Thevenin）等效电路作为它负载阻抗的函数（还可参见图 2-18）。在此电路中，$Z_A = R_A + jX_A$是天线阻抗，$Z_L = R_L + jX_L$是负载阻抗，而 V_A 是在天线终端感应的开路电压。V_A可以通过像文献[29]那样与入射电场联系起来

$$V_A = -\boldsymbol{h}_A^r \cdot \boldsymbol{E}^i \qquad (10\text{-}101)$$

式中 $\boldsymbol{h}_A^r$ 为天线接收的矢量有效长度，它在接收

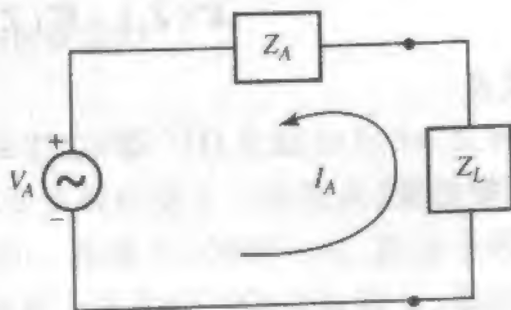


图 10-31 天线戴维宁等效电路[29]

方向上计算(注意文[illegible]不同于式([illegible]))。根据互易性，此天线的矢量有效长度等同于同方向的天线发射的矢量有效长度 h_A^t，定义单位电流激励下天线的远场辐射为

$$E^t = -\mathrm{j}\frac{\eta}{2\lambda}h_A^t\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta r}}{r} \tag{10-102}$$

式中的 r 是天线到观察点的径向距离。

关于式(10-101)和(10-102)中的符号定义为接收中的正端是在发射时正向电流流入的那一端。于是接收电流由下式给出

$$I_A(Z_L) = -\frac{V_A}{Z_A + Z_L} \tag{10-103}$$

应用这种术语定义，我们现将天线散射场作为其负载阻抗的函数表示为

$$E^s(Z_L) = E^s(0) - \frac{Z_L I(0)}{Z_L + Z_A}E^t \tag{10-104}$$

式中 $E^s(0)$ 和 $I(0)$ 分别是短路条件下($Z_L=0$)的散射场和端口电流。频率、极化以及入射与接收的方向假定是固定的。该天线散射基本公式由 King 和 Harrison[25] 在电路分析中应用补偿和叠加定理，Stevenson[26] 应用场理论和 Hu[27] 应用电路和场相结合的理论获得。Aharoni[28] 提供了教科书的讨论。Green[29] 也给出了基于场的观点的推导。应用散射矩阵的推导由 Collin[30] 和 Hansen[31] 给出。

式(10-104)不是我们研究天线散射很需要的那种表达式。要得到 Green[29] 所使用的形式，令 $Z_L = Z_A^*$(天线阻抗的复共扼)，并求解得到 $E^s(0)$

$$E^s(0) = E^s(Z_A^*) + \frac{Z_A^* I(0)}{2R_A}E^t \tag{10-105}$$

应用式(10-103)，先令 $Z_L = 0$，然后令 $Z_L = Z_A^*$，可得

$$I(0) = \frac{2R_A}{Z_A}I(Z_A^*) \tag{10-106}$$

于是式(10-105)变为

$$E^s(0) = E^s(Z_A^*) + \frac{Z_A^*}{Z_A}I(Z_A^*)E^t \tag{10-107}$$

这后两式代入式(10-104)，得到 Green 的基本表示式

$$E^s(Z_L) = E^s(Z_A^*) + \frac{1}{Z_A}\left[Z_A^* - \frac{2R_A Z_L}{Z_A + Z_L}\right]I(Z_A^*)E^t \tag{10-108}$$

或者

$$E^s(Z_L) = E^s(Z_A^*) - [I(Z_A^*)E^t]\Gamma_m \tag{10-109}$$

式中的量

$$\Gamma_m = \frac{Z_L - Z_A^*}{Z_L + Z_A} = \frac{\dfrac{Z_L + \mathrm{j}X_A}{R_A} - 1}{\dfrac{Z_L + \mathrm{j}X_A}{R_A} + 1} \tag{10-110}$$

是不同于通常反射系数定义的电压反射系数。

在式(10-109)中的量$[I(Z_A^*)E^i]\Gamma_m$称为散射场的天线模分量，因为它完全由天线的辐射特性确定。当天线共扼匹配时它就消失了。这一项与无耗天线负载吸收的能量以及因负载失配天线再辐射的能量有关。天线模散射能量的方向图恰好是该天线的辐射方向图。式(10-109)右端的另一个量$E^s(Z_A^*)$叫作结构散射或剩余散射成分。它来自于入射波在天线表面感应的电流，即使天线已共扼匹配时也存在。

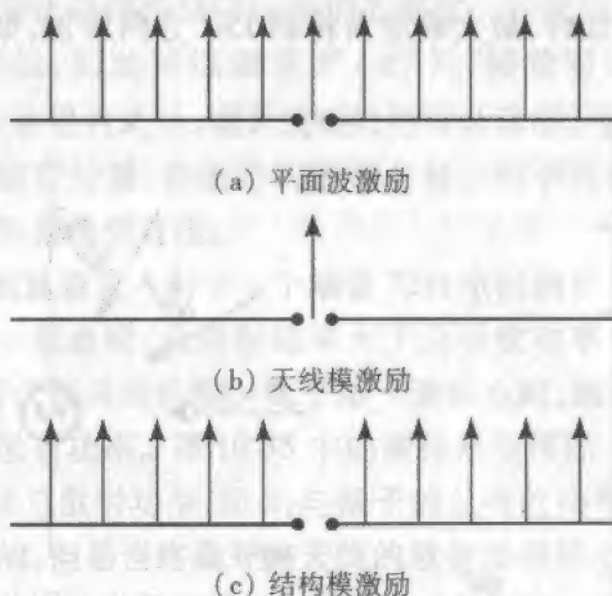
Hansen[31]给出了与 Green 在式(10-109)用传统负载匹配表示不同的表达式。可是他的表达式在普遍意义上并不见得超过 Green 的公式。

从点选配的观点可以得到天线模和剩余模散射的概念化[32]。图 10-32 显示了平面波对振子天线的激励[32]。箭头描述了平面波在匹配点的幅度。图 10-32b 表示通常由天线模引起的天线激励，而图 10-32c 则表示平面波激励于天线模激励的差值，即剩余模激励。

对天线散射感兴趣的主要原因是确定天线的雷达截面。在天线模散射的情况下，可以导得雷达截面的天线模成分的简单表示式如下：

$$\sigma_{ant} = \Gamma^2 G^2(\theta,\phi)\frac{\lambda^2}{4\pi} \tag{10-111}$$

但是对于结构模雷达截面则没有如此简单的表达式。



(a) 平面波激励

(b) 天线模激励

(c) 结构模激励

图 10-32　天线模和结构模散射的概念化

图 10-33 给出了当频率从 100MHz 变到 2000MHz 时，端接 72Ω 负载的 0.5m 长振子侧面的单基雷达截面(RCS)[32]。我们观察到在振子天线的前 3 个谐振点曲线的峰值位置接近 300MHz、900MHz 和 1500MHz，与预期相同。在接近 300MHz 时，因振子天线在其第一个谐振点共扼匹配，雷达截面为剩余模贡献。在大约 1000MHz 以上，雷达截面也是剩余模起主要作用，但这是因为天线模辐射方向图在边射方向较弱或为零的缘故。

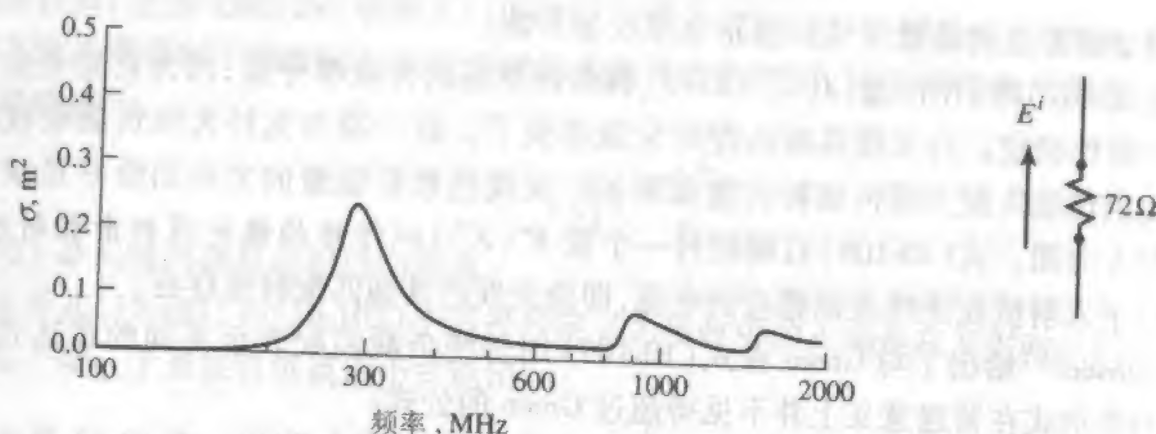
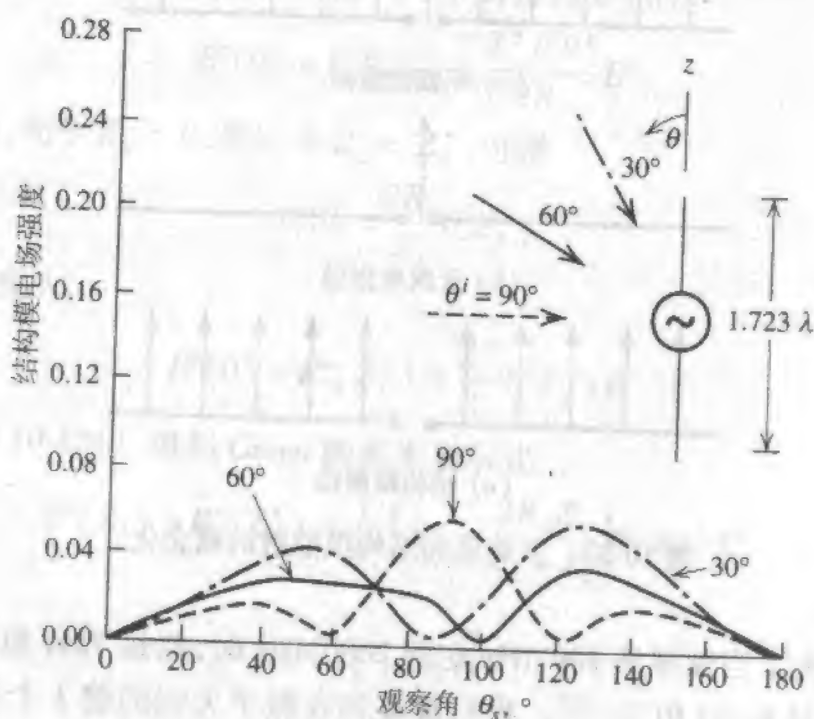


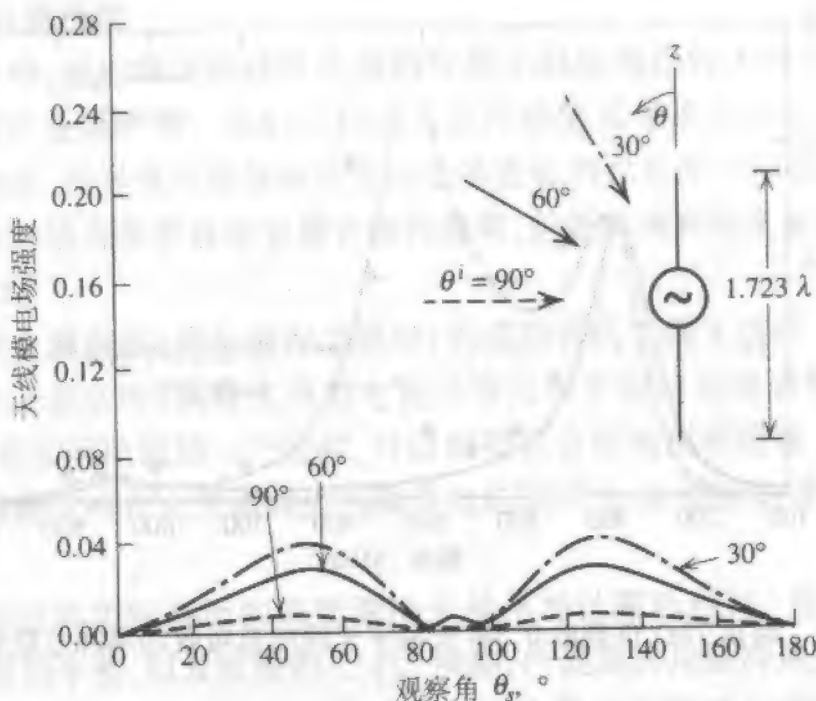
图 10-33　端接 72Ω 负载的 0.5m 长振子侧面的单基雷达截面与频率的关系

图 10-34 显示了当平面波以与天线轴夹角为 90°、60°和 30° 入射一个 1.723λ 长、端接 72Ω 负载的振子天线时，剩余模与天线模的双基散射场。在与图 10-34a 和10-34b 中的曲线比较后，我们首先观测到天线模双基电场曲线关于 θ_s = 90° 完全对称，而对于 θ_s = 60°和 30°的结构模曲线则没有这种对称性。这进一步说明了天线模的类似天线特性。要说明结构模的类似结构特性，注意如图 10-34a 中 θ_i = 30°的入射情况，在 θ_s =125°附近有大的双基响应。这是因为振子结构的作用类似于一个适度长的反射表面。如果振子的长度增加时，最大响应角将朝 150°方向增加，如同根据反射定律所预期的那样。



(a) 结构模电场双基散射

图 10-34　天线散射分量



(b) 天线模电场双基散射

图 10-34 （续）

应该对怎样应用矩量法获得图10-34a中的数据作一些说明。首先，在每个频率点计算振子天线的输入阻抗，因此可以知道 $E^s(Z_A^*)$。接着对这三个入射角计算式(10-109)的左边。然后，求得 $I(Z_A^*)$，则天线模散射可计算出。依次从式(10-109)左端的总散射场减去天线模散射分量，得到结构散射分量。对于这些类型的计算，没有其他的计算电磁学技术比矩量法更有用。

图10-35显示了平面波垂直入射于一个端接72Ω电阻的0.5m长振子天线的总散射功率和总吸收功率。一般地说，总散射功率大于总吸收功率，二者在第一谐振频率点相等，在该频率点振子天线共扼匹配。低于第一谐振点时，振子天线非共扼匹配，有可能总吸收功率超过总散射功率。图10-35中的曲线是应用图10-31的等效电路来计算的，计算中假定 Z_A 导致总散射功率，而 Z_L 与振子的总吸收功率有关。Z_A 导致天线总散射功率并不总是正确的，但是当终端开路天线的散射功率远小于端接负载天线的散射功率时它是近似正确的[33]（在图10-33中约低于400MHz）。对包含振子天线的远场区一个球面上的散射功率进行数值积分精确计算总散射功率，复制 P_A 曲线直到振子长度约为0.6λ，超过该长度最多达到数量上的粗糙吻合。有时考虑匹配的无耗天线吸收的功率不能超过其散射的功率。但这在理论上是不正确的[34]。实际上匹配的无耗天线吸收的功率大于其散射的功率是不太可能的。图10-35中，这两个功率在刚好低于300MHz（振子天线处于匹配状态）处是相等的。

在本节中，为了了解天线的雷达特征对天线的散射进行了研究。可是这不是对天线散射感兴趣的惟一原因。例如，如果天线不散射，在天线阵中就将没有互耦效应。

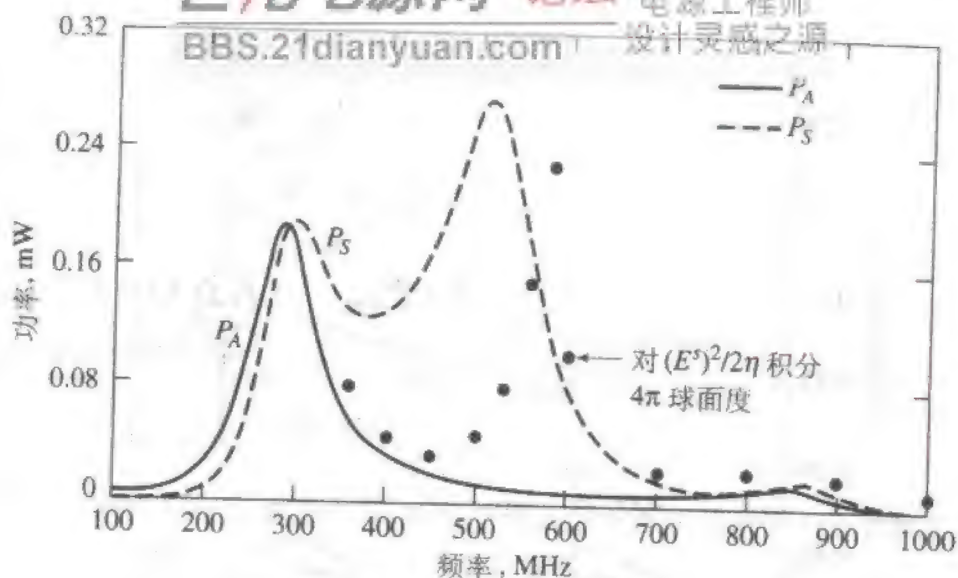


图 10-35　端接 72Ω 负载的 0.5m 长振子天线的总吸收功率和总散射功率

10.13　实体表面的建模

矩量法可用两种主要方法来对二维或三维物体(例如无限长的柱体或有限长的柱体)建模。对实体表面物体建模最简单的方法是用导线栅，其被称为线栅模型(wire-grid model)。这种方法的例子在图 10-36 中说明。另外常用的方法是应用磁场积分方程(见习题 10.13.5)，在该方法中表面被剖分成小片或单元，它们每个都是连续的金属表面。在本节中，我们将简略地研究这两种方法。

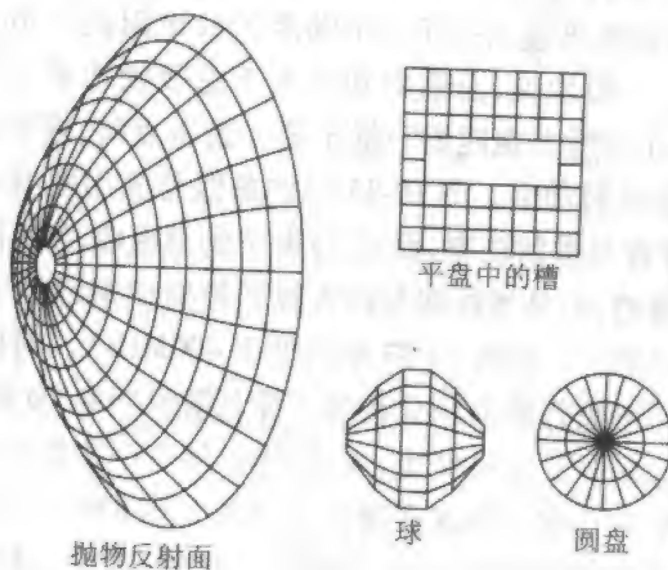


图 10-36　线栅模型的例子

10.13.1 线栅模型

在这一小节中，我们将说明线段处理的应用不但能模拟线天线或线散射体，而且能模拟天线附近的金属环境。我们可以通过应用线栅或导线网络来模拟实际上连续的金属表面。当然，用导线网络模拟连续的金属表面的设想先于矩量法广泛应用的时代。有许多实际的场合需要连续金属表面的效果，但连续表面的重量和（或）风阻太大了（例如反射面）。

线栅对连续金属表面（实际情况或模型）的成功替代依据于这样一个事实，即当线栅的尺寸变得小于波长时，线栅支持的电流分布近似于相应连续表面的电流分布近。但是，该电流仅是实际电流的一个近似，可以期望它合理地预测远场，而近场则可能不行。这是因为线栅支持在它表面两边的凋零电抗场[35]。而实际的连续导体表面不会支持这样的场。

用线栅模型仿真实际表面的精度取决于使用的计算机程序（即展开函数和权函数）、所用导线段的半径，以及线栅的尺寸。例如，已发现应用脉冲展开函数和点选配，栅距为 0.1 到 0.2λ 可产生好的结果[36]。当应用分段正弦伽辽金法时，发现栅的尺寸不能超过 $\lambda/4$，并且合适的导线半径是 $a = w/25$，这里的 w 表示孔径的宽度或长度（取两者中大的）[37]。图 10-37 给出了一个 70 段（分段正弦伽辽金法）的飞机模型。该模型的比例为 1:200。雷达截面的结果在图 10-38 中给出，飞机机身的实际长度约为 15.4m，实际频率分别是 16.1MHz 和 27.15MHz。因为雷达截面与比例因子（即 200）的平方成比例，在实际频率点的实际雷达截面（单位平方米）将比图 10-38 中 f = 3.25GHz 和 5.46GHz 的雷达截面高 46dB。

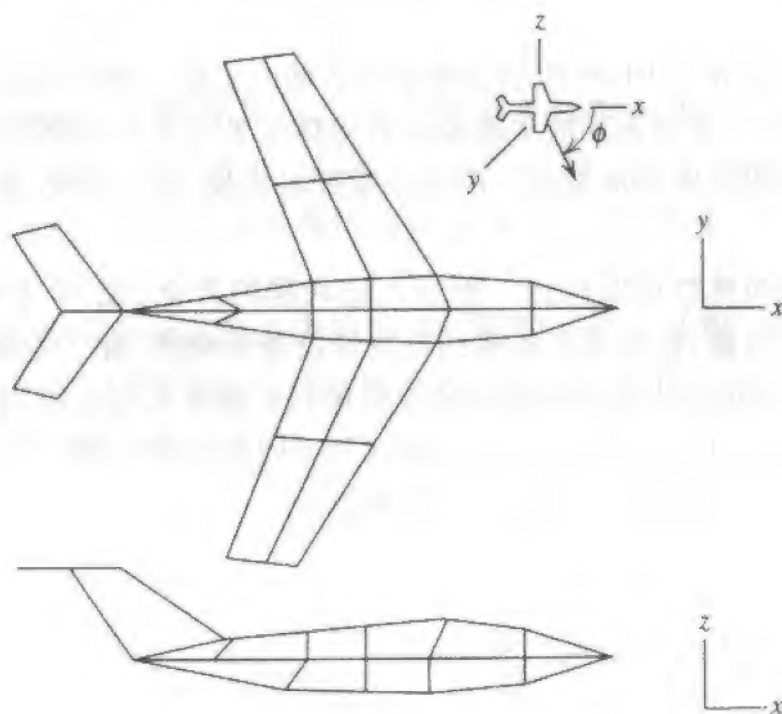


图 10-37 70 分段的缩尺模型 MIG 19 的线栅模型

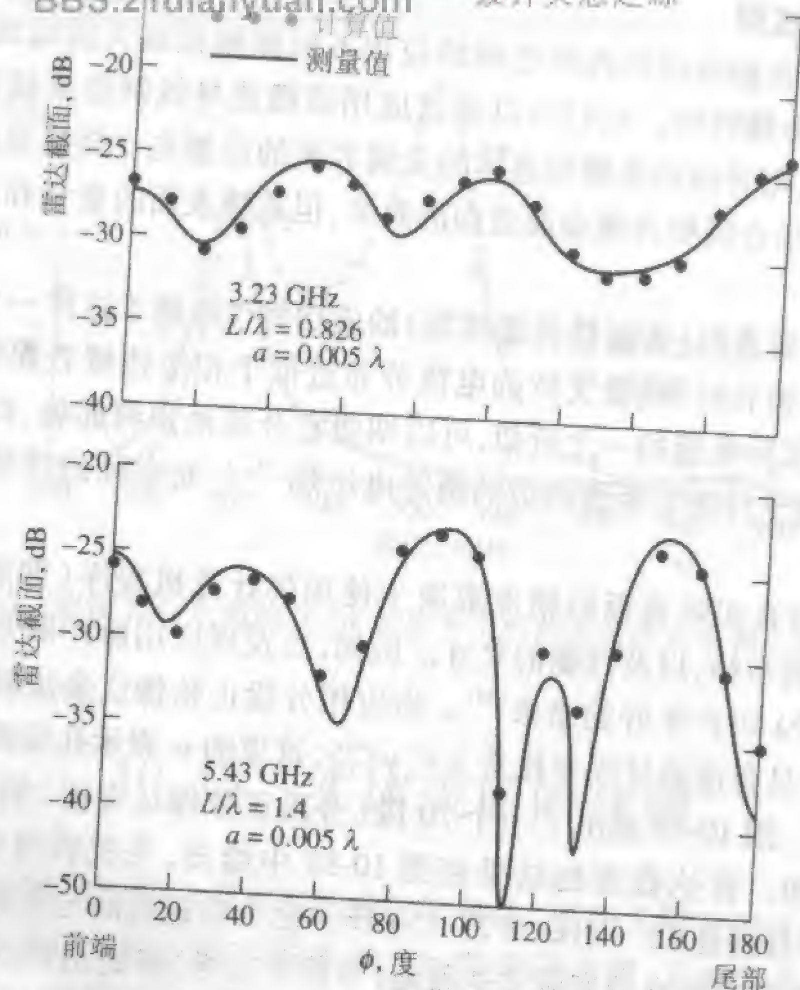


图 10-38 缩尺模型 MIG 19 飞机的雷达截面（L = 机身长度）

现在让我们考虑如图 10-39 所示的单极子沿轴向安装于圆锥底部[7]的情况。可以应用一种线栅表示法，在该表示法中圆锥或截锥体用若干由一些终端相连的导线组成的“生成线”表示，如图 10-40a 所示。由于激励的对称性，除了锥底，垂直于 z 轴的平面不需要提供导线。

从该例的结构对称性可以得到一种令人感兴趣的简化（见 10.8.6 节），即所有生成线具有相同的分段数，在每条生成线的相应分段是相同的（除了坐标 ϕ 的方向）。因为 $I(z)$ 与 ϕ 无关，在每条生成线的相应分段上电流的幅度和相位应当相等。设分段以连续方式编号，从 $\phi = 0$ 的生成线起始，以逆时针方向沿其他生成线前进。令 M 为每条生成线上的分段数，L 为生成线数目。于是，可写出

$$\sum_{j=1}^{L\cdot M} Z_{kj} I_j = E_k^i, \quad k = 1, 2, \cdots, L \cdot M \tag{10-112}$$

78
79

因为在相对应的分段上的电流是相等的，

$$I_j = I_{(j+M)} = I_{(j+2M)} = I_{(j+(L-1)M)} \tag{10-113}$$

式（10-112）可写成为（见 10.8.6 节）

$$\sum_{j=1}^{M} I_j \Big(\sum_{n=0}^{L-1} Z_{k(j+nM)} \Big) = E_k^i, \quad k = 1, 2, \cdots, M \tag{10-114}$$

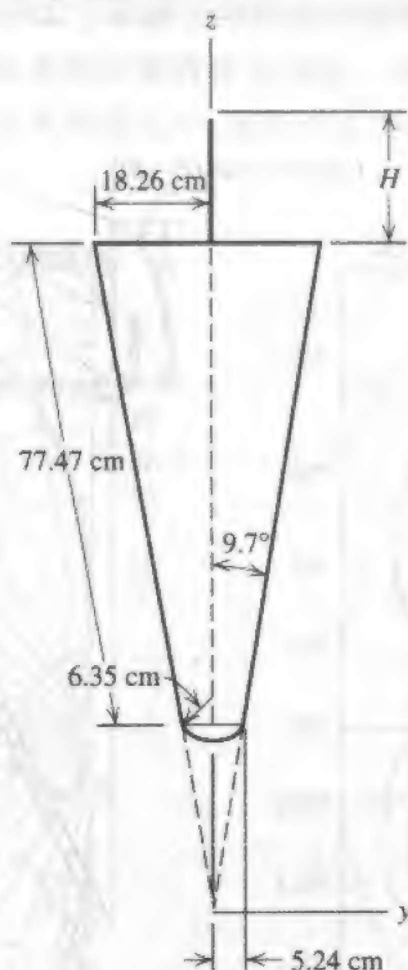


图 10-39 实验圆锥模型尺寸。单极子在各频率下长度为四分之一波长

式(10-114)的优点是它允许我们减少电流未知数到 M,而实际导线分段数是 $L \cdot M$,式中 L 是任意的。作为结果,除计算机运行时间之外对生成线的数目没有限制(对分段总数也一样)。在此处所计算的方向图,L 选择为 10,M 为 170,应用了脉冲基函数。

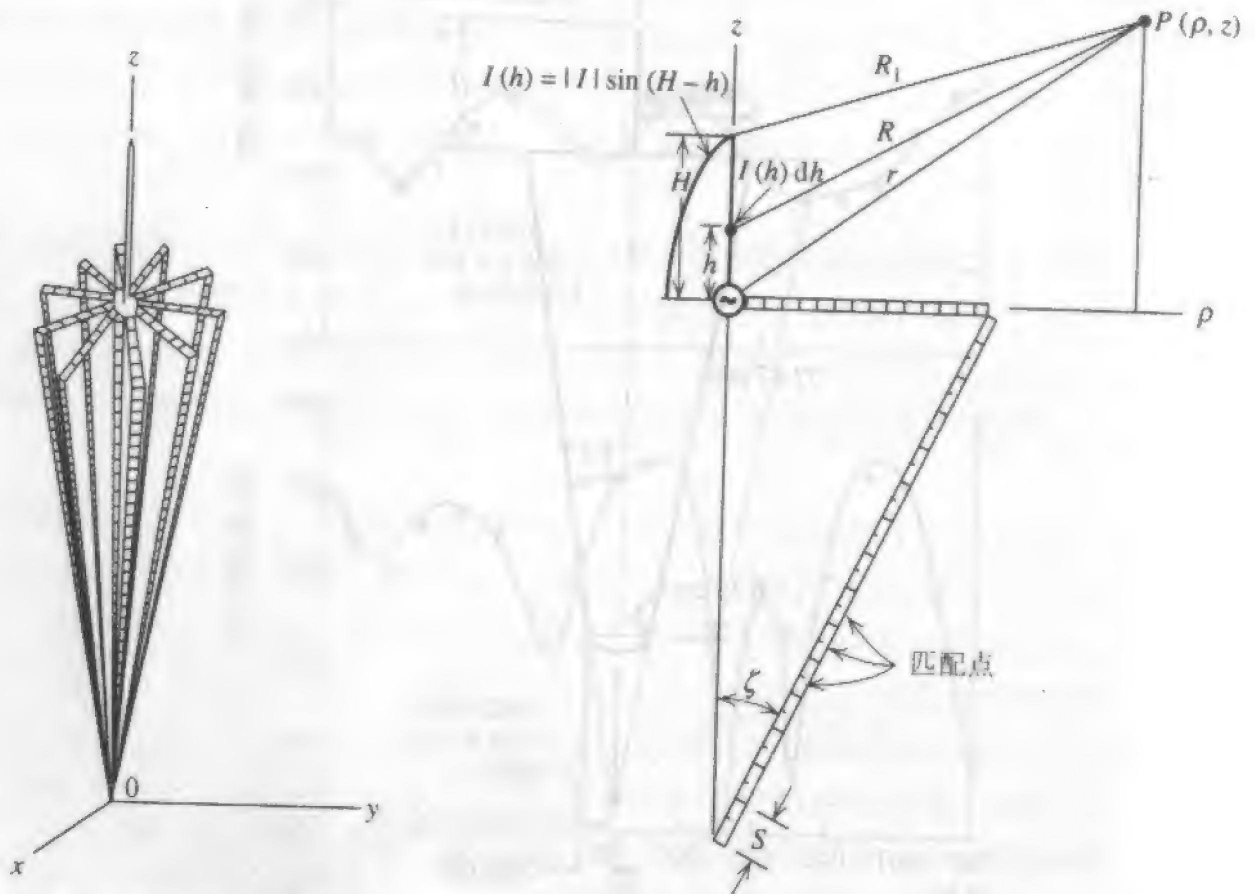
式(10-114)的左端表示这里考虑的圆锥问题的 $-\boldsymbol{E}^s$。还剩下的是确定 $\boldsymbol{E}^i$。对于单极子,考虑图 10-40b 中所示的几何结构。如果我们从矢量位出发,可得到图 10-40b 所示的单极子结构的近场表达式为

$$E_z^i = -\mathrm{j}29.975|I|\left[\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta R_1}}{R_1} - \frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta r}}{r}\cos\beta H - \mathrm{j}\frac{z}{r^2}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta r}\sin\beta H - \frac{z}{\beta r^3}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta r}\sin\beta H\right] \tag{10-115}$$

和 $$E_\rho^i = \frac{\mathrm{j}29.975|I|}{\rho}\left[(z-H)\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta R_1}}{R_1} - \frac{z}{r}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta r}\cos\beta H - \frac{\mathrm{j}z^2}{r^2}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta r}\sin\beta H + \frac{\rho^2}{\beta r^3}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta r}\sin\beta H\right] \tag{10-116}$$

构成广义电压矩阵的式(10-114)的右端需要在圆锥的生成线上每个匹配点确定入射

场的切向分量。……完成这个任务。



（a）单极子与圆锥模型

（b）显示分段分布和边界匹配点的线栅生成线

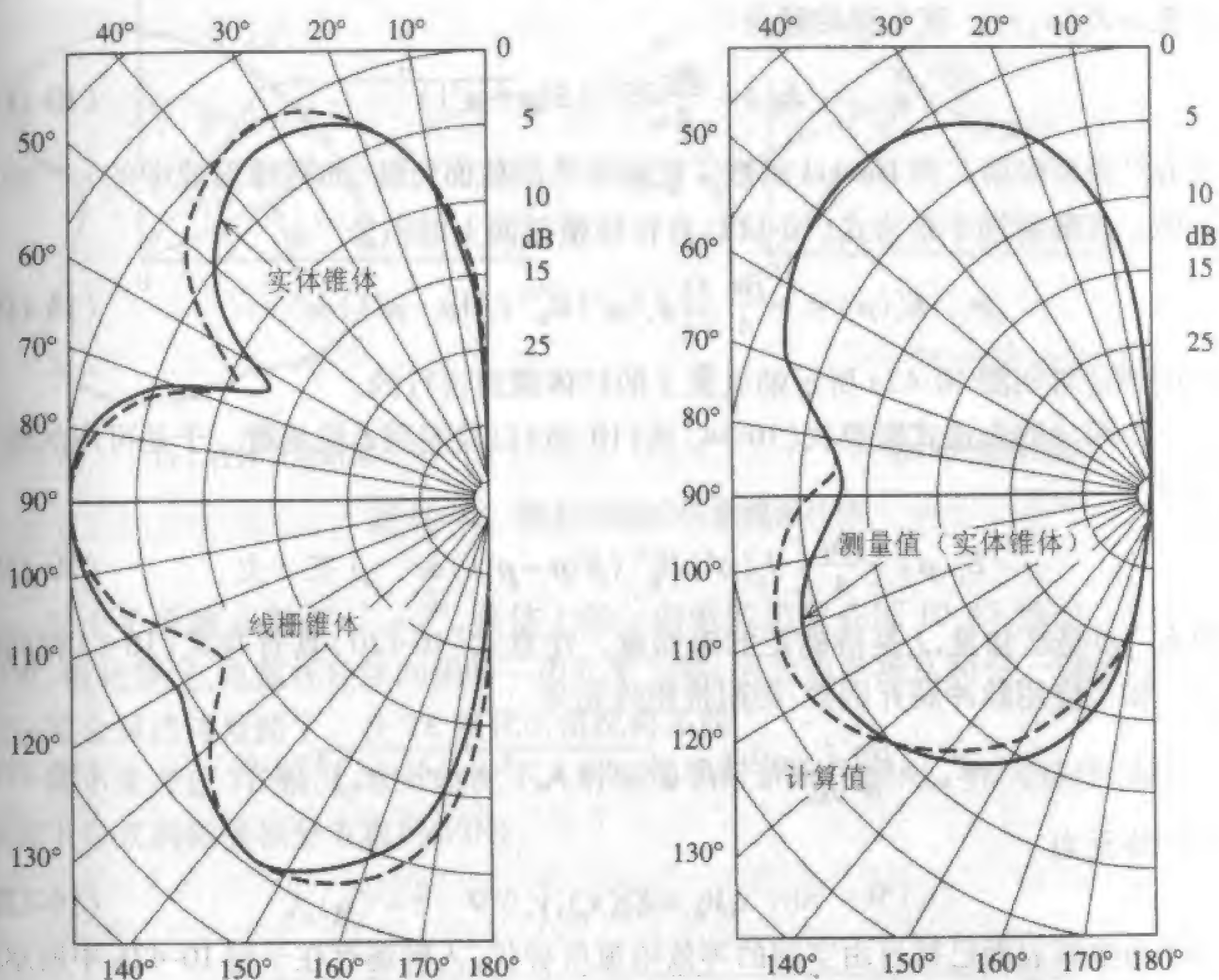
图 10-40　图 10-39 中圆锥的线栅模型

求解了圆锥上的电流，可以通过迭加锥体和单极子的场来计算圆锥 - 单极子结构的远场。对该问题的矩量法有效解的一个必要但非充分的检验是需要单极子与圆锥的线栅表示的交点处电流满足希克霍夫电流定律。对于式(10-114)到(10-116)在 $L=10$ 的情况，发现当单极子基部电流 $|I|=1.0\text{A}$ 时，在 10 根线栅导线的每根线上的电流 $|I|=0.1\text{A}$。这 11 个电流在它们的公共交点满足希克霍夫电流定律是麦克斯韦方程的直接结果，因为希克霍夫电流定律并没有明显地在方程组中建立（即约束方程不是在式(10-114)中的一个）。

为了用实验检验金属表面的线栅表示的有限性，围绕一个泡沫聚苯乙烯芯构造了一个实际的线栅锥体，其结构与图 10-40a 中所示的相同。实体圆锥和它的线栅副本的实验比较结果示于图 10-41a。线栅锥体的计算值和实体锥的测量值的一些代表性结果示于图 10-41b。这些结果一般相当好。

当然这里也可以给出的其他检验方法。例如，不同于假定单极子上的电流分布，而将它处理成如金属体上的电流的未知值。这样做可有几种方法。单极子终端电流值可限于一个特定值。这样可以将锥体与单极子的互作用考虑进来，但对阻抗计算没

有提供方便。另一种方法是可以在单极子的基部应用电压源，比如像以前已讨论过的磁流环源。对锥体和单极子电流的计算将考虑到锥－单极子间的互作用，同时也直接得到单极子的阻抗。注意在这两种情况中，先前讨论的因对称激励造成的锥体的对称性仍可有效地应用。



(a) 仅在400MHZ带λ/4单极子的实验比较　(b) 300MHZ用λ/4单极子线栅计算值和实体锥体测量值

图10-41　图10-40中的圆锥底单极子天线的远场方向图

如果栅格用集中负载电抗性加载[35]线栅模型的精度可改善。这样做的目的是消除线栅附近的凋零电抗场。这不但可以增加模型的精度，还可以允许使用较大的栅格尺寸。不管怎样，即使不使用加载，线栅模型对工程计算仍然是方便的和相对直接的工具。

10.13.2　连续表面模型

三维物体的连续表面模型是个复杂的问题，它一般超出了本书的范围，感兴趣读者可参考有关该专题讨论的文献。

另一方面，二维物体的连续表面模型可直接从本章前面的章节得到。这里我们考虑两个这样的例子：入射电场平行于柱轴线的导电柱体（TM波情形）以及入射磁场平

行于柱轴线的……（TM 波情形）。

在 1.5 节中，我们找到了球面波方程的解（Green 函数）。在这里，我们需要柱面波方的解。对于 TM 波情形，方程是

$$\nabla^2 E_z + \beta^2 E_z = \mathrm{j}\omega\mu J_z \tag{10-117}$$

式中 $E_z = E_z(x,y)$。该方程的解为

$$E_z = -\frac{\beta\eta}{4} I H_0^{(2)}(\beta|\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}'|) \tag{10-118}$$

式中 $H_0^{(2)}$ 是零阶第二类 Hankel 函数。它表示外向柱面行波，如同球面波中的 $\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta r}$ 的作用一样。总散射场于是为式(10-118)在柱体横截面上的积分[6]

$$E_z^s(\boldsymbol{\rho}) = -\frac{\beta\eta}{4}\iint J_z(\boldsymbol{\rho}') H_0^{(2)}(\beta|\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}'|)\,\mathrm{d}s' \tag{10-119}$$

式中积分是对如图 10-42a 所示的电流 J_z 的柱体截面进行的。

一个简单的表达式需要式(10-34)或(10-36)以及应用 δ 权函数。于是可用的积分方程为

$$E_z^i(\boldsymbol{\rho}) = \frac{\beta\eta}{4}\int_c J_z(\boldsymbol{\rho}') H_0^{(2)}(\beta|\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}'|)\,\mathrm{d}c' \quad \boldsymbol{\rho} \text{ 在 } c \text{ 上} \tag{10-120}$$

式中 $E_z^i(\boldsymbol{\rho})$ 是已知量，J_z 是待确定的未知量。注意式(10-120)具有与式(10-1)相同的形式。如果应用脉冲展开函数，则阻抗矩阵元为

$$Z_{mn} = \frac{\beta\eta}{4}\int_{\Delta c_n} H_0^{(2)}\left[\beta\sqrt{(x'-x_m)^2 + (y'-y_m)^2}\right]\mathrm{d}c' \tag{10-121}$$

电压矩阵元为

$$V_m = E_z^i(x_m, y_m) \tag{10-122}$$

注意因为金属表面已被自由空间的等效电流所替代，入射场存在于图 10-42b 中所示的所有匹配点。

为了计算广义阻抗矩阵的阵元，有必要计算式(10-121)。不幸的是该积分没有简单的分析表达式，但它可以由几种近似中的一种来计算。最简单的（和最粗糙的）近似是当场点不在 Δc_n 上时将电流元 $J_z\Delta c_n$ 看作电流细丝。于是当 $m \neq n$，注意虽然我们使用了如图 10-42b 所示的电流细丝近似，但这并不是线栅模型，不应当与那种方法混淆。

$$Z_{mn} \approx \frac{\eta}{4}\beta\Delta c_n H_0^{(2)}\left[\beta\sqrt{(x_n - x_m)^2 + (y_n - y_m)^2}\right] \tag{10-123}$$

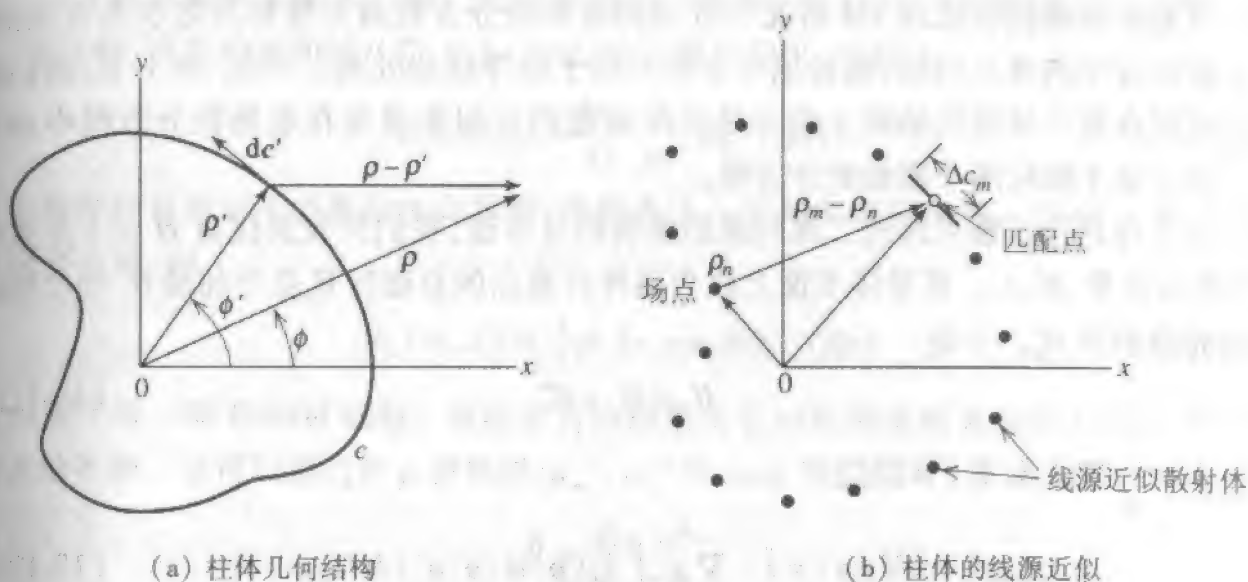
为了得到 Z_{nn}，我们注意到 Hankel 函数有一个可积奇点，该积分必须用解析的方法求解。我们通过应用 Hankel 函数宗量 $\beta\rho$ 的小宗量表达式来做到这点：

$$H_0^{(2)}(\beta\rho) \approx 1 - \mathrm{j}\frac{2}{\pi}\ln\left(\frac{\gamma\beta\rho}{2}\right) \tag{10-124}$$

式中 $\gamma = 0.5772\cdots$ 是 Euler 常数，可得到

$$Z_{nn} \approx \frac{\eta}{4}\beta\Delta c_n\left[1 - \mathrm{j}\frac{2}{\pi}\ln\left(\frac{\gamma\beta\,\Delta c_n}{4e}\right)\right] \tag{10-125}$$

式中 $e = 2.718$。虽然可能更复杂，但通过应用其他展开函数和权函数有可能得到更好的表达式(例如收敛更快)。



(a) 柱体几何结构　　(b) 柱体的线源近似

图 10-42　散射问题的任意截面柱体

对于平面波入射 $E_z^i = e^{-j\beta x}$，柱体上的 z 向电流结果在图 10-43 给出。注意对该(TM)极化情况，电流在柱体的阴影一边几乎为零，因为当电场从照明一边传向阴影一边时被金属柱体短路了。在 TE 极化时情况将不同。

接下来考虑 TE 情况，在此情况下入射磁场平行于圆柱轴向。作为选择，我们将应用如下形式的磁场积分方程(MFIE)：

$$J_\phi(\boldsymbol{\rho}) + \hat{z}\cdot\nabla\times\int J_\phi(\boldsymbol{\rho})\psi(\boldsymbol{\rho},\boldsymbol{\rho}')\,\mathrm{d}c' = H_z^i(\boldsymbol{\rho}) \tag{10-126}$$

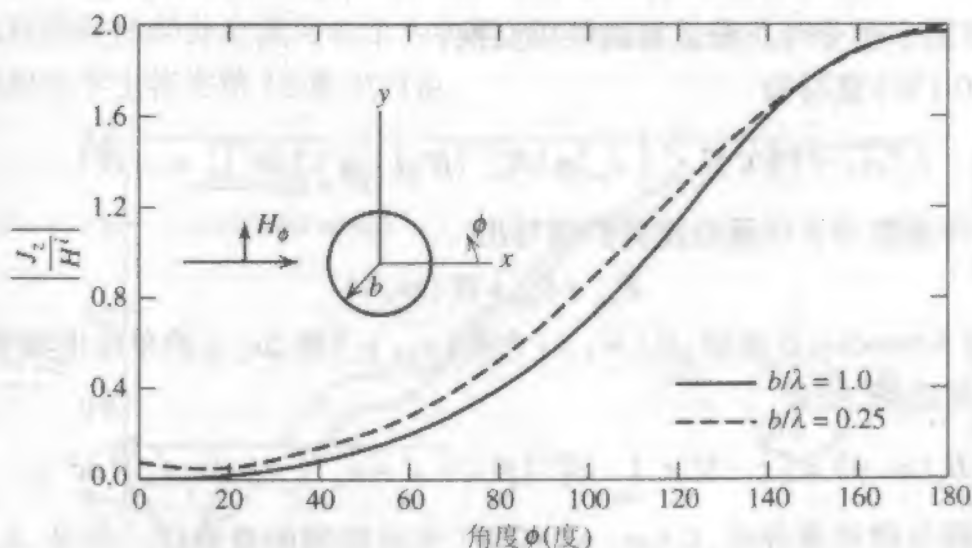


图 10-43　TM 极化下导电柱体上的归一化电流

与式(10-1)中未知电流仅出现在积分号内的电场积分方程(EFIE)不同，这里积分

号内、外都出现未[illegible]126)被认为是第二类积分方程。第二类积分方
程对于分析大的平滑导体一般更可取,因为表达式中积分部分贡献的重要性是二阶
的。可是正如我们在处理 TM 情况中看到的电场积分方程对大导体问题也是有用的。
由于在积分中的奇点问题,磁场积分方程不用于细导线的处理。回忆 10.1 节,我们通
过将观察点置于导线的轴线上而不是导线表面的近似来避免在电场积分方程中的奇
点。该方法不能应用于磁场积分方程。

为了得到这里感兴趣的二维问题的磁场积分方程,我们注意到仅有 $\boldsymbol{H}$ 的 z 分量和 $\boldsymbol{J}$ 的横向分量,即 J_φ。在导体表面上或表面外任意点的总磁场 H_z 是外加场 H_z^i 加上物体表面的散射场 H_z^s。于是

$$H_z = H_z^i + H_z^s \tag{10-127}$$

因为 $\boldsymbol{H} = \dfrac{1}{\mu}\nabla\times\boldsymbol{A}$,我们可写出

$$H_z^s(\boldsymbol{\rho}) = \hat{z}\cdot\nabla\times\int_c J_\phi(\boldsymbol{\rho})\psi(\boldsymbol{\rho},\boldsymbol{\rho}')\,\mathrm{d}c' \tag{10-128}$$

式中 ψ 为二维格林函数(用于 TM 极化),$\mathrm{d}l'$ 规定了 $\boldsymbol{J}$ 的参考方向。H_z 在导体表面的不连续等于电流密度 J_φ。因此,

$$J_\phi = -\left.H_z\right|_{c^+} \tag{10-129}$$

式中 c^+ 表示 H_z 正好在导体横截表面轮廓 c 外计算。当式(10-127)用于廓线 c^+ 时,我们可应用式(10-128)和(10-129)写出

$$J_\phi(\boldsymbol{\rho}) = -\left[H_z^i(\boldsymbol{\rho}) + \hat{z}\cdot\nabla\times\int_c J_\phi(\boldsymbol{\rho})\psi(\boldsymbol{\rho},\boldsymbol{\rho}')\,\mathrm{d}c'\right]_{c^+} \tag{10-130}$$

这是此处感兴趣的二维问题的磁场积分方程。电流密度 J_φ 是未知数,而入射场 H_z^i 是已知值。式(10-130)中的积分计算必须小心,因为 H_z 在 c 是不连续的,并且 Green 函数是奇异的,排除了微分与积分运算的简单交换。

将式(10-130)重写为

$$J_\phi(\boldsymbol{\rho}) + \left[\hat{z}\cdot\nabla\times\int_c J_\phi(\boldsymbol{\rho})H_0^{(2)}(\beta|\boldsymbol{\rho}-\boldsymbol{\rho}'|)\,\mathrm{d}c'\right]_{c^+} = -\left.H_z^i\right|_{c^+} \tag{10-131}$$

指定脉冲展开函数和 δ 权函数使我们能写出

$$Z_{mn} = \delta_{mn} + H_z(m,n) \tag{10-132}$$

式中的 δ_{mn} 是 Kronecker δ 函数,$H_z(m,n)$ 为在 (x_n, y_n) 的 Δc_n 上的单位电流密度在 c^+ 上 (x_m, y_m) 点的磁场,或者

$$H_z(m,n) = \left[\hat{z}\cdot\nabla\times\int_{\Delta c_n} H_0^{(2)}\left[\beta\sqrt{(x'-x_m)^2+(y'-y_m)^2}\,\mathrm{d}c'\right]_{c^+}\right. \tag{10-133}$$

当观察点和源分段相重合时,$H_z(m,n)$ 表现了先前提到的奇异性。但是,Z_{mn} 可以通过考虑下式来计算

$$\left.H_z\right|_{c^+} = -\left.H_z\right|_{c^-} = -\frac{1}{2} \tag{10-134}$$

因为我们仅处理单位电流,于是

$$Z_{mm} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \tag{10-135}$$

为了计算 $m \neq n$ 的 Z_{mn}，我们可以应用以下近似，当 $\Delta c_n \ll \lambda$ 和场点 (x, y) 距离源 Δc_n 较远时，该源的场如同从位于 Δc_n 中心的线磁源发出，于是，

$$H_z(m,n) = \frac{\Delta c_n}{4\mathrm{j}} \frac{\partial}{\partial n}[H_0^{(2)}(\beta\rho)] \tag{10-136}$$

式中的导数是相对于表面的法向导数，并隐含了一个局部坐标系统。假定 ϕ 是 $\hat{\boldsymbol{\rho}}$ 和 $\hat{\boldsymbol{n}}$ 之间的夹角，则

$$H_z(m,n) = \frac{\mathrm{j}}{4}\beta\,\Delta c_n \cos\phi H_1^{(2)}(\beta\rho) \tag{10-137}$$

式中 $H_1^{(2)}$ 是一阶 Hankel 函数。有必要将该结果从它的局部坐标系统转换成任意坐标原点的系统。这可以通过将 ρ 替换成 $|\boldsymbol{\rho}_m - \boldsymbol{\rho}_n|$ 和 $\cos\phi$ 替换成 $\hat{\boldsymbol{n}} \cdot \hat{\boldsymbol{R}}$ 来实现，

$$\hat{\boldsymbol{R}} = \frac{\boldsymbol{\rho}_m - \boldsymbol{\rho}_n}{|\boldsymbol{\rho}_m - \boldsymbol{\rho}_n|} \tag{10-138}$$

是从源点 (x_n, y_n) 到场点 (x_m, y_m) 的单位矢量。最终对于 $m \neq n$，我们有

$$Z_{mn} \approx \frac{\mathrm{j}}{4}\beta\Delta c_n(\hat{\boldsymbol{n}} \cdot \hat{\boldsymbol{R}})H_1^{(2)}(\beta\,|\boldsymbol{\rho}_m - \boldsymbol{\rho}_n|) \tag{10-139}$$

而对于所有的 m

$$V_m = -H_z^i(x_m, y_m) \tag{10-140}$$

对通常的矩阵方程 $[Z_{mn}][I_n] = [V_m]$ 的求解可得到导电柱体的横向电流。平面波入射导电圆柱的感应电流 J_ϕ 的结果在图 10-44 给出。电流是对入射场幅度归一的。注意对于 TE 极化，电流在圆柱的深阴影区不趋于零。这是因为表面波沿柱体两边传播，在阴影区干涉产生驻波。这些表面波称为爬行波并将在 12 章中讨论。另外在柱体受到最强烈照射的部分电流可表示为物理光学电流，是由式(10-126)左端的大部分产生的。物理光学也将在第 12 章中讨论。

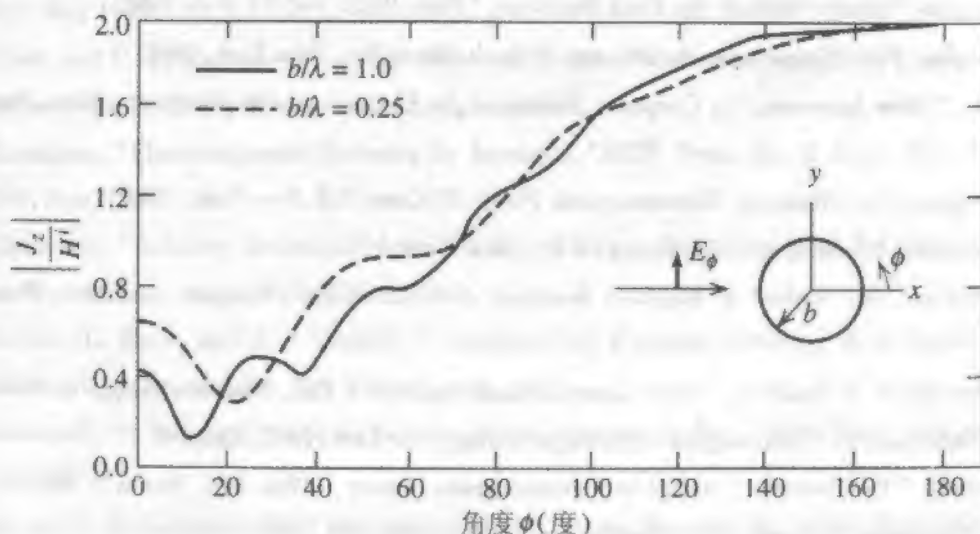


图 10-44　TE 极化导电柱体上的归一化电流

我们在这里还没有考虑内部谐振的问题，但应当指出在那些柱体内部尺寸对应于某个波导模的谐振频率的频率点上有可能得到柱体上错误的电流[38]。如果应用电场积分方程和磁场积分方程相结合的表达式这样的错误状态可以避免。

10.14 小　结

在本章我们介绍了一种非常有用并且是强有力的技术——矩量法，用于某些类型的天线（如线天线）和天线阵（例如见10.10到10.12节）的分析。虽然该方法已被主要应用于 z 向导线的分析，但我们已看到了它也被很好地应用于任意结构的导线，例如10.11节，以及实体表面例如10.13.2节。而且，矩量法已用于产生在第5章和第6章所介绍的数据。

矩量法经常被认为是一种低频技术，因为它一般不能用于以波长计为任意大的物体（例如10.8节）。与此相反，在12章我们将学习高频技术，它最好应用于以波长计为任意大的物体（见图10-1和图10-2）。

参考文献

1. E. K. Miller, "A Selective Survey of Computational Electromagnetics," *IEEE Trans. Ant. & Prop.*, Vol. 36, pp. 1281 – 1305, Sept. 1988.
2. A. J. Poggio and E. K. Miller, "Integral Equation Solutions of Three-dimensional Scattering Problems," in *Computer Techniques for Electromagnetics*, Pergamon Press, New York, 1973, Chap. 4.
3. J. Jin, *The Finite Element Method in Electromagnetics*, Wiley, New York, 1993.
4. J. H. Richmond, "Digital Computer Solutions of the Rigorous Equations for Scattering Problems," *Proc. IEEE*, Vol. 53, Aug. 1965.
5. R. F. Harrington, "Matrix Methods for Field Problems," *Proc. IEEE*, Vol. 55, Feb. 1967.
6. R. F. Harrington, *Field Computation by Moment Methods*, Macmillan, New York, 1968.
7. G. A. Thiele, "Wire Antennas," in *Computer Techniques for Electromagnetics*, Pergamon Press, New York, 1973, Chap. 2.
8. R. F. Harrington, *Time-Harmonic Electromagnetic Fields*, McGraw-Hill, New York, 1961.
9. S. A. Schelkunoff, *Advanced Antenna Theory*, Wiley, New York, 1952.
10. B. A. Finlayson, *The Method of Weighted Residuals and Variational Principles*, Academic Press, New York, 1972.
11. E. K. Miller and F. J. Deadrick, "Some Computational Aspects of Thin Wire Modeling," in *Numerical and Asymptotic Techniques in Electromagnetics*, Springer-Verlag, New York, 1975, Chap. 4.
12. V. H. Rumsey, "The Reaction Concept in Electromagnetic Theory," *Phys. Rev.*, Series 2, Vol. 94, June 1954.
13. Mininec Professional Software, EM Scientific, Inc., Carson City, NV, 1995.
14. J. H. Richmond, "Computer Program for Thin-Wire Structures in a Homogeneous Conducting Medium," National Technical Information Service, Springfield, VA, NASA Contractor Rep. CR-2399, July 1973.

15. G. J. Burke and A. J. Poggio, "Numerical Electromagnetics Code (NEC)—Method of Moments," Tech. Doc. No. 116, prepared for Naval Oceans Systems Center, San Diego, CA, NOSC/TD 116, revised Jan. 1980.

16. C. A. Klein and R. Mittra, "The Effect of Different Testing Functions in the Moment Method Solution of Thin Wire Antenna Problems," *IEEE Trans. Ant Prop.*, Vol. AP-23, p. 258, March 1975.

17. J. Moore and R. Pizer, *Moment Methods in Electromagnetics*, Research Studies Press Ltd., Letchworth, Hertfordshire, England and Wiley, New York, 1984.

18. R. Bancroft, *Understanding Electromagnetic Scattering Using the Moment Method*, Artech House, Boston, MA, 1996.

19. E. C. Jordan and K. G. Balmain, *Electromagnetic Waves and Radiating Systems*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1950, 1968.

20. R. Carrel, "Analysis and Design of the Log-periodic Dipole Antenna," Antenna Lab., University of Illinois Tech. Rep. No. 52, April 1961.

21. R. H. Kyle, "Mutual Coupling between Log-periodic Antennas," *IEEE Trans. Ant. & Prop.*, Vol. AP-18, pp. 15–22, Jan. 1970.

22. V. H. Rumsey, *Frequency Independent Antennas*, Academic Press, New York, 1966.

23. M. T. Ma, *Theory and Application of Antenna Arrays*, Wiley, New York, 1974.

24. N. Amitay, V. Galindo, and C. P. Wu, *Theory and Analysis of Phased Array Antennas*, Wiley, New York, 1972.

25. R. W. P. King and C. W. Harrison, Jr., "The Receiving Antenna," *Proc. IRE*, Vol. 32, pp. 18–49, Jan. 1944.

26. A. F. Stevenson, "Relations between the Transmitting and Receiving Properties of Antennas," *Quart. Appl. Math.* pp. 369–384, Jan. 1948.

27. Y. Y. Hu, "Back-scattering Cross-section of a Center-loaded Antenna," *IRE Trans. Ant. & Prop.*, Vol. AP-6, No. 1, pp. 140–148, Jan. 1958.

28. J. Aharoni, *Antennae*, Oxford Univ. Press, 1946.

29. R. B. Green, "The General Theory of Antenna Scattering," Rep. No. 1223-17, ElectroScience Lab., Columbus, OH, Nov. 1963; Ph. D. dissertation, Dept. Elec. Engr., The Ohio State Univ., 1963.

30. R. E. Collin, "The Receiving Antenna," in *Antenna Theory*, Part 1, edited by R. E. Collin and F. J. Zucker, McGraw-Hill, New York, 1969.

31. R. C. Hansen, "Relationships between Antennas as Scatterers and as Radiators," *Proc. IEEE*, Vol. 77, pp. 659–662, May 1989.

32. G. A. Thiele and D. D. Richwine, "Antenna Mode and Residual Mode Scattering by a Dipole Antenna," paper presented at 1989 URSI EM Theory Symposium, Stockholm.

33. R. F. Harrington, "Electromagnetic Scattering by Antennas," *IEEE Trans. Ant. & Prop.*, Vol. AP-11, No. 5, pp. 595–596, Sept. 1963.

34. M. G. Andresen, "Airborne Jamming Antenna Study—Scattering and Absorption by a Receiving Antenna," Stanford Res. Institute, April 1960, DTIC 236342.

35. K. S. H. Lee, L. Marin, and J. P. Castillo, "Limitations of Wire-grid Modeling of a Closed Surface," *IEEE Trans. Electromag. Compatibility*, Vol. EMC-18, Aug. 1976.

36. J. H. Richmond, "A Wire-grid Model for Scattering by Conducting Bodies," *IEEE Trans. Ant. & Prop.*, Vol. AP-14, Nov. 1966.

37. Y. T. Lin and J. H. Richmond, "EM Modeling of Aircraft at Low Frequencies," *IEEE Trans. Ant. & Prop.*, Vol. AP-23, Jan. 1975.

38. M. G. Andresen, "Comments on Scattering by Conducting Rectangular Cylinders," *IEEE Trans. Ant. & Prop.*,

Vol. AP-12, pp. … , March 1964.

39. D. H. Werner, …, and J. K. Breakall, "Some Computational Aspects of Pocklington's Electric Field Integral Equation for Thin Wires," *IEEE Trans. Ant. & Prop.*, Vol. 42, No. 4, April 1994.

40. L. L. Tsai, "A Numerical Solution for the Near and Far Fields of an Annular Ring of Magnetic Current," *IEEE Trans. Ant. & Prop.*, Vol. AP-20, Sept. 1972.

习　题

10.3.1 (a) 应用等效原理来说明图 10-3a 中的良导线上流的电流可以用图 10-3b 中的自由空间等效电流来替代(即原导线体积中的导线材料被零场和无源的自由空间替代),并且等效电流(图 10-3b)与原问题中的电流相同。

(b) 为什么这是重要的?

10.3.2 说明式(10-13)的左端可表示为

$$-E_z^s=\frac{-1}{4\pi j\omega\varepsilon_0}\int_{-L/2}^{L/2}I(z')\frac{e^{-j\beta R}}{R^5}[(1+j\beta R)(2R^2-3a^2)+\beta^2a^2R^2]dz'$$

10.3.3 通过分部积分说明式(10-13)的左端可写为

$$E_z^s=+\int_{-L/2}^{L/2}\left[j\omega\mu_0 I(z')-\frac{1}{j\omega\varepsilon_0}\frac{\partial I(z')}{\partial z'}\frac{\partial}{\partial z}\right]\frac{e^{-j\beta R}}{4\pi R}dz'$$

该表达式可以通过同时用矢量和标量位函数导出[6]。

10.4.1 (a) 在式(10-26)中的广义电压、电流和阻抗矩阵的单位是什么?

(b) 如果式(10-26)两端同时乘以分段长度 Δz,则式(10-26)中的矩阵元的单位是什么?

10.4.2 矩量法包括求解线性方程组,需要求解这种问题的计算机技术。这可以通过你用高级语言(MathCAD、MatLab、Mathematica 等)编写一个子程序,或者连接如 IMSL 的程序来实现。

(a) 对问题

$$V=ZI \quad 其中 \quad Z=\begin{bmatrix}1 & j\\ j & 1\end{bmatrix}$$

用手工方式计算 $I=Z^{-1}V$ 来求解,如果

$$V=\begin{bmatrix}2+j\\ 1+2j\end{bmatrix}$$

(b) 用你选择的计算机方法求解(a)中的问题。包括该方法的详细步骤,与你手算的结果比较。

10.4.3 在矩阵法中一个重要组成是能对复函数进行数值积分。选择一个计算机方法并证明它。

(a) 对下式用解析方法积分

$$\int_0^{\pi} e^{jx}dx$$

(b) 用你选择的计算机方法对(a)中的积分求值,并与你在(a)中得到的结果比较。

10.5.1 为了得到有关矩量法的一些感觉,建议学生编写一个求解下列问题的计算机程序。考

虑一个长度为 L 的直振子天线（或长度为 $L/2$ 的单极子天线），其半径为 a，将振子分成等长度的 N 段，每段含一个脉冲展开函数。

(a) 用点选配和问题 10.3.2 中散射场的表达式计算由式(10-26)给出的阻抗矩阵 $[Z_{mn}]$ 第一行的元素，注意这些仅为独立矩阵元，因为该阻抗矩阵是托普列兹阵的(见 10.8.4 节)。注意当 $R=a$ 时积分趋于奇异[39]，但即使这样，如果适当小心，在此区域数值积分也是可以的。

(b) 验证在例 10-1 中的矩阵。接下来重新计算图 10-9 中的曲线。(该练习在问题 10.6.1和10.9.1 中继续)。

10.5.2 从电矢量位函数和式(10-30)出发，推导式(10-31)[40]。

10.6.1 (a) 用式(10-40)中的脉冲权函数扩展问题 10.5.1 中的计算机程序。

(b) 验证在例 10-2 中的矩阵，并重新计算图 10-13 中的曲线。(该练习在问题10.9.1中继续)。

10.7.1 根据式(10-44)和式(10-45)分别说明式(10-47)和式(10-48)。

10.7.2 将式(10-57)与式(10-37)比较。

10.7.3 如果使用 δ 权函数，从式(10-59)推导式(10-26)。

10.8.1 应用矢量位和标量位函数推导式(10-64)。

10.8.2 处理线天线的另一个表达式是海伦积分方程

$$\int_{-L/2}^{L/2} I(z')\frac{e^{-j\beta R}}{4\pi R}dz' = -\frac{j}{\eta}(C_1\cos\beta z + C_2\sin\beta|z|)$$

式中 C_1 和 C_2 为常数。常数 C_2 可通过计算得到为 $V_A/2$，这里的 V_A 是天线端电压，振子天线的海伦方程可直接用以下步骤推导：写出 A_z 的波动方程解，它与上述方程的右端成比例，然后令该解与理想导电的细振子天线的矢量位 A_z 的积分形式相等。

10.8.3 在 10.4 节和 10.6 节，我们在矩量法中使用脉冲函数。展开函数如脉冲函数、分段正弦函数等通常称为子域函数，因为每个展开函数仅在辐射体上相对较小的部分区域不为零(域的概念涉及 10.7.2 节)。

另外一种展开函数类型叫做全域展开函数。在这种情况下，函数在整个辐射体上一般都不为零，同时分段的概念不再应用。例如，假定我们用全域展开函数(如傅里叶级数)来处理振子天线，可写出电流为

$$I(z') = \sum_{n=1}^{N} I_n F_n(z')$$

式中

$$F_n(z') = \cos(2n-1)\frac{\pi z'}{L}, \quad -\frac{L}{2}\leqslant z'\leqslant\frac{L}{2}$$

[注意 $F_n(z')$ 的每项在振子天线端点变为0。]

(a) 画出级数 $F_n(z')$ 的前二项。

(b) 如果有 N 项和 N 个匹配点(即点匹配解)，用 10.4 和 10.6 节中的表示写出 Z_{mn} 的表达式。

(c) 给出 Z_{25} 的物理解释(即完成如下的陈述：Z_{25} 表示来自________的在________处的场)。

10.8.4 用式(10-71)中的算法检验式(10-70)。

10.9.1 (a) [illegible]分别为 0.1λ、0.5λ、1.0λ、1.2

[illegible]天线的辐射远场。说明你在每种情况所用 N 值的理由。

(b) 对于(a)中的振子长度，画出振子上电流分布的幅度和相位。与 5.1 节中使用

定正弦分布比较。

(c) 用式(10-81)，计算(a)中的不同振子长度的天线边射方向的增益。

(d) 考虑平面波 λ 射到端口短路的振子天线，用关系式

$$E_z^i(z_m) = e^{j\beta z\cos\theta^i}$$

计算 $\theta^i = 90^\circ$ 时的 $[V_m]$（即边射情况），然后计算当 $L=\lambda/2$ 时，如式(10-82)中所示的

达截面。与图 10-21 进行比较并检验图 10-21 中的几个点。

10.9.2 通过将长度为 L 的振子天线看成由 N 个长度为 L/N 的共线理想偶极子组成来推导

(10-80)。

10.9.3 从坡印亭定理出发推导式(10-81)

10.9.4 (a) 用可得到的矩量法程序计算一个波长的环天线并用极坐标、线性形式画出并标

其方向图（三个平面的）和电流分布。将计算的增益与所希望值进行比较。

(b) 计算线半径 $a=0.001\lambda$，周长分别为 1λ、1.5λ 和 2λ 的环天线输入阻抗。与图 5-5

进行比较。

10.10.1 考虑如图 10-25 中的 LPDA 仅由二个振子组成。假定每个振子天线由三个编号连续的

分段正弦展开函数组成，展开函数的前三个分段正弦函数在一个振子上，余下三个在

另一个振子上。于是，$[Z_{mn}]$ 将为 6 阶矩阵，第 2 和第 5 个分段正弦函数在相应振子的

中心。根据式(10-91)和(10-92)，说明形成 $[Y_A]$ 的矩阵元 $[Y_{mn}]$ 是 Y_{22}、Y_{25}、Y_{52}、Y_{55}。

10.10.2 (a) 说明在图 10-25 中没有振子相连时一段传输线的导纳矩阵是

$$[Y] = \begin{bmatrix} -jY_0\cot\beta d & +jY_0\csc\beta d \\ +jY_0\csc\beta d & -jY_0\cot\beta d \end{bmatrix}$$

式中 d 是一段传输线段的长度，传输线的传播常数为 β，特性导纳为 Y_0。

(b) 说明用图 10-25 的配置连接 $N-1$ 个这样的传输线段导致式(10-94)。

10.10.3 扩展 10.10.2 节中的 LPDA 分析到如文献[21]中的 MLPDA 阵列。

10.10.4 在 10.10.2 节中我们得到了 LPDA 的解。在该解的重要点之一是用公式(10-90)～

(10-93)指出的方法确定 $[Y_A]$，我们希望得到 $[Z_A]$，可以从 $[Z_A]=[Y_A]^{-1}$ 计算。将这

种方法表示为 A。假定作为替代我们像 Carrel[20] 和 Kyle[21] 所做的那样通过考虑

两个振子天线的互阻抗问题得到 $[Z_A]$。例如，$[Z_A]_{mn}$ 是通过暂时从系统移去除 m 和 n

外其他的所有振子，然后计算 $[Z_A]_{mn}$。此方法表示为 B。

(a) 用方法 A 获得的 $[Z_A]$ 是否与用方法 B 得到的相同？为什么？

(b) 以下问题涉及(a)中隐含的概念。当我们计算矩量法阻抗矩阵 $[Z_{mn}]$ 时，计算过

程中用哪种方法与上述方法 B 有关？

10.11.1 说明式(10-100)是正确的。

10.12.1 假定图 10-31 中的 Z_A 是当 $0<L<0.6\lambda$，负载为 72Ω 为纯阻性的振子天线的散射功率

引起，找出 R_A 和 R_L 之间的关系。当：

(a) 由振子天线散射的功率（全部）比负载吸收的多。

(b) 散射功率与吸收功率相等。

(c) 负载吸收的功率比散射的功率大。

(d) 当散射功率和吸收功率在第一谐振频率相同时,天线模对振子天线的总雷达截面的贡献是什么?

10.12.2 从以下的方法推导式(10-111):

(a) 以平面波入射,定义天线的吸收口径为 $G\lambda^2/4\pi$,计算吸收功率和散射功率,应用雷达截面的定义。

(b) 从式(10-109)中的天线模项出发,在应用雷达截面的定义前,应用以下关系,即二次辐射的最大有效口径[28]是 $A_{re}=(h_A')^2\eta/(4R_A)$,当 $Z_A=Z_L$ 时,得到天线模散射场的表达式 $E_{ant}^S=E^iA_{re}(-j/\lambda)\Gamma(e^{-j\beta r}/r)$。

10.12.3 在文献[33]中小天线如偶极子的雷达截面的表示式如下所示,当与端接负载天线相比开路天线的散射场是较小时该式是合适的

$$\sigma/\lambda^2\approx(1/\pi)|GR_A/(Z_A+Z_L)|^2$$

(a) 用该表达式计算图 10-33 中的振子天线在第一谐振点时雷达截面。

(b) 还用该表达式计算该振子天线在第一并联谐振点(即 600MHz 左右)的雷达截面。对天线在并联谐振点的输入阻抗作理想化的假设。将你的结果与图 10-33 比较,解释它们的差异。

10.12.4 平面波垂直入射一个很薄的导体材料片(厚度 $t<<<\lambda$)。该薄材料中的电阻 R 为 $1/\sigma t$,式中的 σ 为材料的电导率,R 的单位为 Ω/m^2。

(a) 找出薄材料的最佳电阻值,使该导体片能从入射波吸收最大的功率,其值为 50 % 的入射功率。

(b) 评价在(a)中的最大吸收功率与第一谐振点匹配的谐振式天线(如 $\lambda/2$ 的振子天线)吸收功率的相似性。

(c) 是否(a)和(b)的答案意味着任何天线吸收的功率不会比它散射的大[29,34]?

10.13.1 从式(10-112)推导式(10-114)。

10.13.2 对一块 $1\lambda\times1\lambda$ 的正方形板画出其线栅模型草图。如果欲应用脉冲展开函数,你的模型将有多少未知数?

10.13.3 画出位于 $\lambda/4$ 半径的圆接地面中心的四分之一波长的单极子的线栅模型草图。如果应用脉冲展开函数,你的模型将有多少未知数?如果应用分段正弦函数,则你的模型又将有多少未知数?

10.13.4 从式(10-117)推导式(10-120)。

10.13.5 从式(10-127)推导式(10-130)。

10.13.6 从式(10-130)推导式(10-139)。

10.13.7 编写计算机程序求解式(10-120)。验证图 10-43。

10.13.8 编写计算机程序求解式(10-131)。验证图 10-44。

第 11 章 天线的 CEM:时域有限差分法

前一章的计算方法包括对在天线或散射体表面上的感应电流和(或)磁流矢量建立与求解频域积分方程。从计算的观点来看,矩量法(MoM)过程涉及了建立与求解稠密(即很少非零元)、复值的线性方程组。在处理甚至是中等电尺度的问题时这些方程组也可能包括数万个方程。

即使像矩量法这样强大的方法,对于一些重要的工程问题,特别是涉及脉冲激励和各种瞬态现象的问题,它仍然是不合适的。这类问题需要在一个频率范围计算数据。这时要求一种时域的求解技术,因为所有所需的频域数据都可以通过对时域解进行傅里叶变换产生。有一种方法是在空间网格点上直接在时域求解麦克斯韦旋度方程,它就是时域有限差分(FD - TD)法(见图 10-1)。对求解麦克斯韦方程这样的偏微分方程(PDE)感兴趣的原因至少有四个:

(1)PDE 解是鲁棒的。

(2)时域 PDE 方法通常不包含矩阵(频域 PDE 方法中通常包含稀疏矩阵)。

(3)容易适应复值的材料特性。

(4)计算机资源是允许 PDE 方法广泛应用的充足理由。

作为电磁建模、仿真和分析工具,在以下几节将讨论的时域有限差分技术具有许多优势。其性能包括:

- 由单个激励预测宽带响应
- 任意三维(3D)模型几何结构
- 与具有任意导电率的物体相互作用,从理想导体到低电导率或零电导率的物体
- 模拟大多数材料的频变本构参数:
  - 有耗介质
  - 磁性材料
  - 非常规材料,可以是各向异性(anisotropic)和/或非线性的
- 任何类型的响应,如:
  - 散射场
  - 天线方向图
  - 雷达截面(RCS)
  - 表面响应场
  - 电流、功率密度、电荷分布
  - 穿透/内部耦合

FD - TD 算法的基础是时域的两个微分形式麦克斯韦旋度方程。这些方程用某种

有限差分手段以线性化形式表示。当场以离散时间步长在通常为矩形的空间网格中向前传播时,仅需要考虑邻近点的交互作用。空间网格通常为如图 11-1 所示的矩形形状(也可以是其他网格形状,以及二维和一维的处理)。

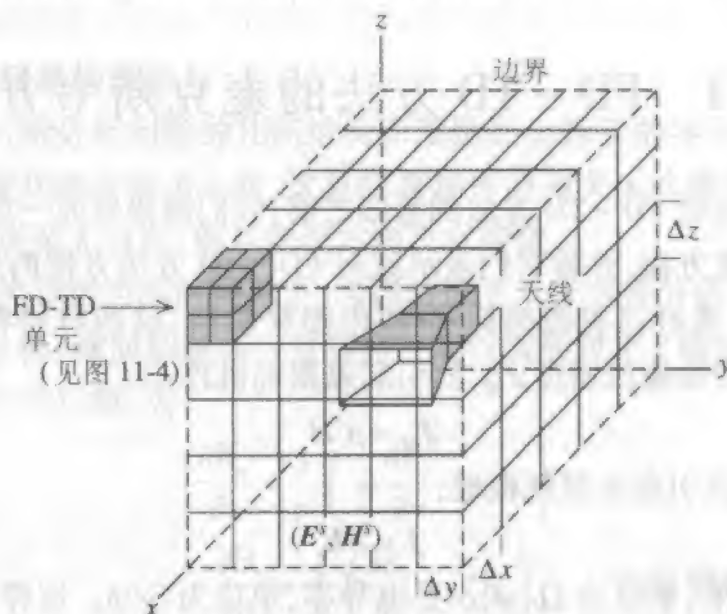


图 11-1 将一个天线结构嵌入到 FD-TD 空间网格

虽然 FD-TD 能很好地适应计算连续波或单频激励的响应,但它特别适于计算瞬态响应。在考虑复杂的几何结构或环境,如天线埋在地下或介质包层中,它尤其适用。还有对于金属外壳的内部耦合这样的场合,FD-TD 也是可选择的一种方法。

对于模拟区域必须扩展到无穷大的问题,吸收边界条件(ABC)应用于网格外层的截断平面(网格边界),它可以理想地使外行数值波穿过网格截断面时只有可忽略的反射。通过对两个旋度方程的数值模拟,在时间上一步一步地对表面感应电流、散射和多次散射、孔径穿透和腔体激励等现象建模。如果空间与时间变化通过空间与时间采样过程很好地解决的话,这些所模拟现象的自恰性通常是有保证的。自恰模型将解决所有组成结构的电小体积单元的互耦和近场,即使是结构三维跨距为几十个波长,有数亿个空间单元的情况。相反,矩量法通过求解联立方程组提供了包含所有互耦的麦克斯韦方程的自恰解。

在本章余下的部分,我们逐步阐明了 FD-TD 对两类问题——天线和散射问题的应用,在叙述中将更强调前者。理论发展是针对在(或接近)各向同性媒质中的三维物体,但是例子主要限定于二维和一维问题。以下内容主要介绍 FD-TD。如果需要更广泛的信息,请读者参考有关该主题的大量著作[1,2]。这里的介绍参考了文献[1]~[3],特别是文献[1]和[3]。

在下节中,在导出 11.2 节中方程式的直角坐标有限差分表示之前,我们先研究需要求解的一维、二维和三维问题的麦克斯韦方程形式。这些有限差分方程是用于 FD-TD方法的 Yee 算法的表达式,并以 11.3 节中讨论的限制为条件。有限差分方程

的实现在11.4节中讨论。接下来在11.5节中是吸收边界条件的讨论。用于 FD – TD 的某些源在11.6节中介绍，而近场到远场的变换包含在11.7节中。11.8节和11.9节分别提供了二维和三维的例子。

11.1 FD – TD 方法的麦克斯韦方程

在下一节逐步阐明 FD – TD 方法的基础之前，我们需要研究一维、二维和三维情况下时域麦克斯韦旋度方程，并将它们表示成对 FD – TD 方法方便的形式。考虑空间的一个无源区域，该区域可以有磁损耗和/或电损耗材料，这些材料将电磁能转换为热能。我们定义一个等效磁流密度 $\boldsymbol{J}_M$，其引起磁损耗机理：

$$\boldsymbol{J}_M = \rho' \boldsymbol{H} \tag{11-1}$$

和等效电流密度 $\boldsymbol{J}$，其引起电损耗机理：

$$\boldsymbol{J} = \sigma \boldsymbol{E} \tag{11-2}$$

这里，ρ' 是等效磁阻率，单位为 Ω/m，σ 是电导率，单位为 S/m。这样，我们可以写出

$$\frac{\partial \boldsymbol{H}}{\partial t} = -\frac{1}{\mu}\nabla \times \boldsymbol{E} - \frac{\rho'}{\mu}\boldsymbol{H} \tag{11-3}$$

495

$$\frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon}\nabla \times \boldsymbol{H} - \frac{\sigma}{\varepsilon}\boldsymbol{E} \tag{11-4}$$

11.1.1 三维问题的表达

写出以上两个旋度方程的矢量分量产生以下三维直角坐标系的6个耦合标量方程①

$$\frac{\partial H_x}{\partial t} = \frac{1}{\mu}\left(\frac{\partial E_y}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial y} - \rho' H_x\right) \tag{11-5a}$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{1}{\mu}\left(\frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial z} - \rho' H_y\right) \tag{11-5b}$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial t} = \frac{1}{\mu}\left(\frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial x} - \rho' H_z\right) \tag{11-5c}$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon}\left(\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} - \sigma E_x\right) \tag{11-6a}$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon}\left(\frac{\partial H_x}{\partial_z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} - \sigma E_y\right) \tag{11-6b}$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon}\left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} - \sigma E_z\right) \tag{11-6c}$$

---

① 为了清楚与表示方便起见，本章中时变场量将不像第1章中那样用花体字表示。

该6个耦合偏微分方程构成了下一节中将详述的 FD-TD 数值算法的基础。在处理全三维 FD-TD 算法之前，考虑其缩版二维和一维的情况是有用的，它们可以涵盖工程信息而不涉及三维情况所需的计算方面的努力。

11.1.2　二维问题的表达

在二维问题中，所分析问题的几何结构和激励在坐标系的某一维上没有变化。在这里，我们假定无变化的方向为 z 向，这意味着场所有有关 z 的偏导都等于零，并且结构模拟为在 z 向延展至无穷远，而且在该方向没有变化。

在所有关于 z 的导数为零的情况下，考虑将以上6个方程分成两组，一组仅含相对于几何结构轴（即 z 轴）横向的磁场分量和另一组仅含相对于 z 轴横向的电场分量。第一组称为二维横磁（TM）模，为

$$\frac{\partial H_x}{\partial t}=\frac{1}{\mu}\left(-\frac{\partial E_z}{\partial y}-\rho' H_x\right) \tag{11-7a}$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial t}=\frac{1}{\mu}\left(\frac{\partial E_z}{\partial x}-\rho' H_y\right) \qquad \text{二维 TM 模} \tag{11-7b}$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial t}=\frac{1}{\varepsilon}\left(\frac{\partial H_y}{\partial x}-\frac{\partial H_x}{\partial y}-\sigma E_z\right) \tag{11-7c}$$

第二组称为二维横电（TE）模，为

$$\frac{\partial E_x}{\partial t}=\frac{1}{\varepsilon}\left(\frac{\partial H_z}{\partial y}-\sigma E_x\right) \tag{11-8a}$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial t}=\frac{1}{\varepsilon}\left(-\frac{\partial H_z}{\partial x}-\sigma E_y\right) \qquad \text{二维 TE 模} \tag{11-8b}$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial t}=\frac{1}{\mu}\left(\frac{\partial E_x}{\partial y}-\frac{\partial E_y}{\partial x}-\rho' H_z\right) \tag{11-8c}$$

我们观察到 TM 和 TE 模是去耦的，就是说它们不包含公共的场矢分量。事实上，对于各向同性材料组成的结构这些模型是完全独立的。换句话说，这些模型可以无相互作用地同时存在。同时具有 TM 和 TE 激励的问题，可以通过两个分离问题的叠加来求解。

与 TM 和 TE 模相关的物理现象可以是相当不同的。要观察这些现象，可参见10.13.2节的圆柱上的电流。在 TM 模的情况下，电流在柱体深阴影的一边平滑地接近零值，而对于 TE 模的情况，电流传向阴影区要容易得多。

11.1.3　一维问题的表达

接下来，假定所分析问题的几何结构和激励在坐标系的某二维没有变化。在这种情况下，假定关于 y 和 z 轴没有变化，意味着场所有有关 y 和 z 轴的偏导都等于零。这意味着该问题的性质是一维的，波的传播向 x 方向，但是空间沿 y 和 z 方向是无限的。于是，当波沿 x 方向传播时，其可能遇到 x 方向有厚度的无限大材料层。

一维问题的公式通过简化二维 TM 模或者二维 TE 模得到，并最后获得几乎相同的结果。简化二维 TM 模给出：

$$\frac{\partial H_x}{\partial t}=\frac{1}{\mu}(-\rho' H_x) \tag{11-9a}$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial t}=\frac{1}{\mu}(\frac{\partial E_z}{\partial x}-\rho' H_y) \tag{11-9b}$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial t}=\frac{1}{\varepsilon}(\frac{\partial H_y}{\partial x}-\sigma E_z) \tag{11-9c}$$

通过推理，如果所有场量在某个时刻（如 $t=0$）前为零，当源打开时 H_x的导数为零，则 3 个方程中的第一个将消失。换句话说，这意味着 H_x保持为零。我们现在有一组仅含 H_y和 E_z，只由 2 个方程组成的方程组。指定其为一维 TM 模：

$$\frac{\partial H_y}{\partial t}=\frac{1}{\mu}(\frac{\partial E_z}{\partial x}-\rho' H_y) \tag{11-10a}$$

一维 TM 模

497

$$\frac{\partial E_z}{\partial t}=\frac{1}{\varepsilon}(\frac{\partial H_y}{\partial x}-\sigma E_z) \tag{11-10b}$$

以同样的方法，我们可将二维 TE 模简化为一组仅含 E_y和 H_z，只由 2 个方程组成的方程组。指定其为一维 TE 模：

$$\frac{\partial E_y}{\partial t}=\frac{1}{\varepsilon}(-\frac{\partial H_z}{\partial x}-\sigma E_y) \tag{11-11a}$$

一维 TE 模

$$\frac{\partial H_z}{\partial t}=\frac{1}{\mu}(-\frac{\partial E_y}{\partial x}-\rho' H_z) \tag{11-11b}$$

一维 TM 和 TE 模之间的惟一实际差别是它们代表了正交极化的平面波。这导致 TM 和 TE 分类在一维情况下不太普遍，因为我们通常用其他方法来识别平面波极化。

从一维方程组中的任一组我们可以很任意地导得对于一个 E 分量和一个 H 分量的一维标量波动方程，它们都有以给定速度 $1/\sqrt{\mu\varepsilon}$ 沿 $\pm x$ 方向传播的平面波解。即在一维情况下我们有横电磁（TEM）平面波以媒质的本构参数确定的速度传播。

在下一节中，我们将研究在此推导的一维、二维和三维方程的数值解法。

11.2 有限差分与 Yee 算法

在本节中，我们介绍用于 FD-TD 方法的 Yee 算法。Yee 算法是基于本节稍后将介绍的麦克斯韦旋度方程的空间导数和时间导数的有限差分近似。为了开始我们的推导，考虑式（11-10a）的无耗情况：

$$\frac{\partial H_y}{\partial t}=\frac{1}{\mu}\frac{\partial E_z}{\partial x} \tag{11-12}$$

应用经典的导数定义，我们可写出

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta H_y}{\Delta t} = \frac{1}{\mu} \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta E_z}{\Delta x} \tag{11-13}$$

我们在图 11-2 中解释式(11-13)，注意在该极限中式(11-13)的一个连续和严格的解在点(x, t)获得。注意这点是重要的，即在该点上场量的空间与时间导数相等，而不是实际的场值相等。换句话说，很显然麦克斯韦方程不是直接产生电场和磁场，而是与电场和磁场的变化率有关。

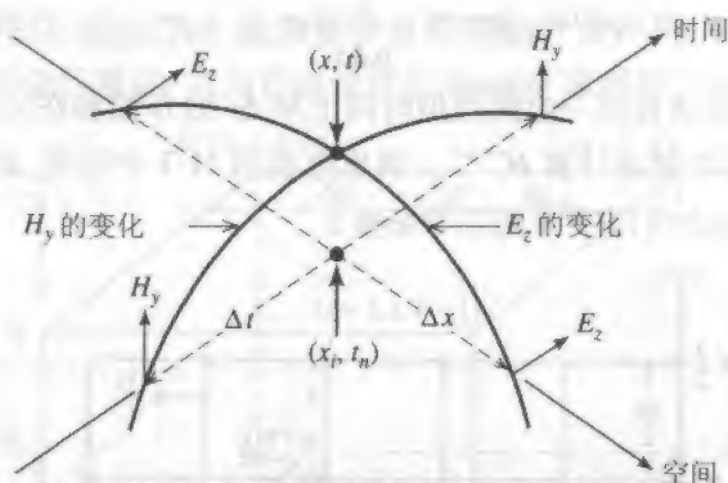


图 11-2 麦克斯韦方程和其导数一维分量的空间－时间图形表示

这样，它建议了如下策略。围绕点(x, t)用保持麦克斯韦方程正确性的方法对空间和时间进行离散。即应用中心差分将相邻离散场的导数联系起来。例如式(11-13)可表示成

$$\left. \frac{H_y\left(t_n + \frac{\Delta t}{2}\right) - H_y\left(t_n - \frac{\Delta t}{2}\right)}{\Delta t} \right|_{x_i} = \left. \frac{1}{\mu} \frac{E_z\left(x_i + \frac{\Delta x}{2}\right) - E_z\left(x_i - \frac{\Delta x}{2}\right)}{\Delta x} \right|_{t_n} \tag{11-14}$$

上式给予我们在(x_i, t_n)处场的导数之间的关系，其很近似于(x, t)点的相应关系。可是正如我们将在以后看到的，如果式(11-14)对电场在最前面的时刻点(即 $t_n + \Delta t/2$)求得的话，接下来可得到在时刻$(t_n + \Delta t/2)$空间点x_i的磁场估计值。

我们可以用更正规的方式从式(11-12)得到式(11-14)，即保持空间点固定在x_i，用时间点t_n的$H_y(x_i, t_n)$的泰勒级数对时间点$t_n + \frac{\Delta t}{2}$展开。这将得到$\left. H_y(t_n + \frac{\Delta t}{2}) \right|_{x_i}$的展开值。同样我们可以得到$\left. H_y(t_n - \frac{\Delta t}{2}) \right|_{x_i}$的展开值。取其差值将得到式(11-14)的左端，加上余下的量级为$(\Delta x)^2$项。同样地，对时间固定E_z关于x_i两边的展开导致式(11-14)的右端，加上余下量级为$(\Delta x)^2$项。用此方法，我们正式地获得了具有二阶精度的第一个时间与空间偏微分的中心差分近似。

继续对式(11-12)的FD-TD解,我们对 $H_y(t_n - \frac{\Delta t}{2})$ 求解式(11-14),得到(去掉场量的 z 和 y 下标,取式(11-14)为等式)

$$H\left(t_n + \frac{\Delta t}{2}\right)\bigg|_{x_i} = H\left(t_n - \frac{\Delta t}{2}\right)\bigg|_{x_i} + \frac{\Delta t}{\mu \Delta x}\left[E\left(x_i + \frac{\Delta x}{2}\right) - E\left(x_i - \frac{\Delta x}{2}\right)\right]_{t_n} \quad (11\text{-}15)$$

为方便起见,我们采用速记表示以上标 i 表示空间位置和上标 n 表示时间观测点。如果我们采用该速记表示,式(11-15)可以紧凑地写成

$$H_i^{n+1/2} = H_i^{n-1/2} + \frac{\Delta t}{\mu \Delta x}\left[E_{i+1/2}^n - E_{i-1/2}^n\right] \quad (11\text{-}16)$$

这意味着我们可在知道在同一空间点但时间上早 Δt 的 H 值和在 x_i 移开 $\pm\Delta x/2$ 的空间点但时间上早 Δt 的 E 值来计算 $H_i^{n+1/2}$。该思想在图 11-3 中说明,此图在时空图上显示了连接(通过不同的虚线)$H_i^{n+1/2}$ 的三个场量。

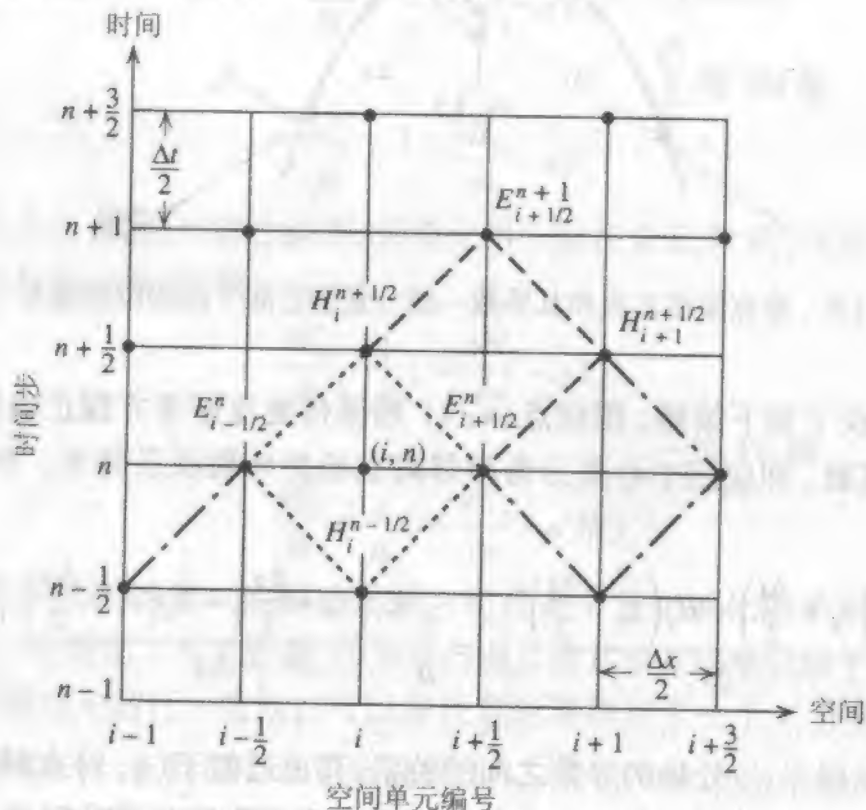


图 11-3 从空间与时间的邻近点计算 $H_i^{n+1/2}$ 和 $E_{i+1/2}^{n+1}$

我们怎样得到在空间点 $x_i \pm \Delta x/2$ 的 E? 当然,答案是从式(11-10b)的无耗形式出发,通过关于时间点 $(n+1/2)$ 和空间点 $(i+1/2)$ 求差分得到 E_z 的中心差分近似。

$$E_{i+1/2}^{n+1} = E_{i+1/2}^{n} + \frac{\Delta t}{\varepsilon \Delta x}\left[H\Big|_{i+1}^{n+1/2} - H\Big|_{i}^{n+1/2}\right] \quad (11\text{-}17)$$

此方程说明 $E_{i+1/2}^{n+1}$ 可以通过用如图 11-3 所建议的先前时刻和邻近空间位置的 H 和 E 来计算。显然,我们已有通过应用如式(11-16)和式(11-17)的差分方程将场的行为向前推进的方法基础,更普遍地,它们被称为*更新公式*(因为它们随时间向前推进时更新在

单元中的场)。

在 1966 年,K. S. Yee[4] 提出了一组对于三维、无耗、时间相关的麦克斯韦旋度方程(11-5)和(11-6)的有限差分方程,它与上述一维无耗情况相类似。Yee 的算法将在本节稍后三维情况中介绍,它是最有用的算法之一,因为它的基础是如此鲁棒。Yee 算法的鲁棒性有如下原因。第一,它应用耦合的麦克斯韦旋度方程在时间和空间中同时求解电场和磁场,而不是像用波动方程仅求解电场(或仅求解磁场)。

第二,Yee 算法在三维空间交替 E 和 H 场矢量分量(见图 11-4),因此每个 E 场矢量分量被 H 场分量环绕,而每个 H 场矢量分量被 E 场分量环绕,如图 11-4 所示。图 11-4 中的空间排列不是任意的,因为它必须符合 Ampere 定律和 Faraday 定律[1]。

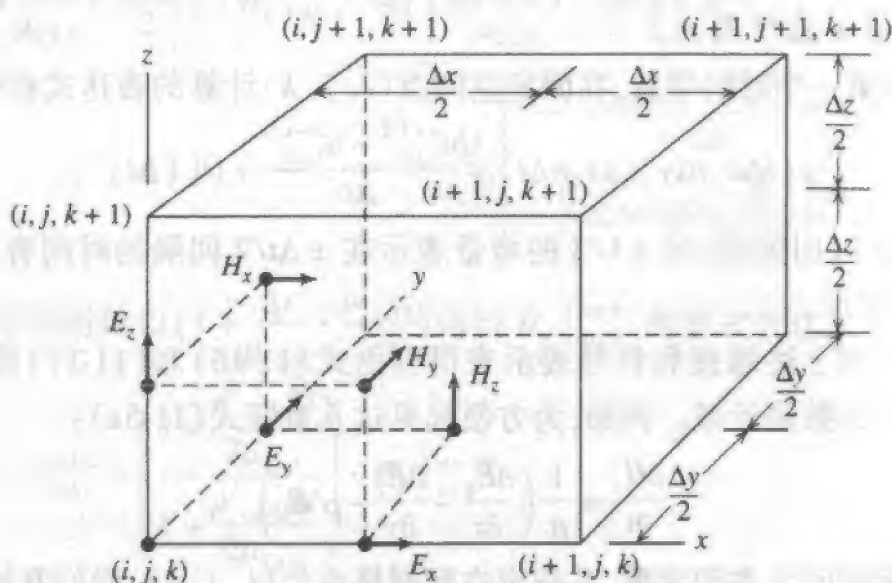


图 11-4　电场和磁场矢量分量在 Yee 的尺度为 $\Delta x\times\Delta y\times\Delta z$ 的立方体网格中的位置[3]

第三,Yee 算法将 E 场和 H 场矢量分量在时间上集中为通常称为交替前进(leap-frog)的安排。对在所感兴趣的三维空间特定时间点的所有 E 场计算是用存储在计算机内存中的最近计算的 H 场数据来计算的(如图 11-3 对一维情况所建议的那样)。然后,在三维空间所有 H 场计算用刚计算并存储在计算机内存中的 E 场数据来进行计算。交替前进的安排接下来根据刚得到的 H 场重复计算 E 场。该过程继续有限的时间步,直到得到某些所期望的后期响应(例如稳定状态)。

第四,不涉及矩阵,不需要像矩量法那样求解大型联立方程组。

以上的式(11-17)包括两个变量:空间和时间。在最一般的情况下,我们有四个自由度(空间三个,时间一个),必须小心选择符号表示。对式(11-17)的符号表示进行延伸,将在均匀三维矩形网格中的点用符号表示为

$$(i,j,k)=(i\Delta x,j\Delta y,k\Delta z)\tag{11-18}$$

式中 Δx、Δy、Δz 分别为在 x、y 和 z 坐标方向的网格空间增量,i、j 和 k 为整数。进一步,我们将任何在网格空间离散点和时间离散点计算的场分量 u 表示成空间与时间的函数为

[illegible] (11-19)

式中的 Δt 是时间增量，假定其在观察的时间间隔中是均匀的，n 为整数。将该符号表示用于导数，我们发现如 Yee 对 u 在 x 方向的第一个空间导数，在固定时间 $t_n = n\Delta t$ 计算的表达式将为

$$\frac{\partial}{\partial x}u(i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z, n\Delta t) = \frac{u^n_{i+1/2,j,k} - u^n_{i-1/2,j,k}}{\Delta x} + O[(\Delta x)^2] \tag{11-20a}$$

注意到 u 在 i 上标（x 坐标）$\pm 1/2$ 的增量表示如式（11-17）中那样在 $\pm\Delta x/2$ 间隔的空间有限差分。余项 $O[(\Delta x)]^2$ 是泰勒级数展开的结果，其通常导致导数的二阶精度有限差分表示。对式（11-20a）的 $\partial u/\partial y$ 或 $\partial u/\partial z$ 的数值近似可简单地通过对 j 或 k 上标分别增量 $\pm\Delta y/2$ 或 $\pm\Delta z/2$ 写出。

Yee 对 u 的第一个时间导数，在固定空间点（i, j, k）计算的表达式相类似地为

$$\frac{\partial}{\partial t}u(i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z, n\Delta t) = \frac{u^{n+1/2}_{i,j,k} - u^{n-1/2}_{i,j,k}}{\Delta t} + O[(\Delta t)^2] \tag{11-20b}$$

式中 u 的在上标 n（时间值）的 $\pm 1/2$ 的增量表示在 $\pm\Delta t/2$ 间隔的时间有限差分，如式（11-14）的左端所示。

我们现在应用上述思想和符号表示来得到由式（11-16）和（11-17）给出的三维麦克斯韦旋度方程的数值近似。例如，为方便起见这儿重复式（11-5a）：

$$\frac{\partial H_x}{\partial t} = \frac{1}{\mu}\left(\frac{\partial E_y}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial y} - \rho' H_x\right) \tag{11-21}$$

在时间步 n 替换时间与空间导数，并假定空间网格点为（i, j, k），我们开始有①

$$\frac{H_x\big|^{n+1/2}_{i,j,k} - H_x\big|^{n-1/2}_{i,j,k}}{\Delta t} = \frac{1}{\mu_{i,j,k}}\left(\begin{array}{c}\dfrac{E_y\big|^n_{i,j,k+1/2} - E_y\big|^n_{i,j,k-1/2}}{\Delta z} \\ -\dfrac{E_z\big|^n_{i,j+1/2,k} - E_z\big|^n_{i,j-1/2,k}}{\Delta y} \\ -\rho'_{i,j,k}\cdot H_x\big|^n_{i,j,k}\end{array}\right) \tag{11-22}$$

注意所有在右端的场量（应用紧凑格式）在时间步 n 计算，包括因磁损耗 ρ' 出现的磁场项 H_x。因为在时间步 n 的 H_x 没有假定存储在计算机内存中（仅假定先前时间步 $n-1/2$ 的 H_x 值存储在内存中），我们需要用一些方法来估计该值。一个很好的方法是对右端的 H_x 项应用“半隐含”（semi-implicit）近似：

$$H_x\big|^n_{i,j,k} = \frac{H_x\big|^{n+1/2}_{i,j,k} + H_x\big|^{n-1/2}_{i,j,k}}{2} \tag{11-23}$$

在时间步 n 的 H_x 假定为已存储的时间步 $n-1/2$ 的 H_x 值和在时间步 $n+1/2$ 将计算的 H_x 新值的简单算术平均。两边乘以 Δt 后代入式（11-22），我们得到

---

① 为以下一些等式表示的方便起见，在括号中的项用垂直方式堆起，而不是用水平方式写出。

$$H_x\Big|_{i,j,k}^{n+1/2}-H_x\Big|_{i,j,k}^{n-1/2}=\frac{\Delta t}{\mu_{i,j,k}}\left(\begin{array}{c}\dfrac{E_y\Big|_{i,j,k+1/2}^{n}-E_y\Big|_{i,j,k-1/2}^{n}}{\Delta z}\\-\dfrac{E_z\Big|_{i,j+1/2,k}^{n}-E_z\Big|_{i,j-1/2,k}^{n}}{\Delta y}\\-\rho'_{i,j,k}\cdot\left(\dfrac{H_x\Big|_{i,j,k}^{n+1/2}+H_x\Big|_{i,j,k}^{n-1/2}}{2}\right)\end{array}\right) \tag{11-24}$$

我们注意到 $H_x\big|_{i,j,k}^{n+1/2}$ 和 $H_x\big|_{i,j,k}^{n-1/2}$ 出现在式(11-24)的两边。集中这两种类型的所有项并将 $H_x\big|_{i,j,k}^{n+1/2}$ 分离到等式左端,得到

$$\left(1+\frac{\Delta t}{\mu_{i,j,k}}\cdot\frac{\rho'_{i,j,k}}{2}\right)\cdot H_x\Big|_{i,j,k}^{n+1/2}=\left(1-\frac{\Delta t}{\mu_{i,j,k}}\cdot\frac{\rho'_{i,j,k}}{2}\right)\cdot H_x\Big|_{i,j,k}^{n-1/2}+\frac{\Delta t}{\mu_{i,j,k}}\left(\begin{array}{c}\dfrac{E_y\Big|_{i,j,k+1/2}^{n}-E_y\Big|_{i,j,k-1/2}^{n}}{\Delta z}\\-\dfrac{E_z\Big|_{i,j+1/2,k}^{n}-E_z\Big|_{i,j-1/2,k}^{n}}{\Delta y}\end{array}\right) \tag{11-25}$$

最后,等式两边同时除以 $\left(1+\frac{\Delta t}{\mu_{i,j,k}}\cdot\frac{\rho'_{i,j,k}}{2}\right)$ 得到 $H_x\big|_{i,j,k}^{n+1/2}$ 的显式表达式:

$$H_x\Big|_{i,j,k}^{n+1/2}=\left(\frac{1-\dfrac{\rho'_{i,j,k}\Delta t}{2\mu_{i,j,k}}}{1+\dfrac{\rho'_{i,j,k}\Delta t}{2\mu_{i,j,k}}}\right)\cdot H_x\Big|_{i,j,k}^{n-1/2}+\left(\frac{\dfrac{\Delta t}{\mu_{i,j,k}}}{1+\dfrac{\rho'_{i,j,k}\Delta t}{2\mu_{i,j,k}}}\right)\cdot\left(\begin{array}{c}\dfrac{E_y\Big|_{i,j,k+1/2}^{n}-E_y\Big|_{i,j,k-1/2}^{n}}{\Delta z}\\-\dfrac{E_z\Big|_{i,j+1/2,k}^{n}-E_z\Big|_{i,j-1/2,k}^{n}}{\Delta y}\end{array}\right) \tag{11-26}$$

用相同的方式,我们可以得到基于 Yee 算法的旋度方程中 H_y 和 H_z 场分量的有限差分表达式。

类似地,我们可以得到基于 Yee 算法由式(11-6)给出的 E_x、E_y 和 E_z 场分量的有限差分表达式。在这里 $\sigma E^{n+1/2}$ 表示每个方程中右端的损耗项,它通过与式(11-23)相似的半隐含过程估计。这导致了对 E_x、E_y 和 E_z 的一组 3 个方程。例如,对同样在空间网格点(i, j, k)的 E_z 的方程为

$$E_z\Big|_{i,j,k}^{n+1}=\left(\frac{1-\dfrac{\sigma_{i,j,k}\Delta t}{2\varepsilon_{i,j,k}}}{1+\dfrac{\sigma_{i,j,k}\Delta t}{2\varepsilon_{i,j,k}}}\right)\cdot E_z\Big|_{i,j,k}^{n}+\left(\frac{\dfrac{\Delta t}{\varepsilon_{i,j,k}}}{1+\dfrac{\sigma_{i,j,k}\Delta t}{2\sigma_{i,j,k}}}\right)\cdot\left(\begin{array}{c}\dfrac{H_y\Big|_{i+1/2,j,k}^{n+1/2}-H_y\Big|_{i-1/2,j,k}^{n+1/2}}{\Delta x}\\-\dfrac{H_x\Big|_{i,j+1/2,k}^{n+1/2}-H_x\Big|_{i,j-1/2,k}^{n+1/2}}{\Delta y}\end{array}\right) \tag{11-27}$$

用上述 $H^{n+1/2}$ 和 E^{n+1} 的表达式，在任何空间网格点场矢量分量新的值仅依赖与其在前一个时刻的值和相邻点另一个场矢量分量在前一个时刻的值。

对一个空间位置具有各向同性材料特性的连续变化区域实现如式(11-26)和(11-27)的解，需要在时间步开始前对各个场矢量分量定义和存储如下常数系数。对于 $\Delta x = \Delta y = \Delta z = \Delta s$ 的立方体网格，在点 (i, j, k) 我们有如下电场算法系数

503

$$C_a \Big|_{i,j,k} = \frac{1 - \dfrac{\sigma_{i,j,k}\Delta t}{2\varepsilon_{i,j,k}}}{1 + \dfrac{\sigma_{i,j,k}\Delta t}{2\varepsilon_{i,j,k}}} \tag{11-28a}$$

$$C_b \Big|_{i,j,k} = \frac{\dfrac{\Delta t}{\varepsilon_{i,j,k}\Delta s}}{1 + \dfrac{\sigma_{i,j,k}\Delta t}{2\varepsilon_{i,j,k}}} \tag{11-28b}$$

对于在点 (i, j, k) 的磁场算法系数我们有

$$D_a \Big|_{i,j,k} = \frac{1 - \dfrac{\rho'_{i,j,k}\Delta t}{2\mu_{i,j,k}}}{1 + \dfrac{\rho'_{i,j,k}\Delta t}{2\mu_{i,j,k}}} \tag{11-29a}$$

$$D_b \Big|_{i,j,k} = \frac{\dfrac{\Delta t}{\mu_{i,j,k}\Delta s}}{1 + \dfrac{\rho'_{i,j,k}\Delta t}{2\mu_{i,j,k}}} \tag{11-29b}$$

注意网格增量 Δs 包含在 C_b 和 C_d 中。

由式(11-26)和(11-27)所建议的有限差分的完整组现在可以通过合适的空间指数来写出，以符合图11-4所示的空间排列。例如对于式(11-26)的空间指数，我们对 j 和 k 增加1/2获得以下 H_x 的表达式，对式(11-27)中的指数 k 加1/2得到以下 E_z 的表达式。这样，可写出6个方程的完整组合为

$$H_x \Big|^{n+1/2}_{i,j+1/2,k+1/2} = D_{a_{Hx}} \Big|_{i,j+1/2,k+1/2} \cdot H_x \Big|^{n-1/2}_{i,j+1/2,k+1/2} + D_{b_{Hx}} \Big|_{i,j+1/2,k+1/2} \cdot \left(E_y \Big|^{n}_{i,j+1/2,k+1} - E_y \Big|^{n}_{i,j+1/2,k} + E_z \Big|^{n}_{i,j,k+1/2} - E_z \Big|^{n}_{i,j+1,k+1/2}\right) \tag{11-30a}$$

$$H_y \Big|^{n+1/2}_{i+1/2,j,k+1/2} = D_{a_{Hy}} \Big|_{i+1/2,j,k+1/2} \cdot H_y \Big|^{n-1/2}_{i+1/2,j,k+1/2} + D_{b_{Hy}} \Big|_{i+1/2,j,k+1/2} \cdot \left(E_z \Big|^{n}_{i+1,j,k+1/2} - E_z \Big|^{n}_{i,j,k+1/2} + E_x \Big|^{n}_{i+1/2,j,k} - E_x \Big|^{n}_{i+1/2,j,k+1}\right) \tag{11-30b}$$

$$H_z \Big|^{n+1/2}_{i+1/2,j+1/2,k} = D_{a_{Hz}} \Big|_{i+1/2,j+1/2,k} \cdot H_z \Big|^{n-1/2}_{i+1/2,j+1/2,k} + D_{b_{Hz}} \Big|_{i+1/2,j+1/2,k} \cdot \left(E_x \Big|^{n}_{i+1/2,j+1,k} - E_x \Big|^{n}_{i+1/2,j,k} + E_y \Big|^{n}_{i,j+1/2,k} - E_y \Big|^{n}_{i+1,j+1/2,k}\right) \tag{11-30c}$$

$$E_x \Big|^{n+1}_{i+1/2,j,k} = C_{a_{Ex}} \Big|_{i+1/2,j,k} \cdot E_x \Big|^{n}_{i+1/2,j,k} + C_{b_{Ex}} \Big|_{i+1/2,j,k} \cdot \left(H_z \Big|^{n+1/2}_{i+1/2,j+1/2,k} - H_z \Big|^{n+1/2}_{i+1/2,j-1/2,k} + H_y \Big|^{n+1/2}_{i+1/2,j,k-1/2} - H_y \Big|^{n+1/2}_{i+1/2,j,k+1/2}\right) \tag{11-31a}$$

$$E_y\Big|_{i,j+1/2,k}^{n+1} = C_{a_{ey}}\Big|_{i,j+1/2,k} \cdot E_y\Big|_{i,j+1/2,k}^{n} + C_{b_{ey}}\Big|_{i,j+1/2,k} \cdot \left(H_x\Big|_{i,j+1/2,k+1/2}^{n+1/2} - H_x\Big|_{i,j+1/2,k-1/2}^{n+1/2} + H_z\Big|_{i-1/2,j+1/2,k}^{n+1/2} - H_z\Big|_{i+1/2,j+1/2,k}^{n+1/2}\right) \tag{11-31b}$$

$$E_z\Big|_{i,j,k+1/2}^{n+1} = C_{a_{ez}}\Big|_{i,j,k+1/2} \cdot E_z\Big|_{i,j,k+1/2}^{n} + C_{b_{ez}}\Big|_{i,j,k+1/2} \cdot \left(H_y\Big|_{i+1/2,j,k+1/2}^{n+1/2} - H_y\Big|_{i-1/2,j,k+1/2}^{n+1/2} + H_x\Big|_{i,j-1/2,k+1/2}^{n+1/2} - H_x\Big|_{i,j+1/2,k+1/2}^{n+1/2}\right) \tag{11-31c}$$

以上 6 个方程可用于图 11-4 所示的三维情况，或通过适当地减少用于二维和一维的情况。例如，二维 TE 情况含有图 11-4 给出的在 $x-y$ 平面空间排列的场分量，而二维 TM 情况含有在平面 $k+1/2$ 的场分量。一维情况可以通过从二维情况中的任一个进行适当减缩得到。

接下来，我们逐步阐明单元的尺寸以及在更新方程中时间步长的界限，并讨论色散的影响。

11.3 单元尺寸、数值稳定性和色散

在我们能实现上一节介绍的差分方程之前，必须先确定单元尺寸和时间增量。实际上是先确定单元尺寸。它主要受数值色散的影响，数值色散是指不同的频率波以不同的速度传播的现象。接下来在我们确定了单元尺寸之后，根据保证计算的数值稳定性来确定时间增量。

通过考虑本章先前对矩量法的研究，我们能意识到在一个 FD－TD 单元尺度中电磁场不应当有很大的变化。这意味着要获得有意义的结果，网格尺寸应当仅是激励频谱中最高频率成分 f_u 所对应波长的一小部分。例如，从傅里叶分析的研究我们知道对于一个宽度为 τ 的脉冲，其频谱的主要部分在零到 $f_u=1/\tau$ 之间。为了场的空间变化能合适地采样，Nyquist 采样定理建议单元尺寸小于 $\lambda_u/2$。可是，我们的脉冲存在高于 f_u 的频率成分，在二维和三维情况下存在数值色散，我们的差分方程本身是近似的，因此需要更高的空间采样率（即更小的单元尺寸）。单元尺寸取决于所期望的结果精度。已发现单元尺寸应当小于约 $\lambda_u/10$ 材料媒质的波长（例如，如果计算机资源允许可达 $\lambda_u/20$），主要是要减少数值色散的影响。图 11-5 显示了一维情况中单元尺寸对相速度的影响，并建议单元尺寸至少小至 $\lambda_u/20$。几何结构的细节可以规定更小的尺寸。例如，在 11.9.3 节模拟 Vivaldi 天线的某些精细几何结构细节需要 $\lambda/99$ 的单元尺寸。

现在我们已建立了单元尺寸，时间步长 Δt 可以确定了。让我们先考虑一维情况。在一个时间步长，波的任意点的传播必须不能超过一个单元，因为在一个时间步间隔 FD－TD 算法只能使波从一个单元传到它的相邻单元。应用任何哪怕稍大一点的时间步长都会很快导致数值不稳定。我们可以选一个时间步传播小于一个单元，但这不是最优的情况，而且不能使精度增加。这样，一维情况下的条件是

$$\Delta t \leqslant \frac{\Delta x}{c} \tag{11-32}$$

如果使用等号，则我们有 Taflove[1] 提到的称为神奇时间步长(magic time step)，$c\Delta t =$ Δx。当应用神奇的时间步长时，可以证明一维中心差分方程可得到精确解。这是一个令人感兴趣的结果，即差分方程是自己的近似(见图 11-2)。不幸的是在二维和三维情况中不存在相同的条件。

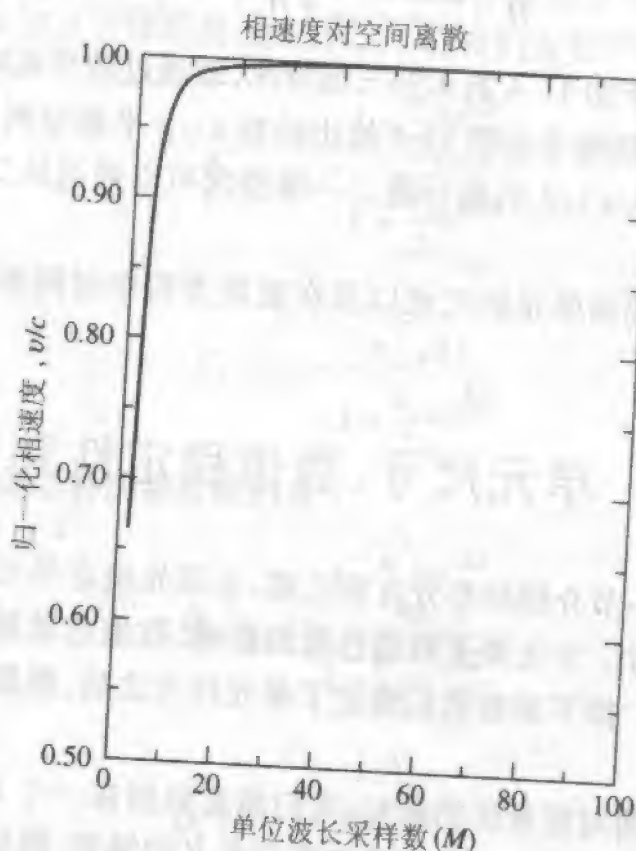


图 11-5　一维 FD－TD 网格中数值相速度随单位波长采样数(单元)的变化[3]

为了保证普遍情况下的数值稳定性，已证明

$$\Delta t \leqslant \frac{1}{c\sqrt{\dfrac{1}{(\Delta x)^2}+\dfrac{1}{(\Delta y)^2}+\dfrac{1}{(\Delta z)^2}}} \tag{11-33}$$

上述条件最早由 Courant 等在文献[5]用经典方法获得。在该方法中，先求解时间本征值问题，然后求解空间本征值问题。接下来强制使空间本征值稳定的范围位于在时间本征值稳定的范围中，从而得到上述普遍的关系。

在二维的情况中，如果 $\Delta x = \Delta y = \Delta z = \Delta s$，式(11-33)简化为

$$\Delta t \leqslant \frac{\Delta s}{c\sqrt{2}} \tag{11-34}$$

而对于三维情况，式(11-33)简化为

$$\Delta t \leqslant \frac{\Delta s}{c\sqrt{3}} \tag{11-35}$$

上述结果的检验证明了传播经过单位单元最大尺寸所需的最少时间步数等于单元的

维度。这样，传播经过二维正方形单元的对角线至少需要二个时间步，传播经过三维立方体单元对角线至少需要三个时间步。

在我们结束本节之前，必须提及色散。色散是指不同数值波长的传播在网格中具有不同的速度。例如，色散可引起脉冲形状的畸变。在一维情况下，如果应用神奇的时间步长则色散为零。

在二维情况下，如果应用在式(11-33)中的等式，并且传播是沿正方形单元的对角线，色散为零。沿任何其他传播方向将有色散。该情形在三维情况下也相同。如果取在式(11-33)中的等号，并且传播是沿立方体单元的对角线，色散为零，否则将不为零。一般地说，减小单元的尺寸数值色散将减小，但不会消除。

色散在图 11-6 中说明，它显示了在二维 FD－TD 网格中归一化数值相速度随传播角的变化关系，计算中应用了式(11-33)中的不等式。所用时间步 $c\Delta t = \Delta s/2$，它是在二维(和三维)网格常用的实例，满足式(11-33)的稳定性准则及误差容限。图中显示了相速度在直角坐标轴向($\alpha = 0°$和$\alpha = 90°$)为最小，在$\alpha = 45°$(沿正方形单元对角线)为最大，但是比 c 稍小，因为没有应用式(11-33)中的等式。在图 11-6 中的一般表现代表了 Yee 算法固有的数值各向异性。

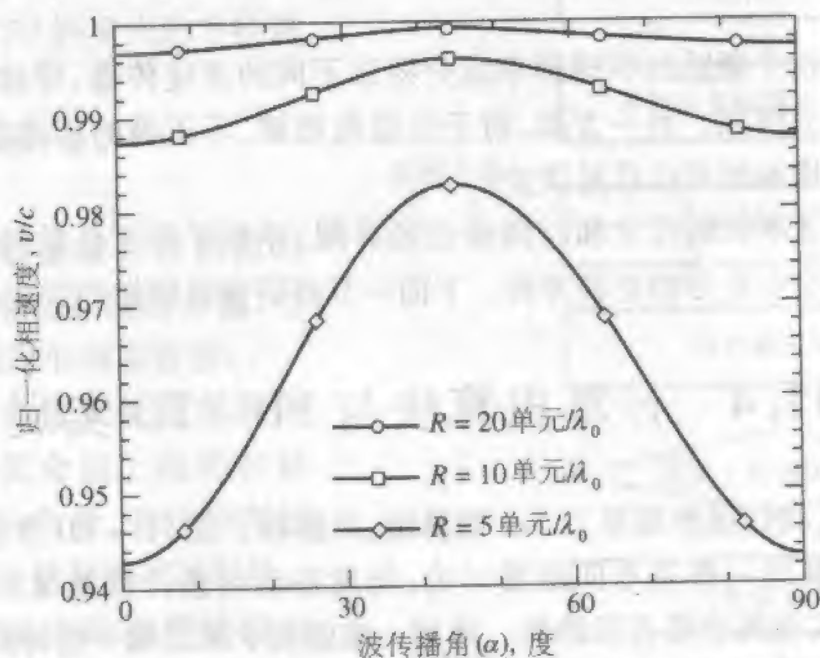


图 11-6 在二维 FD－TD 网格中三种网格分辨率的数值相速度随波的传播角的变化关系。在 0°和 90°，入射沿直角坐标网格轴(摘自 Taflove[1] © 1995。重印得到美国 Artech House 公司的许可)

图 11-7 所示为在相同入射角和时间步时数值相速度随单元尺寸的变化关系。小单元尺寸的受益效应很明显。如果应用了太大的单元尺寸(即太接近 Nyquist 极限)，波在实际上将停止传播。

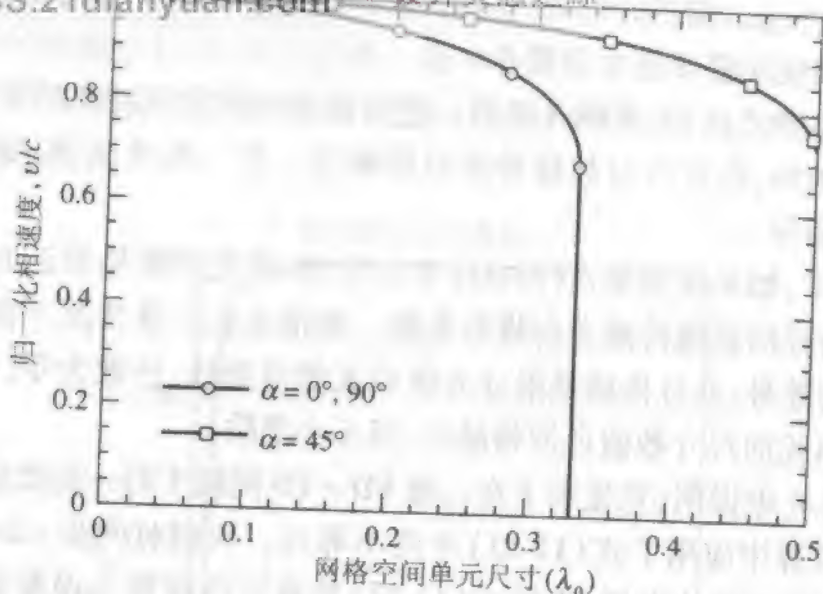


图 11-7　在二维 FD－TD 网格中相对于直角坐标网格轴 0°和 90°的三种波传播角的数值相速度随网格单元尺寸的变化关系（摘自 Taflove[1]。重印得到许可）

两个图都暗指了激励的不同频率成分将以不同的速度传播，导致脉冲的畸变，畸变随距离增加而增加。另一方面，对于正弦电磁波，不正确的相速度效应将产生传播距离增加而增加的相位迟延误差。

507

现在我们有了单元的尺寸和时间步长的界限，并且了解了色散的影响，现在我已面临如何实现中心差分的更新方程。下面一节将研究这样做的方法。

11.4　计算机算法与 FD－TD 实现

在前一节中，我们逐步展开了 Yee 的算法，并解释了在 FD－TD 方法中的一些基概念。虽然还有其他一些基本问题要讨论，但现在来观察计算机体系结构的概况 Yee 算法是如何实现的会是有帮助的。将用一维的例子来说明一些特殊点。

FD－TD 程序的主要计算特色是时间步进过程。这是程序的一小部分，但是应最多的部分。在时间步进之前，必须定义 FD－TD 网格以及如单元尺寸、时间步长等数，还有源条件。不在每个时间步计算的常数性乘数，如在式(11-28)和式(11-29)中的 C 和 D 系数也应当在时间步进开始前计算并存储起来。必须有天线或散射体几何结构的定义，它包括标识那些含有材料而不是自由空间的单元的位置。这通过系数 C_a、C_b、D_a 和 D_b 来做到。另外，必须指定所希望的响应，使其在时间步进完成后（或者如果希望得到瞬态响应，或许在时间步进期间）可输出。

所需要的程序由以下主要步骤组成：

预处理

- 定义 FD－TD 网格(设置在各维的单元数和单元尺寸)。
- 根据前节介绍的 Courant 稳定条件计算时间步长。
- 计算常数性乘数,包括 11.2 节中的 C 和 D,它们定义了在 FD－TD 网格中的天线和散射体几何结构。

时间步进

- 更新源条件(将在 11.6 节中讨论)。
- 根据邻近位置的材料类型从邻近的场量计算电场分量响应。
- 更新吸收边界条件(ABC),也称为外向辐射条件。ABC 的目的(在11.5节讨论)是在 FD－TD 网格的末端吸收尽可能多的辐射场以避免在 FD－TD 网格内的非物理反射。
- 更新磁场分量。

后处理

- 在软件数组保存在所需时间步如电场和磁场分量、电流、电压等的响应数据。
- 确定在围绕天线或散射体的假想闭合面上电场和磁场的切向分量,并计算在远区的相应散射场或辐射场。

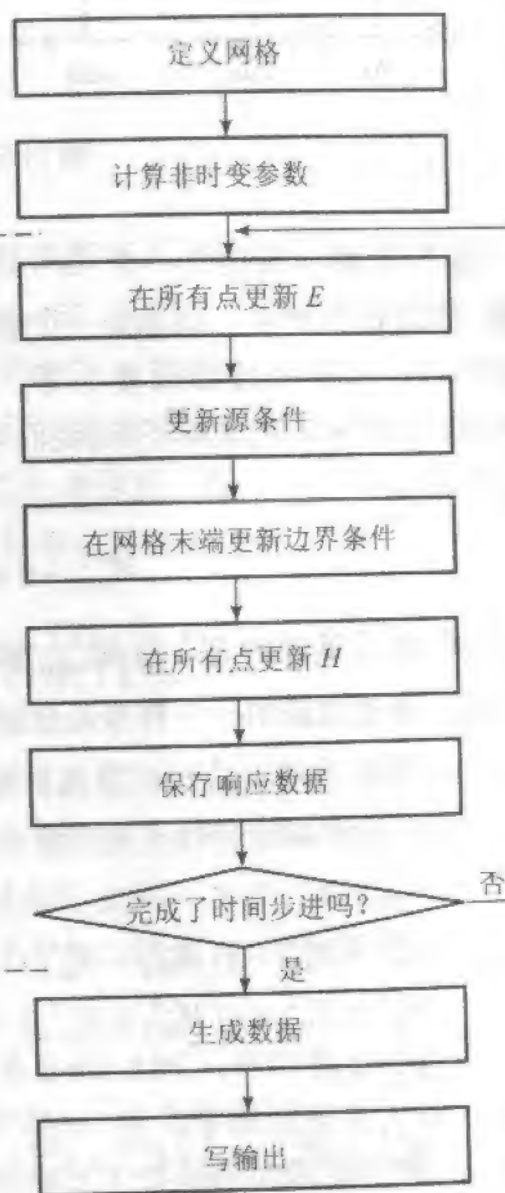


图 11-8 FD－TD 流程图

实现上述需求的程序结构由图 11-8 所示的简单流程图给出。

为了说明一些计算是如何进行的,应用了一个简化的一维模型。该模型是沿 x 轴,并且在自由空间。我们用式(11-10a)和式(11-10b)的一维公式,但 FD－TD 方程取自于令 $E_x=0$ 的式(11-30b)和令 $H_x=H_y$ 的式(11-31c)。注意 $C_a=1$ 和 $C_b=\dfrac{\Delta t}{\varepsilon_0\Delta x}$,$D_a=1$ 和 $D_b=\dfrac{\Delta t}{\mu_0\Delta x}$,应用神奇的时间步

于是

$$H_y\Big|_{i+1/2}^{n+1/2} = H_y\Big|_{i+1/2}^{n-1/2} + \frac{\Delta t}{\mu_0 \Delta x}\left(E_z\Big|_{i+1}^{n} - E_z\Big|_{i}^{n}\right) \tag{11-36}$$

$$E_z\Big|_i^{n+1} = E_z\Big|_i^n + \frac{\Delta t}{\varepsilon_0 \Delta x}\left(H_y\Big|_{i+1/2}^{n+1/2} - H_y\Big|_{i-1/2}^{n+1/2}\right) \tag{11-37}$$

我们注意到$\dfrac{\Delta t}{\varepsilon_0 \Delta x} = \dfrac{1}{\varepsilon_0 c} = \eta$ 和$\dfrac{\Delta t}{\mu_0 \Delta x} = \dfrac{1}{\mu_0 c} = \dfrac{1}{\eta}$，式中 $c = (\mu_0 \varepsilon_0)^{-1/2}$。

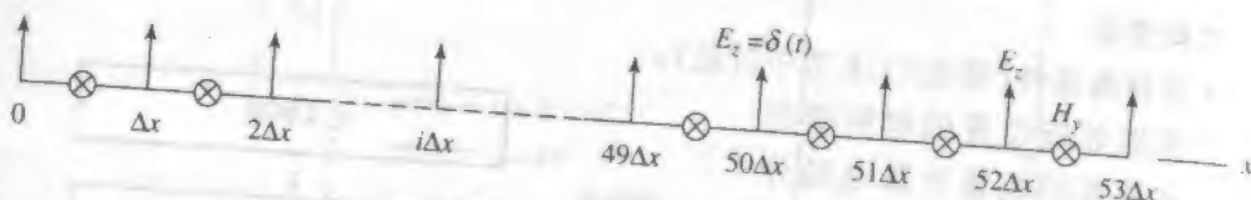


图 11-9　53 单元的一维模型

接下来，沿 x 轴建立一个 FD－TD 网格，起始单元号为1，终止单元号为53，单元 50 为源，如图 11-9 所示。该源是一个幅度为 η 的 δ 函数。作为初始条件，当 $n<1$ 时所有在 FD－TD 网格内的场设置为零。在 $n=1$ 时源打开。这样，去掉在式（11-36）和（11-37）中 H 和 E 的坐标下标，我们可以写出（对于 $i \geqslant 50$）

$$E_{50}^{1.0} = \eta \tag{11-38a}$$

$$H_{50.5}^{1.5} = 0 + \frac{1}{\eta}(E_{51}^{1.0} - E_{50}^{1.0}) = -1 \tag{11-38b}$$

对 $i>50$，所有其他的 $E_i^{1.0}$ 和 $H_{i+1/2}^{1.5}$ 为零，因为 δ 函数还未传播到 FD－TD 网格中其他位置的点。在这里说明一下符号是合适的。方程（11-36）给出了在左边的 $H_y\big|_{i+1/2}^{n+1/2}$，而式（11-38b）给出了 $H_y\big|_{50.5}^{1.5}$。计算机数组中没有 50.5 的位置，只有 E_{50} 和 H_{50} 的位置。知道 $H_{i+\Delta x/2}$ 是在计算机中的 H_i 是重要的。在下一个时间步，我们写出（对 $i \geqslant 50$）

$$E_{50}^{2.0} \equiv 0 \tag{11-39a}$$

$$E_{51}^{2.0} = E_{51}^{1.0} + \eta(H_{51.5}^{1.5} - H_{50.5}^{1.5}) = 0 + \eta(0+1) = \eta \tag{11-39b}$$

$$E_{52}^{2.0} = E_{52}^{1.0} + \eta(H_{52.5}^{1.5} - H_{51.5}^{1.5}) = 0 + \eta(0-0) = 0 \tag{11-39c}$$

$$E_{53}^{2.0} = 0 \tag{11-39d}$$

$$H_{50.5}^{2.5} = H_{50.5}^{1.5} + \frac{1}{\eta}(E_{51}^{2.0} - E_{50}^{2.0}) = -1 + \frac{1}{\eta}(\eta - 0) = 0 \tag{11-39e}$$

$$H_{51.5}^{2.5} = H_{51.5}^{1.5} + \frac{1}{\eta}(E_{52}^{2.0} - E_{51}^{2.0}) = 0 + \frac{1}{\eta}(0 - \eta) = -1 \tag{11-39f}$$

$$H_{52.5}^{2.5} = H_{52.5}^{1.5} + \frac{1}{\eta}(E_{53}^{2.0} - E_{52}^{2.0}) = 0 + \frac{1}{\eta}(0-0) = 0 \tag{11-39g}$$

$$H_{53.5}^{2.5} = 0 \tag{11-39h}$$

在第三个时间步，我们发现，对 $i \geqslant 50$

$$E_{50}^{3.0} \equiv 0, \qquad E_{51}^{3.0} = 0 \tag{11-40a}$$

$$E_{52}^{3.0}=E_{52}^{2.0}+\eta(H_{52.5}^{2.5}-H_{51.5}^{2.5})=0+\eta(0+1)=\eta \tag{11-40b}$$

$$E_{53}^{3.0}=0,\qquad H_{50.5}^{3.5}=0,\qquad H_{51.5}^{3.5}=0 \tag{11-40c}$$

$$H_{52.5}^{3.5}=H_{52.5}^{2.5}+\frac{1}{\eta}(E_{53}^{3.0}-E_{52}^{3.0})=0+\frac{1}{\eta}(0-\eta)=-1 \tag{11-40d}$$

$$H_{53.5}^{3.5}=0 \tag{11-40e}$$

在第四个时间步,我们遇到以下公式:

$$E_{50}^{4.0}\equiv 0,\qquad E_{51}^{4.0}=0,\qquad E_{52}^{4.0}=0 \tag{11-41a}$$

$$E_{53}^{4.0}=E_{53}^{3.0}+\eta(H_{53.5}^{3.5}-H_{52.5}^{3.5})=0+\eta(0+1)=\eta \tag{11-41b}$$

$$H_{50.5}^{4.5}=0,\qquad H_{51.5}^{4.5}=0,\qquad H_{52.5}^{4.5}=0 \tag{11-41c}$$

$$H_{53.5}^{4.5}=H_{53.5}^{3.5}+\frac{1}{\eta}(E_{54}^{4.0}-E_{53}^{4.0}) \tag{11-41d}$$

这里,我们有 $E_{54}^{4.0}$未定义的一个问题。如果计算机软件能将 $E_{54}^{4.0}$定为零,然后计算机将得到 $H_{53.5}^{4.5}$的“正确”值。可是因为网格仅指定到 $i=53$,我们没有理由期望这种情况将会发生。这个困难可用吸收边界条件来克服,它将在下一节中讨论。

在进入下一节之前,我们观察到在本节中应用了交替前进的时间推进有限差分算法方程,对于我们的脉冲源,可预测波在正 x 方向以光速传播。留下一个作业给读者,同样的方程将预测在负 x 方向的传播,并自动遵守功率流的右手法则。

11.5 吸收边界条件

在上一节的末尾看到在 FD－TD 网格边缘计算场遇到问题。如果没有某些方法来吸收在 FD－TD 网格末端的出射波,在网格边缘的非物理反射将污染网格内部的场。当然,我们可在这样的反射到达感兴趣的观察区域前终止时间步进过程,或者将网格设置得非常非常大,但这些不是计算上可行的替代方法。因此,对于在网格边缘场分量更新的问题必须给予一些特殊的关注。

对网格边缘更新的最实际的解是应用吸收边界条件(ABC),有时称为辐射边界条件(RBC)。在一维情况下,所需的条件是简单和严格的,因为平面波垂直入射网格边缘。这样,可应用简单的传播时延。在二维和三维情况下该问题要困难得多,因为波不可能是垂直入射网格边缘,并且波也不大可能是平面的,如同在图 11-10 中所指出的那样。

在过去的几十年中已发展了许多 ABC。推导这些 ABC 或甚至介绍两种以上 ABC 将超出本书的范围。因此,我们将仅介绍 Mur ABC[6] 和最近发展的 Berenger 的完全匹配层(perfectly matched layer) ABC[7]。

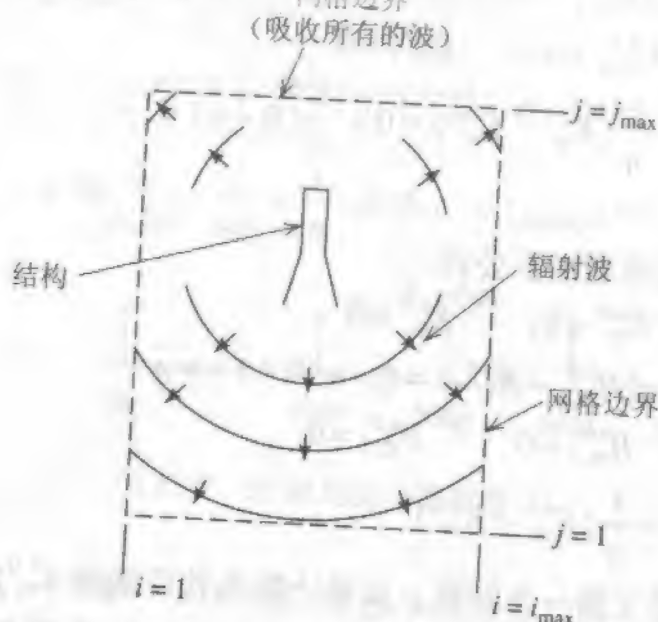


图 11-10　无（理想的）从网格边界反射的 FD－TD 电磁波互作用区域

对边界上的场存在两种 Mur 估计，它们分别具有一阶和二阶精度。考虑二维情况下的位于 $x=i\Delta x$、$y=j\Delta y$ 的 E_z 分量。该 E_z 分量的一阶 Mur 估计为[2]

$$E_{i,j}^{n+1}=E_{i-1,j}^{n}+\frac{c\Delta t-\Delta x}{c\Delta t+\Delta x}(E_{i-1,j}^{n+1}-E_{i,j}^{n}) \tag{11-42}$$

在一维情况下，如果 $\Delta x=c\Delta t$、$E_i^{n+1}=E_{i-1}^{n}$，即在时刻 $n+1$ 位置 i 的估计值是来自于前一位置和前一时刻的场。这是仅发生在一维情况的严格结果。

如果我们假定 $\Delta x=\Delta y$，在二维情况下对 E_z 的二阶 Mur 估计为[2]

$$\begin{aligned}E_{i,j}^{n+1}=&-E_{i-1,j}^{n-1}+\frac{c\Delta t-\Delta x}{c\Delta t+\Delta x}(E_{i-1,j}^{n+1}+E_{i,j}^{n-1})\\&+\frac{2\Delta x}{c\Delta t+\Delta x}(E_{i-1,j}^{n}+E_{i,j}^{n})\\&+\frac{(c\Delta t)^2}{2(\Delta x)(c\Delta t+\Delta x)}(E_{i,j+1}^{n}-2E_{i,j}^{n}+E_{i,j-1}^{n}\\&+E_{i-1,j+1}^{n}-2E_{i-1,j}^{n}+E_{i-1,j-1}^{n})\end{aligned} \tag{11-43}$$

在一阶 Mur 估计情况中，我们看到在 $x=i\Delta x$ 的当前 E_z 值是从 $x=i\Delta x$ 的前一个时刻 E_z 值和 $x=(i-1)\Delta x$ 的当前时间步 E_z 值估计的，两者的 y 位置相同。二阶 Mur 估计应用到前两个时间步和相邻 x 与 y 位置的值。在 $y=j\Delta y$（此处指数 j 不要与 $\sqrt{-1}$ 相混淆）表面所需的方程是在对上式（11-43）给出的位置坐标的合适置换。二阶 Mur 估计是波垂直入射网格边界的准确解。在 xz 和 yz 平面的交界处，可应用如式（11-42）建议的基于传播延迟的一阶精度近似。

1994 年 Berenger[7] 发表了一项技术，将从外部网格边界的反射比其他方法降低了几个数量级。他在他的处理二维 TE 和 TM 情况的论文中将该方法称为“电磁波吸收

的完全匹配层(PML)"(perfectly matched layer(PML) for the absorption of electromagneti waves)。很有独创性,他人为地将在边界的场分裂成两个分量,产生四个耦合方程而不是通常的三个。这额外的自由度使 Berenger 导出非物理的各向异性吸收媒质,邻近外部边界(见图 11-11),具有非凡的波阻抗,它与出射波的入射角和频率无关。对于 TM 情况,除了在 H_y 的界面,H_y 和 E_z 的可用 FD-TD 方程为

$$H_y\Big|_{i+1/2,j}^{n+1/2}=e^{-\sigma_x^*(i+1/2)\Delta t/\mu_0}H_y\Big|_{i+1/2,j}^{n-1/2}-\frac{1-e^{\sigma_x^*(i+1/2)\Delta t/\mu_0}}{\sigma_x\left(i+\frac{1}{2}\right)\Delta x}$$

$$\times\left[E_{zx}\Big|_{i+1,j}^{n}+E_{zy}\Big|_{i+1,j}^{n}-E_{zx}\Big|_{i,j}^{n}-E_{zy}\Big|_{i,j}^{n}\right]\tag{11-44}$$

$$E_{zx}\Big|_{i,j}^{n+1}=e^{-\sigma_x(i)\Delta t/\varepsilon_0}E_{zx}\Big|_{i,j}^{n}-\frac{1-e^{\sigma_x(i)\Delta t/\varepsilon_0}}{\sigma(i)\Delta x}$$

$$\times\left[H_y\Big|_{i+1/2,j}^{n+1/2}-H_y\Big|_{i-1/2,j}^{n+1/2}\right]\tag{11-45}$$

式中电导率和磁导率 σ_x 和 σ_x^* 是 $x(i)$ 在左、右和角层的函数。在 PML 层的上层和下层,σ_x 和 σ_x^* 对所有 $x(i)$ 等于零,事实上在那里对于依赖于 $x(i)$ 的方程媒质特性如同真空。注意 E_{zx} 和 E_{zy} 位于同一点。

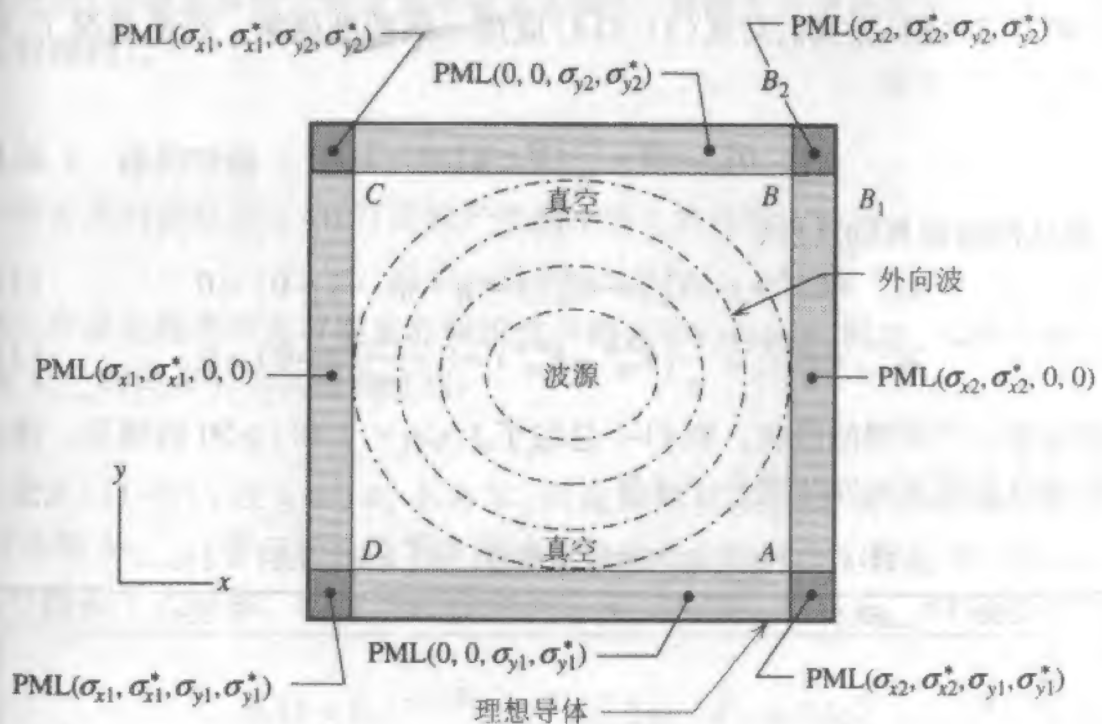


图 11-11　带有 Berenger PML ABC 的二维 FD-TD 网格结构

对于躺在界面上的 H_y 分量,更新方程基于三个相邻的电场分量值:一个在常规 FD-TD网格的 E_z 分量,以及两个在 PML 区域的 E_{zx} 和 E_{zy}。通过对该 H_y 分量应用通常基于麦克斯韦方程的 FD-TD 更新方程,在常规 FD-TD 网格和 PML 网格之间建立起一个界面。这里假定 E_{zx} 和 E_{zy} 之和产生的 E_z 分量是一个有效的常规 FD-TD 场分量。这可以通过简单地令 $\varepsilon_x=\varepsilon_y$ 并将四个 PML 更新方程简化为通常的三个 FD-TD 支配方程来证实。这样,有限差分方程必须修改。因此在右边垂直于 x 的界面上述 H_y 的方

程变为

$$H_y\Big|_{il+1/2,j}^{n+1/2}=\mathrm{e}^{-\sigma_x^*(il)\Delta t/\mu_0}H_y\Big|_{il+1/2,j}^{n-1/2}-\frac{1-\mathrm{e}^{\sigma_x^*(il)\Delta t/\mu_0}}{\sigma_x^*(il)\Delta x}$$

$$\times\left[E_{zx}\Big|_{il+1,j}^{n}+E_{zy}\Big|_{il+1,j}^{n}-E_z\Big|_{il,j}^{n}\right]\tag{11-46}$$

这种特殊的更新用于右边垂直于 x 的界面，式中 il 表示 PML 的内部边界。

分量 H_x 和 E_{zy} 所需的离散方程将留给读者作为作业。不用惊奇于二维 PML 方程简化为一维的准确结果。这也作为一个作业留给读者。PML 技术的 Maxwellian 推导可在文献[8]中找到。

对于这里介绍的两种 ABC，即 Mur 和 Berenger，前者在应用上比较简单，但后者提供了低得多的反射特性，可能比许多应用的实际需求更低。有关 ABC 的一个普遍考虑是确定天线或散射体到应用 ABC 的外部边界的所需距离。该距离越大，ABC 的效果越好（对 Mur ABC 特别是如此，而对 PML 并不一定需要这样）。当距离变大时，对 ABC 有效作用的增加是由于外向行波波阵面更接近类似平面特性。通常的准则是天线或散射体与外部边界之间的距离最小为 10 个单元，对 Mur ABC 倾向于 15 到 20，对 PML 可以少至 4 到 5 个单元。

在结束本节之前，让我们对式(11-41d)应用一维的准确解。在此情况下，准确解是 $E_{54}^{4.0}=E_{53}^{3.0}=0$。于是

$$H_{53.5}^{4.5}=0+\frac{1}{\eta}(0-\eta)=-1\tag{11-47}$$

然后，计算从网格边界的反射，

$$E_{53}^{5.0}=E_{53}^{4.0}+\eta(H_{53.5}^{4.5}-H_{52.5}^{4.5})=\eta+\eta(-1-0)=0\tag{11-48a}$$

$$H_{52.5}^{5.5}=H_{52.5}^{4.5}+\frac{1}{\eta}(E_{53}^{5.0}-E_{52}^{5.0})=0+\frac{1}{\eta}(0-0)=0\tag{11-48b}$$

我们看到这是一个理想的吸收。表 11-1 总结了 $1\leqslant n<6$ 和 $i\geqslant 50$ 的情况。注意在网格中的所有点在所有时间步进行了计算。

表 11-1 理想吸收下的脉冲传播（$|E|=\eta$，$|H|=1$）

时间步	50	50.5	51	51.5	52	52.5	53	53.5	
1	η		0		0		0		E
1.5		−1		0		0		0	H
2	0		η		0		0		E
2.5		0		−1		0		0	H
3	0		0		η		0		E
3.5		0		0		−1		0	H
4	0		0		0		η		E
4.5		0		0		0		−1	H
5	0		0		0		0		E
5.5		0		0		0		0	H

表 11-1 应用的网格终止于磁场计算。该例子也可以通过定义磁场仅到 $H_{52.5}$ 发展为终止于 E_{53} 的电场计算。在这种情况下，在式(11-41b)中将未定义 $H_{53.5}^{3.5}$，一维精确吸收条件将应用于 E_{53}。为简化起见，ABC 的典型应用仅对电场或仅对磁场。用此方式，常规 FT－TD 更新方程将控制一种类型的场（如 H），然后特殊的更新将在网格边界仅对另一种场（如 E）进行。注意这里给出的是对电场的 Mur 方程。

11.6 源的条件

在本节中，我们对 FD－TD 网格引入几种适合于模拟工程问题的电磁波激励。一个感兴趣的激励是用于散射分析的在自由空间传播的线极化平面波，但我们同样感兴趣的还有天线辐射的波。我们通常用 FD－TD 研究发射模式的天线，因为接收模式天线在计算上不是那么有效。

本节覆盖了天线和散射体的源条件。根据 Taflove[1] 的表示，源将分类为“硬源”或“软源”。硬源强制场量等于与相邻场无关的场值，这意味着更新方程不允许更新源所在位置的场（如散射体附近的金属单极子天线）。软源允许更新源所在位置的场（如平面波入射栅网）。

11.6.1 源的功能

一种常用的源是在 $n=0$ 打开的产生频率为 f_0 的连续正弦波：

$$f(t)=E_0\sin(2\pi f_0 n\Delta t) \tag{11-49a}$$

第二种源是提供带有有限直流频谱成分的宽带 Gaussian 脉冲，其中心位于时间步 n_0，具有 n_{decay} 时间步的 1/e 特性衰减：

$$f(t)=E_0\mathrm{e}^{-[(n-n_0)/n_{decay}]^2} \tag{11-49b}$$

注意式(11-49b)在 $n=0$ 时不为零，因此如果需要从零到 Gaussian 脉冲平稳过渡，n_0 至少取 $3n_{decay}$。第三种提供零直流成分的源是正弦调制（带通）的 Gaussian 脉冲，其傅里叶谱关于 f_0 对称。脉冲同样以时间步 n_0 为中心，具有 n_{decay} 时间步的 1/e 特性衰减：

$$f(t)=E_0\mathrm{e}^{-[(n-n_0)/n_{decay}]^2}\sin[2\pi f_0(n-n_0)\Delta t] \tag{11-49c}$$

式(11-49)中的每一种源辐射具有相应于源函数 $f(t)$ 时间波形的数字波。数字波从位于 i_s 的源点向所有方向对称地传播。如果某一材料结构置于离源点某个距离处，数字波最终传播到该结构，经历部分透射和部分反射。在原理上，时间步进可继续下去直至所有瞬变现象消失。对于式(11-49a)中的源，这意味着得到透射场和反射场的正弦稳态状态。对于式(11-49b)和(11-49c)中的源，这将意味着透射和反射波的完整时间历史演化。从一次 FD－TD 时间历史的运行结果的离散傅里叶分析可提供从直流开始的宽频带透射和反射系数的幅度和相位。

至此为止，我们已讨论了在 FD－TD 工作中应用的三种时间函数。在 11.4 节和

11.5 节中应用的 δ 函数因为它在理论上无穷大的带宽对 FD－TD 计算而言不是一个有用的时间函数。在 11.4 节和 11.5 节中应用 δ 函数是因为它提供了说明更新方程与一维吸收边界条件是如何工作的简单方式，甚至允许简单的手工进行的少量运算。但是 δ 函数硬源仅工作于一维情况，并且仅当传播是严格地每时间步一个单元（即神奇的时间步长）时适用。图 11-12 说明了违反该条件的结果。考虑图 11-9 但网格扩展为从零到 $i\Delta x = 1200\Delta x$，在 $i = 500$ 幅度为 η 的 δ 函数源，从 $i = 0$ 到 $i = 250$ 的区域填充相对介电常数仅为 1.01 的材料。图 11-12 显示了 50 和 400 时间步后网格中的电场。注意波在 $n = 250$ 处遇到了介电常数一个小的变化，对 $i < 250$ 和 $n > 250$，作为每时间步一个单元条件的（微小）违反的结果，可以看到对于 $n = 400$ 在 $i < 400$ 的区域有明显的数值色散迹象。另一方面，因为没有违反每时间步一个单元的条件，在 $n = 400$，$i = 900$ δ 函数以无色散的方式向右传播。

516

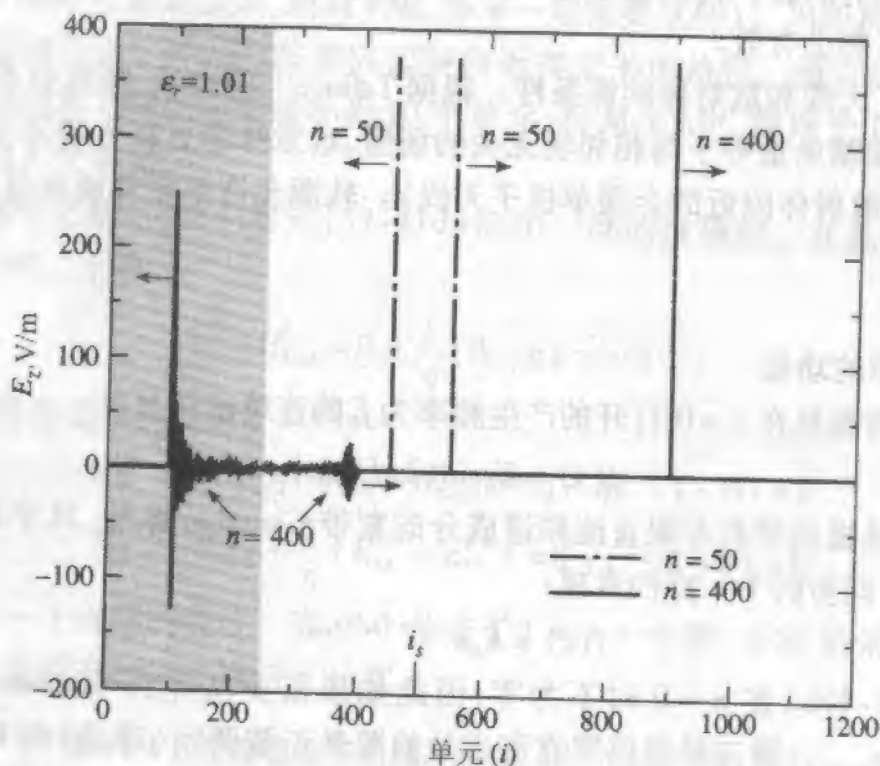


图 11-12　δ 波函数在 $n = 50$ 和 400，$0 \leqslant i \leqslant 250$ 处 $\varepsilon_r = 1.01$，$i_s = 500$。源幅度为 377V/m

11.6.2　硬源

硬源可简单地通过对 FD－TD 网格中的特定电场或磁场分量指定希望的时间函数来建立，像我们在 11.4 节的例子中所做的那样。例如，在一维网格如下关于 E_z 的硬源可在网格源点 i_s 建立，它产生在 $n = 0$ 打开的连续正弦波：

$$E_z\big|_{i_s}^{n} = f(t) = E_0 \sin(2\pi f_0 n \Delta t) \tag{11-50}$$

注意在 i_s 的电场被强制为完全由源决定的值，它与更新方程无关。

关于硬源的方案存在一些困难。当连续进行时间步进以获得正弦稳定状态或后期脉冲响应时，我们注意到反射数字波最终返回源网格位置 i_s。因为总电场在 i_s 点是

特定的，与任何网格中可能的反射波都没有关系（于是有术语“硬源”），硬源将在 i_s 点的这些波反射回感兴趣的材料结构。实际上，它阻止了反射波能量通过它传向无穷远，因此可能不能合适地模拟真正的物理情况。

11.6.3 软源

一个减轻硬源反射本性的简单方法是允许电场在源点 i_s 新的值等于更新方程的值加上由时间函数 $f(t)$ 描述的外加电场值。对于一维例子，这意味着

$$E_z\Big|_{i_s}^{n} = E_z\Big|_{i_s}^{n-1} + \frac{\Delta t}{\varepsilon_0 \Delta x}\left(H_y\Big|_{i_s+1/2}^{n-1/2} - H_y\Big|_{i_s-1/2}^{n-1/2}\right) + f(t) \tag{11-51}$$

例如 $f(t)$ 可从式(11-49)得到。式(11-51)中的关系在概念上与 Taflove[1,p459] 的电阻性电压源相同。

图 11-13 说明了一维硬源和软源之间的差别。FD－TD 模型为：单元从 $i=0$ 到 1200，源在 $i=500$，单元 1 到 200 为 $\varepsilon_r=9$ 介质材料。时间函数为如式(11-49b)中的 Gaussian 脉冲。图中 a 和 b 部分用于不管源是硬源还是软源，而 c 和 d 仅用于软源，e 和 f 仅用于硬源。对于 $n=600$、700 和 800，硬源和软源之间的差别是很明显的。注意在 $i=1200$ 的 ABC 的效果。

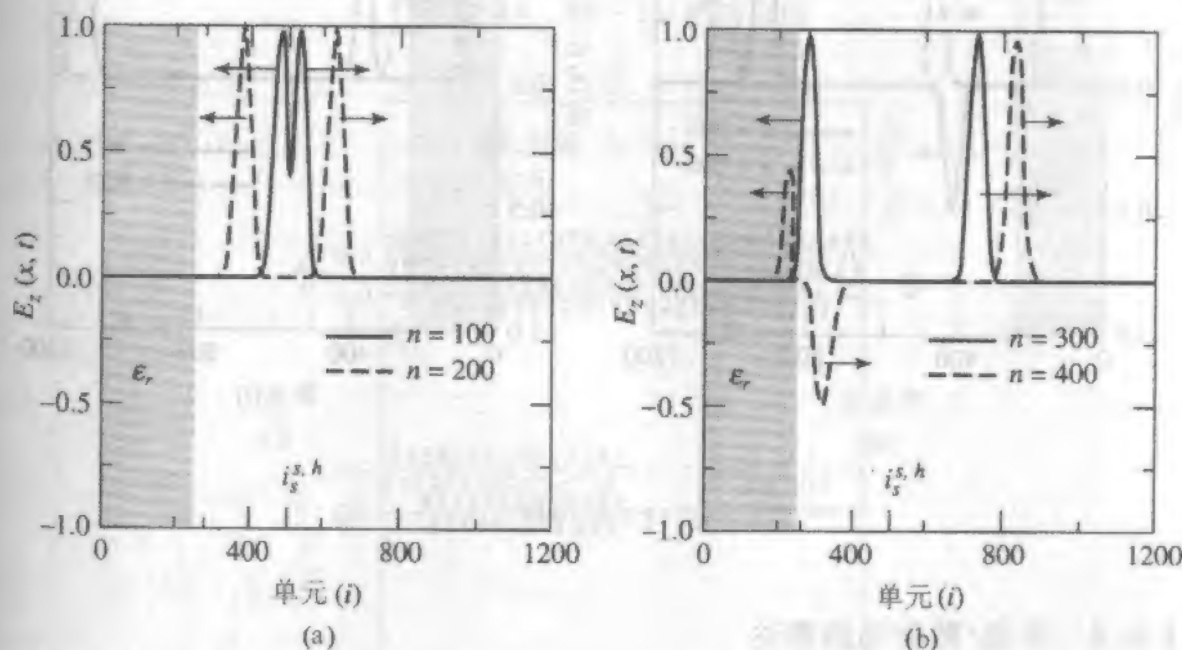


图 11-13 在 $n=100$、200、300、400、500、600、700 和 800 的 Gaussian 脉冲电场。(a)～(d)部分为在 $i_s=500$ 处的软源。(a)、(b)、(e)和(f)部分为在 $i_s=500$ 处的硬源。单元从 $i=0$ 到 $i=200$ 含 $\varepsilon_r=9$ 的材料

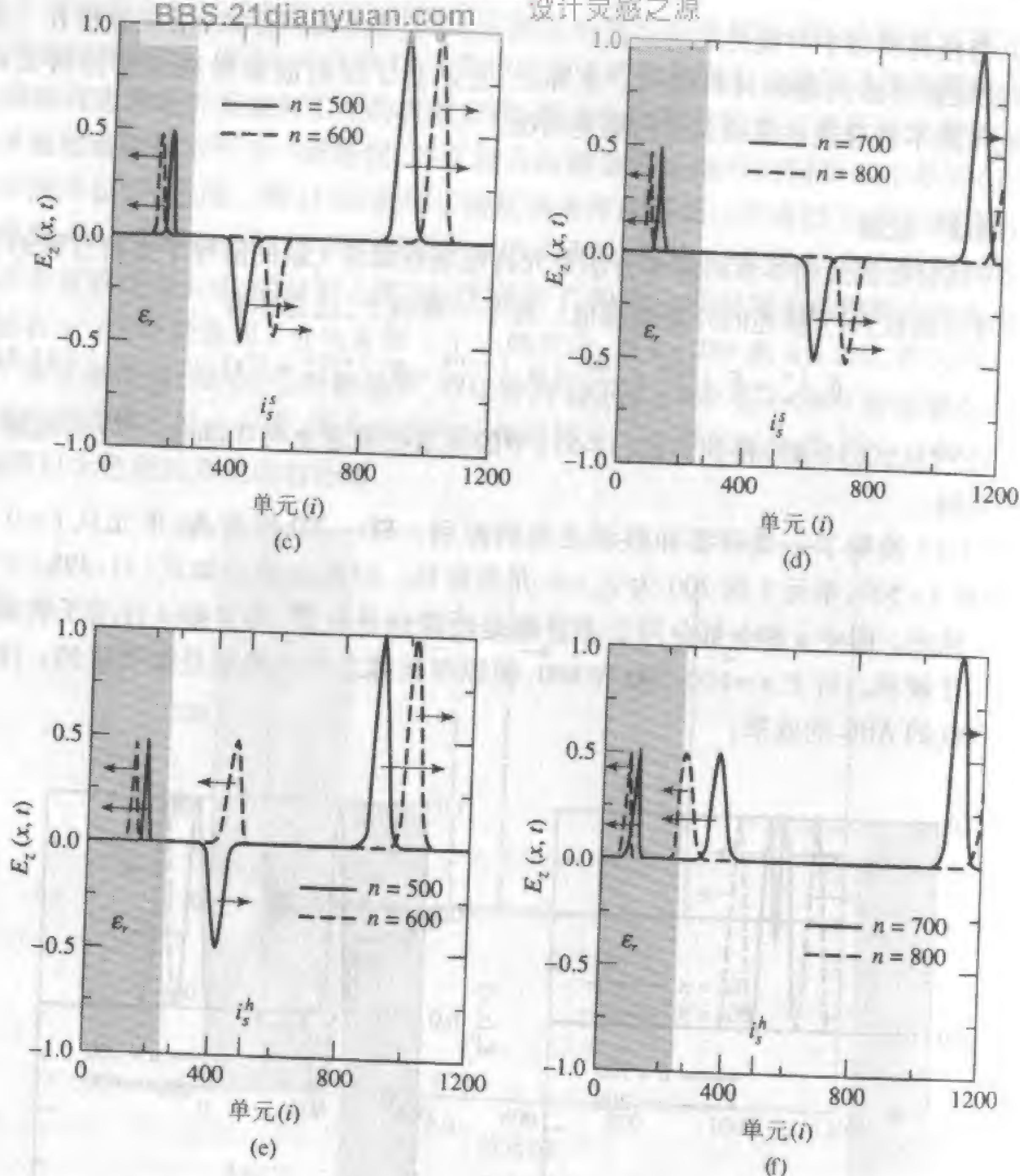
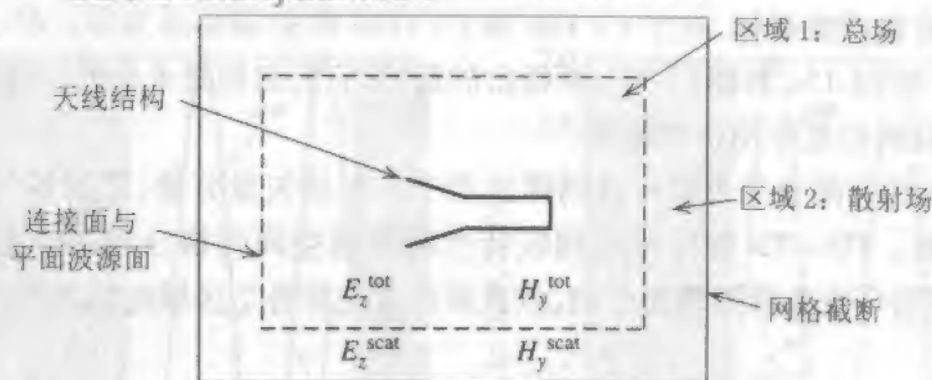


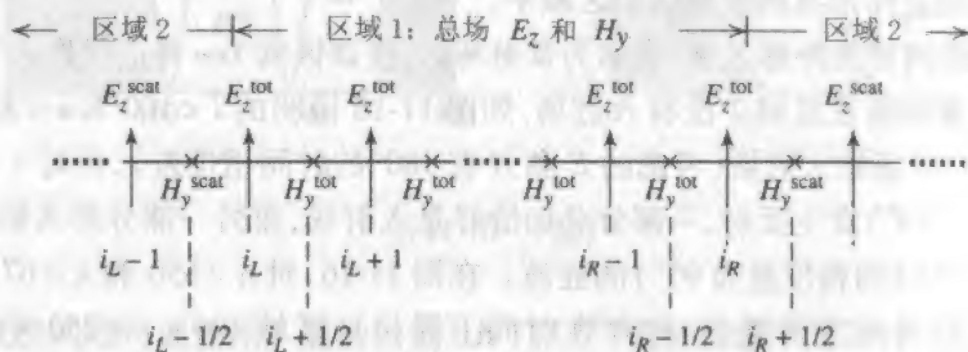
图 11-13 （续）

11.6.4 总场/散射场的表达

总场/散射场的 FD－TD 表达式[1]（见图 11-14）在模拟平面波照射时得到最大的应用。该方法基于麦克斯韦方程的线性性质，并通常的将总电场和总磁场分解成入射场(E^i, H^i) 和散射场(E^s, H^s) 。E^i 、H^i 是入射场值，如图 11-15 所指出的那样，它们在 FD－TD 网格中的所有点和所有时间步上是已知的。如果模拟空间没有任何种类的材料，这些将是存在的场值。图 11-15 事实上显示了在两个分开的网格上的场，这两个网格一个用于入射场，另一个用于总场－散射场。在实际中，入射场网格中的数据用于在总场/散射场边界注入入射场到第二个网格的总场区。因为在图 11-15 中的总场/散



（a）总场和散射场区，连接面/平面波源和网格截断（ABC）



（b）在水平穿过（a）的网格的场分量位置细节

图 11-14 FD－TD 网格分区

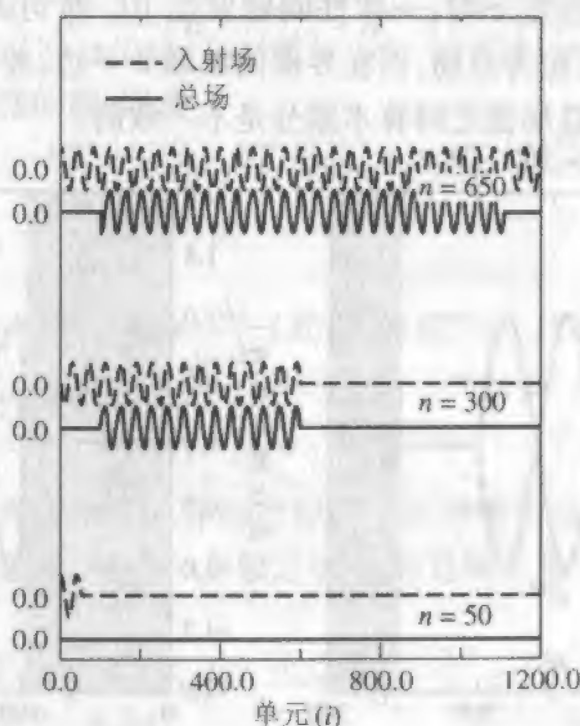


图 11-15 一维自由空间网格从 $i=0$ 到 $i=1200$。总场区从 $i=100$ 到 $i=1100$。每波长 40 个单元，10GHz 的正弦波从左向右传播。显示的电场为 $n=50$、$n=300$ 和 $n=650$

射场网格没有物 …… $i>1100$ 散射场总是为零。E^s、H^s 是散射波的场值，如在图 11-15a 和图 11-15b 所指出的那样，它们起初是未知的，并且是入射波与网格中任何材料相互作用产生的场。

Yee 算法的有限差分近似可以同样适用于入射场矢量分量、散射场矢量分量或者总场矢量分量。FD－TD 程序可应用该特性将数值空间网格分成两个截然不同的区域，两个区域用一个非物理表面分割，该表面起着连接各个区域的场的作用，如图11-14所示。

区域 1 即网格的内部区域，表示为总场区，在该区域 Yee 算法作用于总场矢量分量。感兴趣的互作用结构放在这个区域中。

区域 2 即网格的外部区域，表示为散射场区，在该区域 Yee 算法仅作用于散射场矢量分量。这意味着在区域 2 没有入射场，如图 11-16 说明的 $i<100$ 和 $n\leqslant 330$ 的情况。对于 $n=200$，总场是入射场（考虑的 E 和 H 有 180°的时间相位差），而对 $n=330$，已从理想导电体（PEC）发生反射，一部分总场恰好是入射场，而另一部分是入射和散射（反射）场（E 和 H 时间相位差为 90°）的驻波。在图 11-16，对 $n=650$ 和 $n=671$ 在 $i<100$ 的区域有散射场向左传播（E 和 H 在时间上同相），区域 $100<i<250$ 中是驻波，在 $i=250$处电场总是为零，磁场在 PEC 有时达到最大值 2。

为了说明总场/散射场表达式如何实现，考虑一维情况。构成区域 1 和区域 2 界面的非物理面含有 $\boldsymbol{E}$ 和 $\boldsymbol{H}$ 分量，其显然需要在更新方程中的各种场分量的空间差分表达式。当在跨分界面取空间差分时，一致性问题发生了。换句话说，在界面的区域 1 一边，差分表达式中的场假定为总场，而在界面的区域 2 一边，差分表达式中的场假定为散射场。进行散射场和总场值之间算术差分是不一致的。

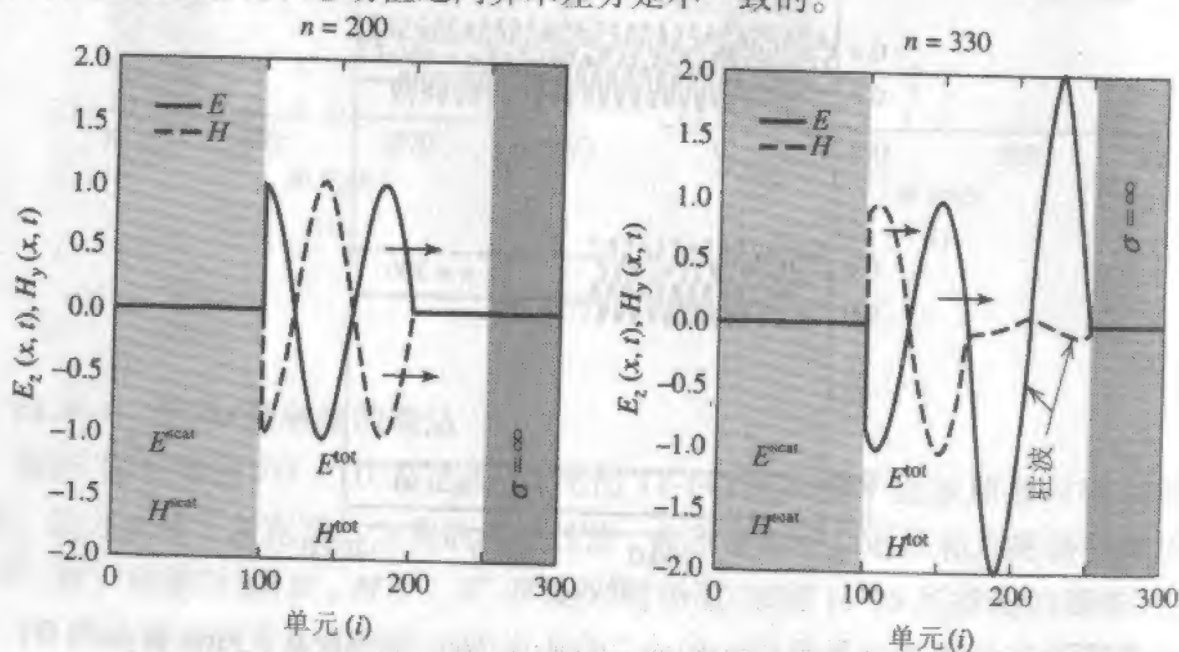


图 11-16　一维自由空间网格从 $i=0$ 到 $i=249$，从 $i=250$ 到 $i=300$ 是 PEC。总场区从 $i=100$ 到 $i=300$。每波长 40 个单元，10GHz 的正弦波从左边入射。显示 $n=200$、330、650 和 671 的归一化 E 和 H

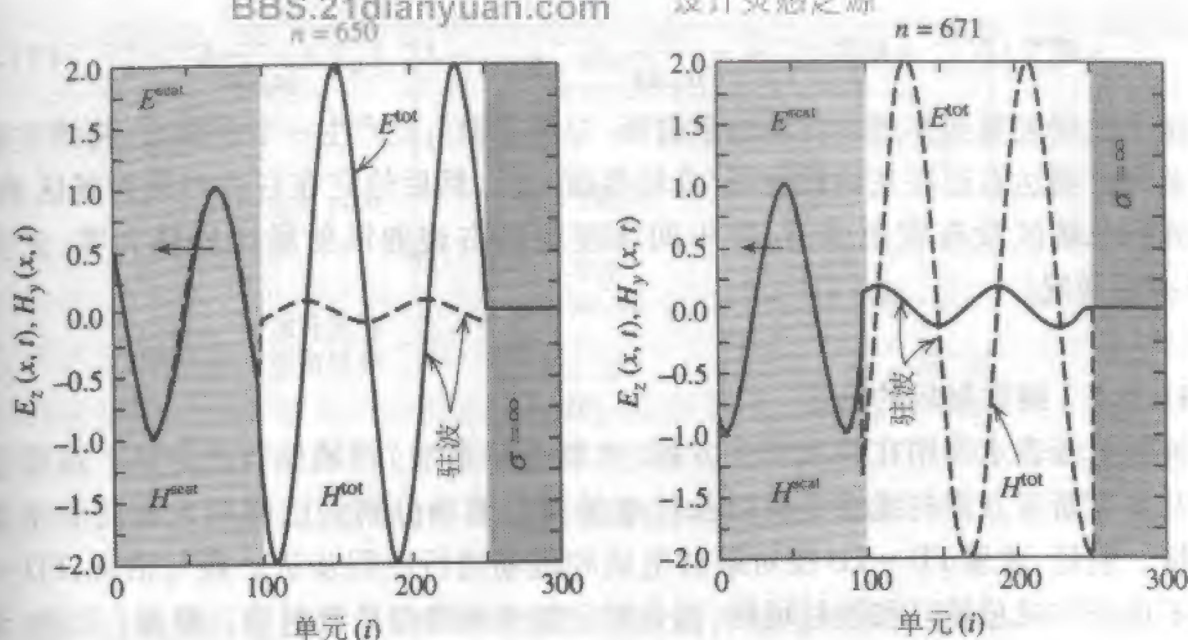


图 11-16 (续)

该一致性问题可通过用入射场矢量①$\boldsymbol{E}^{\text{inc}}$和$\boldsymbol{H}^{\text{inc}}$的分量值来解决,$\boldsymbol{E}^{\text{inc}}$和$\boldsymbol{H}^{\text{inc}}$假定已知或可在每个空间网格点计算出。如在图 11-14b 说明的,令散射场和总场区的左界面置于在i_L的E_z和在i_{L-1}的H_y之间。从此安排可很清楚看到E_z是总场分量。然后我们可写出

$$E_z^{\text{tot}}\Big|_{i_L}^{n+1}=E_z^{\text{tot}}\Big|_{i_L}^{n}+\frac{\Delta t}{\varepsilon_0\Delta x}\left(H_y^{\text{tot}}\Big|_{i_L+1/2}^{n+1/2}-H_y^{\text{scat}}\Big|_{i_L-1/2}^{n+1/2}\right)-\frac{\Delta t}{\varepsilon_0\Delta x}H_y^{\text{inc}}\Big|_{i_L-1/2}^{n+1/2}\qquad(11\text{-}52)$$

式中最右端项纠正一致性问题,因为

$$-H_y^{\text{scat}}\Big|_{i_L-1/2}^{n+1/2}-H_y^{\text{inc}}\Big|_{i_L-1/2}^{n+1/2}=-H_y^{\text{tot}}\Big|_{i_L-1/2}^{n+1/2}\qquad(11\text{-}53)$$

同样地在网格点$(i_L-\frac{1}{2})$我们写出

$$H_y^{\text{scat}}\Big|_{i_L-1/2}^{n+1/2}=H_y^{\text{scat}}\Big|_{i_L-1/2}^{n-1/2}+\frac{\Delta t}{\mu_0\Delta x}\left(E_z^{\text{tot}}\Big|_{i_L}^{n}-E_z^{\text{scat}}\Big|_{i_L-1}^{n}\right)-\frac{\Delta t}{\mu_0\Delta x}E_z^{\text{inc}}\Big|_{i_L}^{n}\qquad(11\text{-}54)$$

式中最右端项纠正一致性问题,因为

$$E_z^{\text{scat}}\Big|_{i_L}^{n}=E_z^{\text{tot}}\Big|_{i_L}^{n}-E_z^{\text{inc}}\Big|_{i_L}^{n}\qquad(11\text{-}55)$$

在右边的散射场和总场界面执行同样的过程。令散射场和总场之间的界面正好置于在网格点i_R的位置的分量E_z,并进一步假定该E_z为总场分量。类似于式(11-52)的电场表达式是

$$E_z^{\text{tot}}\Big|_{i_R}^{n+1}=E_z^{\text{tot}}\Big|_{i_R}^{n}+\frac{\Delta t}{\varepsilon_0\Delta x}\left(H_y^{\text{scat}}\Big|_{i_R+1/2}^{n+1/2}-H_y^{\text{tot}}\Big|_{i_R-1/2}^{n+1/2}\right)+\frac{\Delta t}{\varepsilon_0\Delta x}H_y^{\text{inc}}\Big|_{i_R+1/2}^{n+1/2}\qquad(11\text{-}56)$$

类似于式(11-54)的磁场表达式是

---

① 为了避免与指数 i 混淆,"inc" 用来表示入射场。为进一步的一致性,"scat"表示散射场,"tot" 表示总场。

$$H_y\Big|^{n+1/2}_{i_R-1/2} = H_y\Big|^{n-1/2}_{i_R+1/2} + \frac{\Delta t}{\mu_0 \Delta x}\left(E_z^{\text{scat}}\Big|^{n}_{i_R+1} - E_z^{\text{scat}}\Big|^{n}_{i_R}\right) + \frac{\Delta t}{\mu_0 \Delta x} E_z^{\text{inc}}\Big|^{n}_{i_R} \quad (11\text{-}5$$

这个过程的重要作用是在左边散射场/总场界面 i_L点产生一个平面波，将该波传通过总场区到达右边在左边散射场/总场界面 i_R点，然后使它在右边的散射场区消当中间的总场区没有散射体时，在中间区左边和右边的散射场区的场为零，正如11-15中的情况。

11.6.5 纯散射场的表达

纯散射场表示借用在频域积分方程(也就是矩量法)领域流行的方法。这概念次涉及麦克斯韦方程的线性性质以及总电场和总磁场分解为已知的入射场和未知散射场。但是，这里 FD－TD 仅对散射电场和磁场进行时间步进。换句话说，FD－T网格不再分解成总场区和散射场区，而是假定整个网格都是散射场。那是(发射)天分析的情况，散射场被认为是辐射场。但是该散射(辐射)场是近场，因为将网格扩到远场区是不实际的。为了得到远场辐射方向图，需要将近场数据变换到远场，如在下一节中讨论的那样。

11.7 近场与远场

正如我们在前面暗示的，在 FD－TD 网格中直接计算 FD－TD 远场数据是不实的，因为对于大多数问题，网格空间不能建得足够大来容纳远场。这样，近场数据必变换成远场数据。在前一节所描述过，经良好定义的 FD－TD 网格中散射场区的存在能适合这里讨论的近场到远场的变换。如果我们应用在单次FD－TD模拟运行中存储的数据，该变换可有效及准确地计算完整的天线辐射方向图，或者被照射结构在一个照射角时的完整远场双基散射响应。

522

在阐明近场到远场的变换之前，参看图 11-17。图中完全包含散射体(区域 B)的矩形虚拟表面 S_{ab}位于接近网格边界的散射场区(图 11-17 的区域 2)。在 S_{ab}上的散射场$\boldsymbol{E}^s$和 $\boldsymbol{H}^s$切向分量首先用 FD－TD 求得。然后如图 11-17 指出的，建立起一个等效问题，它对 S_{ab}外区域 A 完全适用。新的激励数据为在 S_{ab}上的 $\boldsymbol{J}_s$和 $\boldsymbol{M}_s$，分别为等效表面电流和磁流，它们根据下式得到(参见 7.1 节)

$$\boldsymbol{J}_s(\boldsymbol{r}) = \hat{\boldsymbol{n}} \times \boldsymbol{H}^s(\boldsymbol{r}) \tag{11-58a}$$

$$\boldsymbol{M}_s(\boldsymbol{r}) = -\hat{\boldsymbol{n}} \times \boldsymbol{E}^s(\boldsymbol{r}) \tag{11-58b}$$

式中 $\hat{\boldsymbol{n}}$ 为 S_{ab}面上的单位外法向矢量。

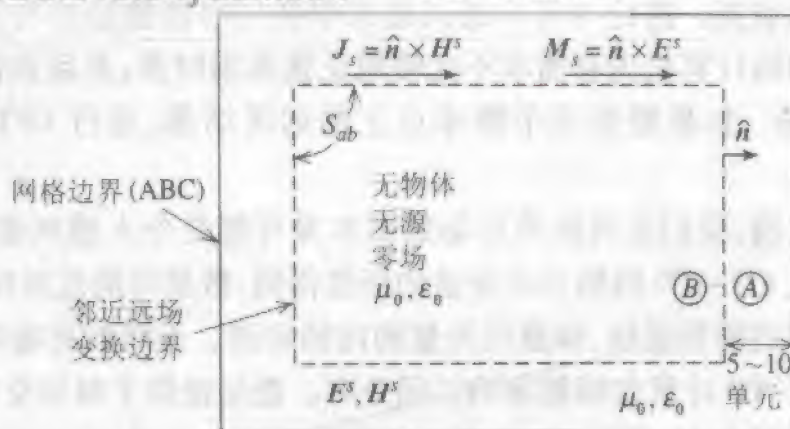


图 11-17 邻近远场的变换的电磁等价图

散射远场然后通过式(11-58a)和(11-58b)的等效电流积分给出。如果(μ_0, ε_0)区域 A 的媒质特性参数,然后可得到如下对于θ和ϕ极化的散射远场表达式:

$$E_\theta = -\mathrm{j}\omega[A_\theta + \eta F_\phi] \tag{11-59a}$$

$$E_\phi = -\mathrm{j}\omega[A_\phi - \eta F_\theta] \tag{11-59b}$$

式中

$$A_\theta = A_x \cos\theta\cos\phi + A_y \cos\theta\sin\phi - A_z \sin\theta \tag{11-59c}$$

$$F_\theta = F_x \cos\theta\cos\phi + F_y \cos\theta\sin\phi - F_z \sin\theta \tag{11-59d}$$

$$A_\phi = -A_x \sin\phi + A_y \cos\phi \tag{11-59e}$$

$$F_\phi = -F_x \sin\phi + F_y \cos\phi \tag{11-59f}$$

远场区的位函数由下式给出

$$\begin{bmatrix} A \\ F \end{bmatrix} = \left(\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta r}}{4\pi r}\right) \iint \begin{bmatrix} \mu_0 J_s \\ \varepsilon_0 M_s \end{bmatrix} \mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta r'\cos\xi} \mathrm{d}S'_{ab} \tag{11-60a}$$

$$r'\cos\xi = (x'\cos\phi + y'\sin\phi)\sin\theta + z'\cos\theta \tag{11-60b}$$

这个计算散射远场的方法是直截了当的,因为:(1)任意天线和散射体的近场数据可从 FD-TD 自身的计算得到;(2)近场数据到远场的变换与积分表面S_{ab}内的散射体性质无关。

早期的远区散射场 FD-TD 计算使用正弦激励。因此每次运行 FD-TD 计算只能得到一个频率的 FD-TD 远场结果。对于这样的单频远场计算的过程是直截了当的。首先 FD-TD 计算通过时间步进直到达到稳定状态。然后获得在包围物体的封闭面上的复时谐电流和磁流。如果这些时谐场或流存储下来,在后处理期间可计算任意所需方向的远区辐射场或散射场。这个方法特别适用于单频的远区辐射或散射方向图。

为了获得多频的远区结果,必须应用脉冲激励的 FD-TD 计算方法。对每个感兴趣的频率,在包围 FD-TD 几何结构的闭合面上时谐表面流的离散傅里叶变换(DFT)在每个时间步更新。当对 FD-TD 计算使用脉冲激励时,运行 DFT 提供了任

数目频率点的复频……要频率使用时谐激励要有效得多。它对每频率点表面流存储的计算机内存需求不比使用正弦激励时多,并且在任何远区方位角提供了频域远区场。如果需要几个频率点上的远区结果,运行 DFT 方法是更好的选择。

在结束本节之前,我们应当提及近场数据本身可能是令人感兴趣的,近场数据可容易地通过直接从 FD-TD 网格选取合适的场值得到,数据可能包括即时场、通过对即时场傅里叶变换得到的相量场、标量或矢量的内插场图。天线的近场辐射方向图只是在天线附近用 FD-TD 计算的辐射场的空间分布。近场提供了对如反射和衍射这样的基本物理互作用的洞察力。近场数据还可以用于确定如天线口径面的幅度和相位数据(如在下一节),在天线上的表面流密度,以及在天线馈源或沿天线馈源的流或场分布。

11.8 二维例子:E 面扇形喇叭天线

上一节已介绍了解决从网格架构到远场计算所需要的全部基础。本节详细考虑二维 TE 例子问题。该问题是如图 7-15 所示的 E 面扇形喇叭的二维模型。喇叭根据最优条件选择,即 $B=\sqrt{2\lambda R_2}$,因为 $R_2=8\lambda$,所以 $B=4\lambda$(参见 7.4.2 节)。该喇叭结果的 FD-TD 模型在图 11-18 中说明。注意喇叭壁是"阶梯形"的。要了解该阶梯形是怎样出现的,分析在图 11-19 中的二维网格。在喇叭和波导壁的系数 C_a 和 C_b 用高电导率值(例如 5.7×10^7S/m)计算。因为单元是正方形的,自然产生阶梯形轮廓。

用于该例的二维网格是如图 11-18 所示的 260×200 单元。单元尺寸为中心频率的 $\lambda/20\times\lambda/20$。近场到远场变换的边界置于网格边缘内 12 个单元处,选择的时间函数是式(11-49c)中的正弦调制 Gaussian 脉冲,表示为

$$f(t)=1.148e^{-[(t-3\tau_0)/\tau_0]^2}\sin[2\pi f_c(t-3\tau_0)] \tag{11-61}$$

这里

$\tau_0=1.0/[\pi(f_h-f_c)]$

$f_h=15\text{GHz}$

$f_c=10\text{GHz}$

$\Delta x=$ 中心频率的 $\lambda/20$

$2\Delta t=\Delta x/2.997\,924\,58\times10^8$

$t=n\Delta t,\Delta t=2.5\times10^{-12}$

(200, 0) (200, 260)

(0, 0) (0, 260)

图 11-18 E 面扇形喇叭的 TE 模型

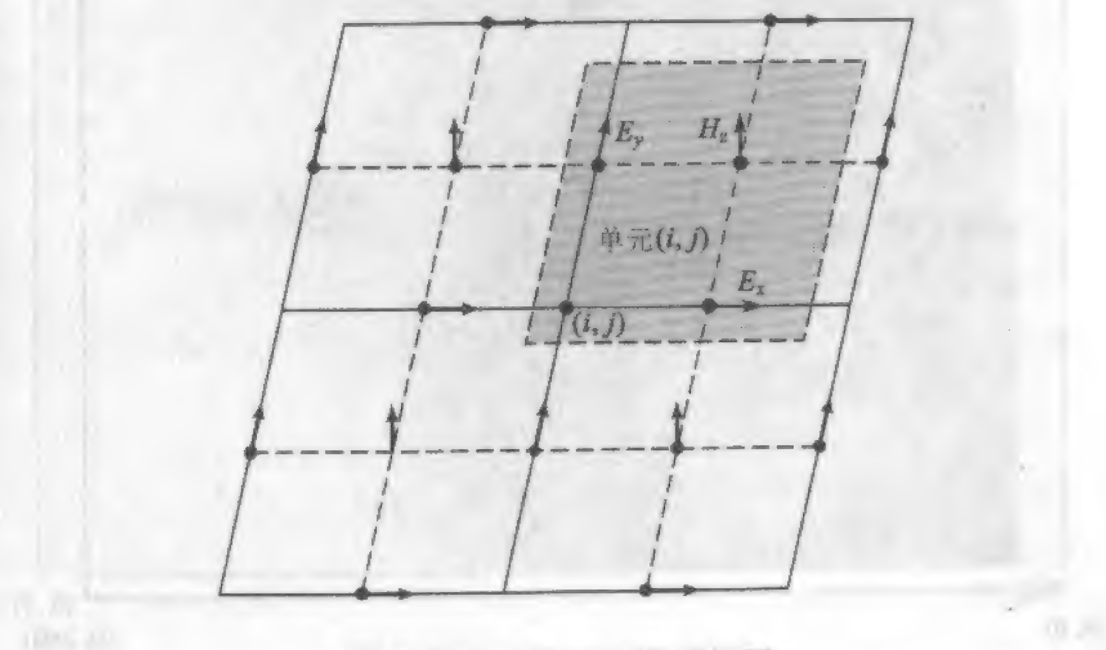


图 11-19 二维 TE 网格透视图

此函数的图如图 11-20 所示。该时间函数的软源位于离波导后壁为中心频率的 $\lambda/4$ 处。

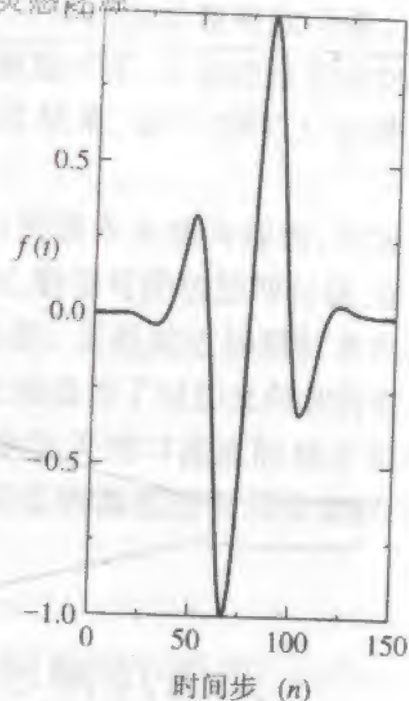
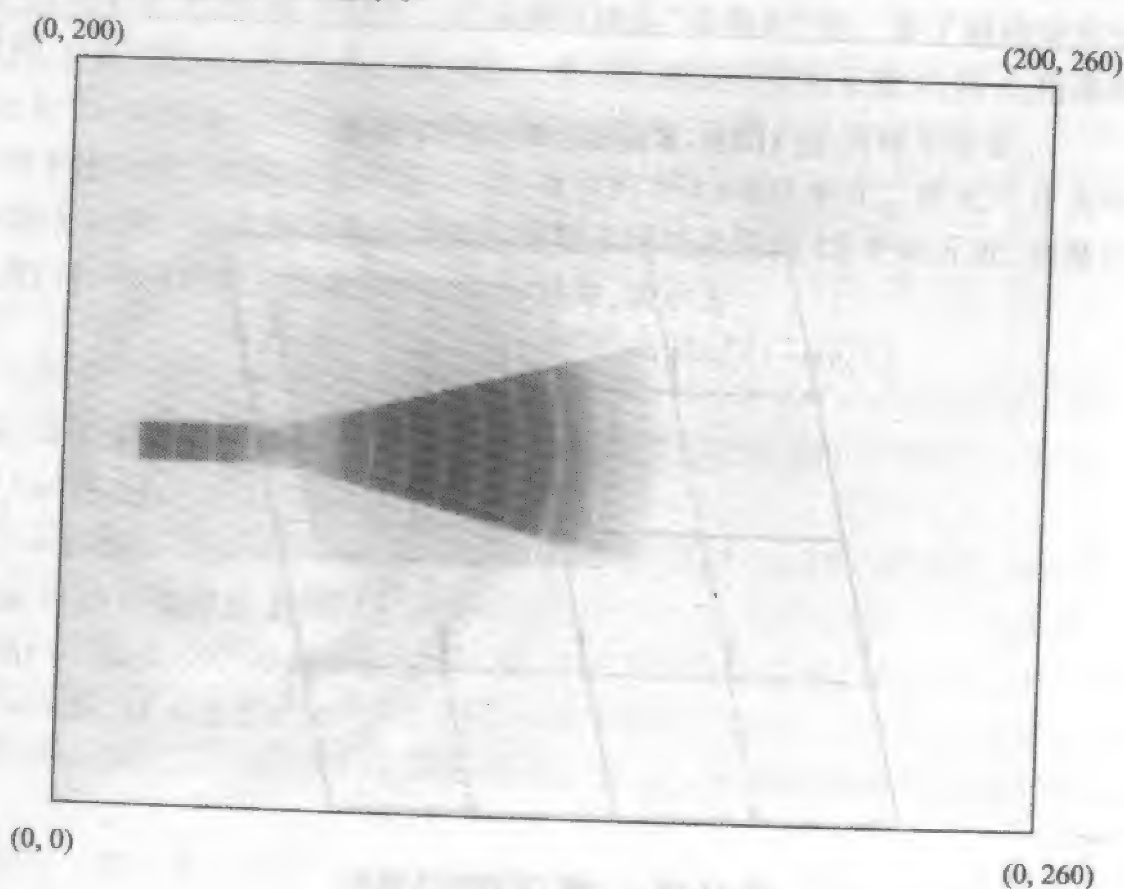


图 11-20 正弦调制 Gaussian 波形

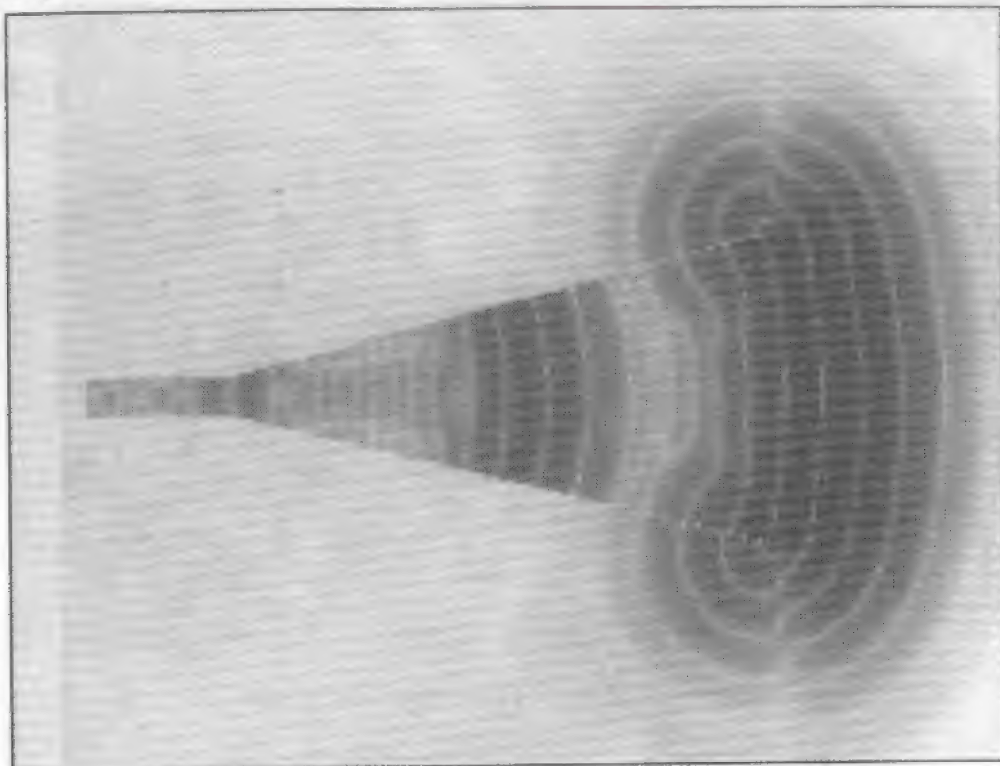
图 11-21a 显示了喇叭在第 250 时间步的场。脉冲还未到达口径，在喇叭壁与波导壁连接的不连续处有一些反射的迹象。在图 11-21b，其 $n=475$，脉冲的峰值能量刚通过喇叭口径，有能量从口径反射向后面波导方向传播的一些迹象。在喇叭边缘绕射现象很明显。在图 11-21c，其 $n=600$，到第 600 个时间步时脉冲的峰值能量已充分移出口径。到 $n=800$ 的图 11-21d，脉冲已达到喇叭结构的最后面(左面)部分。拖尾的脉冲是由于双重绕射的原因。

在图 11-21a ~ d 中，最暗的区域表明场强的最高电平，而最白的区域表明零场强。甚至在脉冲本身中有几个时刻脉冲为零(见图 11-20)。这些零场强的时刻是图 11-21 中主脉冲以及其绕射或反射中的细白线。几乎白的大区域是数值噪声的迹象。

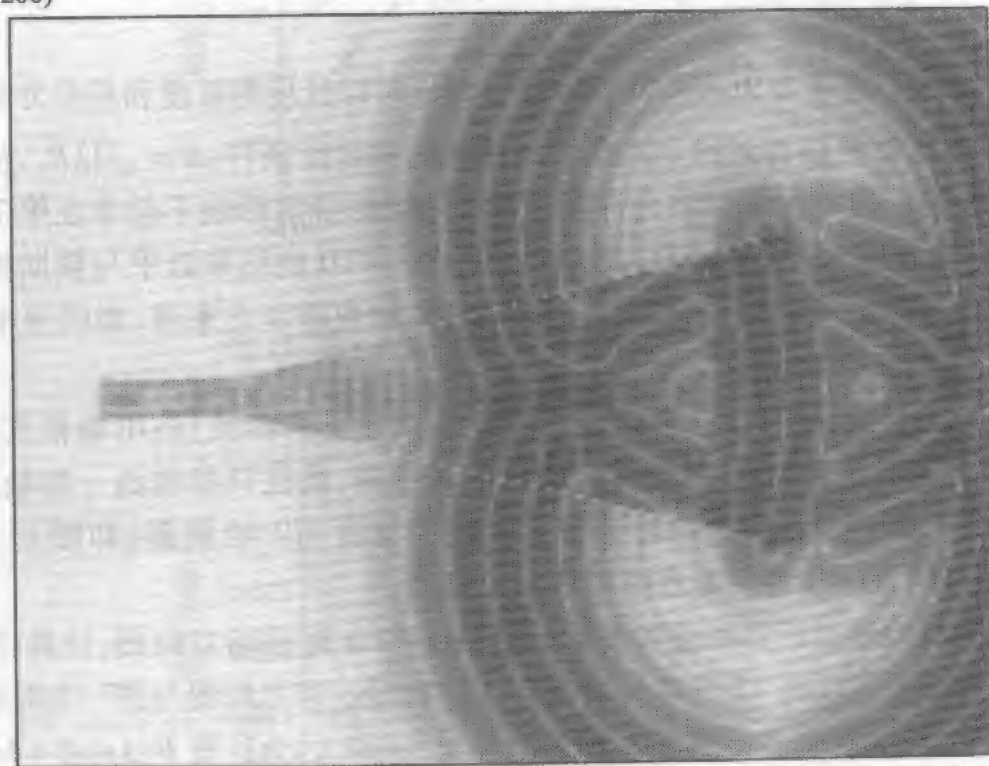


(a) 在 $n=250$

图 11-21 在 $n=250$、475、600、800 时的脉冲传播

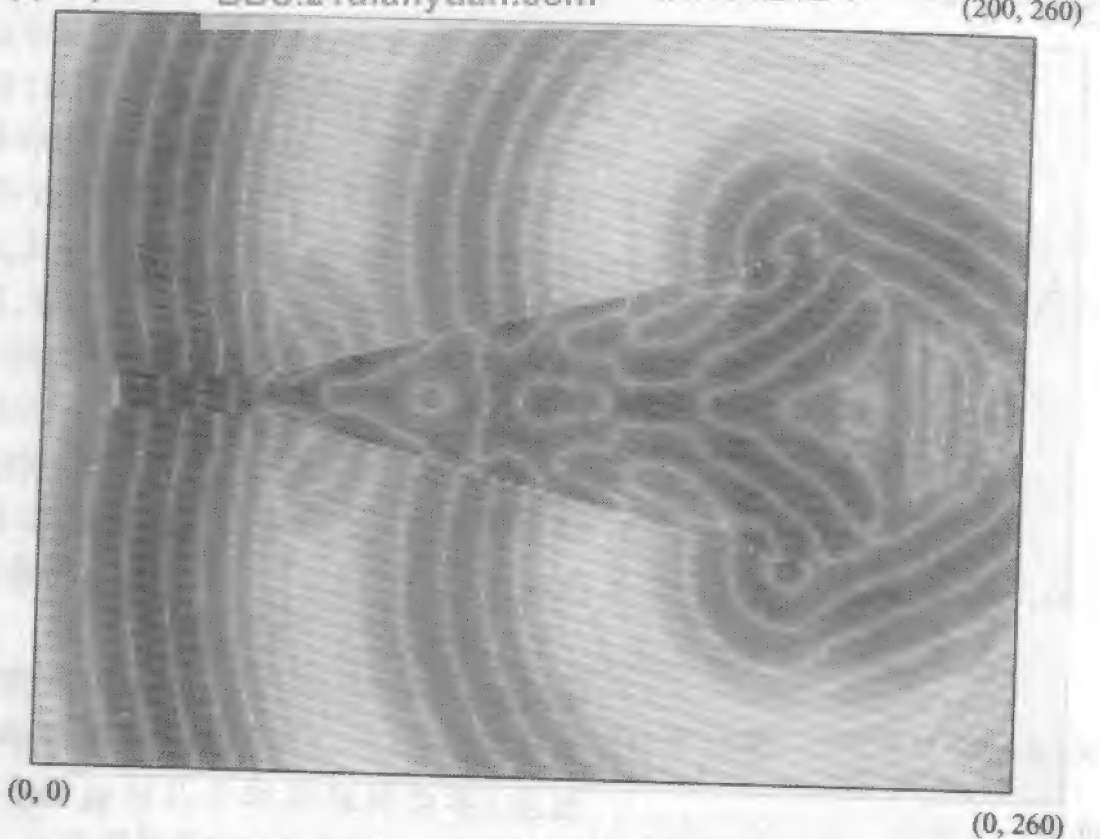


(b) 在 $n=475$



(c) 在 $n=600$

图 11-21 （续）



（d）在 $n=800$

图 11-21 （续）

图 11-22 显示了频率为 9GHz、10GHz 和 11GHz 时口径场的幅度和相位分布。这些是从口径场的傅里叶变换得到的。从我们对该喇叭的设计条件：$B=\sqrt{2\lambda R_2}$，从口径中心到边缘有 90°的相位变化。如果允许接近口径边缘的绕射影响不包含在第 7 章的经典分析中，但包含在接近严格的 FD－TD 解之中，FD－TD 的结果近乎与预期吻合。从图 11-22 中接近口径边缘的幅度分布以及该处相位的快速变化来看，很明显电磁波与喇叭的边缘有强烈的相互作用。

图 11-23 给出了沿转换边界（其部分促成近场到远场的转换）的电场幅度；磁场在余下部分说明。该场在 $n=800$ 时计算。并不令人惊奇，场在口径前面一边最强，在口径相反一边（即背面）为零，因为脉冲还没有时间到达背面。沿侧面（即图 11-18 的顶部和底部）有一些场存在，特别是在接近喇叭口径处。

26～28

图 11-24 所示为通过近场到远场变换计算的 10GHz 时远场方向图，计算中应用了图 11-18 中的网格末端以内 12 个单元的边界上的数据。该方向图与图7-16所示$s=1/4$的经典方向图吻合得很好，E 面在横坐标的范围是 $4\sin\theta$，因为这里 $B/\lambda\sin\theta=4\sin\theta$。

前向区域远场方向图在 $n=800$ 时计算，因为在图 11-25 中的数据说明在近场到远场变换边界的前（右）面已达到稳定状态。近场收敛保证远场收敛，但是其反向推论则是不正确的。人们可以在许多时间步后计算远场，但是如果这样一些非预期的影响诸如波与波导外壁的互作用可能在数据中出现，这种现象是我们不希望的。图 11-21d 说

9

明这种互作用刚开始,但还未到达近场到远场变换边界的背面的现象。换句话说,时间进展到足够远以达到稳定状态是重要的,但不能远到所希望的数据被非期望的效应影响的程度。

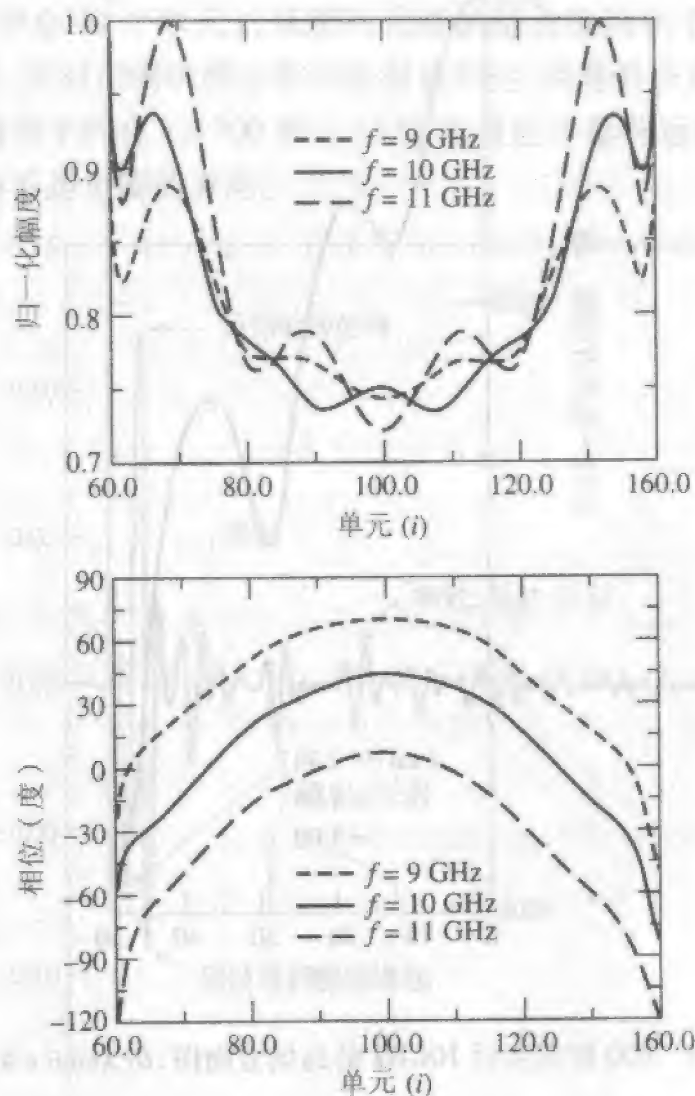


图 11-22 在 $n = 800$ 时的喇叭口径场分布

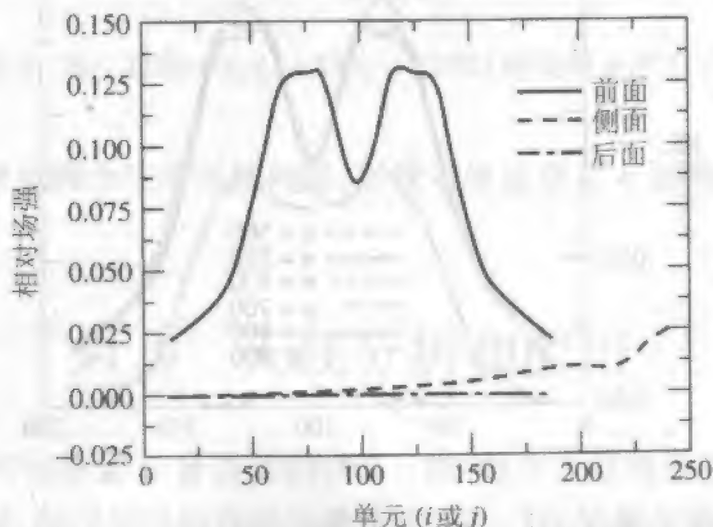


图 11-23 在 $n = 800$ 时近场到远场变换边界上 10GHz 电场的幅度

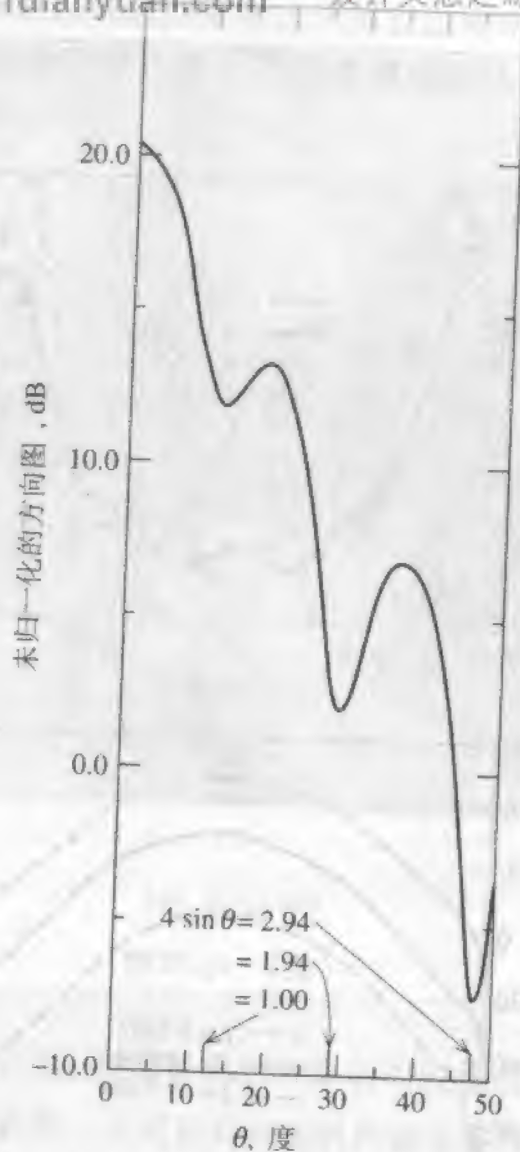


图 11-24　800 时间步后 10GHz 的远场方向图，$B/\lambda\sin\theta = 4\ \sin\theta$

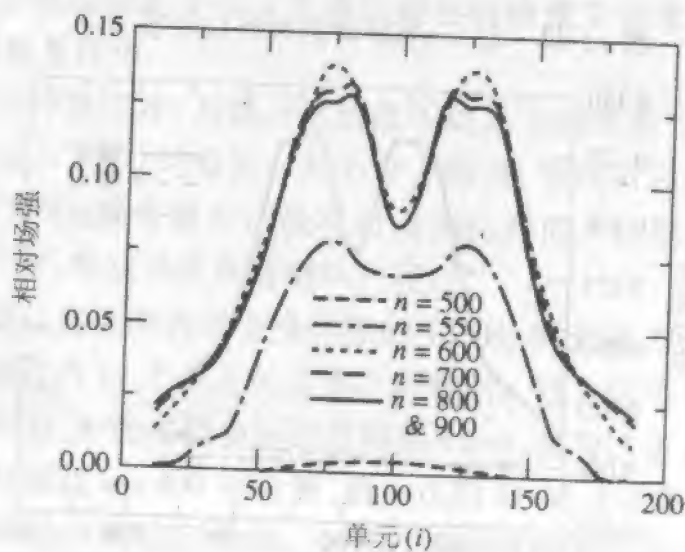


图 11-25　6 个不同时间步，在近场到远场变换边界前部 10GHz 的电场幅度

FD－TD 还具有提供其他数据的潜在能力。考虑图 11-26，图中给出从 $n=300$ 到 $n=1500$时在口径中心（$i=199$，$j=100$）的磁场。出现的第一个主要特征是大约在 $n=420$的主脉冲（例如，以每单元2 个时间步传播大约210 个单元）。约80 个时间步后（从喇叭边缘到口径中心 40 个单元），从喇叭边缘的绕射波到达了。时间分别大约在 $n=300$和 $n=1500$ 时，从对面喇叭壁反射的绕射波到达，接着是来自另一壁的反射的绕射波到达。这后面的两个约在 $n=700$ 和 $n=825$ 的效应不影响远场方向图的主瓣区，因为它们传播的方向不是主瓣的方向。

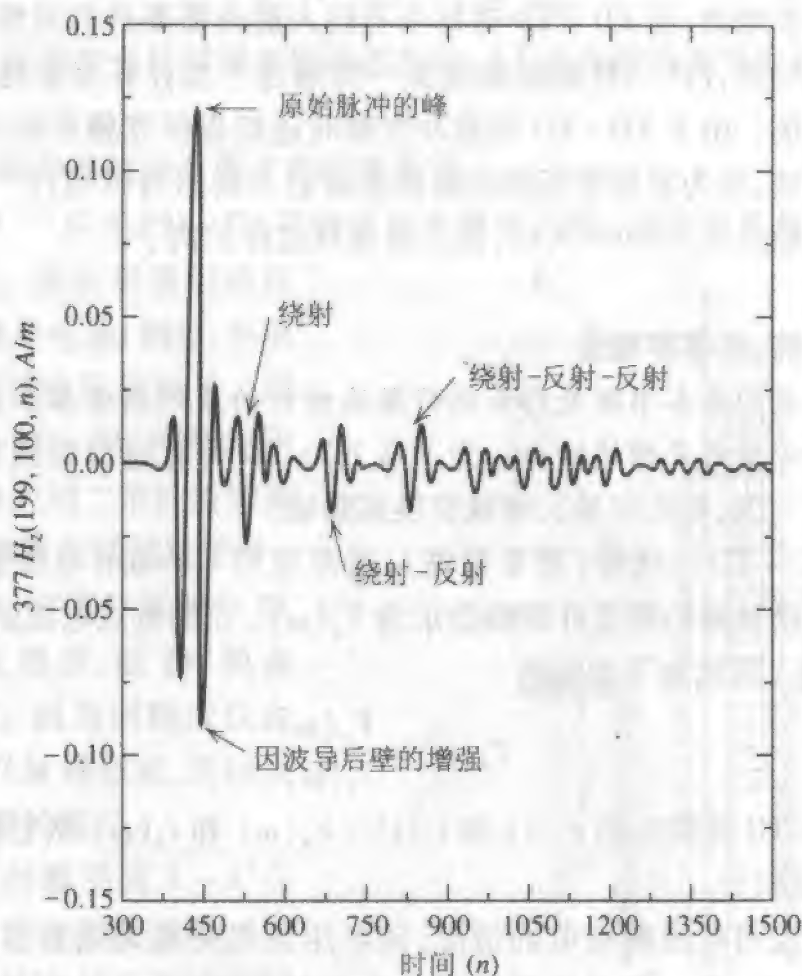


图 11-26　口径中心（$i=199$，$j=100$）磁场随 n 的变化

接下来一节将考虑两个三维天线问题，尽管不像这里对 E 面扇形喇叭的二维模型讨论得那么详细。

11.9　天线分析和应用

相比于其他应用如屏蔽和雷达截面，FD－TD 对于天线的应用仅在最近才发生。一个原因是对于小型、相对简单的天线矩量法比 FD－TD 可用少得多的计算机时间和内存来提供结果，因为矩量法仅计算在导线或导体表面流的电流，而 FD－TD 则必须计

算在整个计算区域内。这个区域应当包含足够多的单元以允许天线与吸收边界之间的一些近场消失。如果天线不大而且结构比较简单，计算所有周围自由空间单元的场使 FD－TD 的效率比矩量法低得多。对于中等尺寸的天线，或天线的几何结构和(或)材料[9]不容易包含到矩量法公式中，或数据在许多频率下需要时，则 FD－TD 成为有优势的方法。

当 FD－TD 用于接收天线计算时，它在需要多个远区入射角的应用中会丧失相对于矩量法的优势。例如，在散射应用中矩量法对不同平面波入射角问题可有效地从单个阻抗矩阵中产生结果，而 FD－TD 对每个不同入射角需要进行完整的重新计算。但是对于天线发射问题，FD－TD 能像矩量法一样通过一次计算有效地产生任意数目不同方向角的远区场。由于 FD－TD 用脉冲激励时还能提供宽频带的结果，所以它在天线应用中特别有效，因为宽频带范围的阻抗和辐射方向图可以通过一次 FD－TD 计算得到。对这一节最后的 Vivaldi 天线，我们将看到这样的例子。

11.9.1 阻抗、效率和增益

不应当忘记我们在本书别处已如此舒服地相处的天线描述参数，如阻抗、增益、远场方向图和雷达截面都是频域概念。为了从 FD－TD 计算过程得到它们，必须用傅里叶变换将合适的电压、电流和场从时域变换到频域。

为了利用 FD－TD 的优势(宽带数据)，通常应用 Gaussian 电压脉冲来激励天线。在馈电点电压激励脉冲的傅里叶变换表示为 $V_A(\omega)$，而馈电点电流的傅里叶变换表示为 $I_A(\omega)$ 。则输入阻抗由下式给出

$$Z_A(\omega)=\frac{V_A(\omega)}{I_A(\omega)} \tag{11-62}$$

为了确定在 FD－TD 网格中的 $v_A(t)$ 和 $i_A(t)$ ，$V_A(\omega)$ 和 $I_A(\omega)$ 从它们得出，我们分别应用 $\boldsymbol{E}$ 和 $\boldsymbol{H}$ 的线积分。

考虑一个天线用电压源馈电的情况，该电压源用跨越天线馈源间隙单元的相应 $v_i(t)$ 模拟为电场 $E_z\mid_{i,j,k}^{n}$，并且该源提供一个时域电流 $i_i(t)$ 。在所有瞬态现象消失后，对这两个量的时域结果进行傅里叶变换，在每个频率的等效稳态输入功率将相当简单地由下式给出

$$P_{\text{in}}(\omega)=\frac{1}{2}\text{Re}[V_A(\omega)I_A^*(\omega)] \tag{11-63}$$

532

因欧姆损耗引起的被消耗的功率根据以下计算。假设 FD－TD 电场分量 $E_z(t)$ 是在电导率为 σ 的区域中。如果我们假定电场在一个 FD－TD 网格中是均匀的，则每个频率点上在此区域消耗的等效稳态功率为

$$\begin{aligned}P_{\text{ohmic}}&=\frac{1}{2}\iiint\sigma\mid E_z(\omega)\mid^2\mathrm{d}v=\frac{1}{2}\sigma\mid E_z(\omega)\mid^2\Delta x\Delta y\Delta z\\&=\frac{1}{2}\frac{\sigma\Delta x\Delta y}{\Delta z}\mid E_z(\omega)\Delta z\mid^2=\frac{\mid V(\omega)\mid^2}{2R}\end{aligned} \tag{11-64}$$

式中 $E_z(\omega)$ 是 $E_z(t)$ 的傅里叶变换，R 是在 z 方向跨越单元的集总电阻。知道了 P_{in} 和 P_{ohmic} 可从式(1-173)确定辐射效率。

为了确定天线增益，必须在指定频率上确定在希望方向的远区电场。如果我们使用上一节给出的方法，这可以通过脉冲激励的远区场来做到。因为计算了远区电场，所以排除了 $1/r$ 的幅度因子和传播延迟，相对于无耗、各向同性媒质，在 (θ,ϕ) 方向的天线增益可用下式给出

$$G(\omega,\theta,\phi)=\frac{1}{2}\frac{|E(\omega,\theta,\phi)|^2/\eta}{P_{in}/4\pi} \tag{11-65}$$

式中 $E(\omega,\theta,\phi)$ 是脉冲远区时域电场辐射在 (θ,ϕ) 方向的傅里叶变换的峰值。

11.9.2 完纯导电接地平面上方的单极子

Maloney 等人[10]应用 FD－TD 模拟了两个简单天线（圆柱形单极子和圆锥形单极子）的辐射问题。在这里我们将仅考虑前者，在完纯导电地（PEC）平面上方高度为 h 的圆柱形单极子。用于模拟该天线的 FD－TD 网格见图 11-27 所示。网格应用二维柱坐标算法，使用了天线和馈电同轴线关于 z 轴的旋转对称性。在圆柱系统中 TE 模由 E_ϕ、H_ρ 和 H_z 组成，而 TM 模由 E_ρ、E_z 和 H_ϕ 组成。因为同轴线仅由 E_ρ 和 H_ϕ 组成的 TEM 模激励，所以只模拟了 TM 圆柱模的情况。

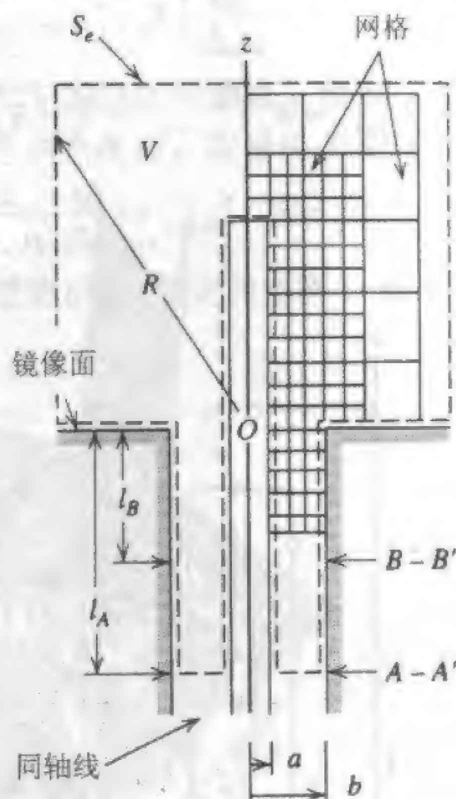


图 11-27　用于模拟完纯导电接地面上同轴馈电单极子瞬态激励的三维圆柱坐标 FD－TD 网格的几何结构（Maloney 等，*IEEE Trans. Ant. &Prop.*，Vol. 38，1990，pp. 1059-1068。重印得到许可）

在同轴线中的源平面 $A-A'$ 应用了 Gaussian 脉冲电压激励源 $v(t)=v_0\exp(-t^2/2\tau_p^2)$，结合在该位置使用严格的吸收边界条件（ABC）来模拟匹配的源。以下归一化的参数用于该模型：$b/a=2.30$（50Ω 同轴线）；$h/a=65.8$；$\tau_p/\tau_a=8.04\times10^{-2}$。式中 τ_p 是激励脉冲的 $1/e$ 宽度，$\tau_a=h/c$＝天线的特征高度。换句话说，τ_a 代表电磁波传过单极子长度所需要的时间。最后，仅一阶精度的 ABC 用于网格外部边界 S_e 的端面。

该圆柱形单极子代表了一个二维电磁问题。例如，在图 11-27 中的辐射是旋转对称的，由一个旋转对称的源激励

$$E^i(t)=\frac{v^i(t)}{\ln(b/a)\rho}\hat{\rho} \tag{11-66}$$

麦克斯韦旋度方程可用的分量为

$$\frac{\partial E_\rho}{\partial z}-\frac{\partial E_z}{\partial \rho}=-\mu_0\frac{\partial H_\phi}{\partial t} \tag{11-67a}$$

$$-\frac{\partial H_\phi}{\partial z}=\varepsilon_0\frac{\partial E_\rho}{\partial t} \tag{11-67b}$$

$$\frac{1}{\rho}\frac{\partial(\rho H_\phi)}{\partial \rho}=\varepsilon_0\frac{\partial E_z}{\partial t} \tag{11-67c}$$

对以上公式离散后，我们有

$$H_\phi\Big|_{i,j}^{n+1/2}=H_\phi\Big|_{i,j}^{n-1/2}+\frac{\Delta t}{\mu_0\Delta\rho}\Big[E_z\Big|_{i+1/2,j}^{n}-E_z\Big|_{i-1/2,j}^{n}\Big]-\frac{\Delta t}{\mu_0\Delta z}\Big[E_\rho\Big|_{i,j+1/2}^{n}-E_\rho\Big|_{i,j-1/2}^{n}\Big] \tag{11-68a}$$

$$E_\rho\Big|_{i,j-1/2}^{n+1}=E_\rho\Big|_{i,j-1/2}^{n}-\frac{\Delta t}{\varepsilon_0\Delta z}\Big[H_\phi\Big|_{i,j}^{n+1/2}-H_\phi\Big|_{i,j-1}^{n+1/2}\Big] \tag{11-68b}$$

$$E_z\Big|_{i+1/2,j}^{n+1}=E_z\Big|_{i+1/2,j}^{n}+\frac{\Delta t}{\varepsilon_0\Delta\rho}\frac{1}{\rho_{i+1/2}}\Big[\rho_{i+1}H_\phi\Big|_{i+1,j}^{n+1/2}-\rho_i H_\phi\Big|_{i,j}^{n+1/2}\Big] \tag{11-68c}$$

注意在图 11-28 中网格的安排，使与理想导体表面相切的电场分量可在导体表面计算。

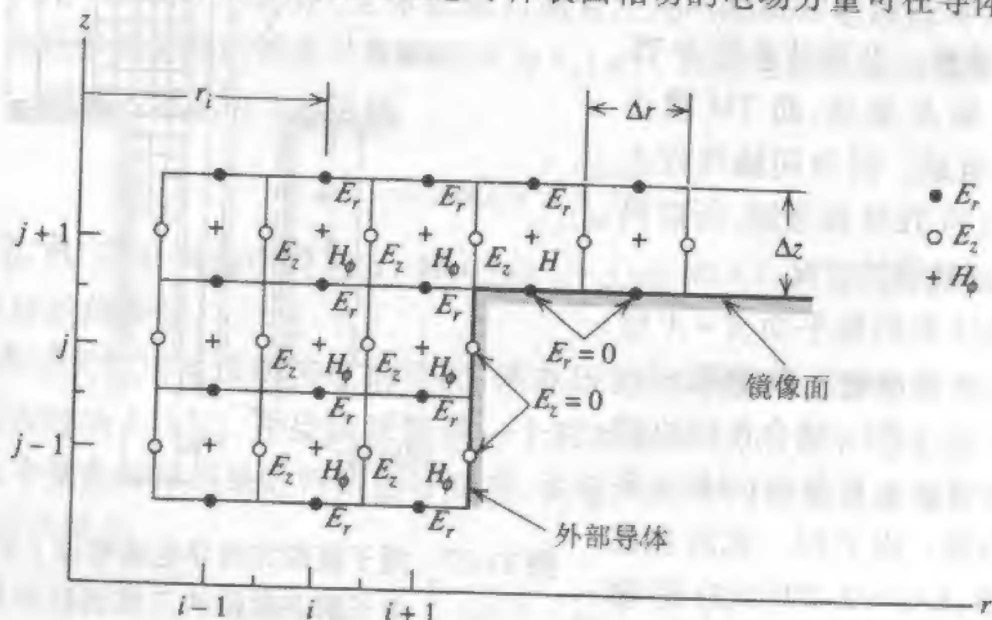


图 11-28　圆柱对称二维问题的空间网格和场分量(Maloney 等，*IEEE Trans. Antennas and Propagation*，1990，pp. 1059 – 1068，1990 IEEE。重印得到许可)

在表面 S_e 应用了吸收边界条件；这使观察周期扩展到超过 $t=t_0$。如果我们顺便看一下相反方向，在同轴线中 TEM 场表现如同前一节中研究的一维情况。这样，在同轴线中可以构筑一个严格的吸收边界条件。入射场添加注入到 $z=-l$ 平面，吸收边界条件置于 $z=-(l+\Delta z)$，精确地吸收 TEM 模向 $-z$ 方向传播的场。这将允许图 11-27 中

534

名为 $B-B'(z=l_B)$ 的截面用来代替 $A-A'$，在该截面入射场指定传向接地平面。这样做减少了观察所需的时间和网格的大小。

空间和时间增量（$\Delta\rho$、Δz 和 Δt）选择为满足圆柱系统的 Courant-Friedrichs-Levy 条件[5]：

$$c\Delta t \leqslant \sqrt{\frac{\Delta\rho^2 \Delta z^2}{\Delta\rho^2 + \Delta z^2}} \tag{11-69}$$

在本书中用了两种网格间隔：细网格间隔（$\Delta\rho_1 \approx \Delta z_1$）用于在同轴线中和天线附近，此处场随空间位置变化很快，粗网格 [$\Delta\rho_2 = (3-5)\Delta\rho_1$、$\Delta z_2 = (3-5)\Delta z_1$]，用于空间余下的部分。双重网格的应用减少了计算机内存需求。注意当式（11-69）对细网格满足时，对粗网格它将自动满足。在此例子中，它遵循

$$c\Delta t = \frac{\min(\Delta\rho_1, \Delta z_1)}{2} \tag{11-70}$$

增量 $\Delta\rho_1$、Δz_1 选择为足够小以分辨场的空间变化。

图 11-29 是 FD-TD 计算的在单极子天线和它的馈电同轴线上的表面电荷密度的空间-时间分布图。在此图的 A 点，入射脉冲已到达天线。在馈线和天线之间的阻抗

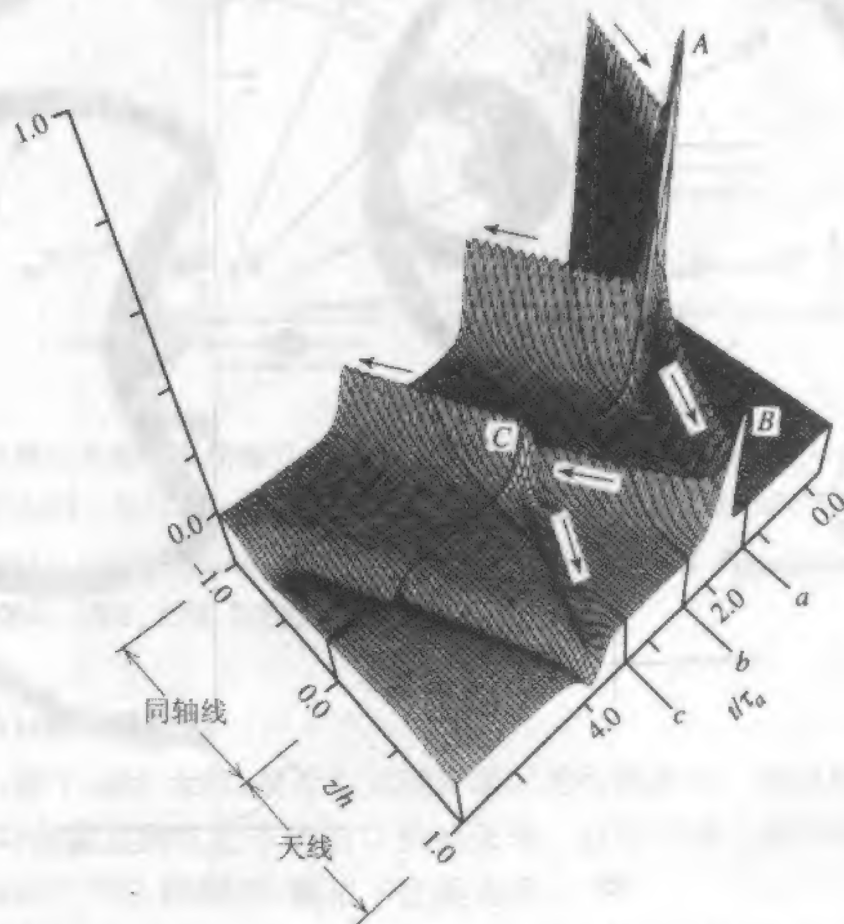


图 11-29　作为归一化位置 z/h 和归一化时间 t/τ_a 函数的圆柱单极子天线上的归一化面电荷密度（Maloney 等，*IEEE Trans. Ant. & Prop.*，Vol. 38，July 1990，pp. 1059-1068，1990 IEEE。重印得到许可）

失配使一些能量反射回同轴线，而剩下的能量沿天线的长度方向传播，直到天线端点 B 点。在这里一些能量辐射了，余下的被反射回天线。这代表从天线到自由空间（非理想）的过渡。

在 C 点，天线/馈线连接处引起部分回射，一些能量继续向下进入同轴线，而剩下的向上到单极子。这个过程重复进行直到所有瞬态现象消失为止。注意以下这一点很重要，即一旦入射脉冲已传播通过，则以后的时间中没有能量从同轴线进入天线。这验证了在同轴线馈电点的 ABC 已正确地工作了。

图 11-30 给出了 FD－TD 计算的在 3 个瞬象的辐射场。在图 11-30a，在激励脉冲通过馈线/天线过渡后产生了初始外行波阵面 W_1。注意反射能量传播回同轴馈线。在图 11-30b，当沿天线向上传播的能量从它的顶端反射时，第二个外行波阵面 W_2 产生了。在图 11-30c，W_1 和 W_2 都从天线传播出去了，但当能量从馈线/天线过渡回射时第三个

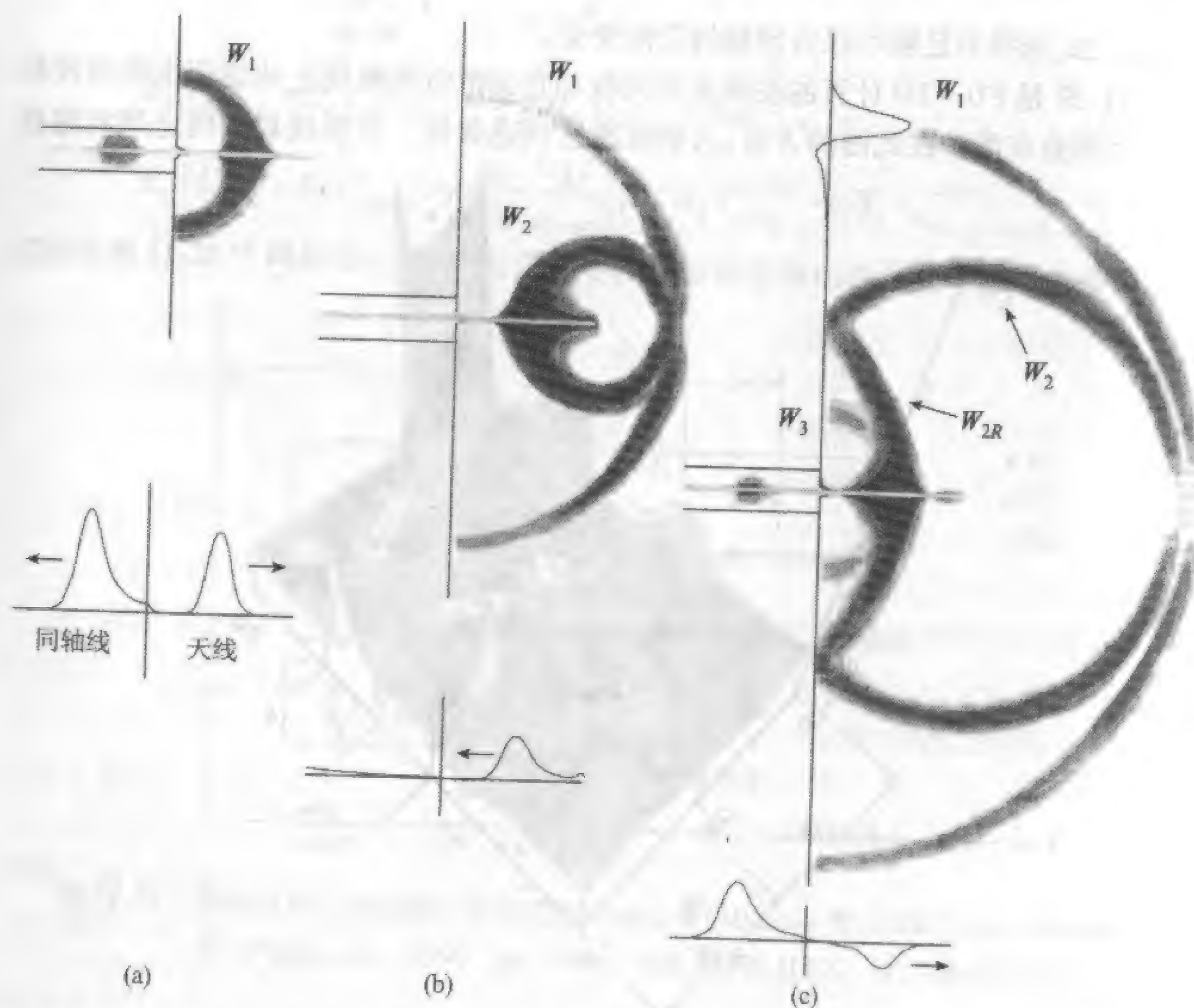


图 11-30　FD－TD 计算的从圆柱单极子天线的 Gaussian 脉冲辐射。灰阶的图形表示电场的幅度，而线图表示天线和馈电同轴线上的表面电荷密度。（Maloney 等，*IEEE Trans. Antennas* and Propagation，Vol. 38，1990 年 7 月，pp. 1059－1068。重印得到许可）

波阵面 W_3产生了。同样在图 11-30c,波阵面 W_{2R}是因为 W_2从接地平面的反射。这个过程重复进行,直到面电荷密度消失为零。

该圆柱单极子天线的远区电场 E_θ 示于图 11-31。用于这些计算的表面是图 11-27 中的分离细网格和粗网格的圆柱面。在图中的每一根迹线表示在一个固定极角 θ 作为归一化时间 t/τ_a函数的电场。注意对于每个极角的时域迹线的形状是不同的,因为每根迹线具有不同的频率成分。这是因为天线的频域辐射方向图在每个频率上是不同的。同样注意从天线上同一点发出的波阵面总是相隔以 $2\tau_a$的整数倍的时间间隔,$2\tau_a$是在天线上的脉冲一个来回经过的时间。例如,波阵面 W_1和 W_3它们的中心在激励点,它们的间隔时间为 $2\tau_a$, 对于中心在天线端点的 W_2和 W_4也是一样。

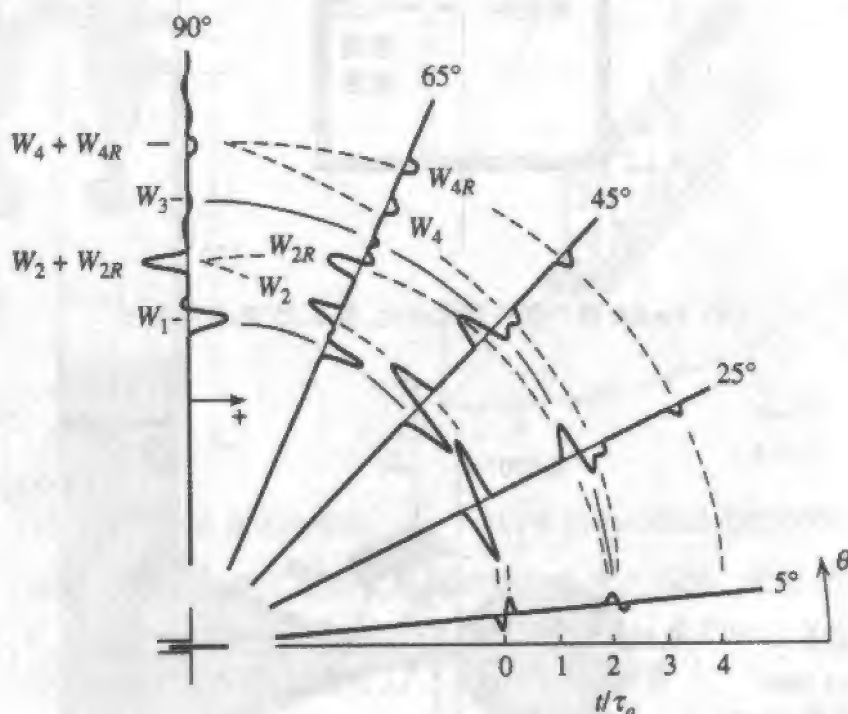


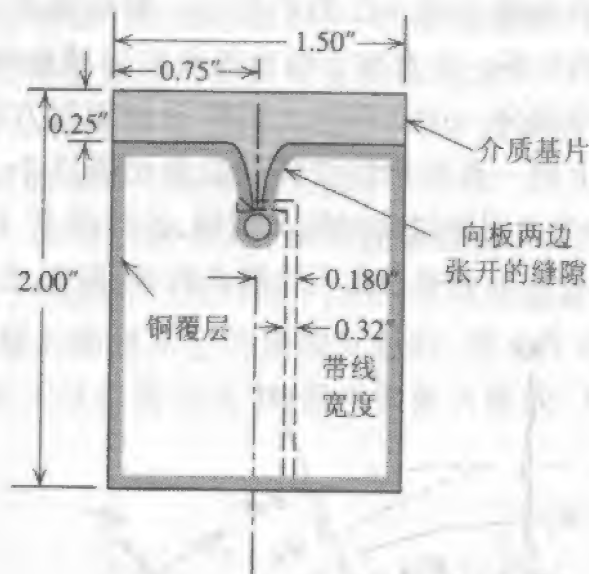
图 11-31 从圆柱单极子天线的 Gaussian 脉冲辐射。每一根迹线表示在一个固定极角 θ,作为归一化时间 t/τ_a函数的远区电场 ε_θ。$b/a = 2.30$, $h/a = 65.8$, $\tau_p/\tau_a = 8.04\times10^{-2}$ (Maloney 等, *IEEE Trans. Antennas and Propagation*, 1990, pp. 1059 - 1068, 1990 IEEE。重印得到许可)

11.9.3 Vivaldi 缝隙阵

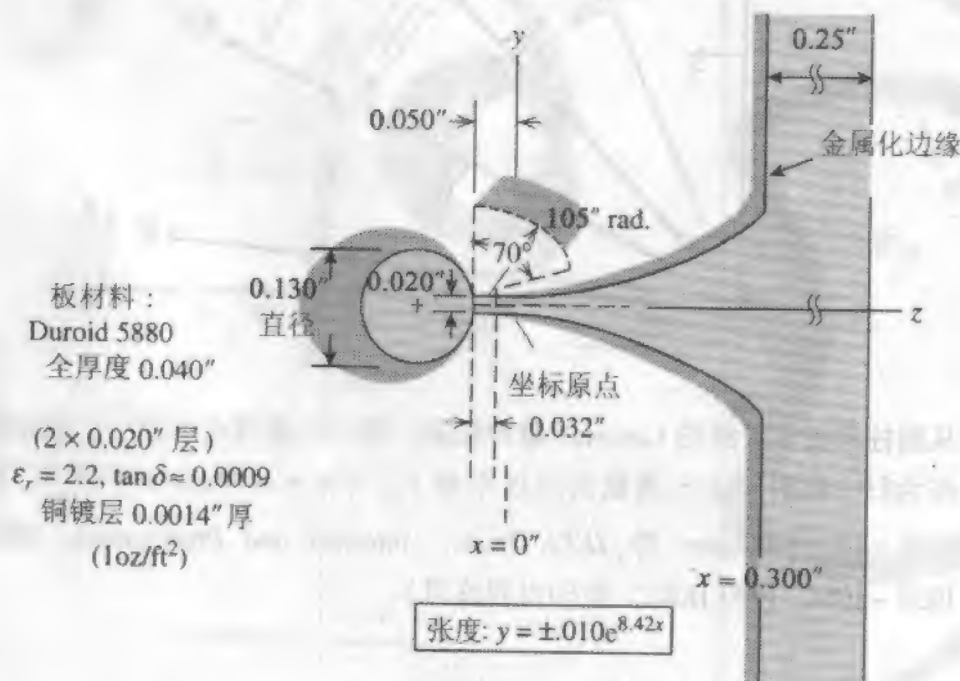
缝隙天线,如 Vivaldi 天线,是产生宽频带端射的行波天线。在该结构中,微带缝隙向起着波阻抗对自由空间匹配作用的口径处张开。这种天线常被归类于渐变缝隙天线(TSA)。Thiele[11.13]用 FD - TD 模拟了此类天线。

图 11-32 说明了平面 Vivaldi 单元的几何结构。FD - TD 单元尺寸设置为 $\Delta s = 0.5$ mm,基于该模型的最小物理尺寸是喇叭的颈部,这个单元尺寸相应于该天线单元在 6 到 18GHz 频带范围的分辨精度为 $\lambda/33$ 到 $\lambda/99$。高分辨精度使简单的台阶形模型能获得接近更精细的共形轮廓线模型[12]精度的天线辐射特性。因此所有接下来的模

拟将应用台阶形模型来进行(见图11-18)。结果单个Vivaldi天线模型的网格大小是42×116×142单元,相应于4 200 000个场未知数。对一个单处理器Cray Y-MP的CPU时间在800秒的量级。



(a) Vivaldi单个张开基线单元,有0.25″的基片突出

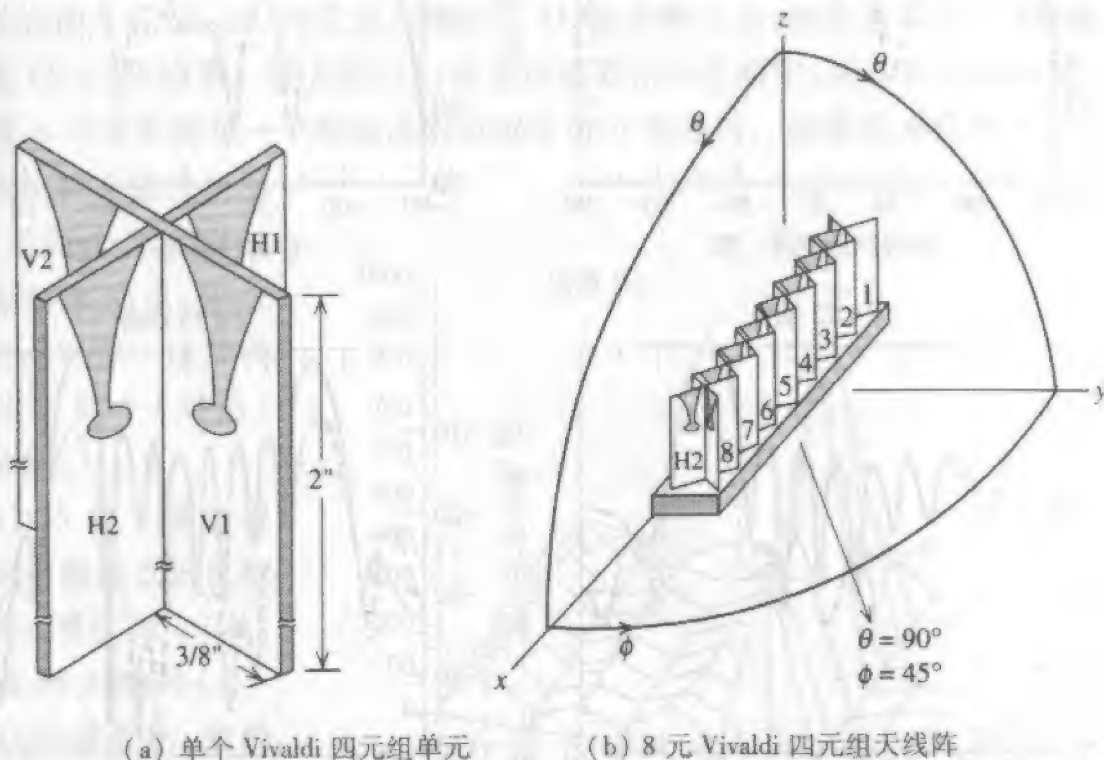


(b) 带线馈源和缝隙单元的细节

图11-32　初始的天线结构(E. Thiele and A. Taflove, *IEEE Trans. Ant. & Prop.*, Vol. 42, 1994, pp. 633-641。重印得到许可)

我们分析了图11-33b所示的8单元Vivaldi四元组天线阵列的FD-TD和测量数据,该直线阵用了32个单独的馈源模拟,可以用变化的相位和幅度分布来激励阵元以控制波束方向和选择极化。对0°、20°、45°和60°波束转向角,在天线阵平面(E面)计

算了共极化和交叉极化的增益方向图。开始时使用了选择频率的正弦激励源，在阵列上应用了合适的相位衰减来实现波束转向。后来由于采用脉冲阵列激励，以及近场到远场变换轨迹处的高速 DFT，这种激励方法被弃用了。因此所需计算机时间减少了 2 个数量级。运行单个脉冲激励可覆盖 6GHz ~ 18GHz 频段，用阵列上合适的时延斜度来实现所希望的波束转向。



(a) 单个 Vivaldi 四元组单元　　(b) 8 元 Vivaldi 四元组天线阵

图 11-33　最终的 Vivaldi 四元组阵元几何结构和 8 元天线阵(无 0.25″介质基片的突出)(E. Thiele and A. Taflove, *IEEE Trans. Ant. & Prop.*, Vol. 42, 1994, pp. 633 – 641。重印得到许可)

该 8 元天线阵使 FD – TD 网格增加到 222 × 222 × 140 单元，含有 41 400 000 个矢量场分量。在专用的 8 处理器 Gray Y – MP/8 上应用自动多处理器任务时的运行时间是大约 1 个 CPU 小时。对一个 FD – TD 天线模型，这样强度的使用超级计算机资源，在进行这些计算时可能还没有先例。

图 11-34 画出了此 8 元阵在假定名义上的 45°波束转向时的 E 面共极化和交叉极化辐射方向图。很明显当工作频率增加时已含有栅瓣。事实上对频率超过 15GHz 时主要的栅瓣已达到或超过名义上的主瓣。在所有模拟的频率上，交叉极化电平相当高，达到接近共极化主瓣的 10dB 量级。

简单天线阵列理论可用来评估本节中的结果。我们注意到在计算和测量的方向图中，名义上的波束转向角都没有完全达到。例如对在图 11-34(底部图形)中 45°的期望波束转向角，解的实际波束转向角约为 40°。阵列理论预测阵的辐射方向图为单元方向图和阵因子的乘积。从方向图乘积定理得到的波束转向角的偏差可能是互耦的影响。

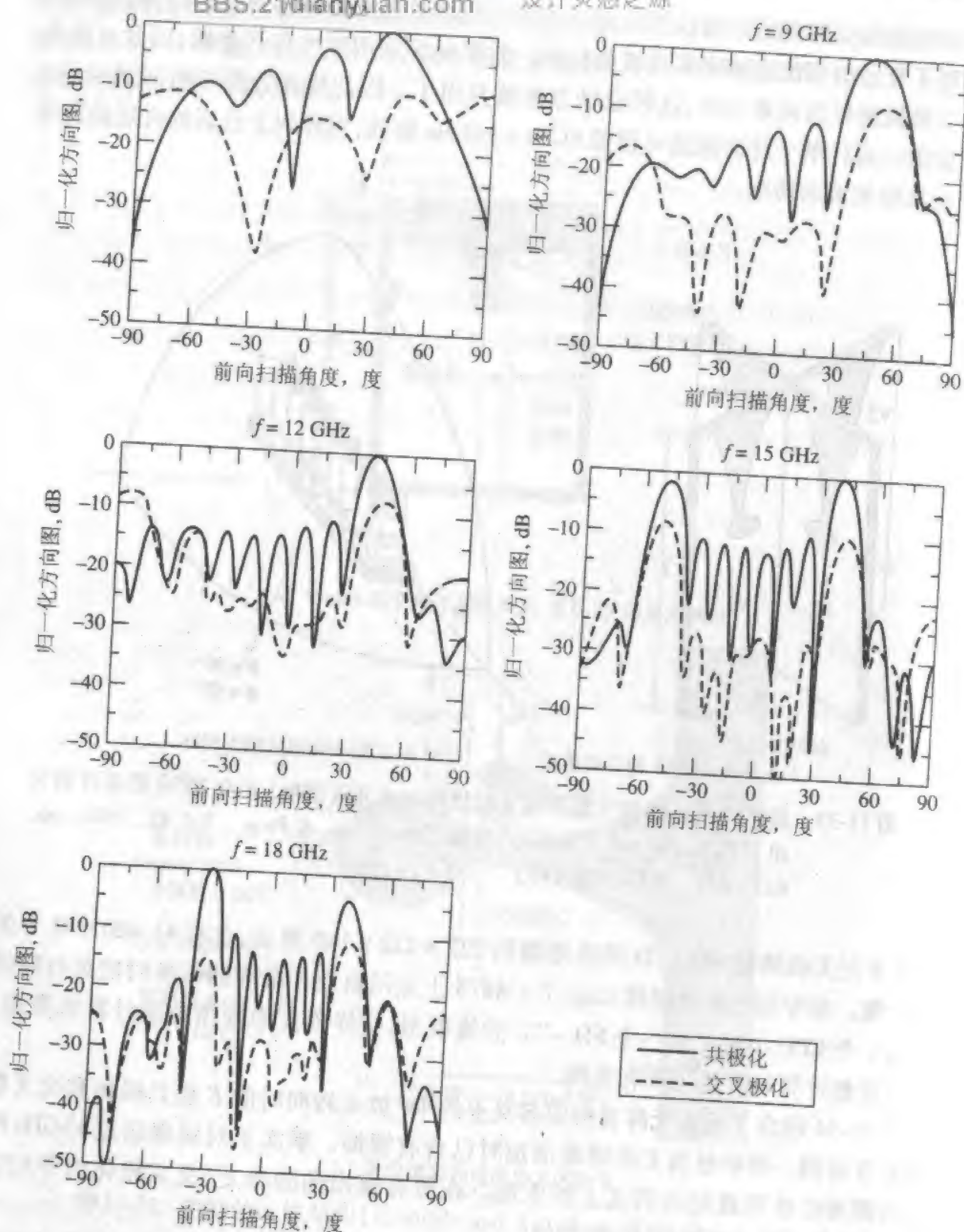


图 11-34　对图 11-33 中的 8 元 Vivaldi 四元组天线阵 FD－TD 计算的 E 面共极化和交叉极化方向图，相控波束转向角为 45°。注意当工作频率增加时栅瓣的发展

在第 3 章定义的有效阻抗为当阵的所有阵元激励时所给阵元激励点的阻抗。当天线阵元相互靠近时，如在大多数阵列中那样，在所有这些阵元之间发生了复杂的互

耦,改变了任何特定阵元上相对于它在自由空间隔离状态的电流分布。因为波束转向是通过改变所给阵元的激励来实现的,由于互耦改变了所有阵元上的电流分布,反过来改变了每个阵元激励点的阻抗。实际上,由于互耦的复杂性以及对测试设备的敏感性,天线阵的有效阻抗很难预计和测量,对直接用 FD - TD 计算激励点阻抗的问题在文献[1]中有讨论。

这儿介绍 8 元 Vivaldi 四元组天线阵在 45°波束转向角,频率为 6GHz ~ 18GHz 时有效阻抗的 FD - TD 结果。在文献[13]有关这些数据的介绍中,对 8 个 Vivaldi 阵元的每个四元组,4 个馈源的每一个激励点阻抗都是分开描述的。这是因为在每个 Vivaldi 四元组阵元结构上的几何不对称,引起每个四元组的 4 个馈源的激励点、阻抗相应的电不对称。这里我们仅给出了两个(对角)馈源的数据。

图 11-35 用三维透视形式画出了激励点阻抗数据。频率(增量为 1GHz)和 Vivaldi 阵元编号(1 ~ 8)以独立变量表示,激励点阻抗的幅值用频率/阵元编号平面上的"高度"描述。在图 11-35 中,FD - TD计算的以组"H2"和"V2"分类的馈源阻抗在 11GHz 时为高阻,在 13GHz 和 17GHz 时表现为较小的峰值。

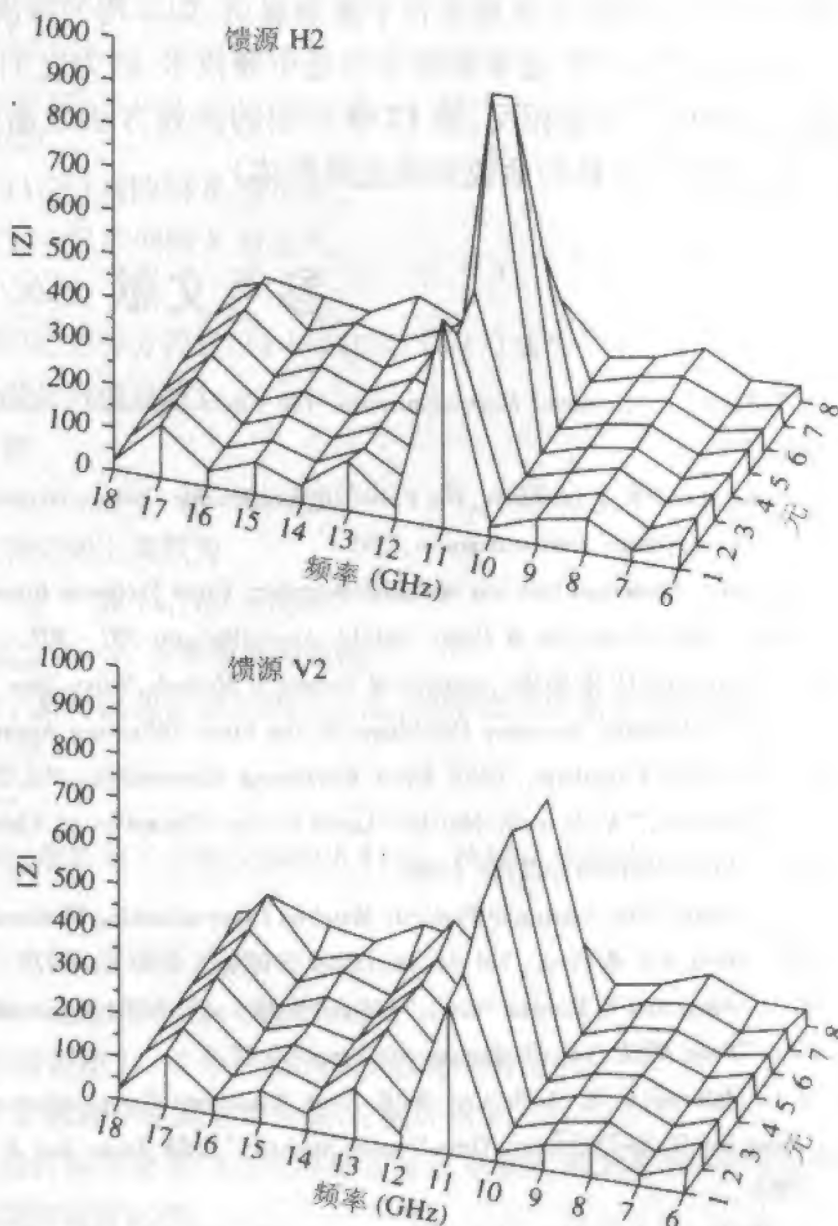


图 11-35 对图 11-33 中 8 元天线阵的 FD - TD 有效阻抗计算结果,波束转向角为 45°,第 2 类带线馈源(摘自文献[13],重印得到许可)

总的来说,FD - TD 的计算结果表明在 6GHz ~ 18GHz 设计频带内的大部分频率上该天线阵的阻抗性能在所希望的电压驻波比 2:1 的规格以内(25 ~ 100Ω)。但是图中结果显示了在 11GHz 时 *VSWR* 值很高。因此该天线阵在此

频率上可能不成功。有关微问题的知识将足够允许（它是所希望的）在馈源上作一些适度的改变，以在整个频带上满足 *VSWR* 的规格。

11.10 小结

在这一章中介绍了时域有限差分或 FD－TD 方法。FD－TD 是一个基于在时间域中的差分方程的方法，它对“在时间和空间上向前推进”的麦克斯韦方程组解中的导数进行了近似。11.2 节到 11.6 节介绍了 FD－TD 的基本特性。用了一维实例来解释基本原理，但也考虑了二维和三维的情况（例如 11.8 节和 11.9 节）。虽然仅用到简单媒质，但 FD－TD 也能很好地适合于复杂媒质，如非均匀媒质和各向异性媒质[1,2,12]。

MoM 和 FD－TD 通常都被认为是中频技术，因为它们不能容易地处理以波长计为任意大的物体。与此相反，第 12 章介绍的高频方法或渐近方法最适于以波长计为任意大的材料结构（换句话说天线或散射体）。

参考文献

1. A. Taflove, *Computational Electrodynamics—The Finite-Difference Time-Domain Method*, Artech House, Boston, MA, 1995.
2. K. S, Kunz and R. J. Luebbers, *The Finite Difference Time Domain Method*, CRC Press, Boca Raton, FL, 1993.
3. E. T. Thiele, private communications, 1995.
4. K. S. Yee, "Numerical Solution of Initial Boundary Value Problems Involving Maxwell's Equations in Isotropic Media," *IEEE Trans. Ant. & Prop.*, Vol. 14, April 1966, pp. 302 – 307.
5. E. Isaacson and H. B. Keller, *Analysis of Numerical Methods*, Wiley, New York, 1967.
6. G. Mur, "Absorbing Boundary Conditions for the Finite-Difference Approximation of the Time-Domain Electromagnetic Field Equations," *IEEE Trans. Electromag. Compatibility*, Vol. 23, 1981, pp. 377 – 382.
7. J. P. Berenger, "A Perfectly Matched Layer for the Absorption of Electromagnetic Waves," *J. Computational Phys.*, Vol. 114, 1994, pp. 185 – 200.
8. S. D. Gedney, "An Anistropic Perfectly Matched Layer-absorbing Medium for the Truncation of FDTD Lattices," *IEEE Trans. Ant. & Prop.*, Vol. 44, December 1996, pp. 1630 – 1639.
9. M. A. Jensen and Y. Rahmat-Samii, "EM Interaction of Handset Antennas and a Human in Personal Communications," *Proc. IEEE*, Vol. 83, January 1995, pp. 7 – 17.
10. J. G. Maloney, G. S. Smith, and W. R. Scott, "Accurate Computation of the Radiation from Simple Antennas Using the Finite-Difference Time-Domain Method," *IEEE Trans. Ant. & Prop.*, Vol. 38, July 1990, pp. 1059 – 1068.
11. E. Thiele and A. Taflove, "FD – TD Analysis of Vivaldi Flared Horn Antennas and Arrays," *IEEE Trans. Ant. & Prop.*, Vol. 42, May 1994, pp. 633 – 640.
12. K. L. Shlager and J. B. Schneider, "A Selective Survey of the Finite-Difference Time-Domain Literature," *IEEE Ant. & Prop. Magazine*, Vol. 37, January 1995, pp. 39 – 56.
13. E. T. Thiele, "FD-TD Analysis of Vivaldi Flared Horn Antennas and Arrays," Ph. D. dissertation, Northwestern

42

University, Evanston, iL, 1994.

习 题

11.1.1 将式(11-5)简化为式(11-7)和(11-8)。

11.1.2 将式(11-7)简化为式(11-10)和将式(11-8)简化为式(11-11)。

11.2.1 (a) 通过将 H_y展开为关于时间点 t_n的 Taylor 级数和将 E_z展开为关于空间点 x_i的 Taylor 级数从式(11-12)得到(11-14)。

(b) 证明中心差分近似具有二阶精度。即误差 $= O(\Delta z^2) + O(\Delta t^2)$。

(c) 是否这说明了解的误差有多大?

11.2.2 从式(11-10b)导出式(11-17)。

11.2.3 从式(11-21)导出式(11-22)。

11.2.4 从式(11-6c)导出式(11-27)。

11.2.5 从式(11-5b)导出与式(11-26)相同的 H_y表达式。

11.2.6 从式(11-6b)导出与式(11-27)相同的 E_y表达式。

11.2.7 从式(11-26)导出式(11-30a)。

11.3.1 证明当 $c\Delta t = \Delta x$ 时一维中心差分方程式(11-14)和式(11-17)变为严格解。

11.3.2 在非色散媒质中是否会发生数值色散?

11.3.3 考虑自由空间中的平面波

$$H_y = H_0 e^{j(\omega t - \beta x)}$$

如果该平面波在时间上和空间上离散为

$$H_y(x_i, t_n) = H_0 e^{j(\omega n\Delta t - \beta_{num} i\Delta x)}$$

式中 $t = n\Delta t$, $x = i\Delta x$, $\beta_{num} = \omega / v$。v 是数值相速度。

(a) 写出该离散波相对于实际波相位误差的表达式,并评论当传播距离增加时该相位误差的大小。

(b) 怎样克服相位误差?

11.4.1 参考图 11-9,当 $i < 50$ 时,手算第 4 个时间步的 E 和 H。然后从你的结果验证功率流是向负 x 方向的。

11.5.1 如果在单元 53 是理想导电体,重新手算表 11-1。

11.5.2 证明二维式(11-43)中 Mur 近似简化为一维严格解。

11.6.1 写出一维计算机程序,并验证图 11-12 中给出的 δ 函数硬源的结果。

11.6.2 拓展习题 11.6.1 中的计算机程序使其适合软源,并验证图 11-13。

11.6.3 参考图 11-13,用经典方法计算在介质到空气界面的反射系数和透射系数,并与图中当 $n = 400$时反射场和透射场的幅度比较。

11.6.4 在图 11-13 中什么时间步时反射的 Gaussian 脉冲峰值返回源点? 假定用神奇的时间步长得到你的答案,然后确定需要多少时间步。

11.6.5 根据更新方程,解释为什么在图 11-13 中的软源允许从介质反射的波通过,并向右传播而硬源却不允许。

543

11.6.6 用式(11-5 [illegible]

11.6.7 用式(11-55)验证式(11-54)。

11.6.8 解释当天线在发射时比它在接收时应用 FD-TD 在计算上更有效。

11.6.9 如果在 $i=50$ 的源是硬源,扩展习题 11.5.1 到 $n=8$。如果源是软源时重复本习题。

11.7.1 应用表面等效原理,证明天线的远场方向图可以用作用于围绕天线的表面的式(11-59)和(11-60)计算。

11.8.1 在图 11-22 中,不考虑相位的边缘效应,证明在 10GHz 时从口径中心到边缘相位的变化是 90°,与喇叭设计依据的最优条件所要求的一样(注意接近边缘时的幅度分布,并用它来估计区域,超过该区域边缘对幅度和相位分布都有很大影响)。

11.8.2 将图 11-24 与图 7-16 比较。

11.8.3 通过用尺在图 11-18 测量,验证在图 11-26 中描述的各种物理现象发生的时间。

11.8.4 编写二维计算机程序(或者使用一个现成的程序),并验证图11-22。

11.8.5 复印图 11-21a~d,并在复印件上指出你在上面看到的物理现象。

11.9.1 验证式(11-64)。

544

11.9.2 导出式(11-65)。

11.9.3 从式(11-67)导出式(11-68)。

第 12 章　天线的 CEM:高频方法

光学是在物理学中已有充分了解的涉及光波传播特性的领域。在 1873 年前 Maxwell 就证明了光的传播可以看作是一种电磁现象。因为光的波长通常比与它相互作用的物体要小,所以光波传播的分析处理要比低频传播的困难得多,在低频传播中散射体表面的尺寸与波长是可比拟的。

一个非常有用并易于理解的分析光问题的方法是射线概念。起始于 Huygens 在 1690 年和 Fresnel 在 1818 年的著名著作,但直到 Luneberg 在 1944 年和 Kline 在 1951 年[1]的著作做了正式证明后,射线光学与波传播之间的关系才变得明了了。从那以后,众所周知的光学方法在处理波长小于散射体或天线几何尺寸的射频范围内的电磁问题中的应用日益增长。在这些情况下,必须应用高频渐近方法,因为应用矩量法(第 10 章)或本征函数展开方法是不实际的。这是由于在处理电大尺寸天线或散射体时上述两种技术的收敛情况通常都相当差。

在本章中,将首先分析几何光学的原理。我们将看到在许多情况下几何光学不能完全描述电磁场的行为,因此必须计及另外一种称为绕射场的场量。当绕射场加入几何光学场时,将允许我们用相当直接的方式解决许多用其他方法不能解决的实际辐射和散射问题。

几何光学法以及其计及绕射场的扩展是一种基于场的方法(参见图 10-1),不需要计算流。在本章的后面部分将讨论基于流的方法,在该方法中流将用来最终确定感兴趣的场量。这些方法为物理光学方法以及其计及绕射场的扩展。在许多情况下,物理光学流不能产生辐射物体的精确场,它必须计及另外一种所谓非均匀流的电流。当这些非均匀流加到物理光学流时,可得到所需场的精确表示。是使用基于场的方法还是基于流的方法取决于特定的应用,如我们将在下一节中看到的那样。

12.1　几何光学法

几何光学,或常称为射线光学,最初被发展用来分析光的传播,在那种场合光的频率足够高以至于不需要考虑它的波动特性。的确几何光学发展为能简单地考虑将能量从这一点输送到另一点,不需要参考传送的机理在特性上是粒子还是波。

经典几何光学用于各向同性无耗媒质,媒质可以是均匀的,也可以是非均匀的。在本章中,将仅考虑均匀媒质,假定其折射率指数 n 为实数,由式(12-1)给出

$$n = \frac{c}{v} \qquad (12\text{-}1)$$

并且在所给定的媒质中不是位置的函数。式中，c 近似为 $3\times10^{8}\mathrm{m/s}$，$v$ 是媒质中的传播速度。在均匀媒质中，能量沿直线的射线路径传播。垂直于这些射线路径的是一族称为射线系统的程函(eikonal)的面。在应用几何光学时，我们只需知道射线系统的程函和射线路径两者之一，因为它们的关系是唯一的。

对于在均匀媒质中的平面波，程函面是如图 12-1a 所示的垂直于射线路径的平面。对于球面波源，程函面是如图 12-1b 所示的垂直于射线路径的球面。

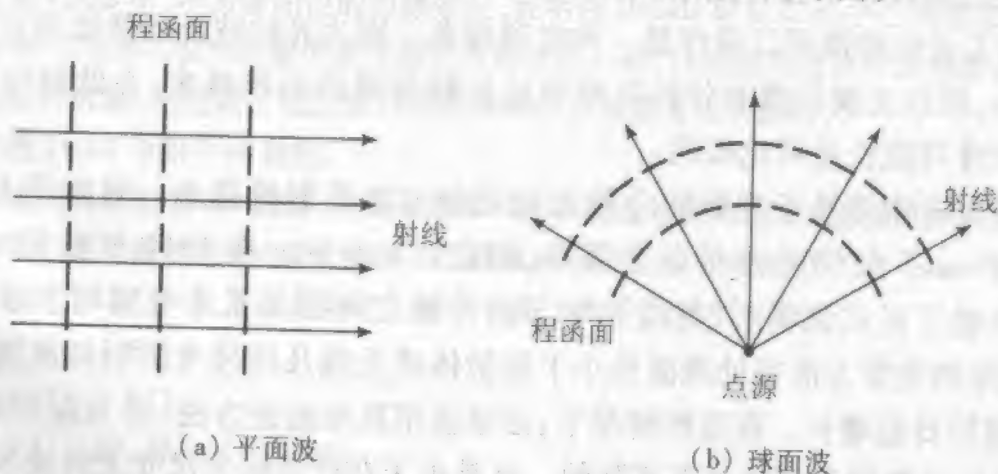


图 12-1 两种类型源的射线与程函关系

因为射线是能量流线，在射线管内几何光学场幅度的变化由能量守恒定律确定。考虑图 12-2 所示的两个表面 ρ_0 和 $\rho_0+\Delta\rho$。在这两个表面之间，我们可以通过使用射线来构筑一个常数能量通量的射线管。因此，在 P_0 通过截面 $d\sigma_0$ 的能量必须等于在 P 通过截面 $d\sigma$ 的能量通量。如果 S 为每单位面积的功率，通过通量管的常数能量流条件为

546

$$S_0\,\mathrm{d}\sigma_0=S\,\mathrm{d}\sigma \tag{12-2}$$

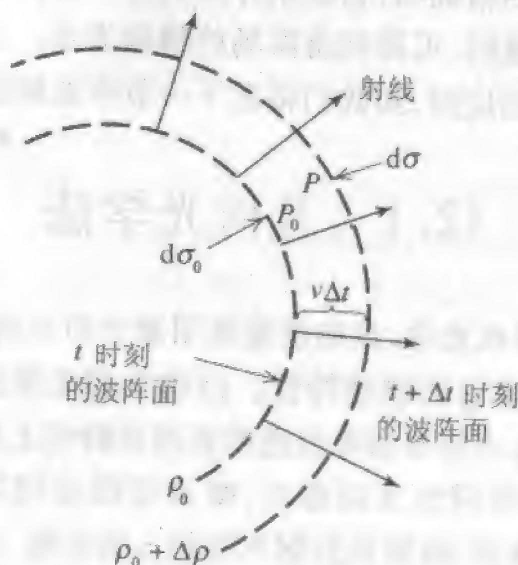


图 12-2 射线与波阵面的关系

在电磁波的情况下，该量 S 是复坡印廷矢量的实部，我们可假定

$$S=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}|E|^2 \tag{12-3}$$

将式(12-3)代入式(12-2)得到

$$|E_0|^2\mathrm{d}\sigma_0=|E|^2\mathrm{d}\sigma \tag{12-4}$$

求解$|E|$，我们得到

$$|E|=|E_0|\sqrt{\frac{\mathrm{d}\sigma_0}{\mathrm{d}\sigma}} \tag{12-5}$$

因此，我们得到了在一个点上的几何光学场幅度与另一个点上的场幅度之间的关系。

如果应用波阵面 $\mathrm{d}\sigma$ 和 $\mathrm{d}\sigma_0$ 的曲率半径，则式(12-5)的关系将更有用。考虑图12-3中所示的象散射线管。$\mathrm{d}\sigma_0$ 的主曲率半径为 ρ_1 和 ρ_2，而 $\mathrm{d}\sigma$ 的主曲率半径为(ρ_1+l)和(ρ_2+l)。我们可以写出比值

$$\frac{\mathrm{d}\sigma_0}{\rho_1\rho_2}=\frac{\mathrm{d}\sigma}{(\rho_1+l)(\rho_2+l)} \tag{12-6}$$

于是

$$\frac{\mathrm{d}\sigma_0}{\mathrm{d}\sigma}=\frac{\rho_1\rho_2}{(\rho_1+l)(\rho_2+l)} \tag{12-7}$$

从式(12-5)我们有

$$|E|=|E_0|\sqrt{\frac{\rho_1\rho_2}{(\rho_1+l)(\rho_2+l)}} \tag{12-8}$$

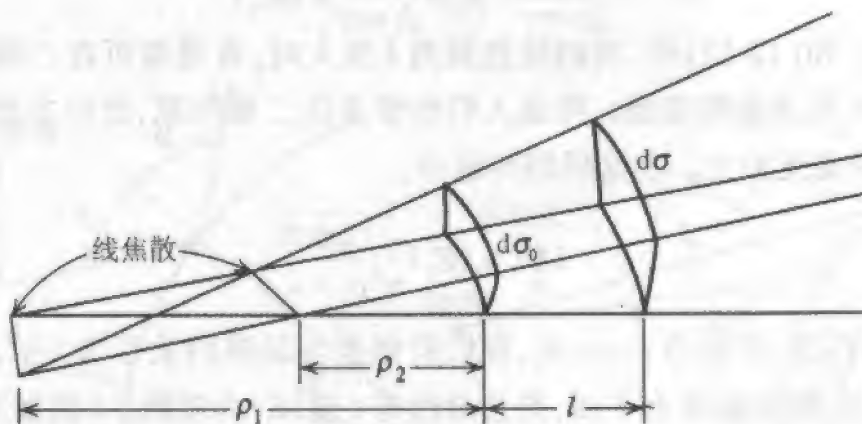


图 12-3 象散射线管

注意，射线管在 $\rho_1=0$ 和 $\rho_2=0$ 处汇聚成一条线，该处射线管的截面积变为零。因此，在这些地方几何光学场表示的幅度变成无穷大，尽管实际的场不是那样。射线管截面呈现如此行为的点的轨迹称为焦散(caustic)。焦散可以是一个点，一条线或者一个面。例如，考虑如图12-4所示的点源。我们可以从四条射线构筑一个射线管，并写出

$$\frac{d\sigma_0}{\rho^2}=\frac{d\sigma}{(\rho+l)^2} \tag{12-9}$$

因此

$$|E|=|E_0|\sqrt{\frac{\rho^2}{(\rho+l)^2}}=|E_0|\frac{\rho}{\rho+l} \tag{12-10}$$

在此情况中焦散将在点源处。

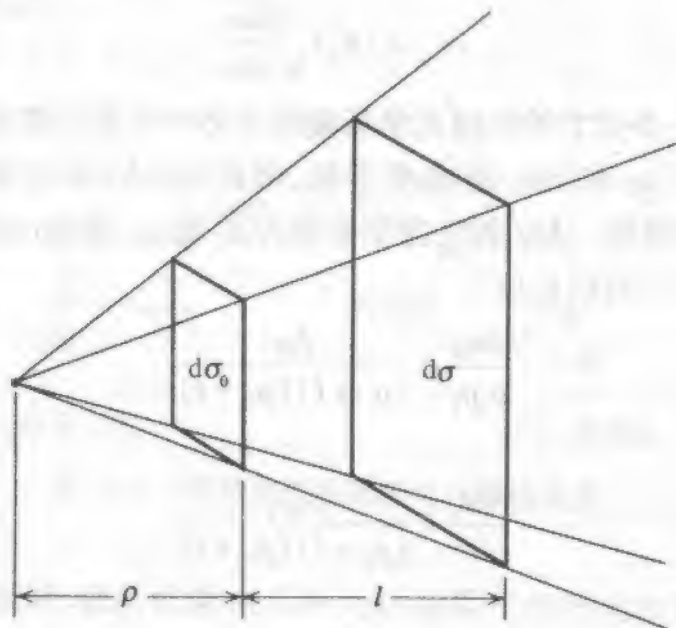


图 12-4　发自点源的射线管

在式(12-8)和(12-10)中,我们注意到当 l 变大时,有通常可在三维源的远场区发现的与距离反比相关的场类型。可是人们经常关注二维问题,这时主曲率半径中的一个,比如说 ρ_2 变成无穷大。在这样的问题中,

548

$$|E|=|E_0|\sqrt{\frac{\rho_1}{\rho_1+l}} \tag{12-11}$$

这里,程函面为柱面,并且当 $l\to\infty$ 时,我们有幅度与场强的关系为 $1/\sqrt{l}$。显然,如果 ρ_1 和 ρ_2 都为无穷大,则程函面为平面,并且对所有 l 值 $|E|$ 为常数。(例如平面波)。

式(12-8)、(12-10)和(12-11)的解特别重要,因为其允许我们轻松地用另一个点场的已知值来计算某一点的几何光学场的幅度。但是在电磁场问题中,我们还必须包括相位。相位可人为地通过式(12-8)引入。首先,我们取相位参考点与幅度参考点重合。因此,射线管的电相位由 $e^{-j\beta l}$ 给出,我们可写出图 12-3 的射线管中场的幅度和相位

$$E=E_0e^{j\phi_0}\sqrt{\frac{\rho_1\rho_2}{(\rho_1+l)(\rho_2+l)}}e^{-j\beta l} \tag{12-12}$$

或者

$$E = E_0 e^{j\phi_0} A(\rho_1, \rho_2, l) e^{-j\beta l} \tag{12-13}$$

式中 E_0 是在 $l=0$ 处的参考幅度，ϕ_0是在 $l=0$ 处的参考相位，$A(\rho_1, \rho_2, l)$ 是一般的空间衰减因子，而 $e^{-j\beta l}$ 为空间相位延迟因子。

注意当 l 变得小于 $-\rho_2$ 时，在 $A(\rho_1, \rho_2, l)$中根号下的量变成负值，并且当观察者通过焦散时相位发生 $\pi/2$ 的跳变。虽然我们不能预测在焦散上几何光学场的幅度或相位，但我们能确定焦散两边的场。

式(12-12)或(12-13)使我们能用一个已知点(即 $l=0$)的场值近似地表示另一点(即 l)的场值。严格地说，这结果只是近似的，其在波长趋于零时将变得更准确。可是，实际上我们将发现在几何光学法假设有效的工程用途上，上述几何光学表达式是非常准确的。

为了结束对几何光学法的初步讨论，通过考虑光滑曲面的反射问题和接下来球的雷达截面计算来说明它的用途。从式(12-12)来看，很显然我们需要一个用表面的几何曲率半径表示波阵面曲率半径的表达式。考虑图 12-5，它描述了一个线源平行于一个任意截面凸柱体轴线的情况。从图 12-5a，

$$\gamma_1 = \pi - \alpha - (\pi - \theta_0) = \theta_0 - \alpha \tag{12-14}$$

在图 12-5b 中的弧长单元等于 $r_1^c \Delta\alpha$，并且

$$r_1^c \Delta\alpha = \frac{\Delta\gamma_1 l_0}{\cos\theta_0} = \frac{(\Delta\theta_0 - \Delta\alpha) l_0}{\cos\theta_0} \tag{12-15}$$

因为 $\Delta\gamma_2 = \Delta\theta_0 + \Delta\alpha$，我们有

$$r_1^c \Delta\alpha = \frac{\rho_1 \Delta\gamma_2}{\cos\theta_0} = \rho_1 \frac{\Delta\theta_0 + \Delta\alpha}{\cos\theta_0} \tag{12-16}$$

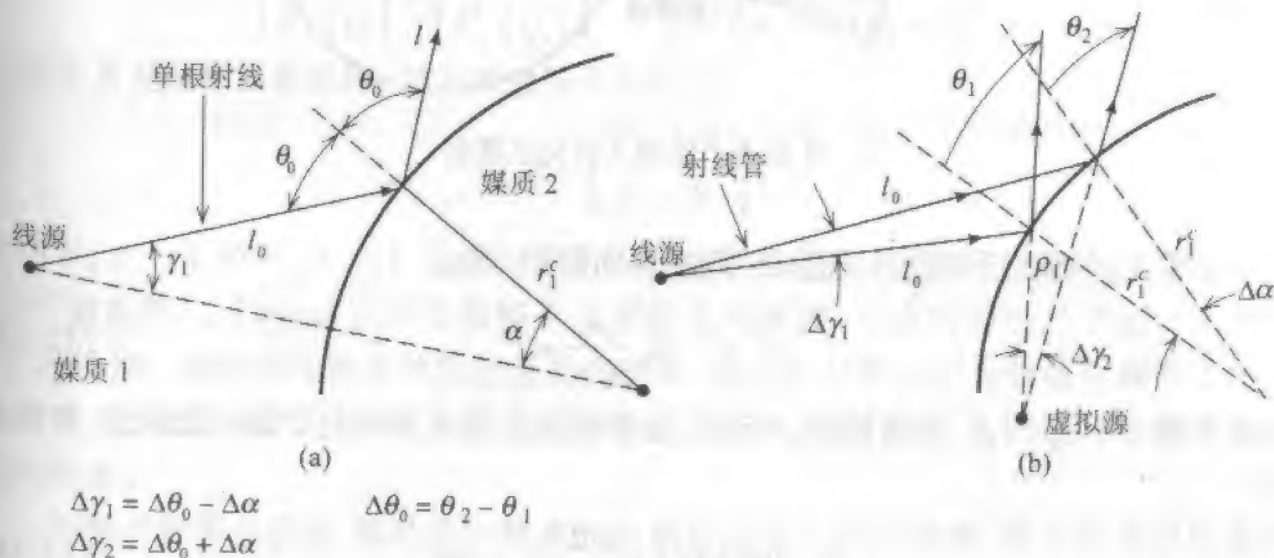


图 12-5 导电曲面反射的射线几何结构

对 $r_1^c \Delta\alpha\cos\theta_0$求解式(12-15)和(12-16)，分别有

$$r_1^c \Delta\alpha \cos\theta_0 = l_0\,\Delta\theta_0 - l_0\,\Delta\alpha \tag{12-17}$$

和

$$r_1^c \Delta\alpha \cos \theta_0 = \rho_1 \Delta\theta_0 + \rho_1 \Delta\alpha \tag{12-18}$$

对 $\Delta\alpha$ 求解这些方程,并令两个结果相等,得到

$$\frac{l_0 \Delta\theta_0}{r_1^c \cos \theta_0 + l_0} = \frac{\rho_1 \Delta\theta_0}{r_1^c \cos \theta_0 - \rho_1} \tag{12-19}$$

经过一些运算后给出我们所希望的结果

$$\frac{1}{\rho_1} = \frac{1}{l_0} + \frac{2}{r_1^c \cos \theta_0} \tag{12-20}$$

该方程[①]将反射波阵面的主曲率半径与在射线入射点的表面几何曲率半径联系起来。

作为式(12-20)应用的一个简单例子,考虑图 12-6 所示的平面波入射球体的情况。我们希望发现散射回发射器方向的场,并从该后向散射场发现球的雷达截面。这样,我们所需要考虑的唯一射线是从所谓反射点反射的射线。在此情况中,式(12-20)中的 $l_0 = \infty$, $\theta_0 = 0°$ 和 $r_c = a$,我们有如下结果:

$$\rho_1 = \frac{a}{2} = \rho_2 \tag{12-21}$$

式中 ρ_2 是与 ρ_1 正交的反射波阵面曲率半径(参见习题 12.1.1 的 ρ_2 表达式)。

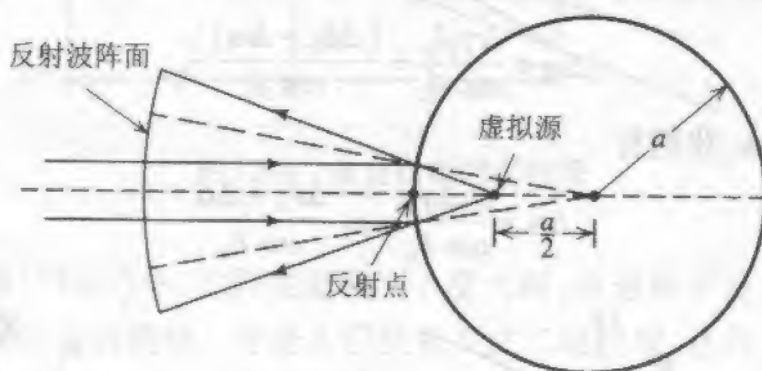


图 12-6　球的几何光学散射

如果入射场在反射点的值是 E_0,则在后向散射方向,

$$E^S = -E_0 \frac{\rho_1}{\rho_1 + l} e^{-j\beta l} \tag{12-22}$$

在这个例子中 ρ_2 与 ρ_1 的值相同。因此,如果我们应用式(9-35),雷达截面为(在高频时)

$$\sigma = \lim_{l \to \infty} 4\pi l^2 \left[\frac{a/2}{a/2 + l} \right]^2 = \pi a^2 \tag{12-23}$$

$\sigma / \pi a^2$ 的准确值示于图 12-7。我们注意到当球的半径变大时,几何光学截面更接

---

① 尽管这个结果基于二维结构,但其适用面更普遍,在入射平面(见 12.1 节),不管它是否与表面的主平面重合都是正确的。

近准确解。那是人们所预期的结果，因为几何光学法假定与散射表面的几何尺寸相比波长是小的。还有，式(12-23)中的解与频率无关，那是几何光学法计算的典型结果[2-4]。

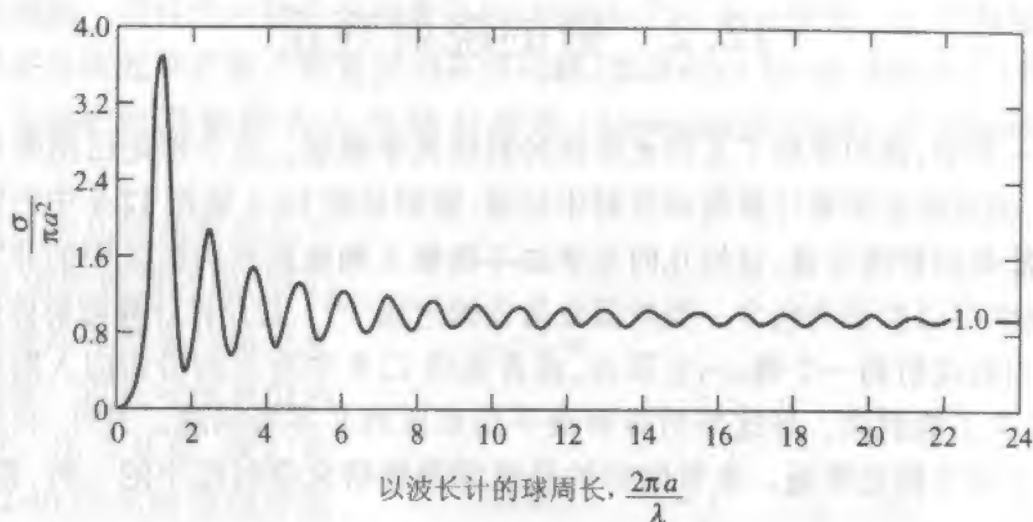


图 12-7 球的雷达截面 σ 与球的电尺寸关系曲线

我们可从式(12-22)推出平面波从光滑曲面反射的几何光学场一般表示式。令入射面由入射线来定义，并垂直于表面。令 $E^i_\parallel(Q_r)$ 和 $E^i_\perp(Q_r)$ 分别为平行与垂直于通过反射点 Q_r 的入射面的入射场分量，令 $E^r_\parallel(l)$ 和 $E^r_\perp(l)$ 分别为平行与垂直于入射面的反射场分量。然后，用矩阵形式表示，得到

$$\begin{bmatrix} E^r_\parallel(l) \\ E^r_\perp(l) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E^i_\parallel(Q_r) \\ E^i_\perp(Q_r) \end{bmatrix} \cdot [R] \sqrt{\frac{\rho_1 \rho_2}{(\rho_1 + l)(\rho_2 + l)}} e^{-j\beta l} \tag{12-24}$$

式中的 R 是反射系数矩阵，对于理想导体表面为

$$R = \begin{bmatrix} R_\parallel & 0 \\ 0 & R_\perp \end{bmatrix} \tag{12-25}$$

式中 $R_\parallel = +1$ 和 $R_\perp = -1$，分别为表示从理想导电表面反射的平行和垂直极化 Fresnel 反射系数①。Fresnel 反射系数暗示入射波是平面波，而反射面也是平面。在高频（短波长）时，注意到几何光学反射是局部现象，因此在反射点的入射场只需要是局部平面波，反射面只需要适当地近似为相切于反射点的局部平面，我们就可以不受这些限制约束。

当源点和场点固定，如果我们对表面的反射应用几何光学法，那么可通过反射定律来确定观察点。换句话说，我们仅获得一个方向（反射方向）的反射场信息，而典型的反射是在一个角度范围扩散的。为了得到非反射方向的反射场信息，需要先考虑在

① 条目 $R_\parallel$ 和 $R_\perp$ 的符号取决于用于入射和反射电场矢量的参考方向。这儿的处理与图 5-47 相一致，但其他的是通用的，参见文献[46]。

反射面上的电流，然后对电流积分得到反射场（如第7章的口径积分）。在12.13节，我们将分析基于该原理的物理光学方法。

12.2　劈的绕射理论

在前一节中，我们介绍了几何光学法的射线光学概念。这个理论已用来计算球的后向散射，但还没有用来计算前向散射中的场，特别是图12-6或图12-8中的阴影区的场。通过简单的射线寻迹，显然几何光学法不能够正确地预测阴影区中的非零场。可是，几何光学可以扩展为包含一类所谓绕射线的射线[5,6]，其允许计算散射体阴影区的场。例如当射线射到一个劈、一个顶点，或者像图12-8中所示的沿切向入射到一个曲面时，就产生了绕射线。是这些射线解决了阴影区的非零场问题。另外，它们也修正了照明区中的几何光学场。本节的目的是稍详细地研究绕射线中的一种，即图12-8a中的劈绕射。

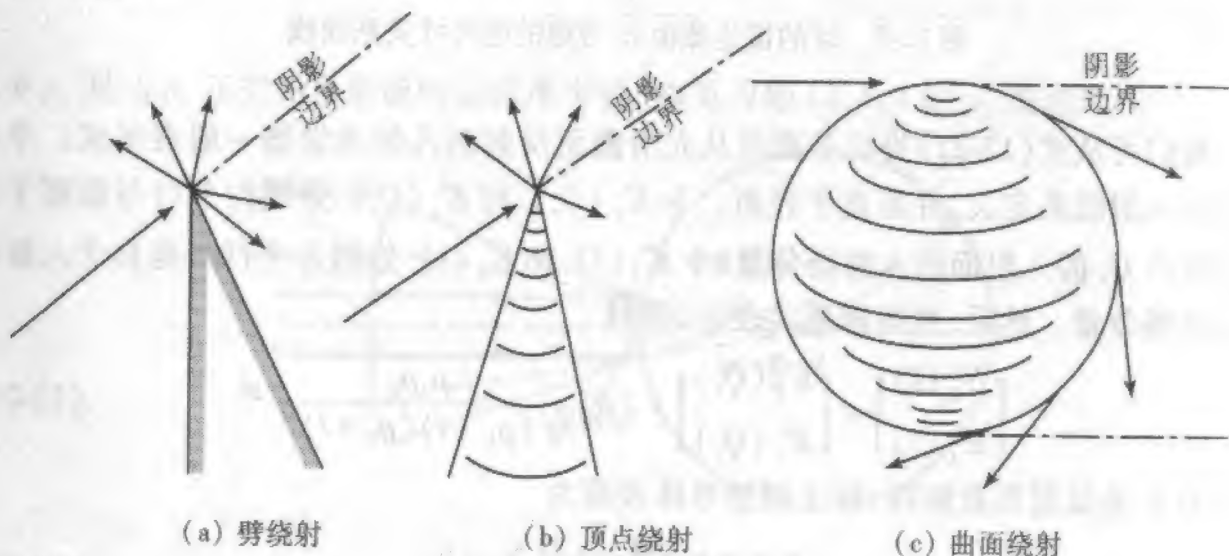


图12-8　绕射的例子

考虑图12-8a给出的劈绕射情况。几何光学将预测图12-9所示的阴影边界处的场中有一个明显的不连续。因为物理现象本质上不是完全不连续的，所以很显然几何光学自己构成对如图12-8中那些问题的不完全处理。我们将看到劈的绕射线将使总电场在图12-8a中的阴影边界处连续。

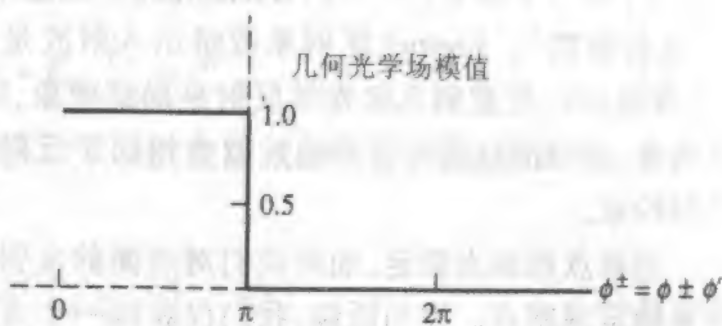


图12-9　反射场阴影边界（$\phi^+=\phi+\phi'=\pi$）或入射场阴影边界（$\phi^-=\phi-\phi'=\pi$）附近几何光学场的幅值

因为绕射是高频时的一种局

部现象，所以绕射线的场值与绕射点的入射线乘以所谓绕射系数后的数值成比例。换句话说，绕射系数主要是由场和绕射点附近边界的局部特性决定的。由于仅绕射点附近的局部条件起重要作用，因此绕射线的幅值可以由具有这些局部特性的合适边值问题的解来确定。这样的问题称为典型问题，而劈绕射正是这样的一个典型问题。劈绕射可能是在几何光学扩展中最重要的典型问题，如最初由 Joseph keller 在 1953 年提出的那样。Keller 的理论称为几何绕射理论(Geometcical theory of diffraclion)或者 GTD[5~7]。

通过应用几何光学和几个如图 12-8 中的典型问题，我们可以根据叠加原理来构筑更复杂问题的解。现在考虑典型问题劈绕射。作为开始，我们将考虑图 12-10 所示的理想导电无限薄的半平面的标量绕射问题。半平面是夹角为零的劈。为了计算 $z>0$ 区域中的场，我们将应用二维的 Huygens 原理。这样，在沿 $z=0$ 的主波阵面上每一点都可认为是次级柱面波的新源，这些柱面波的包络将是次级波阵面。于是

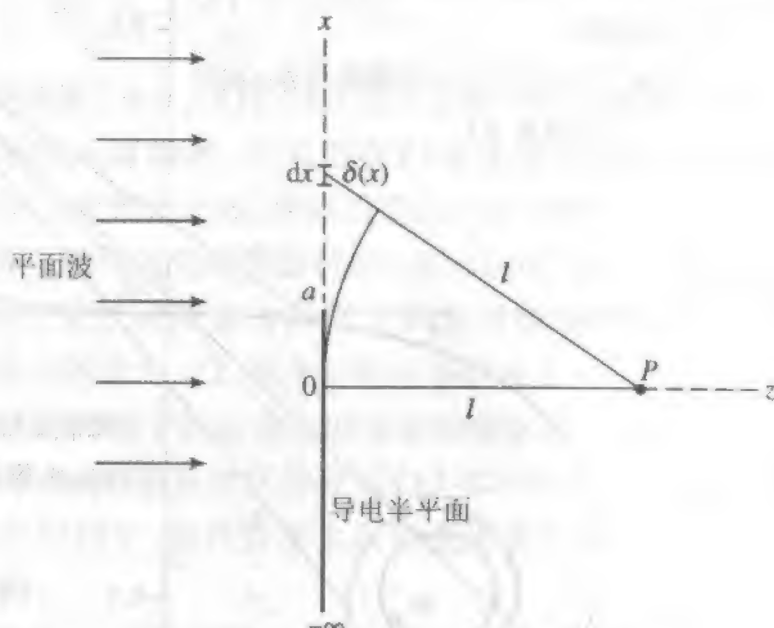


图 12-10 导电半平面对平面波的绕射

$$E(P)=\int_{x=a}^{x=\infty}\mathrm{d}E \tag{12-26}$$

式中 $\mathrm{d}E$ 为 $z=0$ 平面上平行于 y 轴的线磁流源在 P 点的电场，或者

$$\mathrm{d}E=\frac{C_1}{\sqrt{l+\delta(x)}}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta[l+\delta(x)]}\mathrm{d}x \tag{12-27}$$

式中 C_1 为常数。如果$(l+\delta)\gg\lambda$ 和 $l\gg\delta$，我们可以写出 $x=a$ 和 $x=x_0$ 之间的二维 Huygens 源对 $E(p)$ 的贡献为

$$E(P)=\frac{C_1}{\sqrt{l}}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta l}\int_a^{\infty}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta\delta(x)}\mathrm{d}x \tag{12-28}$$

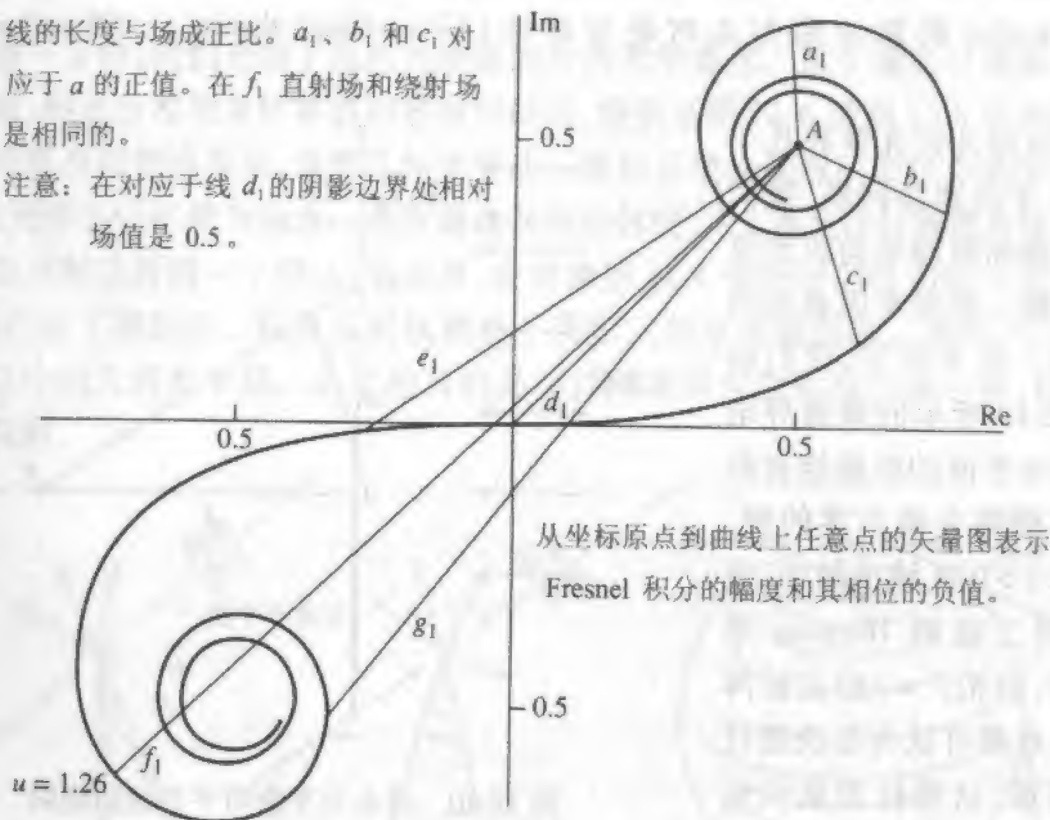
以后我们将考虑从 x_0 到∞的贡献。当 $\delta\ll l$ 时，我们可根据如式(1-84)中同样的理由证明 $l+\delta\approx l+x^2/2l$。作代换 $\gamma^2=2/\lambda l$ 和 $u=\gamma x$，可给出

$$E(P)=C_1\sqrt{\lambda/2}\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta l}\int_{\gamma a}^{\gamma x_0}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}(\pi/2)u^2}\mathrm{d}u \tag{12-29}$$

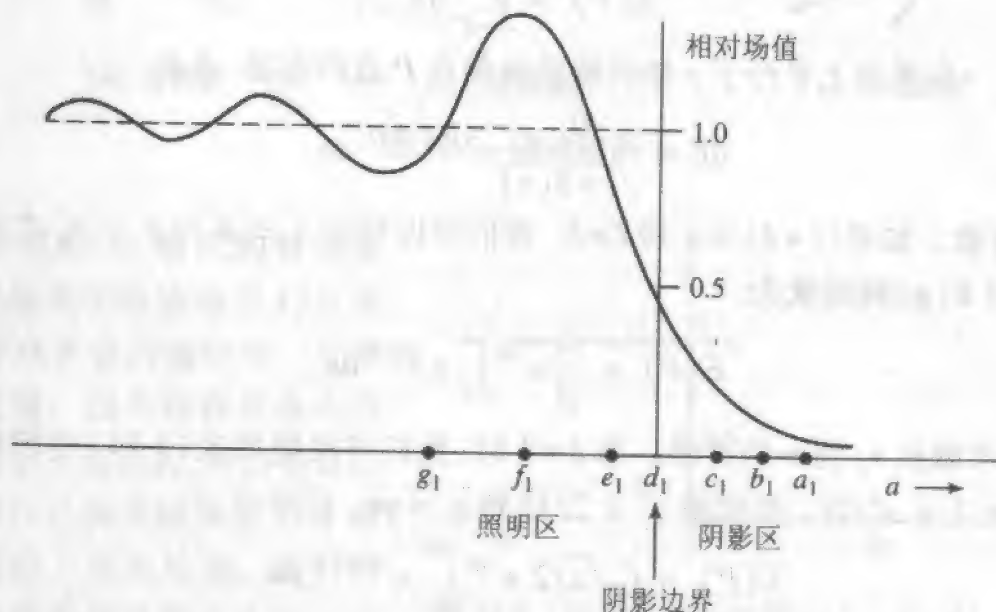
如果式(12-29)中的积分上限允许到无限远，该积分将为 Fresnel 积分[7,8]的标准形式。Fresnel 积分可以通过计算机或者从图 12-11a 所示的 Cornu 螺旋线很容易地计算出。在从原点到该曲线上的任意点画出的矢量表示积分下限为零，上限为 u_0 的 Fresnel 积

分模值。当 u_0 趋于无穷大时，该矢量的矢端将围绕点(1/2, 1/2) 盘旋无数次，这暗示对于积分值的贡献主要来自零到 u_0(规定 $u_0 > 1.26$)的积分限之间。根据这个理由，我们可以认为允许式(12-29)中的 $\gamma x_0 \to \infty$ 将对积分值的影响很小。于是，

$$E(P) \approx C_1 \sqrt{\lambda/2}\, e^{-j\beta l} \int_{\gamma a}^{\infty} e^{-j(\pi/2)u^2} du \tag{12-30}$$



(a) 应用 Cornu 螺旋线计算作为参量 a 函数的 Fresnel 积分



(b) 在阴影边界附近绕射场的相对幅度。a 的值参照图 12-10

图　12-11

在式(12-30)中的积分值可以用 Cornu 螺旋线上的任意点到点(1/2, 1/2)所画的矢量来表示。

如果在式(12-30)中的积分下限允许为负无穷,$E(P)$ 将等于没有半平面存在时的场强[8]。这样,

$$E(P)|_{a=-\infty} = C_1\sqrt{\lambda/2}(1-\mathrm{j})\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta l} = E_0\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta l} \tag{12-31}$$

求解得 C_1 并代入式(12-30)给出用自由空间场 E_0 表示的 $E(P)$ 值

$$E(P) \approx \frac{E_0\mathrm{e}^{+\mathrm{j}(\pi/4)}}{\sqrt{2}}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta l}\int_{\gamma a}^{\infty}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}(\pi/2)u^2}\mathrm{d}u \tag{12-32}$$

式中为了使该近似分析适用,必须满足 $l \gg \lambda$,并且 $x=a$ 点不远离 z 轴以满足 $l \gg \delta$。对该问题的更严格(和更复杂)的分析是可能的,但因为我们在这里希望简单地说明 Fresnel 积分在劈绕射的研究中是如何自然地出现,所以对它们不作介绍。

当点 a 沿 x 轴移动,使观察点从照明区变到阴影区时,式(12-32)和 Gornu 螺旋线使我们有可能可视化地观察电场变化。在阴影边界附近的相对电场对应值示于图 12-11b。我们注意到在阴影边界相对场值为 1/2,而在照明区场值在 1 附近振荡。该振荡现象可解释为由绕射场与直射场之间的干涉造成。因为在阴影区没有直射场,我们没有观察到这样的振荡发生。不幸的是,明显地区分在式(12-32)中的直射场和绕射场是不容易的。在很多绕射理论的应用中,能在数学上区别直射场和绕射场,以及我们还未考虑到的反射场是很必须的。

参照图 12-12,我们能标识两个阴影边界:入射或直射场阴影边界和反射场阴影边界。这两个阴影边界将空间分为三个区域,区域 I 含有直射和绕射线,以及反射线,区域 II 含有直射和绕射线,但没有反射线,区域 III 仅含绕射线。

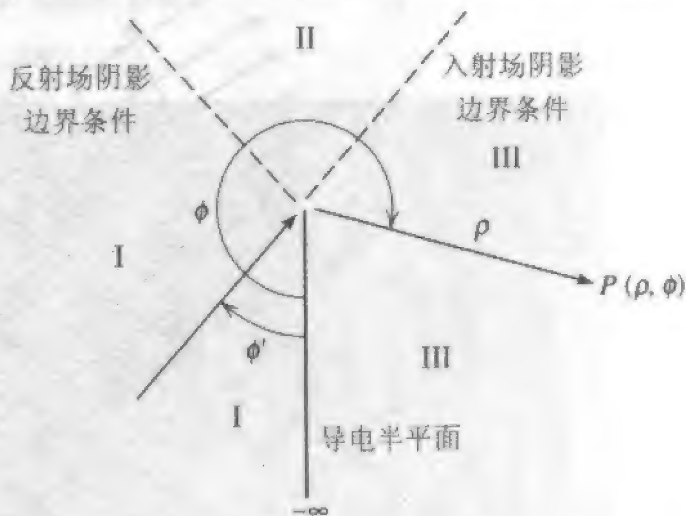


图 12-12　表示阴影边界位置的导电半平面的绕射

对于在这三个区域中任一区域的场 $E(\rho,\phi)$,让我们将其写成由反射场 $v^r(\rho, \phi+\phi')$ 和入射场 $v^i(\rho,\phi-\phi')$ 组成。这样

$$E(\rho,\phi) = \pm v^r(\rho,\phi+\phi') + v^i(\rho,\phi-\phi') \tag{12-33}$$

符号的选择取决于入射场的极化。如果电场垂直于(平行于)绕射劈,采用正(负)号。在 P 点的场 E 必须是具有合适边界条件的标量波动方程的解。在图12-12中描述的边值问题最早由 Sommerfeld 在 1896 年解出。我们将首先考虑他的解。在这样做之前,我们必须更透彻地研究式(12-33)。

在式(12-33)中的第一项给出了反射场,而 $v^i(r,\phi-\phi')$ 项表示入射场。如果接地面扩展到无穷远,这反射场项将简单地成为几何光学反射场。可是,在图 12-12 中的半

平面情况，反射场将包含两部分：即几何光学反射场和绕射场。反射场的这两部分将源于半平面后面的镜像源。同样，入射场可考虑由两部分组成：几何光学入射场和绕射场。这样，对于反射场，

$$\pm v^r(\rho,\phi+\phi') = \pm[v^r_*(\rho,\phi+\phi') + v^r_B(\rho,\phi+\phi')] \tag{12-34}$$

对于入射场，

$$v^i(\rho,\phi-\phi') = v^i_*(\rho,\phi-\phi') + v^i_B(\rho,\phi-\phi') \tag{12-35}$$

式中 v_* 表示几何光学场，v_B 表示绕射场。这样式(12-33)可认为是由四部分组成。除了分别在反射场和入射场阴影边界之外，式(12-34)和(12-35)的右边每一项都满足波动方程。可是 v^r_* 和 v^r_B 之和使 v^r 在跨越反射场阴影边界时保持连续，并且 v^r 在该边界满足波动方程（同样的评论也适用于 v^i）。但是 v^r 和 v^i 单个都不满足劈的边界条件。可是式(12-33)中的 v^r 和 v^i 之和的确满足边界条件以及波动方程。

从简单的几何考虑，我们可以看到对于反射几何光学射线，在常数相位波阵面上所有点可由式(12-36)给出

$$v^r_*(\rho,\phi+\phi') = e^{j\beta\rho\cos(\phi+\phi')}, \quad 0<\phi<\pi-\phi' \text{在区域 I 中} \tag{12-36}$$

式中相位参考取图 12-13 中半平面的边缘，因为我们应用了坐标原点位于劈边缘的圆柱坐标系。通过对直接入射线的相同考虑，在常数相位波阵面的点由式(12-37)给出

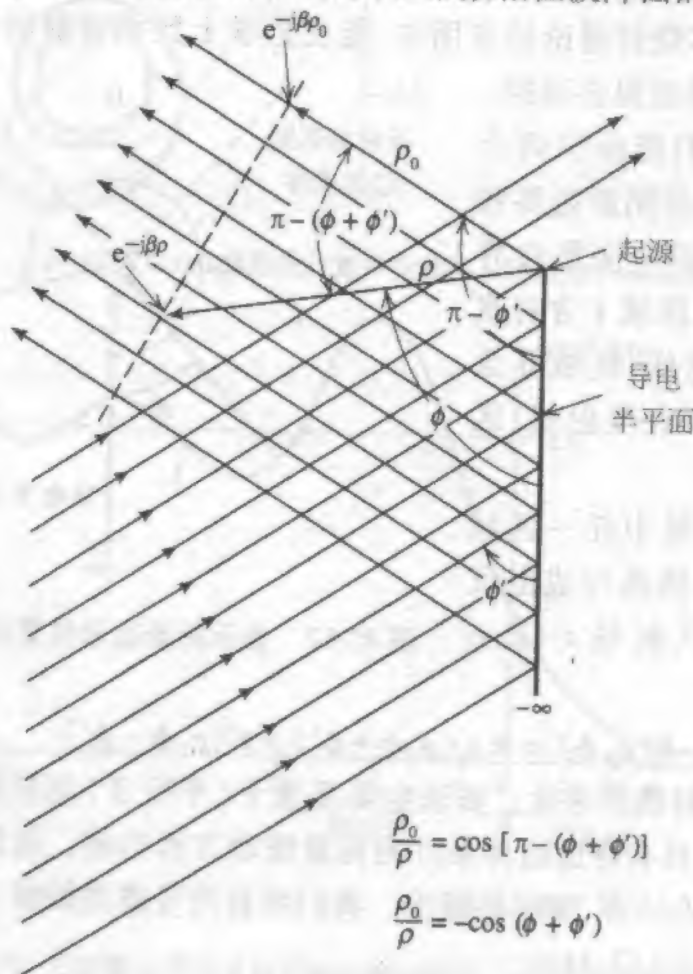


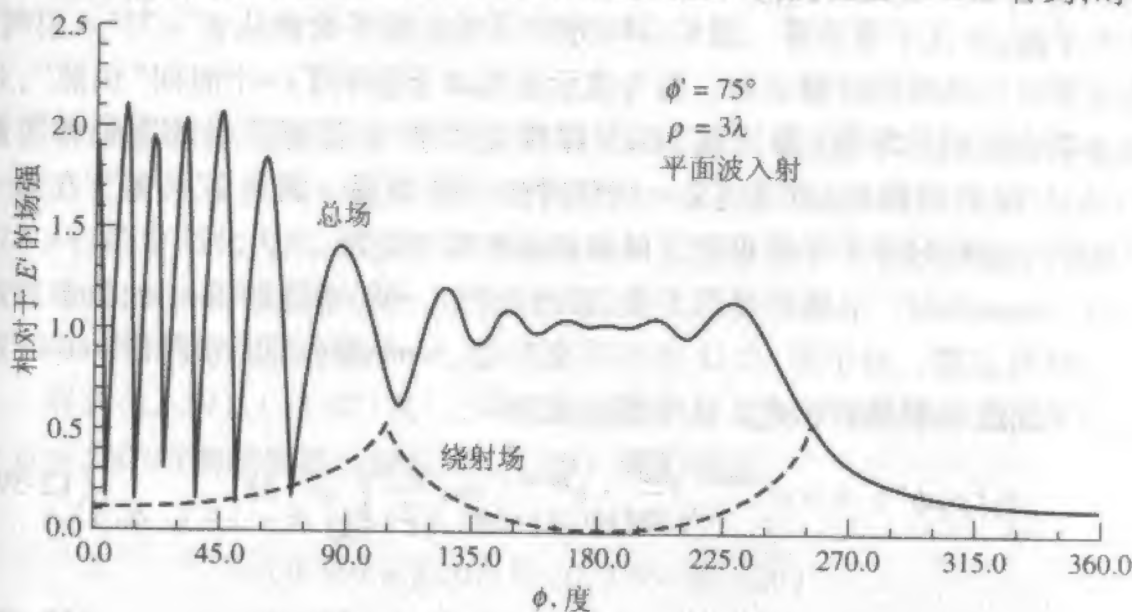
图 12-13　从导电半平面反射的场的波阵面几何结构

$$v_*^i(\rho,\phi-\phi')=e^{jk\rho\cos(\phi-\phi')},0<\phi<\pi+\phi' \text{在区域 I 和 II 中} \tag{12-37}$$

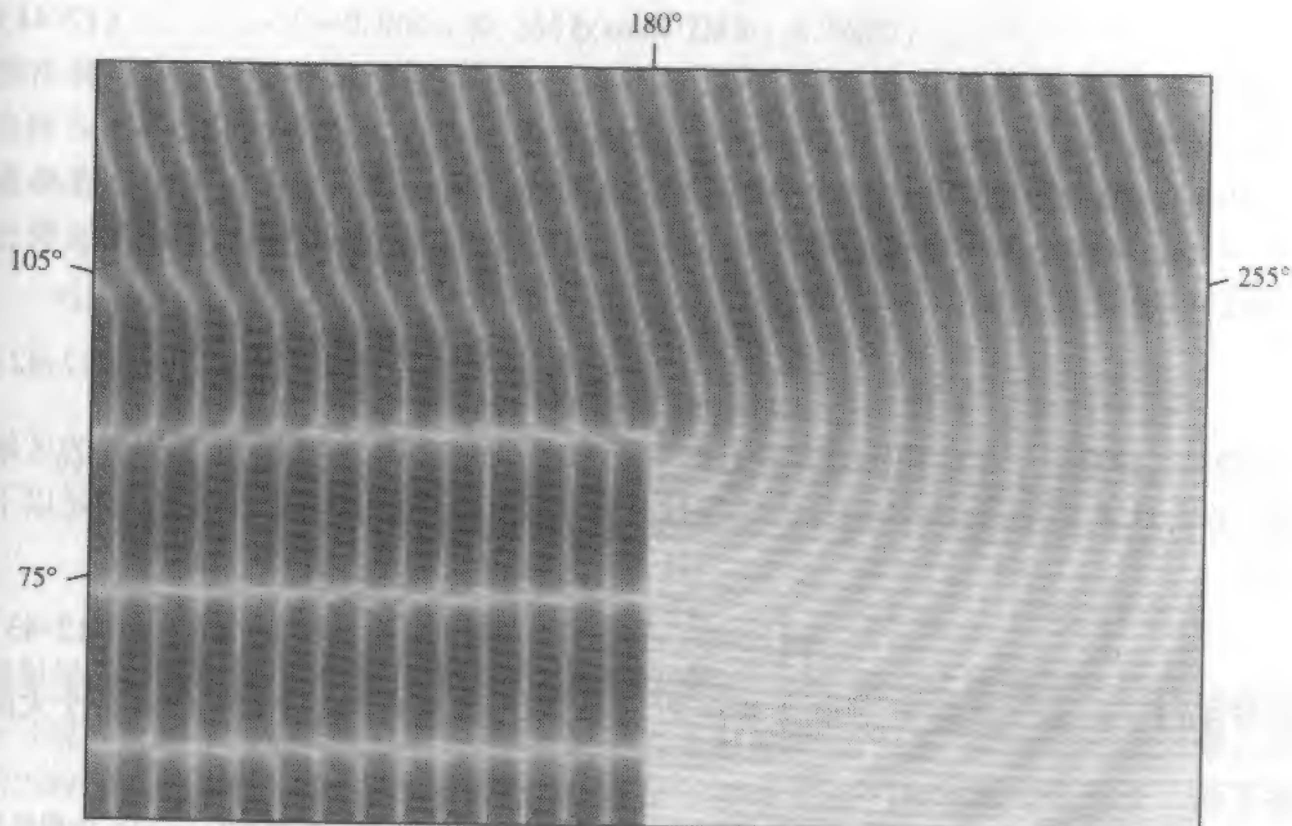
对于 ϕ 的其他值

$$v_*^i=0=v_*^r \tag{12-38}$$

换句话说，v_* 在区域Ⅱ和Ⅲ中对反射线为零，在区域Ⅲ中对直射或入射线为零。如图 12-14 所示，绕射场补偿了几何光学场的不连续性。我们在图 12-14a 看到，对于 $\phi > 255°$



(a) 半平面的绕射(频域)



(b) 在半平面附近固定时刻用 FD - TD 计算的场分布。正弦平面波在 $\phi' = 75°$ 入射

图 12-14 半平面的绕射。入射场极化垂直于半平面边缘。参照图 12-12 和 12-13

总场正是绕射场，并且总场在跨越 $\phi=255°$ 的入射场阴影边界时是连续的，在此阴影边界绕射场值为0.5。对于 $105°<\phi<255°$，总场因入射场和绕射场之间的干涉而振荡。在 $\phi=105°$ 时，绕射场再次升到0.5，并且总场在跨越场的阴影边界处连续。对于 $\phi<105°$，因为入射场和反射场在区域Ⅰ中产生驻波，以及观察点离半平面边缘为固定距离 $(\rho=3\lambda)$ 的原因，总场值几乎在0～2之间振荡，需要观察点在驻波场中扫描。在 $\phi=0$ 处场垂直于半平面，并且不等于零。图12-14b示出了当正弦平面波从 $\phi'=75°$ 入射时，在半平面边缘附近总电场的时域表示。因为该示图基本上显示了一个时间"快照"，几乎白的区域表明该时刻的零场（参见图11-21和有关文字）。注意反射的迹象和阴影边界，当 $\phi>255°$ 时的微弱场，以及当 $\phi<105°$ 时的干涉场图。因为 $\phi'\neq90°$，在 $\phi<105°$ 的干涉场图中有相对于半平面垂直方向和相切方向的驻波。

为了改进 Sommerfeld[9] 早期的经典工作，在过去的几十年中绕射场 v_B 的数学表示成为了重要的研究主题。对于图12-12的半平面问题，Sommerfeld得到了用Fresnel积分表示的入射平面波绕射场表示式。这个表达式为①

$$v_B(\rho,\phi^{\pm})=-\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\pi/4)}\sqrt{\frac{2}{\pi\alpha}}\cdot\mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta\rho\cos\phi^{\pm}}\cos\frac{\phi^{\pm}}{2}\int_{\sqrt{\alpha\beta\rho}}^{\infty}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\tau^2}\,\mathrm{d}\tau \tag{12-39}$$

式中

$$\phi^{\pm}=\phi\pm\phi' \tag{12-40}$$

和

$$\alpha=1+\cos\phi^{\pm} \tag{12-41}$$

我们注意到该解与式(12-32)有些类似。推导以上式子的数学细节超出了本教科书的范围。

Sommerfeld的工作比半平面更普遍。他还考虑了更一般的平面波照射劈内角为 $(2-n)\pi,\ 0<n\leqslant2$ 的导电劈的情况②。对于该情况，他得到了一个绕射场的用线积分表示的渐近算式，由式(12-42)给出

$$v_B(\rho,\phi^{\pm})=\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}(\beta\rho+\pi/4)}}{\sqrt{2\pi\beta\rho}}\,\frac{(1/n)\sin(\pi/n)}{\cos(\pi/n)-\cos(\phi^{\pm}/n)} \tag{12-42}$$

不幸的是，该渐近形式在阴影边界附近产生了无穷大的场[10]。这阴影边界附近的区域通常称为过渡区(transition region)。式(12-42)仅适用于过渡区之外的区域，满足以下条件

$$\beta\rho\left(\cos\frac{\pi}{n}-\cos\frac{\phi^{\pm}}{n}\right)^2\gg1 \tag{12-43}$$

如果 $\beta\rho(1+\cos\phi^{\pm})$ 比较大，这意味着在 $P(\rho,\phi,z)$ 的观察点必须离绕射劈有一个大的

---

① 注意在式(12-39)中，我们实际写出两个方程，一个对 $v_B^r(r,\phi^+)$，另一个对 $v_B^i(r,\phi^-)$。应用符号 $\phi^{\pm}$ 是为了方便，读者应该记住它出现时意味着有两个方程，一个与反射场有关，而另一个与入射场有关。

② 参考图12-15。

电气距离，此时，该条件总是满足的。无论如何，如果观察点不是靠近阴影边界并满足上述条件，式(12-42)都是一个有用的公式。

在 1938 年，Pauli[11] 通过获得 Sommerfeld 围线积分解的级数形式改善了 Sommerfeld 的工作。Pauli 的解由式(12-44)给出

$$v_B(\rho,\phi^{\pm}) = \frac{2e^{j(\pi/4)}}{n\sqrt{\pi}} \frac{\sin(\pi/n)}{\cos(\pi/n) - \cos(\phi^{\pm}/n)} \left|\cos\frac{\phi^{\pm}}{2}\right| \cdot e^{j\beta\rho\cos\phi^{\pm}} \int_{\sqrt{a\beta\rho}}^{\infty} e^{-j\tau^2}\,d\tau + [\text{高阶项}] \tag{12-44}$$

这个表达式比式(12-42)准确得多，特别是在靠近阴影边界处，而在计算上仅稍微困难一些。它适用于 $0 < n \leqslant 2$。在半平面($n=2$)的情况，高阶项将为零，Pauli 在式(12-44)的解简化为式(12-39)的 Sommerfeld 的解。Pauli 的表达式是包括有限观察距离的 Sommerfeld 原始解的第一个可用于实际计算的公式。

例 12-1　劈绕射计算的例子

对式(12-39)、(12-42)和(12-44)的应用最好用例子来说明。让我们计算图 12-14 中 $\phi = 250°$ 时的绕射场。应用式(12-39)，我们得到

$$\begin{aligned} v_B(3,\phi^-) &= (-9.146 - j9.146)(0.0436) \\ &\quad \cdot (0.997 + j0.0717)(0.359 - j0.620) \\ &= -0.397 + j0.0760 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_B(3,\phi^+) &= (-0.418 - j0.418)(-0.954) \\ &\quad \cdot (-0.964 + j0.264)(-0.0237 + j0.0820) \\ &= 0.0345 - j0.0335 \end{aligned}$$

这样 Sommerfeld 的严格解给出绕射场幅度为 $|-0.3625 + j0.0435| = 0.365$，它与图 12-14数据相符。应用式(12-44)，对于半平面情况我们应当得到相同的解，因为 Pauli 公式这时简化为 Sommerfeld 公式。这样

$$\begin{aligned} v_B(3,\phi^-) &= (0.798 + j0.798)(-11.46)(0.0436) \\ &\quad \cdot (0.997 + j0.0717)(0.359 - j0.620) \\ &= -0.397 + j0.0760 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_B(3,\phi^+) &= (0.798 + j0.798)(0.524) \\ &\quad \cdot (0.954)(-0.964 + j0.264) \\ &\quad \cdot (-0.0237 + j0.0820) \\ &= 0.0345 - j0.0335 \end{aligned}$$

绕射场的幅度再次为 0.365。我们注意到因为 $\phi = 250°$ 靠近入射场阴影边界，$v_B(3,\phi^-)$ 对绕射场作主要贡献，而与反射场阴影边界相关的 $v_B(3,\phi^+)$ 只有很小的贡献。式(12-39)和(12-44)在恰好是阴影边界 $\phi = 255°$(或 $\phi = 105°$)时都趋于无穷大。由于这个原因，我们在本例中选择 $\phi = 250°$。最后，让我们应用式(12-42)中的渐近形式。于是

$$v_B(3,\phi^-) = (0.065 - j0.065)(-11.46)$$

$$= -0.745 + j0.745$$

$$v_B(3,\phi^+) = (0.065 - j0.065)(0.524)$$
$$= 0.034 - j0.034$$

绕射场单独的幅值已超过1,或者是入射场的幅度。这个结果是错误的,因为违反了式(12-43)中的条件。对于 $\rho = 10\lambda$ 和 $\phi = 255° \pm 12°$,$\rho = 20\lambda$ 和 $\phi = 255° \pm 5°$,$\rho = 30\lambda$ 和 $\phi = 255° \pm 4°$和 $\rho = 100\lambda$ 和 $\phi = 255° \pm 3°$,该解的误差将仅为10%。但是无论 ρ 怎样大,该渐近形式解在阴影边界处总是奇异的。

从1953年起,是Keller[5,6]系统地发展了几何绕射理论,或经常称为GTD。在他的著作中他将量 $D(\phi^+)$ 和 $D(\phi^-)$ 称为绕射系数,其中

$$[v_B^i(\rho,\phi^-) \mp v_B^r(\rho,\phi^+)] = [D(\phi^-) \mp D(\phi^+)]\frac{e^{-j\beta\rho}}{\sqrt{\rho}} \tag{12-45}$$

并用式(12-42)中的Sommerfeld渐近表达式来计算平面波入射的绕射场。Keller理论的基本假定是:

(1) 绕射场沿包括在边界表面的点在内的射线路径传播。这些射线路径遵从费马(Fermat)原理,即通常所说的最短光程路径原理。

(2) 绕射像反射和直射一样,在高频时是一种局部现象。换句话说,它仅和在绕射点附近的边界面和入射场的性质有关。

(3) 绕射波沿它的射线路径传播,因此

(a) 在射线管中的功率守恒,并且

(b) 相位延迟等于波数乘以沿射线路径的距离。

例如,作为第二个假定的结论,图12-13中无限长劈的绕射场,应是源于劈边缘的柱面波场。这与式(12-45)中的 $(\rho)^{-1/2}$ 因子相一致。

Keller的几何绕射理论的简单射线表达式限于不包含阴影边界、焦散和焦点附近的过渡区的空间场的计算。为了计算在这些点的场,需要对几何绕射理论进行添加与修改。另外,如果入射场不是平面波,而是柱面或球面波,GTD也必须加以修改以包括这些入射场。这些不同的修改将在以后的章节讨论。

12.3 射线基坐标系

在前一节中,我们考虑了平面波垂直入射(即在 $-\rho$ 方向传播)于其边缘沿 z 轴为无限长的理想导电劈的标量绕射场问题。这样的坐标系称为边缘基(edge - fixed)坐标系统。另一方面,与图12-15中的 Q 点关联的斜入射线与斜绕射线用原点位于 Q 点的球坐标系描述将更方便。这样的坐标系统称为射线基(ray - fixed)坐标系[11]。如图12-15所示,令入射线的源位置用球坐标系 (s', γ'_0, ϕ') 定义,而观察点用坐标系 (s, γ_0, ϕ) 定义。注意对于给定的源和观察点,Q 点是边缘上的唯一点。

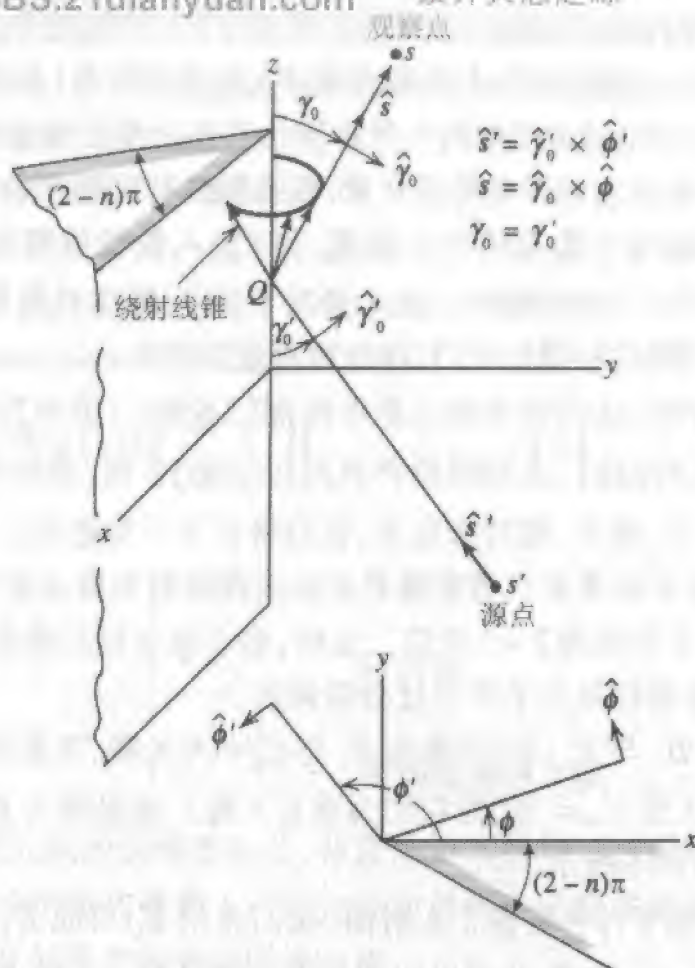


图 12-15　三维劈绕射问题的几何结构

包含入射线和劈的边缘的平面将称为入射面,而包含绕射线和劈的边缘的平面将称为绕射面。单位矢量 $\hat{s}'$在入射方向,而单位矢量 $\hat{s}$ 在绕射方向。如图 12-16 中所示,显然单位矢量 $\hat{\gamma}'_0$ 和 $\hat{\phi}'$分别平行与垂直入射面,而单位矢量 $\hat{\gamma}'_0$ 和 $\hat{\phi}$ 分别平行与垂直绕射面。γ'_0 和 γ_0 分别为从边缘到入射线和绕射线所测量的小于 $\pi/2$ 的夹角,而 $\hat{\gamma}'_0$ 和 $\hat{\gamma}_0$ 是暗指的单位矢量。另外,ϕ'和 ϕ 分别为从劈的一个面到入射面和绕射面的夹角,而 $\hat{\phi}'$ 和 $\hat{\phi}$ 是暗指的单位矢量。注意 ϕ'和 ϕ 从劈的同一个面测量。

让我们用矩阵形式写出绕射场的符号表达式

$$[\boldsymbol{E}^d] = [D][\boldsymbol{E}^i]A(\rho)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta\rho} \qquad (12\text{-}46)$$

式中$[\boldsymbol{E}^d]$和$[\boldsymbol{E}^i]$为分别由入射场和绕射场的标量分量组成的列矩阵,$[D]$是含合适的标量绕射

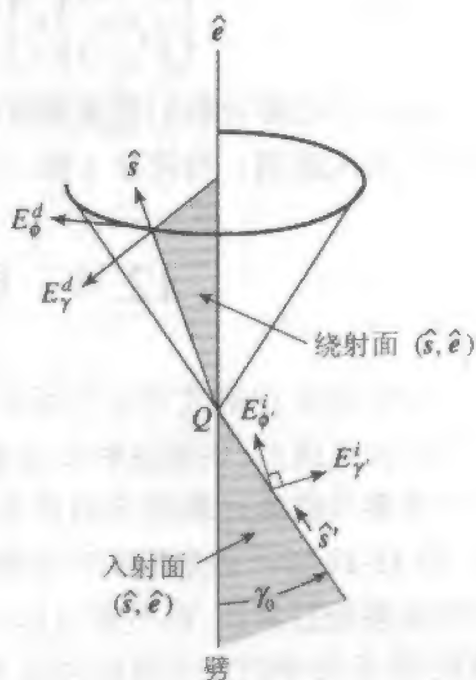


图 12-16　射线基坐标系

系数的方矩阵,ρ 是劈的边缘到观察点的距离,而 $A(\rho)$ 为扩散因子。现在,如果应用边缘基坐标系,显然$[E^d]$一般将有 3 个标量分量 E_ρ^d、E_ϕ^d 和 E_z^d,而$[D]$将为 3×3 的矩阵。可以证明在此情况下,$[D]$的 9 项中的 7 项将不会消失。可是当应用射线基坐标系时,因为入射线射线管方向不允许有入射场分量,在绕射线射线管方向将没有(径向)绕射场的分量。于是绕射场仅可能有两个分量 E_γ^d 和 E_ϕ^d,入射场仅可能有两个分量 $E_{\gamma'}^i$ 和 $E_{\phi'}^i$。然后,$[D]$ 显然为 2×2 的矩阵。在此情况下,$[D]$的主对角线项不为零。这样,对于射线坐标系中的平面波入射,式(12-46)可写成为

62

$$\begin{bmatrix} E_\gamma^d(s) \\ E_\phi^d(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -D_\parallel & 0 \\ 0 & -D_\perp \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{\gamma'}^i(Q) \\ E_{\phi'}^i(Q) \end{bmatrix} A(s)\mathrm{e}^{-j\beta s} \tag{12-47}$$

式中的标量绕射系数 $D_\parallel$ 和 $D_\perp$ 暂时未定义,它们将在下一节给出。

显然,应用射线基坐标系来代替边缘基坐标系将绕射矩阵从有 7 个非零项的 3×3 矩阵简化为仅有 2 个非零项的 2×2 矩阵。这样,射线基坐标系将是用于劈绕射的自然坐标系统,应用它的重要性是几乎不会过分强调的。

我们已选择符号 $D_\parallel$ 与 $E_{\gamma'}^i(Q)$ 关联和 $D_\perp$ 与 $E_{\phi'}^i(Q)$ 关联,不是因为 $E_{\gamma'}^i$ 和 $E_{\phi'}^i$ 分别平行和垂直于绕射边缘(当 $\gamma'_0 = 90°$时它们为垂直入射),而是因为 $E_{\gamma'}^i$ 和 $E_{\phi'}^i$ 分别平行和垂直于入射面,如图 12-16 所示。

因为 $E_{\gamma'}^i$ 和 $E_{\phi'}^i$ 分别平行和垂直于入射面,我们将把 $E_{\gamma'}^i$ 写成 $E_\parallel^i$ 和 $E_{\phi'}^i$ 写成 $E_\perp^i$。同样地,如图 12-16 所示,E_γ^d 和 E_ϕ^d 分别平行和垂直于绕射面。这样,我们将把 E_γ^d写成 $E_\parallel^d$ 和 E_ϕ^d 写成 $E_\perp^d$。用这些改变了的符号,式(12-47)可重写为

63

$$\begin{bmatrix} E_\parallel^d(s) \\ E_\perp^d(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -D_\parallel & 0 \\ 0 & -D_\perp \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_\parallel^i(Q) \\ E_\perp^i(Q) \end{bmatrix} A(s)\mathrm{e}^{-j\beta s} \tag{12-48}$$

在本章余下的部分我们将使用这种符号表示,记住,当符号 $\parallel$ 和 $\perp$ 与 E^i 相关时,暗指的参照面是入射面。当符号 $\parallel$ 和 $\perp$ 与 E^d 相关时,暗指的参照面是绕射面。

12.4 劈绕射的一致性理论

GTD 的近代形式可分为两种基本经典问题——劈绕射和曲面绕射,加上较少但更复杂的顶点绕射、尖端绕射以及其他高阶现象问题。在天线问题的劈绕射应用中,天线的重要性能通过理想导电劈来模拟。例如,为了进行扇形喇叭天线 E 面方向图分析,图 12-18 所示的扇形喇叭可用两个半平面来模拟[10]。但是在这样的问题中需要应用柱面波绕射系数,而不是用 12.2 节中的平面波绕射系数。最早应用柱面波绕射来处理如 12.5 节中的天线问题的是 Rudduk[10],他应用了 Pauli 的公式以及互易定理来计算所需的柱面波绕射。涉及球面波绕射的问题也很普遍。

在 12.2 节中,介绍了一些研究导电劈绕射的早期进展。我们看到虽然介绍的一些公式的确对某些工程计算有用,但它们仍受限于在过渡(阴影边界)区域(例如式

(12-42)),或当观察点靠近($r<\lambda$)绕射边缘(例如式(12-44))时的精度限制。如果能提供一种劈绕射理论,它能准确预测在如过渡区和接近绕射边缘这样的区域中的绕射场,并且不需要对每种入射场进行分别考虑,这将无疑是有用而且方便的。这样的理论已经有了,叫作劈绕射的一致性理论,因为它适用于所有场合,并与12.2节给出的几何绕射理论的基本原理保持一致。介绍该理论中的这个重要结果是本节的目的。这个理论即是通常所说的UTD,它基于Kouyoumjian和Pathak[12~14]的大量工作。

在1967年,Kouyoumjian和他的合作者获得了Pauli公式(即式(12-44))的一般表达式,在他们的表达式中用$v_B(L,\phi^{\mp})$来表示组合绕射函数v_B,其中的L是比12.2节所用的ρ更普遍的距离参数,而$\phi^{\mp}$保留了原先所用的意义。在他们的工作中,距离参数由式(12-49)给出

$$L=\begin{cases} s\sin^2\gamma'_0 & \text{平面波} \\ \dfrac{\rho'\rho}{\rho+\rho'} & \text{柱面波} \\ \dfrac{s's\sin^2\gamma'_0}{s+s'} & \text{锥面波和球面波} \end{cases} \tag{12-49}$$

我们立刻注意到L与入射波的类型有关,并且涉及入射角γ'_0(其等于反射角γ_0)以及距离。在式(12-49)中的距离参数L可通过强加总场在阴影或反射边界上连续的条件得到,此处总场是指几何光学场和绕射场的和。

当Kouyoumjian和他的合作者的工作以标量绕射系数$D_{\parallel}$和$D_{\perp}$表示时,有

$$D_{\parallel}(L,\phi,\phi')=[v_B(L,\phi^-)-v_B(L,\phi^+)]\frac{\sqrt{L}\,e^{j\beta L}}{\sin\gamma_0} \tag{12-50}$$

$$D_{\perp}(L,\phi,\phi')=[v_B(L,\phi^-)+v_B(L,\phi^+)]\frac{\sqrt{L}\,e^{j\beta L}}{\sin\gamma_0} \tag{12-51}$$

我们有(不加证明)[12, 14]

$$\begin{aligned} D_{\parallel}(L,\phi,\phi')=&\frac{-e^{-j(\pi/4)}}{2n\sqrt{2\pi\beta}\sin\gamma'_0}\\ &\times\left[\cot\left(\frac{\pi+(\phi-\phi')}{2n}\right)F[\beta La^+(\phi-\phi')]\right.\\ &+\cot\left(\frac{\pi-(\phi-\phi')}{2n}\right)F[\beta La^-(\phi-\phi')]\\ &\mp\left\{\cot\left(\frac{\pi+(\phi+\phi')}{2n}\right)F[\beta La^+(\phi+\phi')]\right.\\ &\left.\left.+\cot\left(\frac{\pi-(\phi+\phi')}{2n}\right)F[\beta La^-(\phi+\phi')]\right\}\right] \end{aligned} \tag{12-52}$$

这里,如果F的宗量用X表示

$$F(X)=2j\left|\sqrt{X}\right|e^{jX}\int_{|\sqrt{X}|}^{\infty}e^{-j\tau^2}d\tau \tag{12-53}$$

我们再次看到 Fresnel 积分出现在绕射系数的表达式中。因子 $F(X)$ 可看成是用于阴影和反射边界的过渡区域的一项校正因子。在 F 的宗量超过大约 3 的过渡区外，如图 12-17 所示 F 的幅度近似为 1。甚至在所给的过渡区内，式(12-52)中的 4 项中通常仅有 1 项其值与 1 有较大的差别。其值与 1 有较大的差别的过渡函数以与它的余切乘数趋于无穷大的相同速率趋于零。这样过渡函数避免了在式(12-52)中发生式(12-42)的奇异(见习题 12.4.7)。

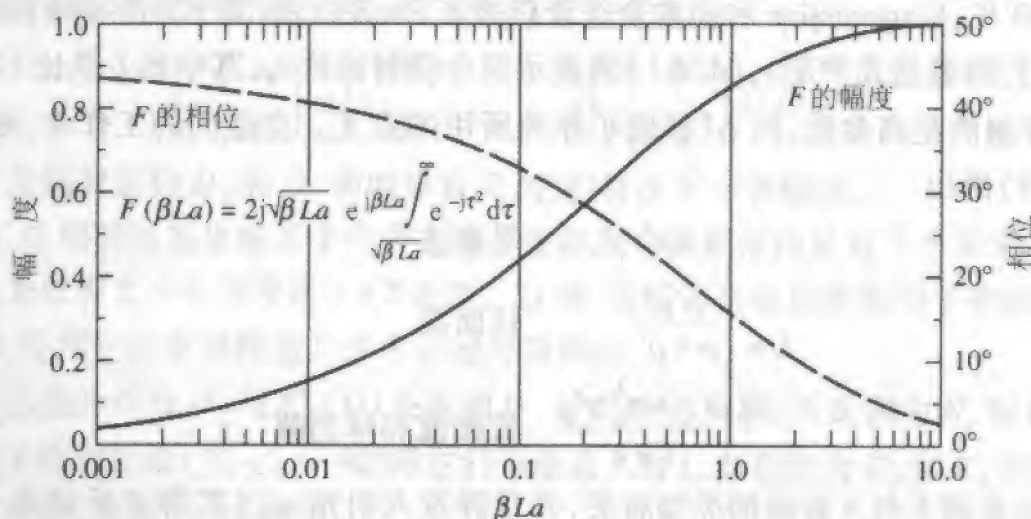


图 12-17　过渡函数 $F(\beta La)$ 的幅度和相位，式中 $a=a^+$ 或 a^-

如果 $a^\pm$ 作为 $(\phi\pm\phi')$ 的函数已知，对已知的 βL 值过渡函数的宗量 $X=\beta L\,a^\pm(\phi\pm\phi')$ 可以计算出来。为了确定 $a^+(\phi\pm\phi')$ 和 $a^-(\phi\pm\phi')$，我们应用

$$a^\pm(\phi\pm\phi')=2\cos^2\left[\frac{2n\pi N^\pm-(\phi\pm\phi')}{2}\right] \tag{12-54}$$

在式中 $N^\pm$ 为最接近于满足以下 4 个方程的整数

$$2\pi nN^+-(\phi\pm\phi')=\pi \tag{12-55}$$

和

$$2\pi nN^--(\phi\pm\phi')=-\pi \tag{12-56}$$

我们注意到 N^+ 和 N^- 在所给的问题中可能都有不同的值。对于 $1<n\leqslant 2$ 的劈外部绕射问题，$N^+=0$ 或 1，而 $N^-=-1$、0 或 1。因子 $a^\pm(\phi\pm\phi')$ 在物理上可以表示为场点与阴影或反射边界之间角度分隔的一种量度。

现在我们已有了计算 $D_\parallel$ 和 $D_\perp$ 的所有必需的关系式，用 UTD 的形式重复式(12-47)

$$\begin{bmatrix}E_\parallel^d(s)\\E_\perp^d(s)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-D_\parallel & 0\\0 & -D_\perp\end{bmatrix}\begin{bmatrix}E_\parallel^i(Q)\\E_\perp^i(Q)\end{bmatrix}A(s)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta s} \tag{12-57}$$

式中空间衰减因子 $A(s)$ 定义为

$$A(s)=\begin{cases}\dfrac{1}{\sqrt{s}} & \text{用于平面、柱面和锥面波入射}\\[2ex]\left[\dfrac{s'}{s(s'+s)}\right]^{1/2} & \text{用于球面波入射}\end{cases} \tag{12-58}$$

还应当提及的是，由于绕射概念也适用于声学问题，在式(12-57)中的绕射系数 $D_{\parallel}$ 和 $D_{\perp}$ 有时分别写成 D_s 和 D_h，它们对应于声学的软、硬边界条件[14]。UTD 的基于式(12-52)的软件代码可在公共域(参见附录 G.5)和本书的上一个版本中找到。

例 12-2　UTD 计算例子

对式(12-49)～(12-58)的应用最好通过一个例子说明。假定希望计算图 12-14 中 $\phi=250°$ 时的绕射场。在此例子中有：$\phi+\phi'=325°$，$\phi-\phi'=175°$，$L=3\lambda$，$\beta L=6\pi$，$n=2$。这样，根据式(12-54)～(12-56)得到

$$a^{+}(\phi+\phi')=2\cos^2(197.5°),\quad \text{当 } N^{+}=1 \text{ 时}$$
$$a^{+}(\phi-\phi')=2\cos^2(87.5°),\quad \text{当 } N^{+}=0 \text{ 时}$$
$$a^{-}(\phi+\phi')=2\cos^2(162.5°),\quad \text{当 } N^{-}=0 \text{ 时}$$
$$a^{-}(\phi-\phi')=2\cos^2(87.5°),\quad \text{当 } N^{-}=0 \text{ 时}$$

根据式(12-17)，分别应用上述 a^{+} 和 a^{-} 的值，我们得到

$$F(6\pi\cdot 1.819)=0.999+\mathrm{j}0.0146$$
$$F(6\pi\cdot 0.0038)=0.318+\mathrm{j}0.216$$
$$F(6\pi\cdot 1.819)=0.999+\mathrm{j}0.0146$$
$$F(6\pi\cdot 0.0038)=0.318+\mathrm{j}0.216$$

应用式(12-52)和(12-58)，我们得到

$$D_{\perp}(L,\phi,\phi')=-0.628+\mathrm{j}0.0735$$
$$A(s)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta s}=0.577$$

根据式(12-57)，

$$E_{\perp}^{d}(s)=-0.363+\mathrm{j}0.0424$$

或者

$$|E_{\perp}^{d}(s)|=0.365$$

与图 12-14 的结果相符。值得注意的是以上 4 个校正因子 F 乘以各自的相关余切因子，其中第 4 项比其他几项大得多。如前面提及的，式(12-52)中通常只有 1 项期望是大的，甚至在靠近阴影边界处也是一样。式(12-52)没有像 12.2 节中应用式(12-39)和(12-42)那样在阴影边界处表现出奇异性。

如果场点不靠近阴影或反射边界，并且 $\phi'\neq 0$ 或 $n\pi$(掠入射)，标量绕射系数 $D_{\parallel}$ 和 $D_{\perp}$ 简化为 Keller 的绕射系数(见式(12-42) 和 (12-45))，可写为

$$D_{\parallel}(\phi,\phi';\gamma'_0)=\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}(\pi/4)}\sin(\pi/n)}{n\sqrt{2\pi\beta}\sin\gamma'_0}\cdot\left[\frac{1}{\cos\frac{\pi}{n}-\cos\frac{\phi-\phi'}{n}}\mp\frac{1}{\cos\frac{\pi}{n}-\cos\frac{\phi+\phi'}{n}}\right]\tag{12-59}$$

该表达式对于式(12-49)给出的 4 种类型入射波都是适用的，这一点很重要，因为在远离阴影或反射边界时绕射系数应当与劈的照射无关。可是，从 12.2 节我们知道当靠近阴影或反射边界时，式(12-59)将变为奇异。

$\phi'\neq 0$ 或 $n\pi$ 的掠入射是必须特别考虑的特殊情况。在这种情况下，$D_{\parallel}\approx 0$，$E_{\perp}^{d}$ 的表达式必须乘以因子 1/2。如果考虑掠入射是斜入射的极限情况，我们能看到需要的 1/2 因子是如何产生的，因为在掠入射的情况下，入射场和反射场合并了。当它们合并时，沿劈的表面向边缘传播的总场的一半是入射场，另一半是反射场。然后合并的场被看作是"入射"场，但它乘了因子 2，于是 1/2 因子成为必需的。换句话说，式(12-57)需要用自由空间的入射场，而不是合并了的场。

567

本节介绍的劈绕射的一致性理论使我们能考虑源与观察点相当靠近绕射边缘(一个波长或更小)的绕射问题。它也允许我们考虑任何类型的 TEM 入射场。适合于任意波阵面入射直劈边缘的 L 的更普遍表达式发表在文献[13, 14]中。

不像在 12.2 节中介绍的劈绕射公式，式(12-52)适合于入射场阴影边界和反射场阴影边界的过渡区。式(12-52)不能用来计算绕射线焦散上的场。这并不与劈绕射的一致性理论相矛盾，因为几何光学自己是不能确定焦散上的场的。可是，焦散的场可以通过应用场的积分表示的辅助解来求得。在该积分表示中的等效源从合适的高频近似方法(如几何光学或几何绕射理论)确定。用这样的方法对焦散场的计算将在 12.9节中介绍。

12.5 喇叭天线的 E 面分析

为了说明在上一节介绍的一致性绕射理论的应用，考虑图 12-18a 所示的 E 面喇叭天线。在这一节中，我们用图 12-18b 所示的模型来计算喇叭天线完整的 E 平面方向图。该模型是简单的，因此特别适合作为 UTD 应用的第一个例子。该模型只有三个辐射源，并在性质上属于二维问题(即在 $\pm x$ 方向为无穷大)，它在 E 面很好地表示了三维喇叭天线。

568

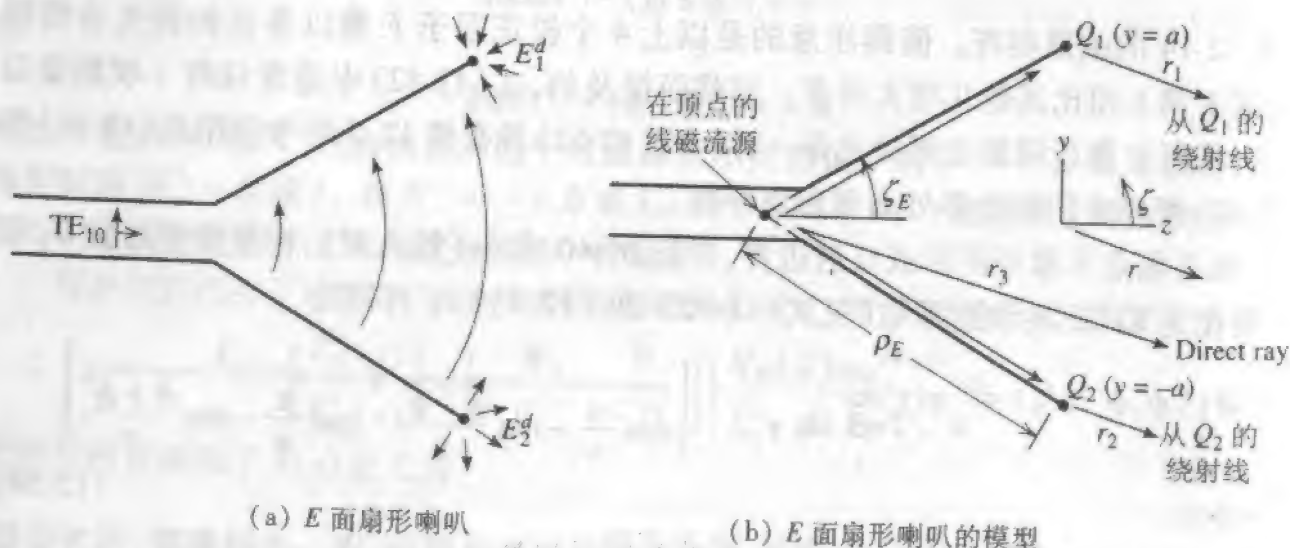
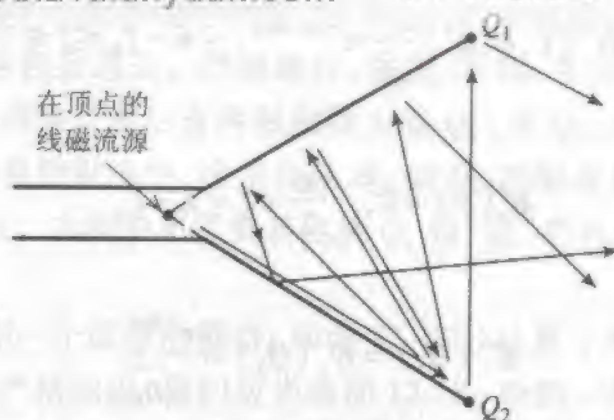


图 12-18　喇叭天线的绕射



(c) 忽略的射线

图 12-18 (续)

适于此分析的公式如下。注意这里应用了角度 $\zeta(0\leqslant\zeta\leqslant 2\pi)$ 而不是 $\theta(0\leqslant\theta\leqslant\pi)$，这样可使 yz 平面的位置定义不模糊。在远场我们有(在 yz 平面)

$$r_1 = r - a\sin\zeta \tag{12-60}$$

$$r_2 = r + a\sin\zeta \tag{12-61}$$

$$r_3 = r + \rho_E\cos\zeta\cos\zeta_E \tag{12-62}$$

式中 r_1 和 r_2 分别为从边缘 1 和 2 到远场观察点 $P(r,\zeta)$ 的距离，而 r_3 是线源到远场观察点的距离，见图 12-18b 所示。这样，沿直射线的入射场可表示为

$$E^i(P) = \frac{e^{-j\beta r_3}}{\sqrt{r_3}} \approx \frac{e^{-j\beta r}}{\sqrt{r}}e^{j\beta\rho_E\cos\zeta\cos\zeta_E}, \quad -\zeta_E\leqslant\zeta\leqslant\zeta_E \tag{12-63}$$

和

$$E^i(P) = 0, \quad \zeta_E < \zeta < 2\pi - \zeta_E \tag{12-64}$$

注意在应用 UTD 时，我们不需要像本书前面的章节中那样用在自由空间辐射的等效电流来替代导体面，而是保留导体面。例如，作为一个结果，当 $\zeta > \zeta_E$ 时 $E^i(P) = 0$。

"顶部"边缘上绕射点 Q_1 在 $P(r,\zeta)$ 点的边缘绕射场可写为

$$\begin{aligned} E_1^d(P) &= \frac{1}{2}E_\perp^i(Q_1)D_\perp(L,\phi,\phi')\frac{e^{-j\beta r_1}}{\sqrt{r_1}} \\ &= \frac{1}{2}E_\perp^i D_\perp(L,\phi,\phi')\frac{e^{-j\beta r}}{\sqrt{r}}e^{j\beta a\sin\zeta}, \ -\frac{\pi}{2}\leqslant\zeta\leqslant\pi+\zeta_E \end{aligned} \tag{12-65}$$

和

$$E_1^d(P) = 0, \quad \pi+\zeta_E < \zeta < \frac{3\pi}{2} \tag{12-66}$$

同样，"底部"边缘上绕射点 Q_2 在 $P(r,\zeta)$ 点的绕射场可写为

$$E_2^d(P) = \frac{1}{2}E_\perp^i(Q_2)D_\perp(L,\phi,\phi')\frac{e^{-j\beta r_2}}{\sqrt{r_2}}$$

$$=\frac{1}{2}E^i_{\perp}D_{\perp}(L,\phi,\phi')\frac{e^{-jkr}}{\sqrt{r}}e^{-j\omega t}\ ,\ -\pi-\zeta_E\leqslant\zeta\leqslant\frac{\pi}{2} \quad (12\text{-}67)$$

和

569

$$E^d_2(P)=0,\quad \frac{\pi}{2}<\zeta<\pi-\zeta_E \quad (12\text{-}68)$$

式中

$$E^i_{\perp}(Q_1)=E^i_{\perp}(Q_2)=\frac{e^{-jk\rho_E}}{\sqrt{\rho_E}} \quad (12\text{-}69)$$

这样，在观察点 $P(r,\zeta)$ 的总场可写成标量和

$$E(P)=E^i(P)+E^d_1(P)+E^d_2(P) \quad (12\text{-}70)$$

在以上方程中，标量 $D_{\perp}$ 表示入射电场垂直于边缘时绕射点 Q_m 的绕射系数。Q_m 点的绕射系数与 Q_m 点的入射线和绕射线的几何特性有关，其由式(12-49)和式(12-52)最精确地给出。当然这里我们考虑入射场是柱面波，并应用距离参数 L 的柱面波形式。$E^i(Q_m)$ 是入射场，它垂直于边缘和入射线。

乍看时，在式(12-65)和(12-67)中的因子1/2可能是不正确的。可是在此问题中，从线源发出的射线是以和喇叭壁面成掠入射的角度入射的，因此应受到特殊的考虑。$\phi'=0$ 或 $n\pi$ 的掠入射，如在上一节式(12-59)之下的部分那样，需要将式(12-57)中的 $D_{\perp}$ 乘以因子1/2。

图12-19示出了用图12-18b所示模型计算的结果和实验结果。可看到未应用二重绕射的计算结果(虚线曲线)与实验结果符合得非常好。注意该计算结果在 $\zeta=90°$ (或270°)时有一个不连续。该不连续可以简单地通过计及从 Q_2(或 Q_1)的绕射，传过喇叭口径到 Q_1(或 Q_2)，并再次绕射来去除，如图12-18c所示。

570

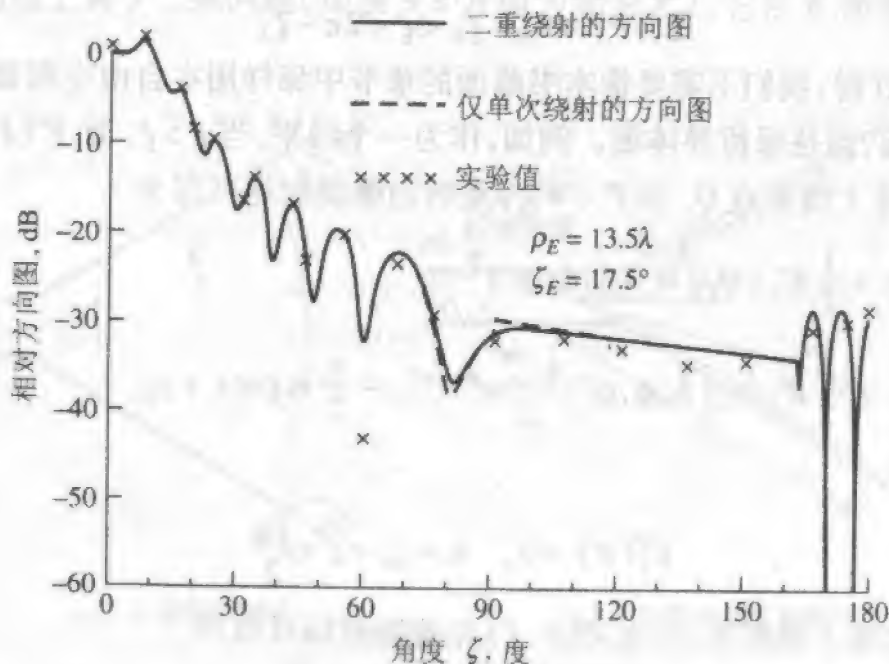


图12-19　E 面扇形喇叭的 E 面方向图的计算值和实验值

图 12-18c 还示出了几根其他的射线,因为它们对本问题仅提供了相对微弱的数值贡献,所以计算中没有包括进去。严格地讲,在图 12-18c 中所示的没有包括双重绕射的那些射线应当在分析中计及。有两根射线为经 Q_2(或 Q_1,没有画出)绕射后的反射线。在所示的两种二重绕射线中,这里仅从 Q_2 到 Q_1 的射线是重要的,因为它补偿了 Q_2 在 $\zeta>90°$的阴影区。本例中不需要其他从 Q_2 到"顶"壁再返回 Q_2 的二次绕射线相类似的补偿。

作为小结,我们用一个简单的模型(即图 12-18b)计算了喇叭天线的 E 面方向图,得到了良好的结果。严格地说,我们应当将图 12-18c 中的一些射线包括进分析中,但至今未这样做的原因是希望简单而不丢失准确性。在应用 UTD(或 GTD)时必须小心地识别和包括进所有在问题中出现的射线,这是一个基本常识。在这里的喇叭天线问题中,我们能够忽略某些射线只是因为它们不在或者没有靠近过渡区,也因为在12-18b 中的射线比图 12-18c 中的射线要强一个或几个数量级。

12.6 抛物柱面天线

作为 UTD 应用的第二个例子,我们考虑图 12-20 中所示的抛物柱面天线。我们用第 7 章给出的口径积分获得主瓣和近主瓣的方向图,但应用 UTD 来获得其余区域的方向图。如同前一节研究的喇叭天线,这儿的模型也是二维的。我们仅考虑发生在抛物柱面边缘的绕射,忽略了与曲面有关的高阶射线(例如见 12.11 节)。

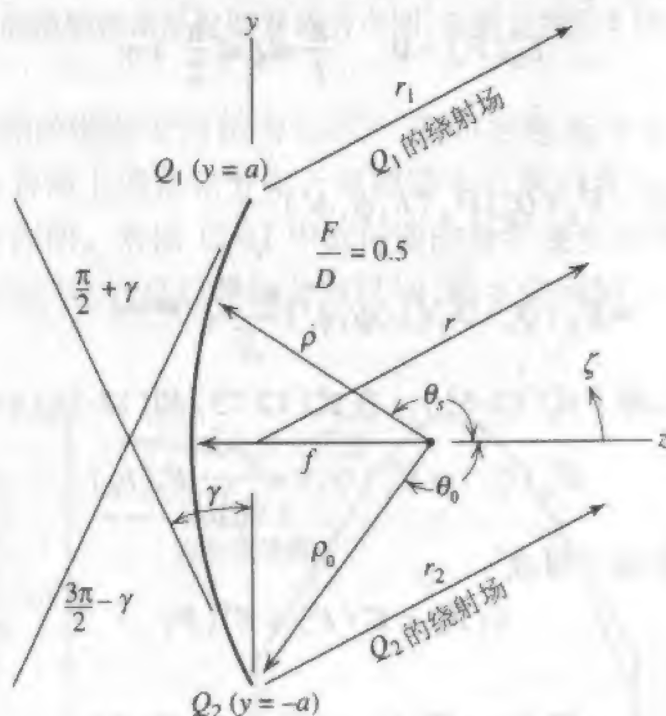


图 12-20 抛物柱面天线几何结构

首先,让我们考虑计算主瓣和开始几个旁瓣的公式。从 7.1 节我们可以写出用口

径积分获得远场 E^A 的公式

[571]

$$E^A(P)=\sqrt{\frac{j\beta}{2\pi r}}e^{-j\beta r}\cos\zeta\int_{-a}^{a}\frac{F_f(\theta_s)}{\sqrt{\rho}}e^{j\beta y'\sin\zeta}dy' \tag{12-71}$$

式中的 $F_f(\theta_s)$ 是作为抛物柱面天线馈源的线电流源 I' 的方向图(如果线源方向图是各向同性的,$F_f(\theta_s)=1$)。式(12-71)是7.1节中公式的二维形式。

当然,式(12-71)可给我们 $90°\geqslant\zeta\geqslant-90°$ 的方向图。可是,由于我们对每个 ζ 值必须重新执行一次口径积分,因此对 $\zeta_0\geqslant\zeta\geqslant-\zeta_0$($\zeta_0$ 是包含主瓣和1或2个旁瓣的角度范围)应用式(12-71),然后对方向图的其余部分应用UTD,在计算上将更有效。显然,在同一角度扇区我们不同时应用口径场积分和UTD。

对天线的UTD模型,以下公式适用。对于 Q_1 点的单重绕射,在远场观察点 $P(r,\zeta)$ 我们有

$$E_1^d(P)=0,\quad \frac{3\pi}{2}-\gamma\leqslant\zeta\leqslant\frac{3\pi}{2} \tag{12-72}$$

其余角度范围

$$\begin{aligned}E_1^d(P)&=E_\parallel^i(Q_1)D_\parallel(L,\phi,\phi')\frac{e^{-j\beta r_1}}{\sqrt{r_1}}\\&\approx E_\parallel^i(Q_1)D_\parallel(L,\phi,\phi')\frac{e^{-j\beta r}}{\sqrt{r}}e^{j\beta a\sin\zeta}\end{aligned} \tag{12-73}$$

这里在式(12-73)中已用了式(12-60)。同样,来自于 Q_2 的 $P(r,\zeta)$ 点的绕射场可写为

$$E_2^d(P)=0,\quad \frac{\pi}{2}\leqslant\zeta\leqslant\frac{\pi}{2}+\gamma \tag{12-74}$$

其余角度范围

$$\begin{aligned}E_2^d(P)&=E_\parallel^i(Q_2)D_\parallel(L,\phi,\phi')\frac{e^{-j\beta r_2}}{\sqrt{r_2}}\\&\approx E_\parallel^i(Q_2)D_\parallel(L,\phi,\phi')\frac{e^{-j\beta r}}{\sqrt{r}}e^{-j\beta a\sin\zeta}\end{aligned} \tag{12-75}$$

这里在式(12-75)中已用了式(12-61)。在式(12-73)和(12-75)中,

$$E_\parallel^i(Q_1)=E_\parallel^i(Q_2)=\frac{e^{-j\beta\rho_0}}{\sqrt{\rho_0}}F_f(\theta_0) \tag{12-76}$$

在观察点 $P(r,\zeta)$ 的总场可写成

$$E(P)=E^i(P)+E^A(P) \tag{12-77}$$

或者

$$E(P)=E^i(P)+E_1^d(P)+E_2^d(P) \tag{12-78}$$

取决于前面提及的角度 ζ。

[572]

图12-21示出了对 10λ 口径(即 $2a=10\lambda$)的和焦径比为0.5的抛物柱面反射器天线计算所得的方向图。模拟馈源的线电流源的方向图为 $F_f(\theta_s)=\cos^2\theta_s(\theta_s\geqslant90°)$ 和

$F_f(\theta_s)=0$（在 $\theta_s<90°$ 的前向半平面）。我们注意到计算所得的方向图在 $\zeta=90°$（和 270°）有一个小的不连续，这个不连续可以如同在前一节中对喇叭天线那样，通过在计算中计及 Q_1 和 Q_2 之间的二重绕射线来消除。我们还注意到在大约 $\zeta=127°$（和 233°）有小的不连续，那是 Q_2（或当 $\zeta\approx233°$ 时的 Q_1）的阴影边界。在 $\zeta=120°$ 附近方向图相对高的电平是由于馈源方向图的溢出效应。

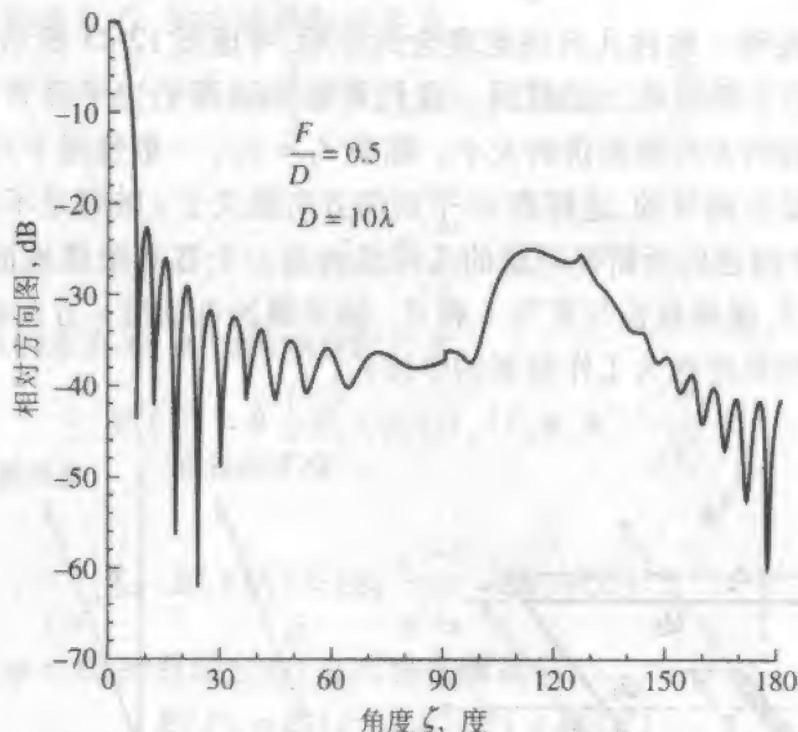


图 12-21　计算的抛物柱面反射器 H 面方向图，反射面的 $D=10\lambda$，焦径比为 0.5

有兴趣注意到选择的馈源方向图为 $\cos^2\theta_s$，该口径电场分布几乎是图 12-22 所示的在 −15dB 边缘照射台阶上的余弦分布。参照表 4-2，我们看到这样的分布将产生旁瓣电平为 −22dB 的方向图。对图 12-21 中方向图的分析表明旁瓣电平的确是 −22dB。这样，如第 4 章中所讨论的，一旦口径场分布已知，前半空间的方向图可很好地由线源来表示。

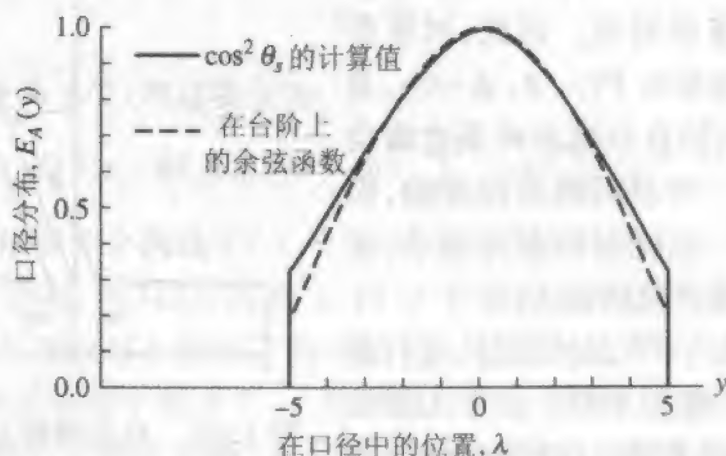


图 12-22　图 12-21 中抛物面口径场分布，馈源方向图为 $\cos^2\theta_s$

在本节中,我们分析了抛物柱面天线的 H 面方向图(即线电流源用来模拟馈源)。当磁流源用来模拟馈源时,我们也能够分析 E 面方向图。这将作为一个习题留给学生。

573

12.7 有限接地平面上缝隙的辐射

为了进一步说明一致性几何绕射理论的应用,考虑图 12-23 所示的一个辐射缝隙沿 x 轴非对称地位于矩形板上的情况。我们希望知道两个主平面方向图的信息来确定边缘绕射所引起的方向图起伏的大小。除非 $d_1=d_2$,一般情况下对表示为 Q_1 和 Q_2 的边缘的照射将是不相等的,这样在 xz 平面的方向图关于 z 轴将是不对称的。

如图 12-23 中描述的所研究问题的几何结构是一个在有限接地面上的窄口径(或缝隙),其长度为 T,接地板长与宽为 A 和 B。该窄缝的电场沿 x 方向极化,沿 y 方向为余弦分布。缝隙的长度选为工作频率的半波长。

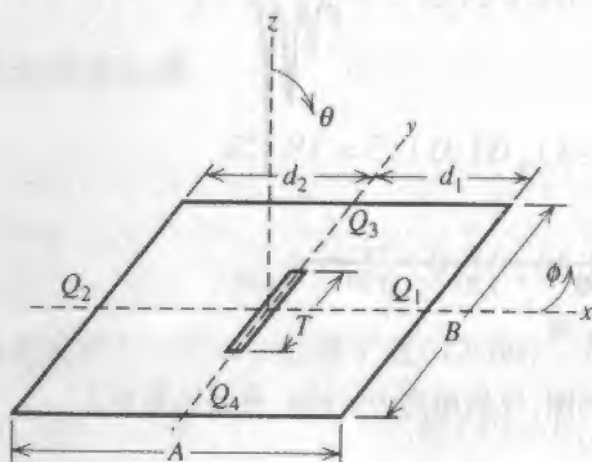


图 12-23 矩形导电板上缝隙的几何结构

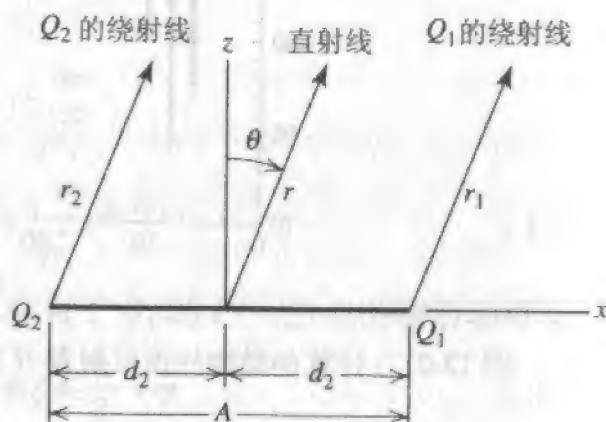


图 12-24 对 xz 平面方向图有贡献的直射线和绕射线

对于在接地面上 xz 平面的辐射,这问题用无限长缝隙的一阶近似表示。由于接地面的有限大小,根据 UTD,存在源于边缘点 Q_1 和 Q_2 的两条边缘绕射线。因此,对于在感兴趣区域的远场观察点 $P(r,\theta,\phi=0)$,总场是如图 12-24 所示的直射线和两条边缘绕射线的贡献之和。二重绕射线是存在的,但与图 12-24 所示的一重绕射线相比很小,在这里的分析中没有将其包括进去。

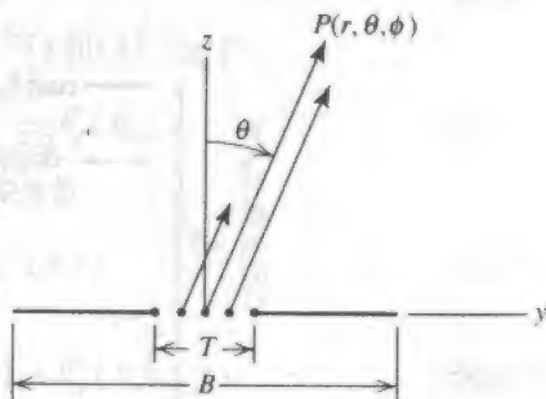


图 12-25 代表缝隙对 yz 平面方向图贡献的加权源的直射线。见图 12-23

对于在接地面上 yz 平面的辐射,进行余弦分布的 $N+1$ 个理想源取样。由于入射线在 yz 平面为零,因此没有一阶绕射线。图 12-25 给出了 5 个取样源的几何分布。因切

向电场在缝隙端点等于零，所以两个端点的源为零。

首先，让我们考虑在 xz 平面的辐射方向图。在观察点 $P(r,\theta,\phi=0)$ 的窄缝直射线是

$$\boldsymbol{E}^i(P)=\hat{\boldsymbol{\theta}}E_0\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta r}}{\sqrt{r}} \tag{12-79}$$

点 $P(r,\theta,\phi=0)$ 的来自 Q_1 的边缘绕射线变为

$$\boldsymbol{E}_1^d(P)=\hat{\boldsymbol{\theta}}\frac{1}{2}E_\perp^i(Q_1)D_\perp(L,\phi,\phi')\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta r_1}}{\sqrt{r_1}} \tag{12-80}$$

其中

$$\boldsymbol{E}_\perp^i(Q_1)=\hat{z}E_0\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta d_1}}{\sqrt{d_1}}=\hat{z}E_\perp^i(Q_1) \tag{12-81}$$

点 $P(r,\theta,\phi=0)$ 的来自 Q_2 的边缘绕射线产生

$$\boldsymbol{E}_2^d(P)=\hat{\boldsymbol{\theta}}\frac{1}{2}E_\perp^i(Q_2)D_\perp(L,\phi,\phi')\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta r_2}}{\sqrt{r_2}} \tag{12-82}$$

其中

$$\boldsymbol{E}_\perp^i(Q_2)=\hat{z}E_0\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta d_2}}{\sqrt{d_2}}=\hat{z}E_\perp^i(Q_2) \tag{12-83}$$

在观察点 $P(r,\theta,\phi=0)$ 的总场变为（在对称的情况）

$$\boldsymbol{E}(P)=\boldsymbol{E}^i(P)+\boldsymbol{E}_1^d(P)+\boldsymbol{E}_2^d(P) \tag{12-84}$$

参数 r、r_1、d_1、r_2 和 d_2 见图 12-24 所示。参数 E_0 表示 xz 平面窄缝中电场的幅度。$E_\perp^i(Q_m)$ 是入射电场分量，它既垂直于边缘又垂直于入射线。一阶的 $D_\parallel$ 等于零。但是这里有的确发生的少量绕射，它称为斜率绕射（见习题 12.7.1）。斜率绕射加到绕射场不但保证了总场在阴影边界的连续，而且总场的导数也是连续的。

对于图 12-23 的缝隙问题，yz 平面的辐射，在一阶近似下可以通过沿阵列方向具有余弦幅度分布的偶极子阵列在接地面上方区域进行分析。令阵列中的偶极子总数为 $N+1$，于是偶极子之间的间距为

$$s=\frac{T}{N} \tag{12-85}$$

在观察点 $P(r,\theta,\phi=\pi/2)$ 的总场变为

$$\boldsymbol{E}(P)=\hat{\boldsymbol{\theta}}E_0\sin(90^\circ-\theta)\sum_{n=-N/2}^{N/2}\cos\left(\frac{ns\pi}{\mathrm{T}}\right)\mathrm{e}^{\mathrm{j}n\beta s\sin\theta} \tag{12-86}$$

图 12-25 示出阵列中有 5 个偶极子（$N=4$）的 yz 平面几何结构。

图 12-26 给出 1GHz 和 3GHz 时在 xz 和 yz 平面的远场方向图结果。接地平面为 61cm×61cm，缝隙长度取每个频率下的半波长，并假定 yz 平面的绕射可忽略，在此假定下，如图 12-26 所示在每个频率下 yz 平面的方向图相同。可是由于绕射，xz 平面的两个方向图是不同的，方向图中的“起伏”是绕射能量的结果。因为该缝隙是对称地位于接地面上，我们看到方向图是关于 z 轴对称的。为了完整起见，也示出了在 1GHz

和 3GHz 时斜率绕射对 xz 平面方向图的贡献。斜率绕射正比于入射场相对于 Q 点的入射线和边缘成法线方向的空间导数(见习题 12.7.1)。与此相反,我们到现在为止考虑的边缘绕射是正比于 Q 点的入射场。在本节考虑的问题中,图 12-23 中的 Q_3 和 Q_4的入射场为零。可是,入射场的法向(本例中为 z 向)导数在 Q_3 和 Q_4 点都不为零。

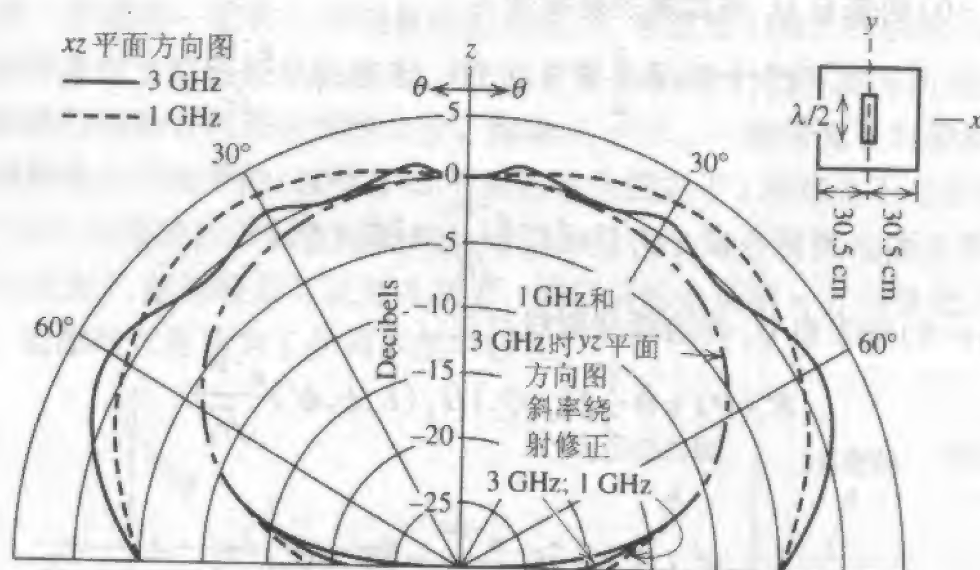


图 12-26 1GHz 和 3GHz 时两主平面的远场方向图

虽然在这里没有给出实验对比,这样的比较已得到了极好的结果[14],甚至是在接地面 4 个角或顶点的绕射被忽略的情况下。我们从实验测量知道顶点绕射通常比边缘绕射要微弱得多。这样,由式(12-84)表示的总场得到了良好的近似。在这里所考虑的问题中,顶点绕射在 xz 和 yz 平面是微弱的,而在 $\phi = 45°$和 $\phi = 135°$的平面上比较强。

12.8 有限接地平面上的单极子的辐射

作为几何绕射一致性理论的另一个应用,也作为带有焦散问题的一个例子,考虑图12-27 中所描述的两种情况。首先,考虑图 12-27a 的方板上的 $\lambda/4$ 单极子天线情况,假定我们希望得到 xz 平面的方向图。为远场计算和概念上简化的目的,$\lambda/4$ 单极子的一个合适的近似是第 1 章的理想偶极子。我们将考虑理想偶极子架在接地平面上。这样,根据前一节对缝隙的研究,我们有从理想偶极子到 $P(r,\theta,\phi=0)$ 的直射线

$$E^i(P) = \hat{\theta} E_0 \frac{e^{-j\beta r}}{r} \sin\theta \tag{12-87}$$

该射线现在必须考虑为球面波。在 $P(r,\theta,\phi=0)$点的来自 Q_1 的边缘绕射线看上去是

从一个点发出的，因此为

$$E_1^d(P) = \hat{\boldsymbol{\theta}}\frac{1}{2}E_\perp^i(Q_1)D_\perp(L,\phi,\phi')\sqrt{d_1}\frac{e^{-j\beta r_1}}{r_1} \tag{12-88}$$

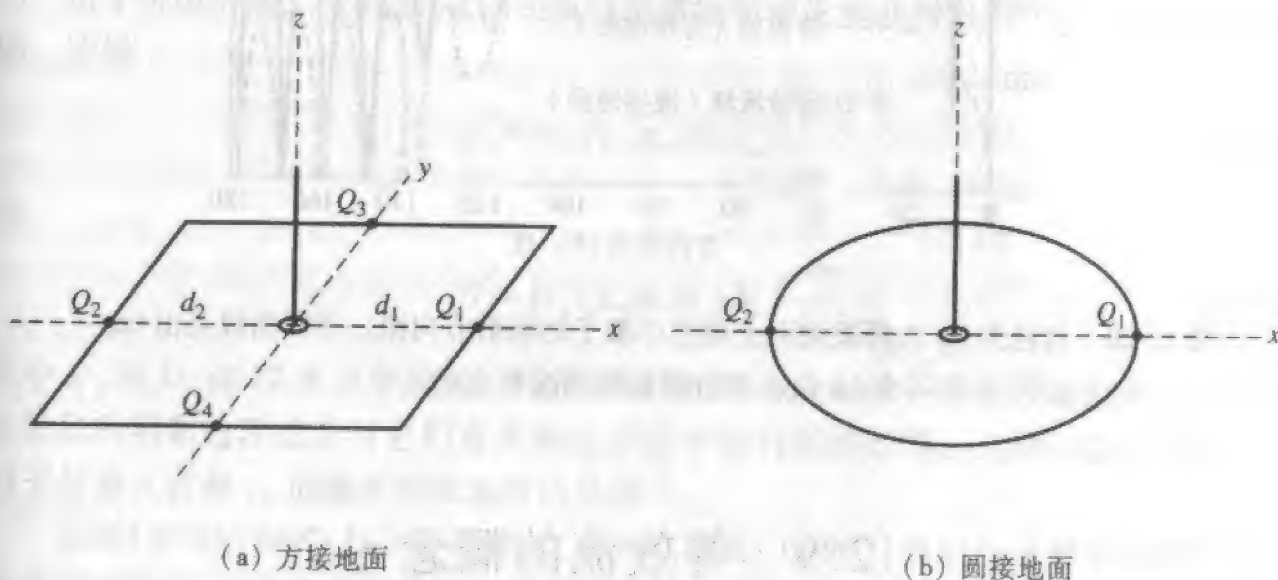
有

$$\boldsymbol{E}_\perp^i(Q_1) = \hat{z}E_0\frac{e^{-j\beta d_1}}{d_1} = \hat{z}E_\perp^i(Q_1) \tag{12-89}$$

同样，在 $P(r,\theta,\phi=0)$ 点的来自 Q_2 的边缘绕射线为

$$E_2^d(P) = \hat{\boldsymbol{\theta}}\frac{1}{2}E_\perp^i(Q_2)D_\perp(L,\phi,\phi')\sqrt{d_2}\frac{e^{-j\beta r_2}}{r_2} \tag{12-90}$$

由于源在接地面中心，$E_\perp^i$ 由式(12-89)给出。从含有 Q_3 和 Q_4 的两边的绕射对 xz 平面的远场没有贡献，因为单极子天线位于接地面的中心，从这两边的绕射场将相互抵消。如前一节处理缝隙的情况一样，我们忽略接地面 4 个角或顶点的绕射。对于一个 6λ 的方接地面的相应方向图如图 12-28(虚线曲线)所示。



(a) 方接地面　　(b) 圆接地面

图 12-27　有限接地面上的单极子天线

如果现在考虑图 12-27b 的几何结构，我们将注意到在 xz 平面，绕射的辐射看来(根据费马原理)也将是来自于两个称为驻点的点。我们还注意到 z 轴是在这个问题中的一个焦散，因为所有来自圆接地面边缘的射线沿 z 轴相交。因此，虽然希望能应用两个驻点来计算绕射场对离焦散较远区域的方向图的贡献[15]，我们同样预期当观察点移近焦散时该“两点近似”的误差会增加。图 12-28 显示的确是这样，因为测量的和两点计算的方向图在 $\theta\to0$ 和 $\theta\to\pi$(也是焦散)时发散。在焦散附近的明显困难可通过应用假想的等效边缘流来克服，如图 12-28 所建议的那样。正如我们将在下一节中看到的，所谓等效流完全不是物理的流，而是一个用来预测在焦散或靠近焦散区域的正确绕射场的数学技巧。

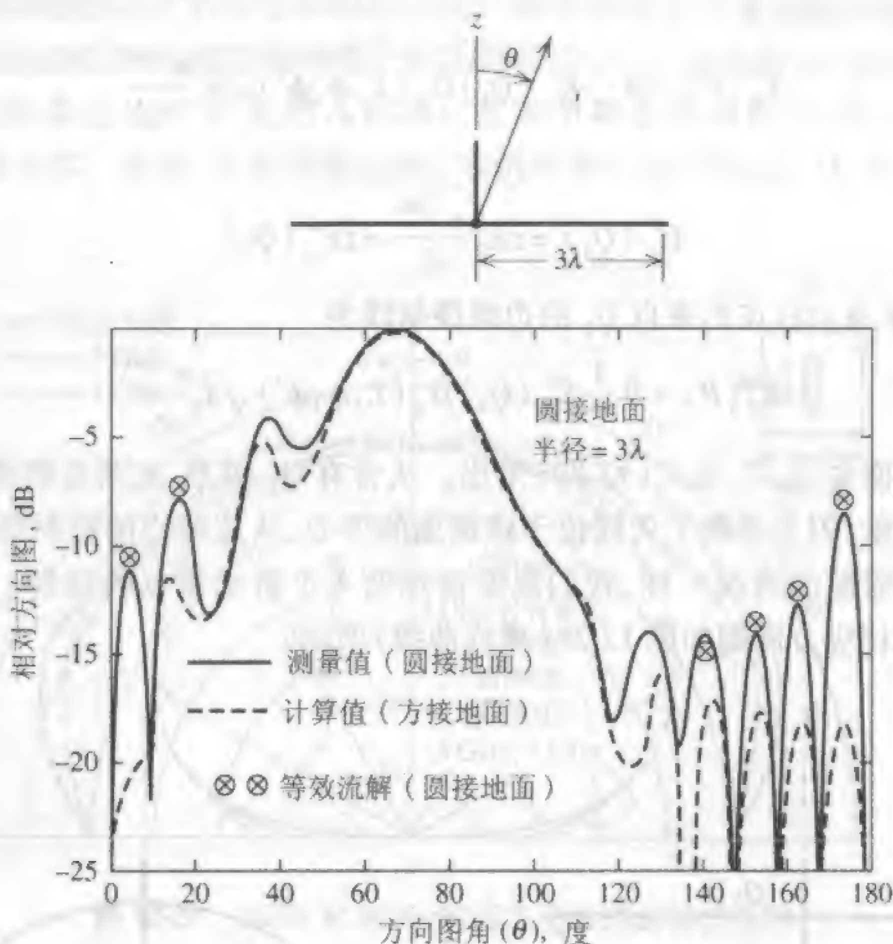


图12-28 直径为3λ的圆接地面上理想单极子的辐射方向图。计算曲线是由Lopez[15]对于一个6λ×6λ的方接地面情况作出的

12.9 等效流的概念

在前一节我们看到在对圆接地面的处理中,如果观察点不是靠近焦散的话,可以用常规的边缘绕射理论来得到绕射场。大体上,我们处理该问题为二维问题,其绕射取无限长的二维劈的绕射,然而实际上却是有限的边缘,而且边缘不是直的,而是曲边缘。

为了合适地处理曲边缘或有限劈(即有限长度的劈)的绕射,必须考虑等效流的概念[16]。如我们将看到的,这些所谓等效流的强度(即幅度和相位)将由劈绕射的典型问题来确定。

考虑图12-15中的劈为有限长度,$-l/2 \leqslant z(Q) \leqslant l/2$。开始,我们假定这些流与无限长劈上的流一样。让我们确定在无限长劈边缘上的流,它们将产生由劈绕射分析来预测的散射场。这样,我们指定了一个由绕射系数确定的无限长线源。如果z向线源是电流,可以用在1.5节和10.13.2节中相同的方法证明标量波动方程的解是[17]

$$\psi = \frac{I^e}{4j} H_0^{(2)}(\beta\rho) \tag{12-91}$$

因此电场的 z 向分量是

$$E_z = \frac{-\beta^2 I^e}{4\omega\varepsilon} H_0^{(2)}(\beta\rho) \tag{12-92}$$

式中 I^e 表示电流。如果 Hankel 函数 $H_0^{(2)}(\beta\rho)$ 的宗量较大，然后应用 Hankel 函数的渐近表示，我们得到

$$E_z = \eta\beta I^e \frac{e^{j(\pi/4)}}{2\sqrt{2\pi\beta\rho}} e^{-j\beta\rho} \tag{12-93}$$

我们注意到式(12-93)代表一个在柱坐标系统的外向行波，具有适合二维问题的 $\rho^{-1/2}$ 相关性。如果替换该线源为磁流 I^m，然后我们有

$$H_z = -\frac{\beta}{\eta} I^m \frac{e^{j(\pi/4)}}{2\sqrt{2\pi\beta\rho}} e^{-j\beta\rho} \tag{12-94}$$

由于考虑的是二维问题，我们还可以用劈绕射理论来获得这两个正交极化的绕射场。这样

$$E_z = D_{\parallel}(L,\phi,\phi') E_z^i \frac{e^{-j\beta\rho}}{\sqrt{\rho}} \tag{12-95}$$

和

$$H_z = D_{\perp}(L,\phi,\phi') H_z^i \frac{e^{-j\beta\rho}}{\sqrt{\rho}} \tag{12-96}$$

式中 $D_{\parallel}$ 和 $D_{\perp}$ 在 12.4 节中给出。可是，我们发现通常应用等效流涉及远离入射场或反射场的阴影边界或者与它们有关的过渡区中绕射场的计算。这样，式(12-59)中的对于任意入射角 γ_0 的渐近形式通常已足够了。

从式(12-93)和式(12-95)以及式(12-94)和式(12-96)，我们可求解出无限长线源的电流和磁流，这些流将产生与应用绕射系数同样的远场。这样，①

$$I^e = \frac{-2j}{\eta\beta} E_z^i D_{\parallel}\left(\phi,\phi';\frac{\pi}{2}\right)\sqrt{2\pi\beta}\, e^{j(\pi/4)} \tag{12-97}$$

和

$$I^m = \frac{2j\eta}{\beta} H_z^i D_{\perp}\left(\phi,\phi';\frac{\pi}{2}\right)\sqrt{2\pi\beta}\, e^{j(\pi/4)} \tag{12-98}$$

我们注意到式(12-97)和(12-98)给出了等效流 I^e 和 I^m，但是对于每个 ϕ 和 ϕ' 值它们在数值上是不同的。对不同的观察点(即 ϕ 的值)这些等效流就不同的事实强调了这些等效流不是真正的流，而仅是帮助我们计算绕射场的虚拟流。

考虑图 12-15 入射线垂直于边缘($\gamma_0 = \pi/2$)的情况，对于远区绕射场我们分别有

---

① 注意我们应用绕射系数为 L,ϕ 和 ϕ' 的函数暗示了式(12-52)中的一致性绕射理论的 Fresnel 积分形式，而应用 ϕ,ϕ' 和 γ_0 意指式(12-59)中的渐近形式。

$$E_\theta^e = \frac{j\omega\mu \sin\theta}{4\pi r} e^{-j\beta r} \int_{-l/2}^{l/2} I_z^e(z') e^{j\beta z' \cos\theta} dz' \tag{12-99}$$

和

$$H_\theta^m = \frac{j\omega\mu \sin\theta}{4\pi r} e^{-j\beta r} \int_{-l/2}^{l/2} I_z^m(z') e^{j\beta z' \cos\theta} dz' \tag{12-100}$$

如在第4章那样，我们看到由于这些流关于 z' 为常数，式(12-99)和(12-100)简化为关于 θ 的 $\sin(x)/x$ 的一般形式解。

对于非垂直入射的情况（即 $\gamma_0 \neq \pi/2$），我们可以用相同的方式来进行，并证明

$$I^e = \frac{-2j}{\eta\beta} E_z^i D_{\parallel}(\phi, \phi'; \gamma_0) \sqrt{2\pi\beta} e^{j(\pi/4)} e^{j\beta l \cos\gamma_0} \tag{12-101}$$

和

$$I^m = \frac{2j\eta}{\beta} H_z^i D_{\perp}(\phi, \phi'; \gamma_0) \sqrt{2\pi\beta} e^{j(\pi/4)} e^{j\beta l \cos\gamma_0} \tag{12-102}$$

这两个表达式包括了解决因斜入射引起的行波型流的相位项。在获得式(12-101)和(12-102)时，我们忽略了在 $z = \pm l/2$ 的终端效应。如果能够指定终端效应，一种可供选择的等效流可由以上给出的流加上终端的反射流来组成。这些反射效应被认为多数涉及后向散射方向，而不是双站散射场的方向。即使这样，当边缘的电尺寸变大时，终端效应将减小。另外，通常上述的流在应用于接近垂直于边缘的平面的角度区域时，任何可能的终端效应将进一步减小。

80

当得到等效流时，我们援用了绕射理论的假定，即绕射是一种局部现象。对于曲边缘，我们比直边缘更进一步地延伸了这个假定。换句话说，我们假定曲边缘上的每一点作为无限长直边缘的一段增量，并因此确定等效流。例如，能计算图12-27b中问题的焦散上绕射场的等效流将为[14]

$$I^m = -(\hat{\boldsymbol{\phi}} \times \hat{\boldsymbol{s}}') \cdot \boldsymbol{E}^i D_{\perp}\left(\phi, \phi'; \frac{\pi}{2}\right) \sqrt{\frac{8\pi}{\beta}} e^{-j(\pi/4)} \tag{12-103}$$

式中用了式(12-98)的结果，以及 $(\hat{\boldsymbol{\phi}} \times \hat{\boldsymbol{s}}')$ 给出了垂直于从源到边缘的射线的单位矢量。应用式(12-103)给出图12-28的计算结果，其与焦散区的实验测量值相符。

另一方面，如果图12-27b中的源为磁偶极子，则所需的等效流将是[14]

$$I^e = -\frac{\hat{\boldsymbol{\phi}} \cdot \boldsymbol{E}^i}{\eta} D_{\parallel}\left(\phi, \phi'; \frac{\pi}{2}\right) \sqrt{\frac{8\pi}{\beta}} e^{-j(\pi/4)} \tag{12-104}$$

对于任意极化的入射波，同时需要电流和磁流来获得总绕射场。例如，这样的情况发生在抛物反射面天线背面轴线上或靠近轴线（焦散区）场的计算中。在抛物面边缘，来自馈源的入射场相对于边缘的极化一般既不是垂直的也不是平行极化的。这样，同时需要边缘的电流和磁流来获得抛物面背面轴线区域的总绕射场。

12.10 多重绕射的表达

在以上两节中，我们考虑了在无限薄接地面（即 $n = 2$）上的辐射元。如果作为替

代,接地面是"厚的",这样,如图 12-29 所示其一边可用两个 90°的劈来表示,于是需要考虑在两个间距较近的边缘之间的多重绕射。在这种情况下,被一个边缘绕射的某些能量依次被另一个边缘绕射,引起二阶绕射或二重绕射线。显然,某些二重绕射线又引起更高阶的多重绕射。

如果要合理地近似总的绕射能量,计算需要包括二重绕射线,通常最简单的是用在前面两节中解决一阶绕射的方式将它们包括进来。另一方面,如果需要解决比二阶更高的绕射,应用一种称为自恰性方法的过程是有益的。

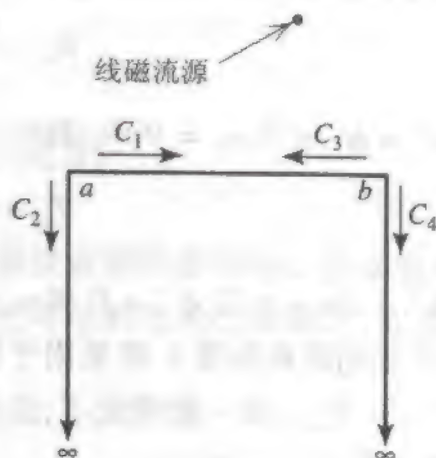


图 12-29 激励有限厚度半平面上的表面射线的线磁流源

简要地讲,自恰性方法对每一个绕射边缘将所有绕射线(即一次绕射以及所有高阶绕射线)合并成总(或净)绕射场。这样,这些总边缘绕射场的每一个由一条表面射线激励。因此,在两个绕射边缘之间有两条向相反方向传播的表面射线。这两条表面射线的幅度和相位为未知数。为了求解这两个未知数,在两个绕射边缘的每一个上应用单重绕射条件,产生两个方程。

为了说明这些,考虑图 12-29。系数 C_1 和 C_3 是表面 ab 上两条表面射线的未知振幅(即幅度和相位)。一旦 C_1 和 C_3 已知,系数 C_2 和 C_4 也可知道。这样,我们可写出以下方程。在边缘 a,

$$C_1 = C_3 R_{ba} + V_1 \tag{12-105}$$

在边缘 b,

$$C_3 = C_1 R_{ab} + V_3 \tag{12-106}$$

知道了 C_1 和 C_3 后,我们有

$$C_2 = T_{ba} C_3 + V_2 \tag{12-107}$$

$$C_4 = T_{ab} C_1 + V_4 \tag{12-108}$$

式中 R 和 T 分别为反射和传输系数,V 是对相应表面射线的直接源贡献。

式(12-105)和(12-106)可写成矩阵形式为

$$\begin{bmatrix} 1 & -R_{ba} \\ -R_{ab} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1 \\ C_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_3 \end{bmatrix} \tag{12-109}$$

或紧凑地为

$$[Z][C] = [V] \tag{12-110}$$

式中$[Z]$为耦合矩阵,$[V]$是激励矩阵。耦合矩阵中的矩阵元指定两条表面射线之间的相互作用。一般情况下,两条射线仅在如图 12-30 所示多边形的相同表面或相邻表面传播时才能耦合。这一般导致$[Z]$矩阵为稀疏矩阵。

对于图 12-29 的情况，反射和传输系数为

$$R_{ab}=\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta\rho_{ab}}}{\sqrt{\rho_{ab}}}\frac{1}{2}D_{\perp}(L,\phi,\phi') \tag{12-111}$$

式中 $\phi^{+}=\phi^{-}=0,\gamma_0=90°$，和

$$T_{ab}=\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta\rho_{ab}}}{\sqrt{\rho_{ab}}}\frac{1}{2}D_{\perp}(L,\phi,\phi') \tag{12-112}$$

式中 $\phi^{+}=2\pi-\pi/2,\phi^{-}=0$ 和 $\gamma_0=90°$。对于 T_{ab}，ϕ^{+} 为 2π 减劈内角 $\pi/2$。在两种情况下，所用的距离参数 L 都是用于柱面波的。对于图 12-29 中描述的特殊情况，$R_{ab}=R_{ba}$ 和 $T_{ab}=T_{ba}$。在一般情况下，这不一定是正确的。例如，对图 12-31 所描述的情况，它们将不成立。

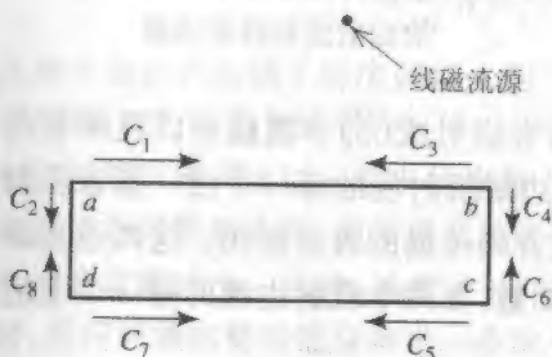


图 12-30　激励无限长四边形柱体上的表面射线的线磁流源



(a) 曲面　　(b) 多边形近似

图 12-31　曲面柱体的多边形近似

对于两个激励矩阵元，我们有

$$V_1=\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta\rho_{sa}}}{\sqrt{\rho_{sa}}}D_{\perp}(L,\phi,\phi') \tag{12-113}$$

$$V_3=\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta\rho_{sb}}}{\sqrt{\rho_{sb}}}D_{\perp}(L,\phi,\phi') \tag{12-114}$$

式中 ρ_{sa} 是从源到边缘 a 的距离，而 ρ_{sb} 是从源到边缘 b 的距离。如果线源不直接照射比方说边缘 b，则 V_3 将等于零。这里，我们仅考虑 TE 情况。考虑 TM 情况需要斜率绕射的知识（见 12.7 节）。

如前所述，在许多问题中仅考虑二阶绕射已足够，因此可忽略二阶以上的所有高阶多重绕射线。自恰性方法大大简化解所需要的工作量的例子由图 12-29 给出。用如图 12-31b 的多边形近似图 12-31a① 所示的曲面是可能的和实用的。对曲面进行准确近似时，图 12-31b 的边缘靠得很近，以至于需要考虑高阶多重绕射。最早的方法是用自恰性方法。可是，自恰性方法仅在边缘不处于其他边缘绕射的过渡区中才有效。当

① 原书为图 12-29，有误。——译者注

多边形的相邻边紧密相连时，边缘处于绕射的过渡区是可能的，因此这限制了曲面的近似的程度。

12.11 曲面的绕射

在前面几节中，我们看到理想导电劈如何将能量绕射到阴影区域。曲面也能够绕射能量。换句话说，当绕射线以掠射角入射一个理想导电的光滑凸曲面时，如图 12-32 所示它的一部分能量绕射到阴影区。

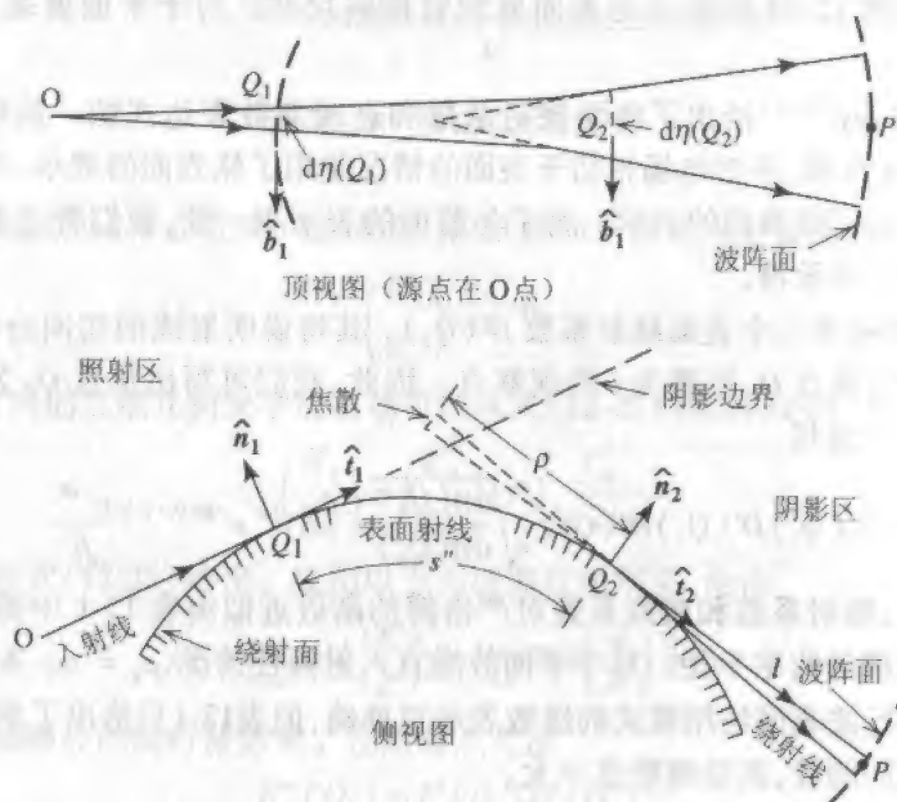


图 12-32 平衡凸表面的绕射

在图 12-32 中，入射平面波在阴影边界 Q_1 点绕射，该点是入射线与曲面相切的点。在这一点，部分能量被截留，导致一个沿散射体表面传播的波，通过在表面的切向方向（即点 Q_2）辐射能量，如同围绕曲面传播。

这个沿曲面在阴影区传播的波称为爬行波。爬行波可以用捕获点的附着（绕射）系数、辐射点的发射（绕射）系数、说明辐射率的衰减因子和爬行波在散射体上的路径图来描述。该路径图用于说明相位延迟和总衰减。这样，在二维问题中，沿路径 s″的爬行波场 $E^{cw}(s'')$ 可写为

$$E^{cw}(s'') = E^{i}(Q_1)D^{s}(Q_1)G(s'')\mathrm{e}^{-\int\gamma(s'')\mathrm{d}s''} \tag{12-115}$$

式中

$E^{cw}(s'')$ = 沿 s″的爬行波场

$D^{s}(Q_1)$ = 点 A 的表面绕射系数（附着系数）

$\gamma(s'') = \alpha(s'') + j\beta(s'')$ = 爬行波传播因子

s'' = 沿爬行波路径的弧长

$G(s'')$ = 由射线的几何特性决定的射线发散因子

如已说明的那样，当表面射线沿曲面的最短连线传播时，它向切向方向散发能量，结果是能量连续地损失而导致损耗。和几何光学一样，我们假定在相邻射线间的射线管中能量守恒，这给出二维几何光学扩散因子为

$$G(s'') = \sqrt{\frac{d\eta(Q_1)}{d\eta(s'')}} \tag{12-116}$$

式中 $d\eta(s'')$ 是图 12-32 中所示的表面射线管横向尺寸。对于平面波垂直入射情况，$G(s'')$ 为 1。

Keller 和 Levy[21, 22] 给出了曲面绕射系数和衰减系数表达式的一阶项。Kouyoumjian[14] 给出了高阶项，并对电场相切于表面的情况使用了软表面的表示，对电场垂直于表面的情况使用了硬表面的表示。为了与前面的表示相一致，我们将选用本章前面所用的垂直和平行表示符。

在点 Q_2 将有第二个表面绕射系数 $D^s(Q_2)$，其将说明射线的切向分离（发射），该分离从表面射向离点 Q_2 距离为 l 的观察点。因此，我们可写出从点 Q_2 发出和在观察点 P 观察的爬行波场

$$E^{cw}(P) = E^i(Q_1)D^s(Q_1)D^s(Q_2)\sqrt{\frac{d\eta(Q_1)}{d\eta(Q_2)}}e^{-\int_0^{\ell}\alpha(s'')ds''}e^{-j\beta(Q_2-Q_1)}\frac{e^{-j\beta l}}{\sqrt{l}} \tag{12-117}$$

对于圆柱，绕射系数和衰减系数对严格解的渐近近似由表 12-1 中的量给出，其中 ρ_g 是沿最短连线的曲率半径。对于平面波垂直入射圆柱情况，$\rho_g = a$。$Ai(-x)$ 是 Airy 函数[7, 14]。爬行波表面场用模式的级数表示更准确，但表12-1只给出了第一个模，因为对于这里处理的圆柱，高阶模数值不大。

表 12-1　凸圆柱面的绕射系数和衰减系数

类　型	$(D^s)^2$	α	Airy 函数及其零点
$E_\parallel$	$\dfrac{\rho_g^{1/3}e^{-j\pi/12}}{\pi^{1/2}2^{5/6}\beta^{1/6}(Ai'(-q))^2}$	$\dfrac{q}{\rho_g}e^{j\pi/6}\left(\dfrac{\beta\rho_g}{2}\right)^{1/3}$	$q = 2.338\,11$ $A'_i(-q) = 0.701\,2$
$E_\perp$	$\dfrac{\rho_g^{1/3}e^{-j\pi/12}}{\pi^{1/2}2^{5/6}\beta^{1/6}(\bar{q})(Ai(-\bar{q}))^2}$	$\dfrac{\bar{q}}{\rho_g}e^{j\pi/6}\left(\dfrac{\beta\rho_g}{2}\right)^{1/3}$	$\bar{q} = 1.018\,79$ $Ai(-\bar{q}) = 0.535\,6$

例 12-3　圆柱的爬行波

考虑计算直圆柱垂直于轴向方向雷达回波宽度的二维问题。回波宽度 σ_w 是三维回波面积或雷达截面的二维对应参数。σ_w 定义为

$$\sigma_w = \lim_{l\to\infty} 2\pi l\frac{|\bar{E}^s|^2}{|\bar{E}^i|^2} \tag{12-118}$$

式中的 l 是到目标的距离。

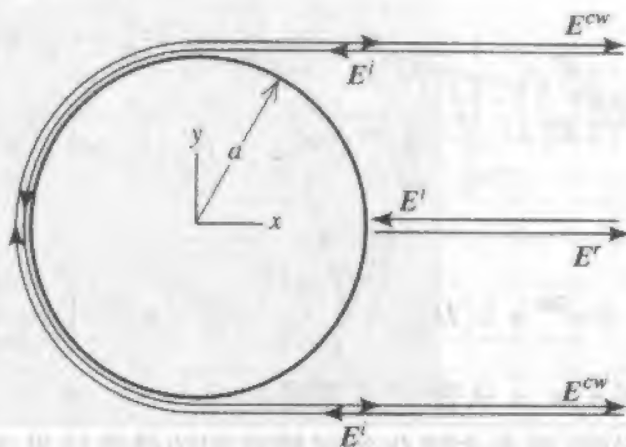


图 12-33 圆柱的后向散射

设圆柱半径为 a，中心位于 z 轴，如图 12-33 所示。假定入射波由式(12-119)给出

$$\begin{pmatrix} E^i_{\parallel} \\ E^i_{\perp} \end{pmatrix} = e^{+j\beta l} \tag{12-119}$$

在后向散射方向的二维几何光学反射场可以从式(12-21)和式(12-24)发现

$$\begin{pmatrix} E^r_{\parallel} \\ E^r_{\perp} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E^i_{\parallel} \\ E^i_{\perp} \end{pmatrix} [R] \sqrt{\frac{a}{2l}} \tag{12-120}$$

式中 $l \gg a$，R 由式(12-25)给出。应用以上回波宽度的定义，给出

$$\sigma_w = \lim_{l\to\infty} 2\pi l \frac{|E^s|^2}{|E^i|^2} = \lim_{l\to\infty} 2\pi l \left(\frac{a}{2l}\right) = \pi a \tag{12-121}$$

接下来，计及绕圆柱的爬行波影响。在附着点写出

$$E^{cw}(Q_1) = E^i(Q_1) D^s(Q_1) \tag{12-122}$$

在分离点写出

$$E^{cw}(Q_2) = E^i(Q_1) D^s(Q_1) e^{-j\beta\pi a} e^{-\int_0^{\pi a} \alpha\, ds''} = E^i(Q_1) D^s(Q_1) e^{-j\beta\pi a} e^{-\alpha\pi a} \tag{12-123}$$

由于在圆柱表面的射线没有横向扩散，所以 $G(s'')$ 为 1。

当 $E^{cw}(Q_2)$ 乘以分离系数 $D(Q_2)$ 时，我们得到辐射的爬行波场。通过互易宗量，我们可以看到对于圆柱，发射系数和附着系数是一样的。这样，在以下后向散射方向的辐射场表达式中，表面绕射系数将取平方：

$$\begin{pmatrix} E^{cw}_{\parallel} \\ E^{cw}_{\perp} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E^i_{\parallel} \\ E^i_{\perp} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} D^s_{\parallel} \\ D^s_{\perp} \end{pmatrix}^2 e^{-j\beta\pi a} e^{-\pi a \alpha_{\parallel,\perp}} \sqrt{\frac{a}{2l}} \tag{12-124}$$

必须考虑到在圆柱顶部和底部的附着点要求我们对爬行波场强加倍。这样，总后向散射场为

$$\begin{pmatrix} E^s_{\parallel} \\ E^s_{\perp} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E^r_{\parallel} \\ E^r_{\perp} \end{pmatrix} + 2\begin{pmatrix} E^{cw}_{\parallel} \\ E^{cw}_{\perp} \end{pmatrix} \tag{12-125}$$

对于圆柱

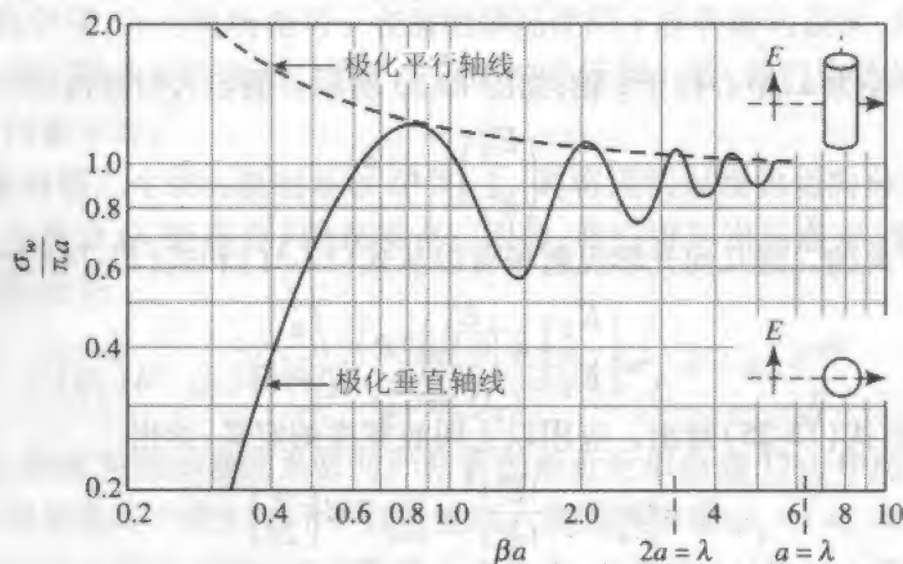
$$\begin{pmatrix} E^s_{\parallel} \\ E^s_{\perp} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E^i_{\parallel} \\ E^i_{\perp} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -\sqrt{\dfrac{a}{2}}e^{j2\beta a} + 2(D^s_{\parallel})^2 e^{-\pi a\alpha_{\parallel}} e^{-j\beta\pi a} \\ +\sqrt{\dfrac{a}{2}}e^{j2\beta a} + 2(D^s_{\perp})^2 e^{-\pi a\alpha_{\perp}} e^{-j\beta\pi a} \end{pmatrix} \frac{e^{-j\beta l}}{\sqrt{l}} \tag{12-126}$$

于是回波宽度变为

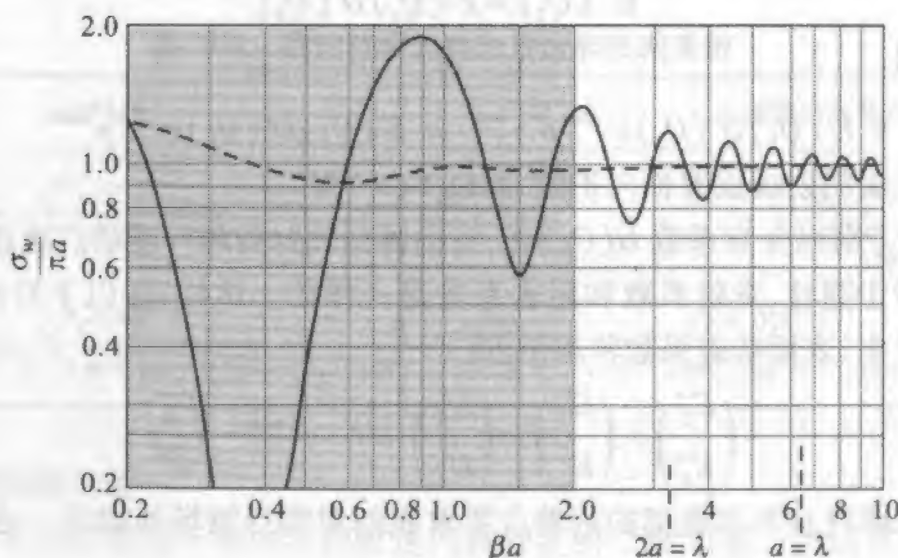
$$\sigma_w = \pi a \left| \mp e^{j2\beta a} + 2(D^s_{\parallel,\perp})^2 \left(\frac{2}{a}\right)^{1/2} e^{-\pi a\alpha_{\parallel,\perp}} e^{-j\beta\pi a} \right|^2 \xrightarrow[\beta a\to\infty]{} \pi a^2 \tag{12-127}$$

D 和 α 的表达式可以用 $\rho_g = a$ 从表 12-1 得到。

对于上例考虑的问题，两个主极化的回波宽度的严格结果出现在图 12-34a 中。该回波宽度用 πa 归一，正如球的回波面积用它的镜像贡献归一一样。注意，爬行波对圆

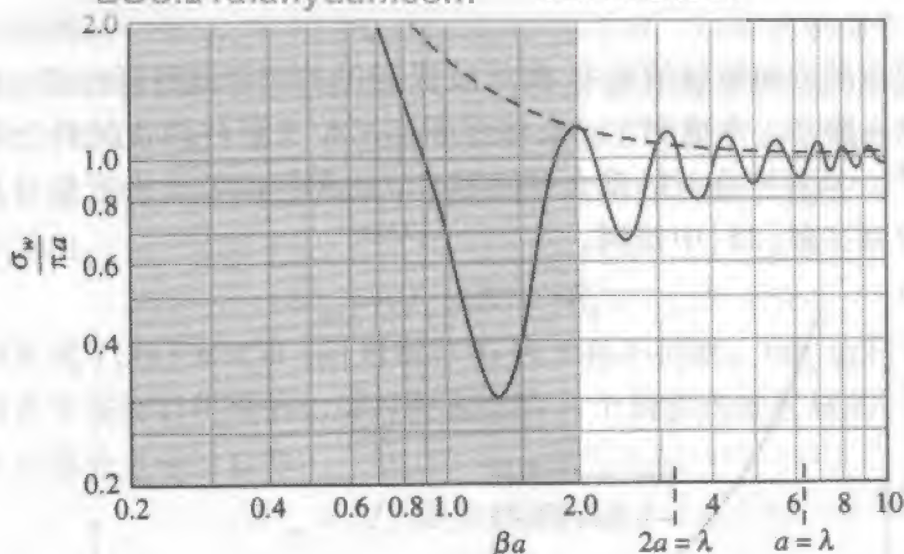


(a) 严格的本征函数解



(b) 用式(12-127)的 GTD 解

图 12-34 用三种方法计算的无限长圆柱的回波宽度



(c) 用几何光学修正的 GTD 解

图 12-34 (续)

柱的回波宽度的贡献在垂直极化情况下看得相当清楚，而在平行极化的情况下则不是这样。这是因为切向电场边界条件在平行极化时趋于将爬行波短路，而在垂直极化时没有短路发生。

当圆柱直径是波长的量级或更小时，不能希望以上的式(12-127)中圆柱回波宽度的基于 GTD 的表达式能产生图 12-34a 中的曲线，该曲线基于严格的本征函数解。当然，这是因为 GTD 是一个渐近理论，最适于波长小于散射体的场合。在图 12-34a 中，波长与散射体相比并不小。用式(12-127)的结果示于图 12-34b。从式(12-127)所得的结果与严格解之间的差别很明显。作为事实，没有使它们相符的理论根据。有趣的是，试图用式(12-127)来产生图 12-34a 时最大误差发生在几何光学项而不是爬行波项。

为了改善几何光学贡献的精度，需要计及修正项[23]（见习题 12.11.1）。几何光学贡献中修正项的应用示于图 12-34c，对图 12-34b 的改善是相当大的。事实上，当$\beta a > 2$（即 $a > \lambda/3$）时将高频方法用于中频区的较低端，图 12-34a 和图 12-34c 结果相符得惊人。在该频率范围，人们一般用矩量法或 MoM（见 10.13.2 节）来得到如图 12-34a 的结果。

爬行波的概念之所以有价值在于它帮助我们显现了涉及曲面绕射的物理过程。例如，图 12-7 介绍了球的雷达截面(RCS)与球半径的函数关系。我们可以解释曲线的振荡特性是由围绕球体以相反方向传播的两个爬行波引起的。同样的解释也适用于图 12-34 中的圆柱问题。依赖于球或圆柱的电尺寸，这两个爬行波趋于相长或相消的相互干涉，使 RCS 关于镜面散射值振荡。当球或圆柱变大时，振荡随之减小，这可能是因为 α 与总路径长度 s''的乘积使两个爬行波幅度减小。在后向散射情况中，随着半径变大，α 变小，但 $\alpha s''$变大，致使爬行波与镜面贡献相比较小，如图 12-7 和 12-34 中所表

明的那样。

在圆柱或球的后向散射情况中，爬行波以 180°的短程线路径传播。180°的路径不是感兴趣的唯一路径。考虑图 12-35，该图示出了位于圆柱两边的两个半波振子天线之间的互耦[24]。圆柱存在时的耦合可以用本节的爬行波公式来近似计算。更鲁棒的 UTD 表达式可在文献[25]中找到。

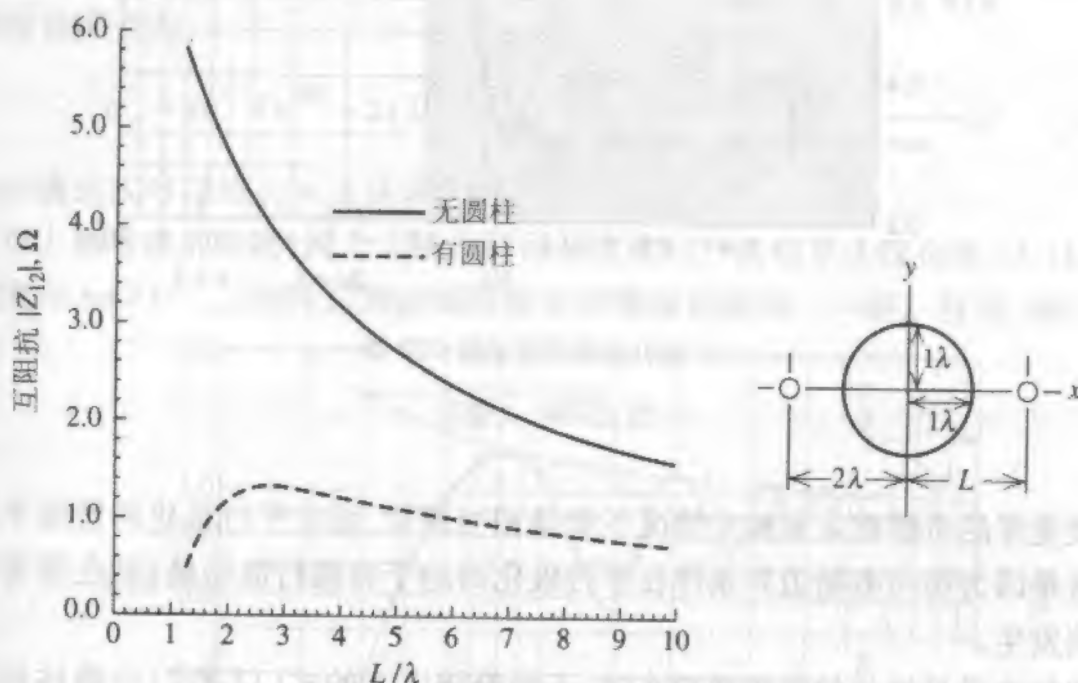


图 12-35　在两个 $\lambda/2$ 振子天线之间相互的深阴影区中互阻抗 Z_{12} 和没有圆柱存在时的 Z_{12} 的比较

12.12　用几何绕射理论扩展矩量法

在第 10 章，我们看到矩量法可用于许多天线和散射问题，这些天线和散射体以波长来论尺寸不是太大。本节的目的是说明矩量法能求解的问题类型怎样通过将 GTD 结合进矩量法解[26]而得到扩展。在学习这一节时，学生将有机会测试其对第 10 章和本章前面几节讲述的基本概念的理解。

回顾第 10 章广义阻抗矩阵的矩阵元可用内积符号给出

$$Z_{mn} = \langle \boldsymbol{J}_m, \boldsymbol{E}_n \rangle \tag{12-128}$$

这说明阻抗矩阵第 Z_{mn} 个阵元可通过将第 m 个试探函数(权函数)与第 n 个基函数的电场进行反应来得到。同样，在广义电压矩阵中，第 m 个阵元由第 m 个试探函数与入射场进行反应得到。

在所给问题的严格矩量法解中，所有物体被移去，代之以在自由空间辐射的等效流。这样，当对第 m 个试探函数与第 n 个基函数的场作反应时，仅需考虑通过最短自由空间路径直接到达第 m 个试探函数的场，因为它是唯一可能的场。可是，假定在所

给情况中存在结构的一部分,其不用等效流表示(如在图 12-36 中物体仍存在)。在此情况中,阻抗矩阵元的计算将更复杂,但又不过分复杂。将这些新的阻抗矩阵元表示为 Z'_{mn}。根据式(12-18),$\boldsymbol{J}_m$ 与 $\boldsymbol{E}_n$ 的反应可以表示为试探源不光与从实际源直接到达试探函数的场反应,还包括测试源与实际源以图 12-36 所示的其他方式到达测试源的反应。因此可写出

$$Z'_{mn} = \langle \boldsymbol{J}_m, a\boldsymbol{E}_n + b\boldsymbol{E}_n \rangle \tag{12-129}$$

式中 a 可以设置成 1,而 $b = b(m, n)$ 对每个 m 和 n 是不同的。$b\boldsymbol{E}_n$ 也代表 $\boldsymbol{J}_n$ 的场,但是通过如几何光学或绕射机理的物理过程到达第 m 个观察点或区域的,它不在问题的矩量法公式化的部分之中。这样

$$Z'_{mn} = \langle \boldsymbol{J}_m, \boldsymbol{E}_n \rangle + \langle \boldsymbol{J}_m, b\boldsymbol{E}_n \rangle \tag{12-130}$$

或者

$$Z'_{mn} = Z_{mn} + Z^g_{mn} \tag{12-131}$$

式中的上标 g 表示 Z^g_{mn} 一般是由于物理过程 g 加到每个阻抗矩阵元的附加项,这些物理过程将第 n 个电流基函数的能量重新定向到第 m 个试探源位置。

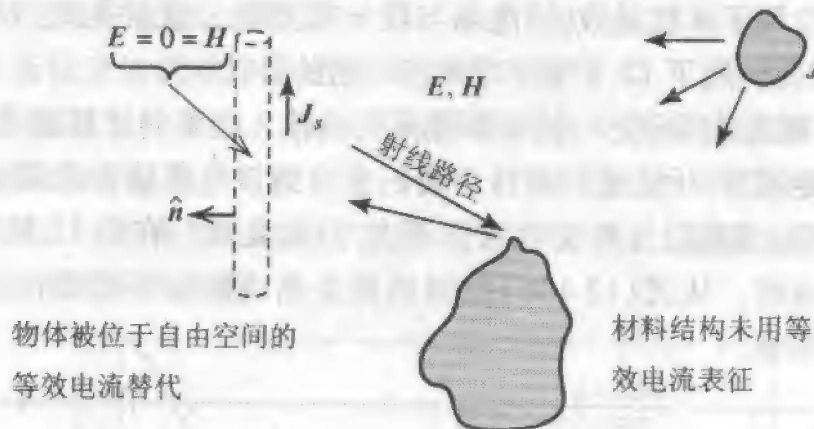


图 12-36　源在自由空间辐射,其中一个散射体用等效电流替代,而其余的仍为物体

图 12-36 还暗示通常广义电压矩阵项也要有修改。即

$$V'_m = \langle \boldsymbol{J}_m, \boldsymbol{E}^i + c\boldsymbol{E}^i \rangle \tag{12-132}$$

式中 $\boldsymbol{E}^i$ 是直接到达区域 m 的入射场,而 $c\boldsymbol{E}^i$ 是由物理过程 g 将源重定向到区域 m 的场。我们注意到 $c = c(m)$ 对每个 m 是不同的:

$$V'_m = \langle \boldsymbol{J}_m, \boldsymbol{E}^i \rangle + \langle \boldsymbol{J}_m, c\boldsymbol{E}^i \rangle \tag{12-133}$$

或者

$$V'_m = V_m + V^g_m \tag{12-134}$$

作为前述讨论的一个直接结论,我们有

$$[Z'][I'] = [V'] \tag{12-135}$$

其解为

$$[I'] = [Z']^{-1}[V'] \tag{12-136}$$

例如,式中的 $[I']$ 是天线以可以由几何光学技术或 GTD 解决的散射机理运行时的工作

电流。

将矩量法与GTD结合成混合技术，先考虑图12-37所示的理想导电劈附近的单极子天线问题。如果用式(10-43)给出的矩量法矩阵来严格地描述无限大接地平面上的单极子无线，然后对于导电劈附近的单极子用式(12-135)，其中在式(12-131)中的 Z^g_{mn} 项通过考虑单极子上第 n 个基函数辐射的能量被劈绕射到第 m 个观察点或区域来获得。在此工作中，我们应用了脉冲基函数和试探函数为 δ 函数的点选配。但是基函数和试探函数的选择并不局限于这些函数。

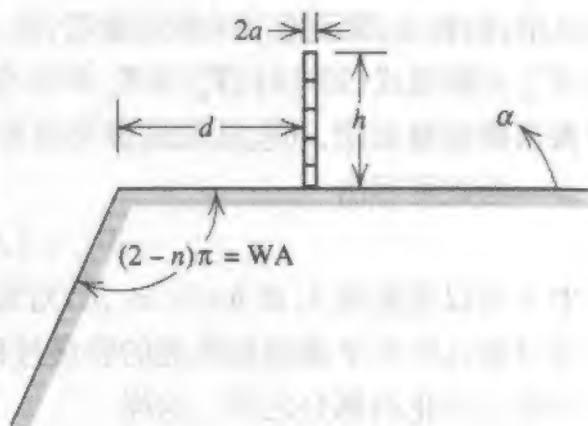
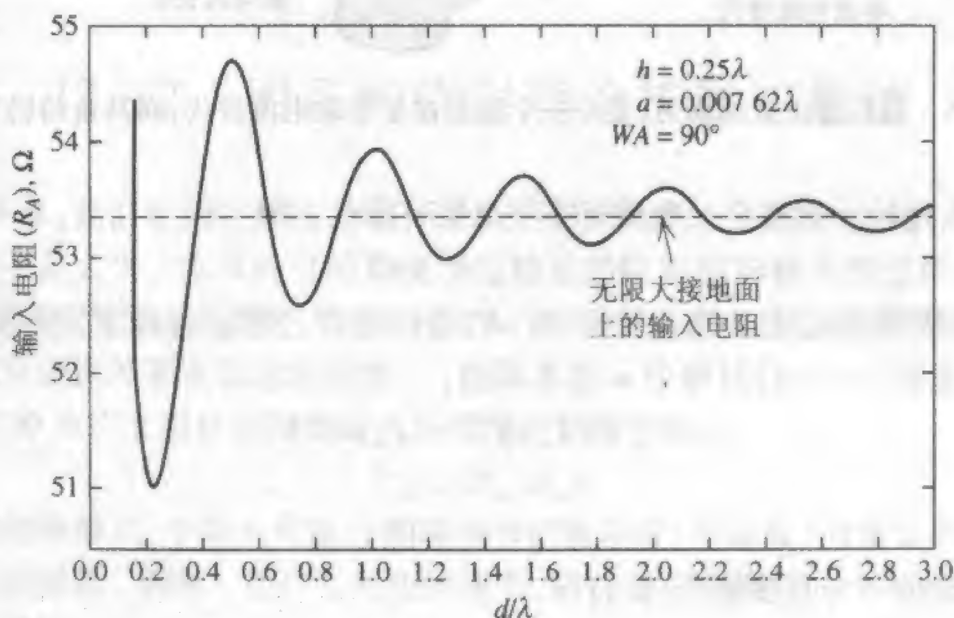


图12-37 导电劈上的单极子

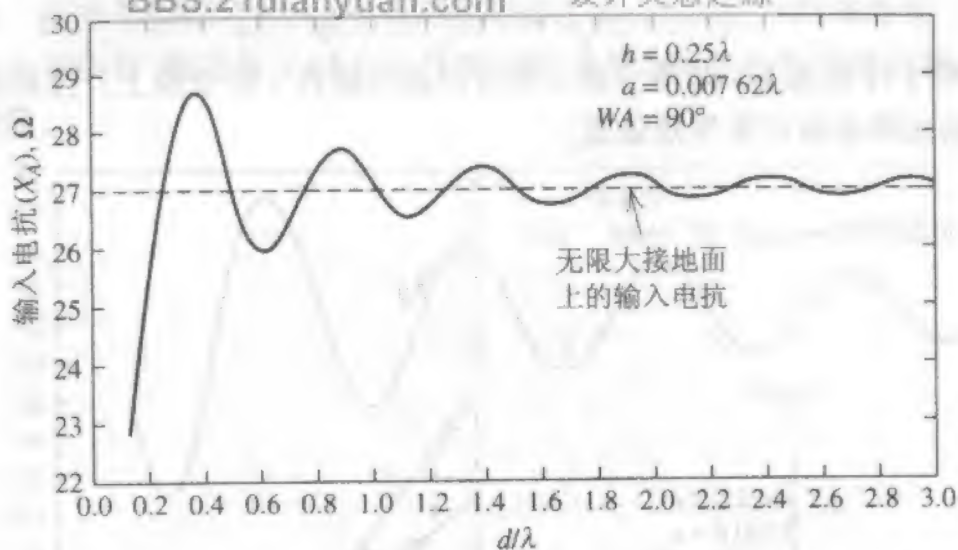
为了计算 Z^g_{mn}，我们计算了从第 n 个脉冲基函数入射劈边缘固定点的电场。取该电场分量垂直于边缘和入射场的传播方向，接下来计算绕射到单极子上第 m 段中心的能量。因为我们应用了 δ 权函数，该电场与段 m 相切的分量就是式(12-131)的 Z^g_{mn} 项。为了计算绕射场，我们用了12.4节中球面波入射的公式。

图12-38a所示的是四分之一波长单极子天线输入电阻的计算曲线，该单极子离理想导电劈边缘的距离为 d(见图12-37)。我们注意到该电阻值在无限大接地平面上单极子的输入电阻值上振荡，另外变化的值不大，只有几欧。在图12-38b所示的一条相似的曲线是输入电抗。从式(12-136)得到的两条曲线数据不需要任何电流分布或终端电流值的先验知识。



(a) 输入电阻

图12-38 导电劈上单极子的输入阻抗与离图12-37所示边缘距离 d 的关系图



(b) 输入电抗

图 12-38 （续）

迄今为止，讨论集中在输入阻抗的计算。显然，如果能准确地计算输入阻抗，接下来相当准确的远场信息也就能容易地获得。例如，在图 12-37 所示的单劈附近的单极子天线情况，对远场有三种贡献。第一是除阴影区之外源的直接辐射。第二是反射场，其用在水平面的镜像解决最方便。第三是绕射场，它对所有区域有贡献，当然其在阴影区是唯一的源。一个典型的远场方向图示于图12-39。注意在 $\alpha = 90°$ 时场并不像无限大接地面的情况那样趋于零。

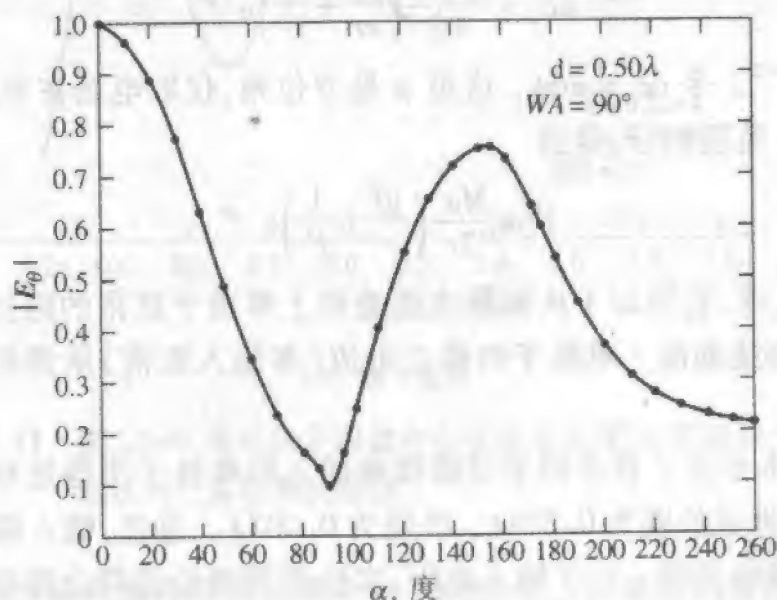


图 12-39 图 12-37 所示的导电劈上 λ/4 单极子天线的归一化远场方向图

如果希望研究图 12-40 所示的圆接地面情况，必须应用 12.9 节中讨论的等效边缘流。这样，将圆接地面边缘替换为等效磁流 M

592

$$M = -2E_\theta e^{-j(\pi/4)} D_\perp(L,\phi,\phi')\sqrt{\lambda} \tag{12-137}$$

该等效磁流用于计算图 12-40 所示的 s' 处分段的电流在 s 处分段上产生的场。注意对每个 s 和 s' 的选择必须计算等效磁流。

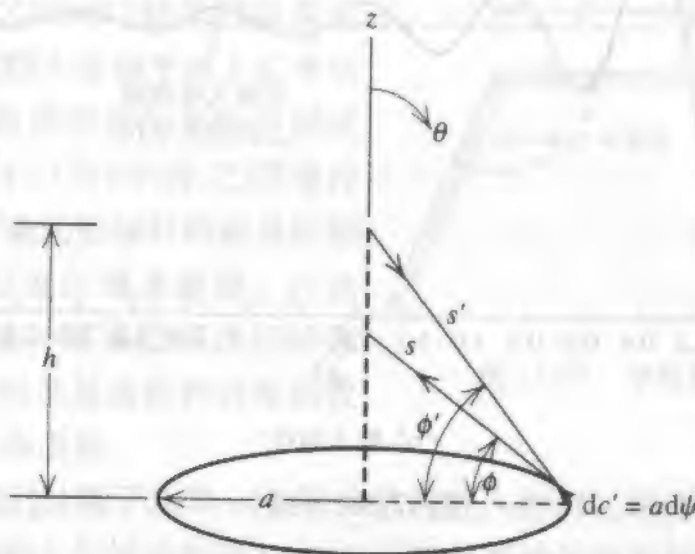


图 12-40　用于分析圆接地面上单极子天线的被环磁流环绕的分段单极子

将图 12-40 的环等效磁流分解成微分单元 dc' 是有用的，这样可使观察点在每个磁流元的远场区，尽管对于整个环磁流来说它可能处于近场区。

在垂直于磁流元 dc' 的平面内的电场由式(12-138)给出

$$dE_z = \frac{M\,dc'}{4\pi}\left(\frac{j\omega}{cr} + \frac{1}{r^2}\right)e^{-j\beta r} \tag{12-138}$$

式中 $r = (a^2 + z^2)^{1/2}$。令 $dc' = a d\psi$，这里 ψ 是方位角，仅取电场在单极子的 z 分量，并在 $\psi = 0$ 到 $\psi = 2\pi$ 范围积分，得到

$$E_z = \frac{Ma^2}{2r}\left(\frac{j\beta}{r} + \frac{1}{r^2}\right)e^{-j\beta r} \tag{12-139}$$

593

E_z 的值是 Z^g_{mn} 项，它被加于从无限大接地面上单极子获得的阻抗矩阵元。该过程得到计算有限大圆接地面上单极子的修正电流(和输入阻抗)所需的修正阻抗矩阵元 Z'_{mn}。

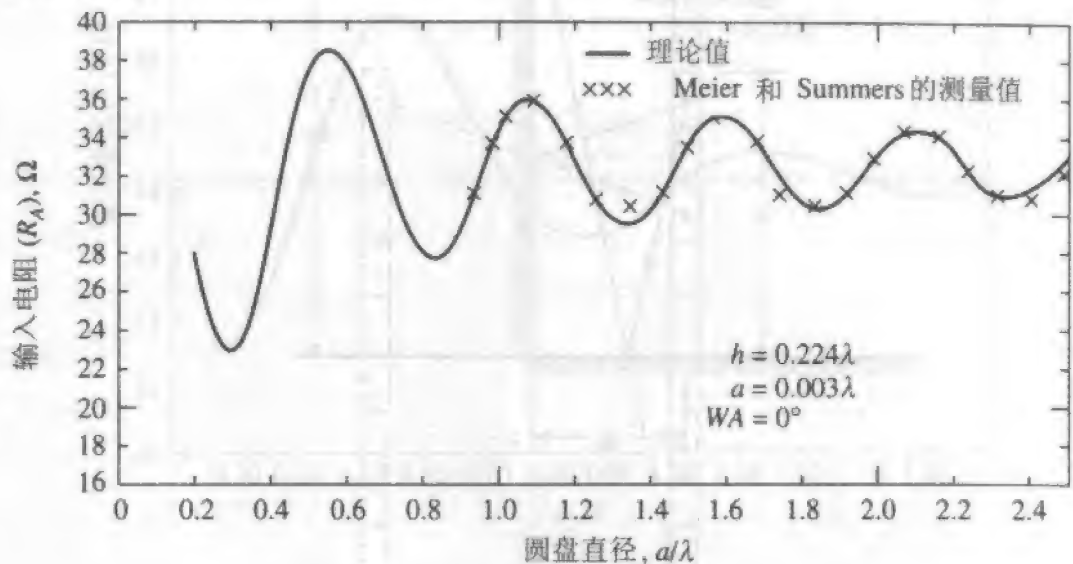
图 12-41a 和 b 示出了在不同半径圆接地面上的单极子用等效环磁流的计算值与测量值的比较，单极子长度为 0.224λ，线径为 0.003λ。显然，输入阻抗的实部和虚部的正确变化已准确地预测。对于输入电阻，实验值和理论值符合得极好。对于输入电抗，两者符合得也很好，但与实验值相比，计算曲线稍有偏移。该偏移足够小，以至于可归结为与通常的激励点附近区域的模拟问题有关。

接下来考虑图 12-42 所示的高度为 h 的单极子天线位于离垂直导电台阶距离为 d_1 处的情况。为了合适地确定式(12-131)中的 Z^g_{mn} 项，需要确定所有可能发生的不同的

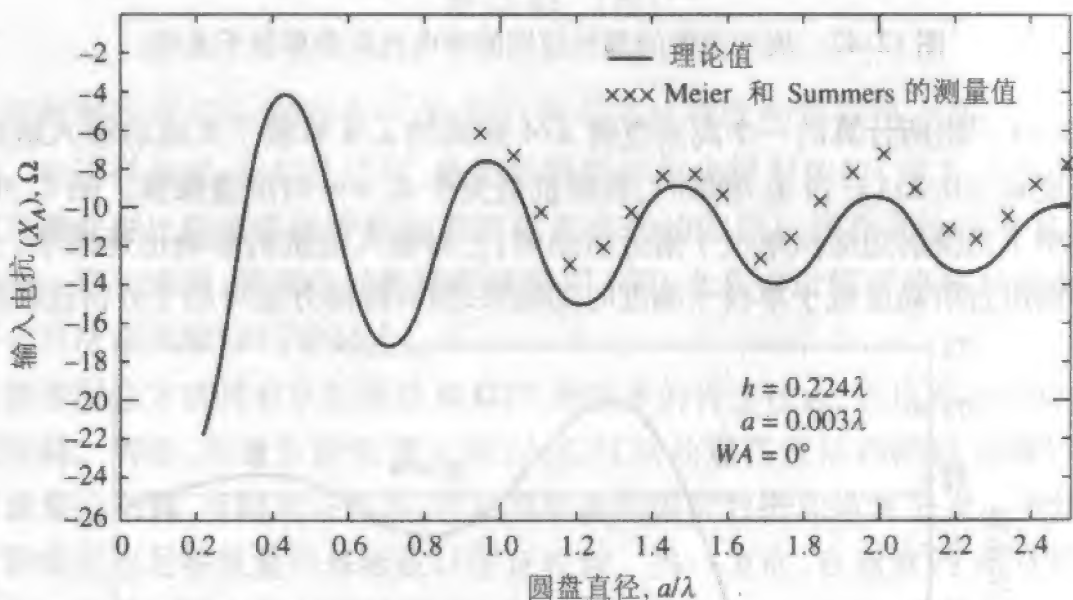
594

反射组合，这些发射包括从单极子发出并反射回单极子的射线，以及来自台阶的上边

缘的绕射线。由于垂直壁与较低的水平面间成直角，在内壁将没有绕射，计算所有的反射最方便的方法是，将单极子对水平接地面取镜像，然后再将得到的偶极子对垂直劈平面取镜像。



(a) 输入电阻



(b) 输入电抗

图 12-41 图 12-40 所示位于圆盘中心半径为 0.003λ 的单极子天线输入阻抗的计算值和实验值

图 12-42 所示为描述镜像应用的两个例子的情况。如果我们考虑单极子最高的分段为源分段，一组射线示出，使用水平面镜像计算到达单极子分段的反射—绕射能量。另一组射线示出计算单次反射能量的垂直壁镜像的应用。在接下来的计算结果中，考虑了单次反射、二次反射、绕射、绕射—反射、反射—绕射和反射—绕射—反射线的所有组合。忽略所有涉及双重（或高阶）绕射的组合。

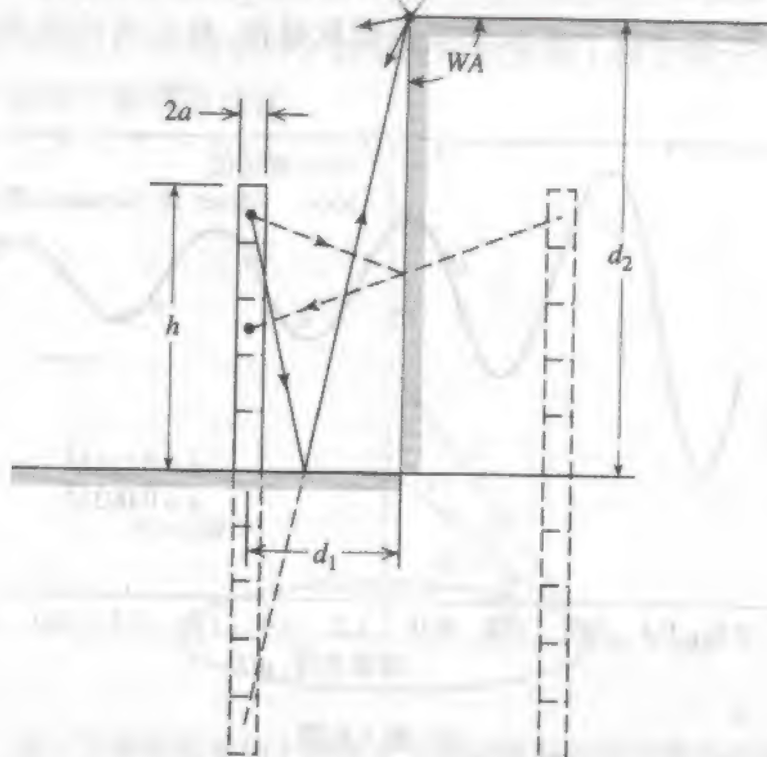
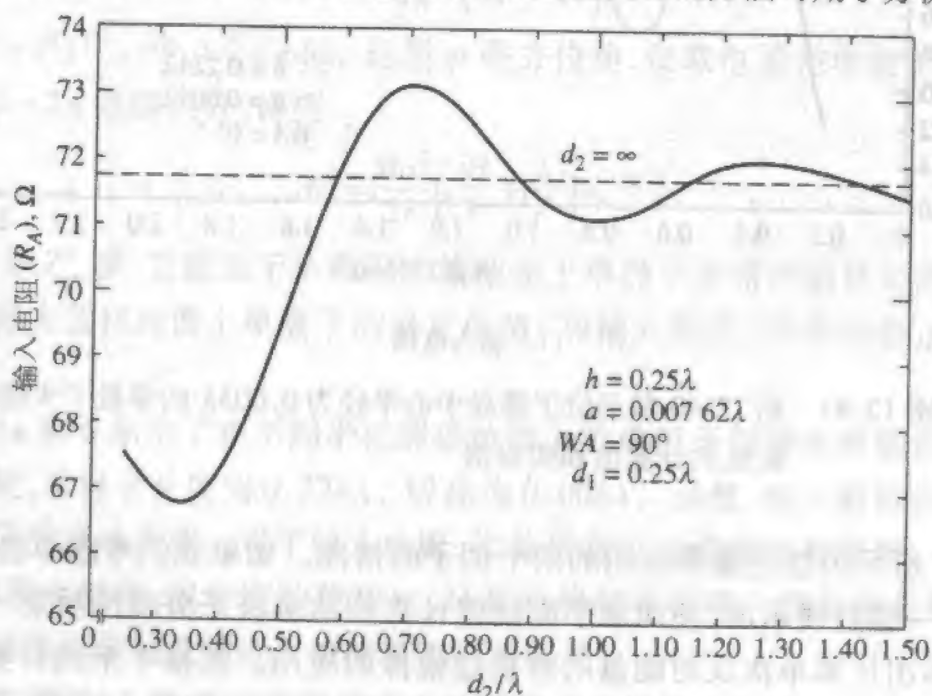


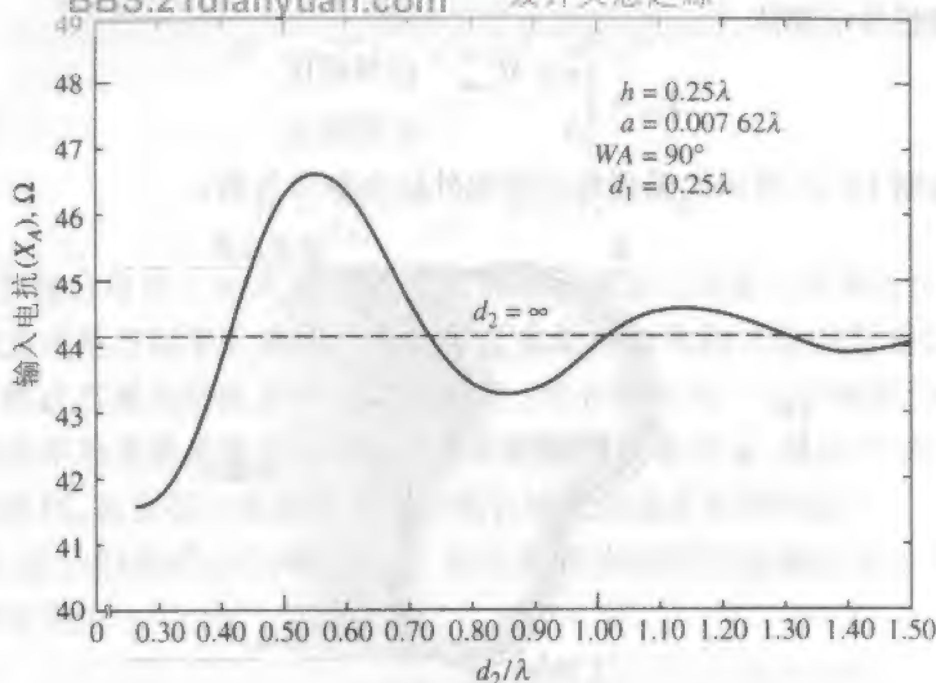
图 12-42 展示镜像的部分应用的导电台阶旁单极子天线

图 12-43 示出所计算的一个离垂直劈 $\lambda/4$ 距离的 $\lambda/4$ 单极子天线的输入阻抗，该垂直壁的高度 $d_2>0.25\lambda$。当 d_2 增加时，该阻抗值关于 $d_2=\infty$ 时的值振荡。图 12-43a 和 b 的结果说明了当绕射边缘从单极子附近后退时，它对输入阻抗的影响迅速减小。虽然我们还没有给出台阶高度低于单极子高度时的结果，但同样的方法可用于分析这样的情况。



(a) 输入电阻

图 12-43 $\lambda/4$ 单极子输入阻抗与图 12-42 所示几何结构的台阶高度的关系图



(b) 输入电抗

图 12-43 (续)

在将矩量法与 GTD 相结合中，我们已进行了从哲学的观点出发通过 GTD 来扩展矩量法。在这样做时，我们已说明，修正阻抗矩阵解决绕射效应(或几何光学效应)使人们能准确处理比矩量法能单独处理的更多类型的问题。混合方法还有其他可供选择的解释。换句话说，所用的过程可看成是用 GTD 来获得所需严格格林函数的近似。其他混合方法在文献[27]中讨论。

虽然该混合方法具有从矩量法和 GTD 所继承的许多优点，但也有一些对每种方法特有的限制。例如，在通常的矩量法中，人们可以处理任意结构的线天线(或缝隙天线)，考虑集总加载、有限电导率等，并获得准确的阻抗数据和电流分布。当然，人们仍必须常警惕应用足够数量的基函数以保证收敛。另一方面，在通常的 GTD 问题中，人们必须小心天线不要太靠近绕射源(如 $d > 0.2\lambda$)。

12.13 物理光学

在 12.1 节，使用几何光学法计算了球的散射场。通常，可以使用物理光学法来计算同样的散射场。物理光学的概念可以认为比几何光学更普遍，因为从物理光学法得到的导体散射场公式在高频极限下经常变为几何光学法的公式。事实上，在物理光学中假定散射体表面的场是几何光学表面场。这暗示在散射体被照射一边的每一点上，散射仿佛是在该点无限大的切平面发生一样，而在散射体的阴影区，表面上的场为零[2]。

对一个理想导电物体,假定的物理光学电流是

$$J_{\text{PO}} = \begin{cases} \hat{n} \times H_{\text{total}} & \text{在照明区} \\ 0 & \text{在阴影区} \end{cases} \tag{12-140}$$

式中的 $\hat{n}$ 是如图 12-44 所示的感兴趣表面的外法向单位矢量。



图 12-44　导体散射体上的物理光学电流

从镜像定理可知,在理想导体表面 H 的切向分量是两倍于同样源的磁场,但导体散射体被自由空间的等效流所替代。这样,物理光学电流由式(12-141)给出

$$J_{\text{PO}} = 2(\hat{n} \times H^i) \tag{12-141}$$

根据第1章,我们知道对远场

$$E^s = -\mathrm{j}\omega A \tag{12-142}$$

已忽略了任何径向项。为简化起见,令 ψ 代表如式(1-56)中的自由空间格林函数。于是

$$E^s = -\mathrm{j}\omega\mu \iint J\psi \mathrm{d}s' \tag{12-143}$$

应用 E 的旋度方程,我们可写出 H^s

97

$$H^s = \nabla \times \iint J\psi \mathrm{d}s' \tag{12-144}$$

由于微分算子操作是对不带撇的坐标系的,而积分是在带撇坐标系中,我们可写出

$$H^s = \iint (\nabla \times J\psi)\mathrm{d}s' \tag{12-145}$$

因为$\nabla \times J\psi = \nabla\psi \times J + \psi\nabla \times J$,应用式(C-16),右端的最后一项等于零,

$$H^s = \iint (\nabla\psi \times J)\mathrm{d}s' \tag{12-146}$$

由于$R = r - \hat{r} \cdot r'$,如在式(1-96)一样,我们可以将远场中的$\nabla\psi$ 表示为

$$\nabla\psi = -\hat{r}\frac{1 + \mathrm{j}\beta r}{4\pi r^2}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta r}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta\hat{r}\cdot r'} \tag{12-147}$$

给出

$$\boldsymbol{H}^{s} = \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta r}\iint(\boldsymbol{J}\times\hat{\boldsymbol{r}})\frac{1+\mathrm{j}\beta r}{4\pi r^{2}}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta\hat{r}\cdot\boldsymbol{r}'}\mathrm{d}s' \tag{12-148}$$

其近似等于

$$\boldsymbol{H}^{s} \approx \frac{\mathrm{j}\beta}{4\pi r}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta r}\iint(\boldsymbol{J}\times\hat{\boldsymbol{r}})\mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta\hat{r}\cdot\boldsymbol{r}'}\mathrm{d}s' \tag{12-149}$$

由于$\beta r \gg 1$和在分母中$r \approx R$,应当注意该散射场的表达式是与频率有关的,与此相反几何光学表达式是与频率无关的。因此可直觉地推断物理光学对散射场提供更准确的近似。虽然这在某些情况下可以相当确定,但不能得到一个普遍的结论,因为物理光学的有效应用的充要条件还不知道[2]。令工程师所幸的是,物理光学法在许多实际物体中能起作用,甚至在一些难于事先证明它的应用是正确的问题中。

接下来,让我们用式(12-149)对$\boldsymbol{H}^{s}$的公式逐步阐明雷达截面的一般表达式。写出雷达截面定义为

$$\sigma = \lim_{r\to\infty}4\pi r^{2}\frac{|\boldsymbol{H}^{s}|^{2}}{|\boldsymbol{H}^{i}|^{2}} \tag{12-150}$$

插入物理光学电流$\boldsymbol{J}=2\hat{\boldsymbol{n}}\times\boldsymbol{H}^{i}$,给出

$$\sigma = \lim_{r\to\infty}4\pi r^{2}\left(\frac{\beta}{4\pi}\right)^{2}\left|\frac{1}{\boldsymbol{H}^{i}}\right|^{2}\left|\iint((2\hat{\boldsymbol{n}}\times\boldsymbol{H}^{i})\times\hat{\boldsymbol{r}})\frac{\mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta\hat{r}\cdot\boldsymbol{r}'}}{r}\mathrm{d}s'\right|^{2} \tag{12-151}$$

它可简化为

$$\sigma = \frac{\pi}{\lambda^{2}}\left|\frac{1}{\boldsymbol{H}^{i}}\right|^{2}\left|\iint((2\hat{\boldsymbol{n}}\times\boldsymbol{H}^{i})\times\hat{\boldsymbol{r}})\mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta\hat{r}\cdot\boldsymbol{r}'}\mathrm{d}s'\right|^{2} \tag{12-152}$$

应用矢量恒等式(C-8),我们可写出

$$(\hat{\boldsymbol{n}}\times\boldsymbol{H}^{i})\times\hat{\boldsymbol{r}} = (\hat{\boldsymbol{r}}\cdot\hat{\boldsymbol{n}})\boldsymbol{H}^{i} - (\hat{\boldsymbol{r}}\cdot\boldsymbol{H}^{i})\hat{\boldsymbol{n}} \tag{12-153}$$

至此,考虑后向散射或单站雷达截面,在照射面式(12-153)简化为$(\hat{\boldsymbol{r}}\cdot\hat{\boldsymbol{n}})\boldsymbol{H}^{i}$,$\boldsymbol{H}^{i}$的相位为$\mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta\hat{r}\cdot\boldsymbol{r}'}$。于是

$$\sigma = \frac{4\pi}{\lambda^{2}}\left|\iint(\hat{\boldsymbol{r}}\cdot\hat{\boldsymbol{n}})\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\beta\hat{r}\cdot\boldsymbol{r}'}\mathrm{d}s'\right|^{2} \tag{12-154}$$

接下来,对于单站照射取$\hat{\boldsymbol{r}}=\hat{\boldsymbol{z}}$(即雷达在$+z$轴方向),给出最终结果

$$\sigma = \frac{4\pi}{\lambda^{2}}\left|\iint(\hat{\boldsymbol{z}}\cdot\hat{\boldsymbol{n}})\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\beta\hat{z}\cdot\boldsymbol{r}'}\mathrm{d}s'\right|^{2} \tag{12-155}$$

式中在指数中的因子2代表因双倍路径引起的后向散射场的相位推进。

例12-4 用物理光学法计算球的RCS

这里我们应用式(12-155)的结果来获得球的单站RCS的物理光学表达式,并将它与几何光学的结果进行比较。首先,我们从图12-45注意到

$$\hat{\boldsymbol{z}}\cdot\hat{\boldsymbol{n}} = \cos\theta' = \frac{a-l'}{a} \tag{12-156}$$

式中l'是从参考面到球面的距离,球表面的面元为$a^{2}\sin\theta'\mathrm{d}\theta'\mathrm{d}\phi'$。因为$a-l'=a\cos\theta'$和$\mathrm{d}l'=a\sin\theta'\mathrm{d}\theta'$,我们发现球在参考面上的投影面积是$\mathrm{d}s'=a^{2}\sin\theta'\mathrm{d}\theta'\mathrm{d}\phi'$

$a\mathrm{d}\phi'\mathrm{d}l'$。注意到$\hat{z}\cdot r'=(a-l')$，代入单站RCS的一般表达式，并对$\phi'$进行积分，到

$$\sigma_{sp}=\frac{4\pi}{\lambda^2}\left|2\pi\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\beta a}\int_0^a \mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\beta l'}(a-l')\,\mathrm{d}l'\right|^2 \tag{12-157}$$

行余下的积分后产生

$$\sigma_{sp}=\frac{4\pi}{\lambda^2}\left|2\pi\,\frac{\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\beta a}}{\mathrm{j}2\beta}\left[a-\frac{1-\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\beta a}}{\mathrm{j}2\beta}\right]\right|^2 \tag{12-158}$$

式可写成以下形式

$$\sigma_{sp}=\frac{4\pi}{\lambda^2}\left|\frac{a\lambda}{\mathrm{j}2}\left[\left(1+\frac{\mathrm{j}}{2\beta a}\right)\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\beta a}-\frac{\mathrm{j}}{2\beta a}\right]\right|^2 \tag{12-159}$$

指数$\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\beta a}$相关的项是由于球前面（即镜面）反射，而最右端项（$\mathrm{j}/2\beta a$）则是由于在球即阴影边界）的$\theta=\pi/2$处人为强加的不连续贡献。因为该不连续不是物理不连续，此最右端项（$\mathrm{j}/2\beta a$）也不是，我们必须丢弃它。这样，

$$\sigma=\pi a^2\left|\frac{1}{\mathrm{j}}\left(1+\frac{\mathrm{j}}{2\beta a}\right)\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\beta a}\right|^2\xrightarrow[\beta a\to\infty]{}\pi a^2 \tag{12-160}$$

后看到用物理光学法得到的球的雷达截面在高频极限下简化为式（12-23）的几何光结果。

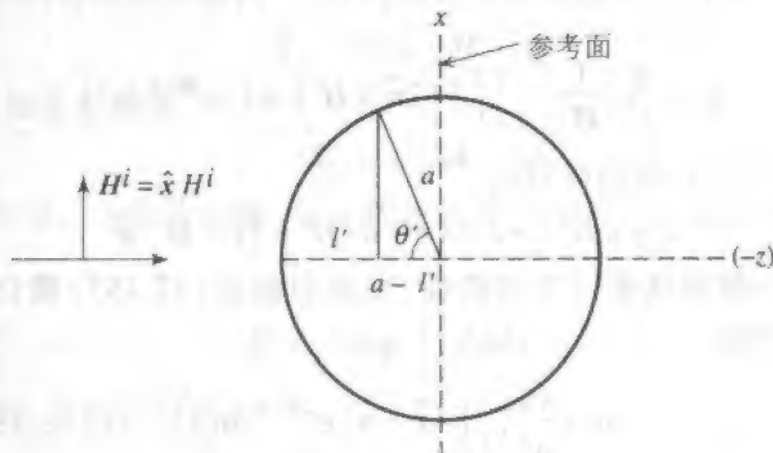


图12-45　球的物理光学散射

我们得去除式（12-159）中的最右端项（$\mathrm{j}/2\beta a$），这并不是球的特性，而是对任何应物理光学法问题的一个共同的问题，在那里电流的非物理不连续引起对散射场的不确贡献，与几何光学的贡献相比较它在数值上可能是较大的。

在式（12-160）中的第二项可认为是散射场的高频渐近展开式的第二项。这样的开以频率的负幂表示，称为Luneburg-Kline展开[1]。Luneburg-Kline展开满足波动方，是展示光和高频极限下电磁场之间对应关系的有效方式。事实上，Luneburg-Kline开中的首项是几何贡献项，它也是式（12-160）中的第一项。

物理光学对我们来说比仅得到雷达散射截面要更有用。例如，如果我们希望得到物反射面天线的远场方向图，物理光学法是一种方法。事实上，它可能是得到反射

面天线前轴线上辐射场的最容易的方法。在反射面天线的非前轴线方向，物理光学法提供给我们辐射方向图的非零估计。这应当与几何光学相对照，几何光学仅能提供反射方向的信息（见图 12-46），然而以一种简单的方式这样做。图 12-46 示出了垂直入射平板的射线，仅在一个方向返回的反射或散射场，而该图指出物理光学电流对同一入射场产生所有方向的散射场。



图 12-46 几何光学与物理光学的比较

总之，物理光学法是得到相当多应用的高频近似方法，它能被指望对假设的物理光学电流合理地接近于真实电流的表面产生的散射场提供准确的表示。我们回顾本节开始的讨论，如果在散射体表面的场由几何光学表面场正确地给出，物理光学电流将是真实电流的合理的表示。

作为几何光学没有给予我们真实电流情况的一个例子是在边缘的附近（该处表面的切平面没有定义）。考虑图 12-47，该图示出了用物理光学得到的无限长条带的 $\beta\sigma_w$ 与严格解的比较[2]。同时给出了 TE（E 垂直于条带）和 TM（E 平行于条带）两种极化情况。当后向散射角从与条带的垂直方向（$\theta = 90°$）移开时，两种极化的物理光学解与准确解之间的差别不断增加。这个差别可以通过对物理光学电流增加一项计及每个边的边缘效应的附加电流来消除。这是 12.15 节的主题。在这样做之前，需要考虑下一节中的驻相原理。

600

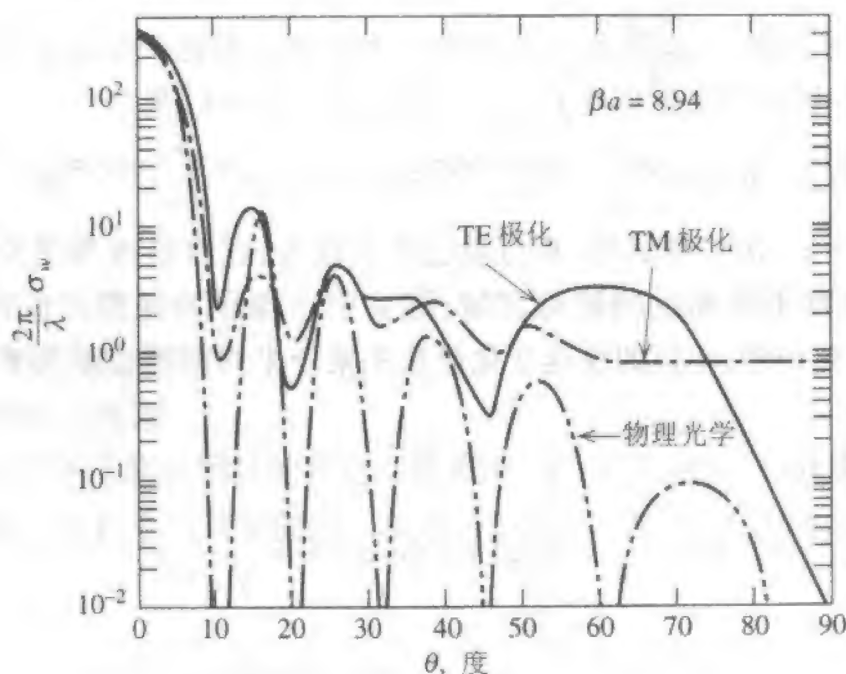


图 12-47 宽度为 a 的条带的 TE 和 TM 物理光学散射

12.14 驻相法

如我们在本书前面多次看到的，描写辐射的积分中含有一个幅度函数乘以相位函数的被积函数。在许多情况中，如果幅度函数变化缓慢，而指数函数变化快速，对其的渐近计算是可能的。

考虑积分

$$I = \int_a^b f(x) \mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta\gamma(x)} \mathrm{d}x \tag{12-161}$$

式中的$f(x)$和$\gamma(x)$为实函数。如果$f(x)$变化缓慢，并且$\gamma(x)$在积分区间因β值变大而成为快变函数，则积分的主要贡献来自于驻相点[22]。驻相点定义为相位函数γ的一阶导数等于零的点：

$$\frac{\mathrm{d}\gamma}{\mathrm{d}x} = 0, \quad x = x_0 \text{ 时} \tag{12-162}$$

为了用关于驻相点的 Taylor 级数展开相位函数，写出

$$\gamma(x) \simeq \gamma_0 + (x - x_0)\gamma'_0 + (x - x_0)^2 \gamma''_0/2 + \cdots \tag{12-163}$$

式中γ'_0和γ''_0代表γ对x导数并以x_0计算的结果。现在γ'_0定义为零（见式(12-162)），在驻相点附近$(x - x_0)$是小的，因此在式(12-163)中指出的高阶项（如3阶和更高阶项）可以忽略。如果积分区间a到b中只有一个驻相点x_0，并且x_0既不靠近a也不靠近b，则式(12-161)变为

$$I = \int_{x_0-\delta}^{x_0+\delta} f(x) \mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta\gamma_0} \mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta(x-x_0)^2\gamma''_0/2} \mathrm{d}x \quad (\text{当 } \gamma''_0 \neq 0 \text{ 时}) \tag{12-164}$$

式中的δ为一个小的数。这样，积分区间缩小为驻相点附近一个小区间。如果$f(x)$是缓变的，它在该小区间中可近似为$f(x_0)$。这样，式(12-164)变为

$$I_0 = f(x_0) \mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta\gamma_0} \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta(x-x_0)^2\gamma''_0/2} \mathrm{d}x = f(x_0) \mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta\gamma_0} \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta z^2\gamma''_0/2} \mathrm{d}z \tag{12-165}$$

式中$(x - x_0) = z$。为方便起见，积分限已再次改变，这次是改为无穷大。如果对积分的主要贡献来自于驻相点的附近区域，这会引入很小的误差。在其他区域，如果$f(x)$为常数或变化很慢，相位的快速变化使其中某个半周期的贡献几乎被其邻近的半周期贡献所抵消。

现在，考虑积分

$$\int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{e}^{\mathrm{j}az^2} \mathrm{d}z = \int_{-\infty}^{\infty} (\cos az^2 + \mathrm{j}\sin az^2) \mathrm{d}z = \sqrt{\frac{\pi}{|a|}} \mathrm{e}^{\mathrm{j}(\pi/4)\mathrm{sgn}(a)} \tag{12-166}$$

式中

$$\mathrm{sgn}(a) = \begin{cases} 1 & \text{当} \quad a > 0 \text{ 时} \\ -1 & \text{当} \quad a < 0 \text{ 时} \end{cases}$$

如果我们用式(12-166)来计算式(12-165)，驻相近似为

$$\int_{x_0-\delta}^{x_0+\delta} f(x)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta\gamma(x)}\mathrm{d}x \approx f(x_0)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta\gamma(x_0)}\sqrt{\frac{2\pi}{\beta|\gamma''_0|}}\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\pi/4)\mathrm{sgn}(\gamma''_0)} \tag{12-167}$$

如果在积分区间(a 到 b)存在2个或更多驻相点，并且在它们之间没有耦合，则积分总值为如式(12-167)所给出的每个驻相点贡献之和。

如果相位函数的二阶导数在驻相点为零，则式(12-167)不适用。在此情况下，$\gamma''_0 = 0$，需要保留式(12-163)中 Taylor 级数的三阶项。

如果积分限 a 或 b 中的一个靠近驻相点 x_0，式(12-167)也不适用。可是，在此情况下有可能将积分表示为将在后面讨论的 Fresnel 积分的形式。如果在积分区间出现2个或更多驻相点相互靠近的情况还会出现问题。

为了获得端点的贡献，最好将式(12-161)写成

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta\gamma(x)}\mathrm{d}x - \int_{b}^{\infty} f(x)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta\gamma(x)}\mathrm{d}x - \int_{-a}^{\infty} f(-x)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta\gamma(-x)}\mathrm{d}x \tag{12-168}$$

或者

$$I = I_0 - I_b - I_{-a} \tag{12-169}$$

I_0 的计算已在式(12-167)中解决了。I_b，举例说，可通过分步积分来计算(见习题12.14.1)，通过允许波数为复数，引入少量的损耗(即小 α)使积分的无穷上限的贡献为零，任何令波数像以前一样近似为 β。这样

$$I_b \cong -\frac{1}{\mathrm{j}\beta}\frac{f(b)}{\gamma'(b)}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta\gamma(b)} \tag{12-170}$$

对 I_{-a} 可得到相同的表达式。式(12-170)在 b 不靠近(或耦合)x_0 的情况下适用。当驻相点与端点有耦合时，我们有[22]

$$I_b \cong U(-\varepsilon_1)I_0 + \varepsilon_1 f(b)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta\gamma(b)\mp\mathrm{j}v^2}\sqrt{\frac{2}{\beta|\gamma''(b)|}}F\pm(v) \tag{12-171}$$

式中 $\gamma''(b)\neq 0$，$\varepsilon_1 = \mathrm{sgn}(b-x_0)$，$v = \sqrt{\frac{\beta}{2|\gamma''(b)|}}|\gamma'(b)|$，$U$ = 单位阶跃函数，$F_{\pm}(v)$是 Fresnel 积分。

还有二重积分的驻相计算公式[2]。可是，式(12-167)和式(12-170)已足够用来研究下一节中的物理绕射理论。

例 12-5　圆柱的回波宽度

考虑 z 轴方向的无限长圆柱的雷达回波宽度(见图12-48)。我们用式(12-172)来计算。式(12-167)将在下一节中应用。从式(12-167)的二维对应公式着手，写出在圆柱系统的 ψ：

$$\psi = \frac{1}{4\mathrm{j}}H_0^{(2)}(\beta\rho) \cong \frac{1}{4\mathrm{j}}\sqrt{\frac{2\mathrm{j}}{\pi\beta|\boldsymbol{\rho}-\boldsymbol{\rho}'|}}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta|\boldsymbol{\rho}-\boldsymbol{\rho}'|} \tag{12-172}$$

式中 $|\boldsymbol{\rho}-\boldsymbol{\rho}'| = \rho - \rho'\cos(\phi-\phi')$，应用了第二类零阶 Hankel 函数 $H_0^{(2)}(\beta\rho)$。对远场的幅度，$|\boldsymbol{\rho}-\boldsymbol{\rho}'| \approx \rho$。这样，与式(12-168)相同，我们得到

$$\nabla \psi = \hat{\boldsymbol{\rho}} \frac{1}{4\mathrm{j}} \sqrt{\frac{2\mathrm{j}}{\pi\beta}} \left[-\frac{1/2 + \mathrm{j}\beta\rho}{\rho^{3/2}} \right] \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta|\rho-\rho'|} \tag{12-173}$$

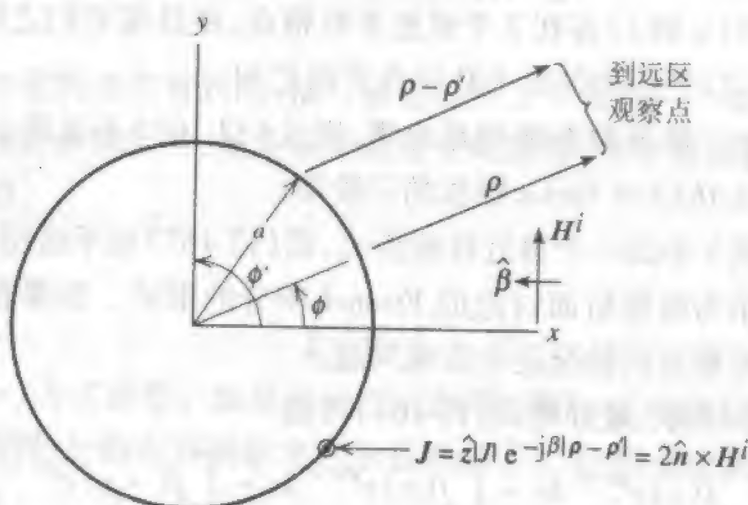


图 12-48　圆柱辐射的几何关系

在远场，1/2 相比 $\beta\rho$ 很小。因此，

$$\boldsymbol{H}^s \approx \sqrt{\frac{\mathrm{j}}{8\pi\beta}} \int (\boldsymbol{J} \times \hat{\boldsymbol{\rho}}) \left[\mathrm{j} \frac{\beta}{\rho^{1/2}} \right] \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta|\rho-\rho'|} \mathrm{d}c' \tag{12-174}$$

式中 $\mathrm{d}c'$ 是圆柱的周长线上的线元，$\mathrm{d}c' = a\mathrm{d}\phi'$。应用回波宽度的定义（见 12.11 节）和令 $\boldsymbol{J} = 2\hat{\boldsymbol{n}} \times \boldsymbol{H}^i$ 给出

$$\sigma_w = \frac{\beta}{4} \frac{1}{|\boldsymbol{H}^i|^2} \left| \int ((2\hat{\boldsymbol{n}} \times \boldsymbol{H}^i) \times \hat{\boldsymbol{\rho}}) \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta|\rho-\rho'|} \mathrm{d}c' \right|^2 \tag{12-175}$$

圆柱上电流的相位是 $\mathrm{e}^{+\mathrm{j}\beta a\cos(\phi-\phi')}$（如图 12-45 所示相对原点超前）。因此，

$$\sigma_w = \beta \left| \int \mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta a\cos(\phi-\phi')} (\hat{\boldsymbol{\rho}} \cdot \hat{\boldsymbol{n}}) \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta|\rho-\rho'|} \mathrm{d}c' \right|^2 \tag{12-176}$$

注意 $(\hat{\boldsymbol{\rho}} \cdot \hat{\boldsymbol{n}}) = \cos\phi'$ 和 $|\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}'| = \rho - a\cos\phi'$，当 $\rho' = a$ 和 $\phi = 0$ 时得到

$$\sigma_w = \beta \left| \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta\rho} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos\phi' \, \mathrm{e}^{+\mathrm{j}2\beta a\cos\phi'} a\mathrm{d}\phi' \right|^2 \tag{12-177}$$

该积分可用驻相法直接计算。应用式(12-167)，认为 $f(\phi') = a\cos\phi'$ 和 $\gamma(\phi') = -2a\cos\phi'$。为了得到驻相点 ϕ_0，应用 $f'(\phi') = 0 = -a\sin\phi'$，确定 $\phi'_0 = 0, \pi$。由于物理光学假定在 $\phi'_0 = \pi$ 没有电流，舍弃 π 值。所以，$f(\phi'_0) = a\cos(0°) = a$。因为 $\gamma''(\phi'_0) = 2a\cos\phi'$，于是 $\gamma''(\phi'_0) = 2a$。因此，

$$\sigma_w = \beta \left| a\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta\rho} \mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta a} \sqrt{\frac{2\pi}{\beta 2a}} \mathrm{e}^{\mathrm{j}\pi/4\,\mathrm{sgn}(\gamma''_0)} \right|^2 = \pi a \tag{12-178}$$

这样，我们的驻相法计算得到了与 12.13 节中用几何光学法所得的同样的回波结果。

将这里对圆柱的处理和上一节对球的处理进行比较是有趣的。在球的情况下，对投影在平面上的电流积分。这产生了一个可以用闭式形式计算的积分式。如果球问题用这里对圆柱在实际表面积分相同的方法，它将应用二重积分的驻相法。可是单重

积分的处理就足够我们在下一节对物理绕射理论进行介绍。

12.15 物理绕射理论

物理绕射理论(PTD)是物理光学法(PO)的一种扩展,像 GTD 或 UTD 改进几何光学表面场一样,PTD 改进了物理光学表面场的近似。Ufimtsev[28] 对带有理想导电边缘的表面发展了最初的 PTD 公式。Ufimtsev 最初所做的工作与 Keller 的射线光学工作差不多是同时的,但独立于 Keller 的工作。可是,Ufimtsev 知道 Sommerfeld[9] 和 Pauli[11] 的工作,并和 Keller 一样应用了式(12-42)的渐近形式。

在他的工作中,Ufimtsev 假定有一个电流的非均匀分量,它将包含物理光学电流中没有计及的作用,在他著作中称其为非均匀电流(见图 12-49)。Ufimtsev 实际上没有找到劈的非均匀电流,而是通过非直接的方式发现了该电流的非均匀分量引起的场(最近,这些非均匀流的表达式已可在文献[29, 30]中找到)。他通过在已知的劈的总场中减去物理光学场找到非均匀电流对场的贡献。结果是留下的从非均匀电流发射的场。为了看到该结果,写出

$$\boldsymbol{E}^s_{\text{total}} = \boldsymbol{E}^r_{GO} + \boldsymbol{E}^d_K \tag{12-179}$$

式中

$\boldsymbol{E}^s_{\text{total}}$ = 总散射场

$\boldsymbol{E}^r_{GO}$ = 用几何光学法得到的反射场

$\boldsymbol{E}^d_K$ = 用式(12-59)中 Keller 的绕射系数得到的绕射场

接下来写出物理光学电流的场 $\boldsymbol{E}_{PO}$ 为

$$\boldsymbol{E}_{PO} \simeq \boldsymbol{E}^r_{PO} + \boldsymbol{E}^d_{PO} \tag{12-180}$$

式中 $\boldsymbol{E}^d_{PO}$ 称为物理光学绕射场(它不是总绕射场),它是由于物理光学电流在如图 12-49 中的半平面边缘突然终止而引起的。$\boldsymbol{E}^r_{PO}$ 是通过电流的积分得到的反射场,它在理论上等于 $\boldsymbol{E}^r_{GO}$,因为虽然在意义上不同,但都代表反射场。

图 12-49 PTD 电流的概念化。同时示出由这些电流产生的场

从式(12-179)或 $(\boldsymbol{E}^s_{\text{total}} - \boldsymbol{E}_{PO})$ 减去式(12-180) 得到因非均匀电流引起的场 $\boldsymbol{E}^{nu}$ 为

$$\boldsymbol{E}^{nu} = \boldsymbol{E}^d_K - \boldsymbol{E}^d_{PO} \tag{12-181}$$

当加到均匀电流的场(如反射贡献)时,非均匀电流的场给出总散射场:

$$E^{s}_{\text{total}} = E^{\text{unif}} + E^{\text{nu}} \tag{12-182}$$

如果我们取 $E^{r}_{\text{GO}} = E^{r}_{\text{PO}}$, 根据式(12-180)

605

$$E^{r}_{\text{GO}} = E_{\text{PO}} - E^{\text{d}}_{\text{PO}} \tag{12-183}$$

将式(12-183)代入式(12-179)给出

$$E^{s}_{\text{total}} = E_{\text{PO}} + (E^{\text{d}}_{K} - E^{\text{d}}_{\text{PO}}) = E^{\text{unif}} + (E^{\text{nu}}) \tag{12-184}$$

接下来,我们给出非均匀电流的场表达式。如在 GTD 中一样,每种极化分开考虑。这样对于在二维情况下的非均匀贡献,平行和垂直极化(此处 ∥ 和 ⊥ 参考于电场的方向)为

$$E^{\text{nu}}_{\parallel} = E^{i} f' \frac{e^{j(\beta\rho + \pi/4)}}{\sqrt{2\pi\beta\rho}} \tag{12-185}$$

$$H^{\text{nu}}_{\perp} = H^{i} g' \frac{e^{j(\beta\rho + \pi/4)}}{\sqrt{2\pi\beta\rho}} \tag{12-186}$$

这样,$E^{\text{nu}}_{\parallel}$ 和 $H^{\text{nu}}_{\perp}$ 可用两个简单函数项 f' 和 g' 表示,此处 $f' = f - f_0$, $g' = g - g_0$, 以及

$$\begin{Bmatrix} f \\ g \end{Bmatrix} = \frac{1}{n}\sin\frac{\pi}{n}\left[\frac{1}{\cos\frac{\pi}{n} - \cos\frac{\phi - \phi'}{n}}\right] \mp \left[\frac{1}{\cos\frac{\pi}{n} - \cos\frac{\phi + \phi'}{n}}\right] \tag{12-187}$$

$$f_0 = \begin{cases} f_a & 0 < \phi' \leqslant \pi - \phi_{\text{int}} \\ f_a + f_b & \pi - \phi_{\text{int}} \leqslant \phi' \leqslant \pi \\ f_b & \pi < \phi' < 2\pi - \phi_{\text{int}} \end{cases} \tag{12-188}$$

$$g_0 = \begin{cases} g_a & 0 < \phi' \leqslant \pi - \phi_{\text{int}} \\ g_a + g_b & \pi - \phi_{\text{int}} \leqslant \phi' \leqslant \pi \\ g_b & \pi < \phi' < 2\pi - \phi_{\text{int}} \end{cases} \tag{12-189}$$

$$\begin{Bmatrix} f_a \\ g_a \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sin\phi' \\ -\sin\phi \end{Bmatrix} \frac{1}{\cos\phi + \cos\phi'} \tag{12-190}$$

$$\begin{Bmatrix} f_b \\ g_b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sin(2\pi - \phi_{\text{int}} - \phi') \\ -\sin(2\pi - \phi_{\text{int}} - \phi) \end{Bmatrix} \times \frac{1}{\cos(2\pi - \phi_{\text{int}} - \phi) + \cos(2\pi - \phi_{\text{int}} - \phi')} \tag{12-191}$$

其中 $\phi_{\text{int}} = (2 - n)\pi$, 为劈的内角。上标 a 表示 A 面被照射,而上标 b 表示 B 面被照射,如图 12-50 所示。

显然,f 和 g 对应于 Keller 的 GTD 绕射系数。尽管我们知道 f 和 g 在反射和阴影边界趋于无穷大,但 f' 和 g' 不是这样,因为 f 和 g 中的奇异性被 f_0 和 g_0 的相同奇异性所抵消。f_0 和 g_0 是物理光学绕射系数。

f_0 和 g_0 的表达式从式(12-170)中的驻相端点贡献获得。为了说明这一点[31],考虑图 12-50 所示的垂直极化(TE)情况,假定只有 A 面被照射。写出入射磁场(见

式(12-37))

$$\boldsymbol{H}^i = \hat{z}H_0 e^{j\beta\rho\cos(\phi-\phi')} \tag{12-192}$$

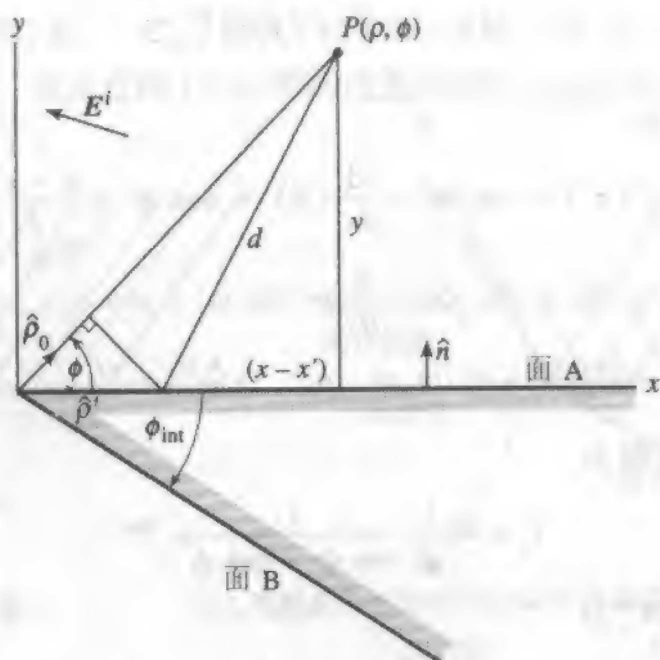


图 12-50　TE 平面波入射劈的 A 面

在劈的照射面上的物理光学电流(图 12-50 中 A 面)由式(12-193)给出

$$\begin{aligned}\boldsymbol{J}_{PO} &= 2\hat{\boldsymbol{n}} \times \boldsymbol{H}^i|_{\rho=x',\phi=0} \\ &= 2(\hat{\boldsymbol{y}} \times \hat{\boldsymbol{z}})H^i e^{j\beta x'\cos\phi'} = 2\hat{\boldsymbol{x}}H_0 e^{j\beta x'\cos\phi'}\end{aligned} \tag{12-193}$$

对二维劈的矢量位是

$$\boldsymbol{A} = \mu\int_0^\infty \boldsymbol{J}_{PO}\frac{1}{4j}H_0^{(2)}(\beta|\boldsymbol{\rho}_0 - \boldsymbol{\rho}'|)\,dx' \tag{12-194}$$

应用 Hankel 函数的渐近表示给出

$$\boldsymbol{A} \simeq \mu\frac{2H^i}{4j}\hat{\boldsymbol{x}}\int_0^\infty e^{j\beta x'\cos\phi'}\sqrt{\frac{2j}{\pi\beta|\boldsymbol{\rho}_0 - \boldsymbol{\rho}'|}}e^{-j\beta|\boldsymbol{\rho}_0-\boldsymbol{\rho}'|}\,dx' \tag{12-195}$$

从图 12-50,注意到 $|\boldsymbol{\rho}_0 - \boldsymbol{\rho}'| \cong \rho_0 - \hat{\boldsymbol{\rho}} \cdot \boldsymbol{\rho}' = \rho_0 - x'\cos\phi$。这样用通常的远场近似 $\boldsymbol{A}$ 变为

$$\boldsymbol{A} \cong \mu\frac{H^i}{2j}\hat{\boldsymbol{x}}\sqrt{\frac{2j}{\pi\beta\rho_0}}\int_0^\infty e^{-j\beta\rho_0}e^{j\beta x'(\cos\phi'+\cos\phi)}\,dx' \tag{12-196}$$

仅考虑积分,设 $d \approx \rho_0 - x'\cos\phi$,我们得到

$$I = \int_0^\infty e^{j\beta(x'\cos\phi'-d)}\,dx' \cong I_0 + I_b \tag{12-197}$$

式中 I_0 为在前一节讨论的驻相贡献,I_b 是式(12-170)中的端点贡献。我们在这里对 I_0 不是立即感兴趣,将留给读者作为习题。我们的注意力转向 I_b

$$I_b = -\frac{1}{j\beta}\frac{f(0)}{\gamma'(0)}e^{j\beta\gamma(0)} \tag{12-198}$$

在这里,

$$f(0) = 1 \tag{12-199a}$$

$$\gamma(x') = x'\cos\phi' - \mathrm{d} \tag{12-199b}$$

$$\mathrm{d} = \{(x - x')^2 + (y)^2\}^{1/2} \tag{12-199c}$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x'}(\mathrm{d}) = -\frac{(x - x')}{\mathrm{d}} \tag{12-199d}$$

$$\gamma'(x') = \cos\phi' - \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x'}(\mathrm{d}) = \cos\phi' + \frac{x - x'}{\mathrm{d}} \tag{12-199e}$$

$$\gamma'(0) = \cos\phi' + \frac{x}{\rho_0} = \cos\phi' + \cos\phi \tag{12-199f}$$

$$\gamma(0) = -d(0) = -\rho_0 \tag{12-199g}$$

这样，端点对积分的贡献为

$$I_b = -\frac{1}{\mathrm{j}\beta}\frac{1}{\cos\phi' + \cos\phi}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta\rho_0} \tag{12-200}$$

该式意味着端点贡献$\boldsymbol{A}_{\perp}^{\mathrm{ep}}$为

$$\boldsymbol{A}_{\perp}^{\mathrm{ep}} = -\mu\frac{H^{i}\hat{\boldsymbol{x}}}{\sqrt{2\pi\mathrm{j}\beta\rho_0}}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta\rho_0}\frac{-1}{\mathrm{j}\beta}\frac{1}{\cos\phi' + \cos\phi} \tag{12-201}$$

因为$\boldsymbol{E}_{\perp}^{\mathrm{ep}} = -\mathrm{j}\omega\boldsymbol{A}_{\perp}^{\mathrm{ep}}$和$\eta H^{i} = E^{i}$，

$$\boldsymbol{E}_{\perp}^{\mathrm{ep}} = E^{i}\frac{1}{\sqrt{2\pi\mathrm{j}\beta\rho_0}}\frac{1}{\cos\phi + \cos\phi'}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta\rho_0}\hat{\boldsymbol{x}} \tag{12-202}$$

最后对于磁场，我们有

$$\begin{aligned}\boldsymbol{H}_{\perp}^{\mathrm{ep}} &= (\hat{\boldsymbol{\rho}}_0 \times \hat{\boldsymbol{x}})H^{i}\frac{1}{\sqrt{2\pi\mathrm{j}\beta\rho_0}}\frac{1}{\cos\phi + \cos\phi'}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta\rho_0}\\ &= -H^{i}\frac{1}{\sqrt{2\pi\mathrm{j}\beta\rho_0}}\frac{\sin\phi}{\cos\phi + \cos\phi'}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\beta\rho_0}\hat{z} = H_{\mathrm{PO}}^{\mathrm{d}}\hat{z}\end{aligned} \tag{12-203}$$

其是通过式(12-191)在式(12-185)给出的假定结果。

假定物理绕射理论用来计算图12-14a中的结果。首先，必须记住物理绕射理论像物理光学法一样应用了等效原理，在物理光学法中，所有导电媒质用在自由空间辐射的等效电流替代。这应当与GTD不同，在GTD中所有材料媒质是保留的。从区域I（图12-12）开始，可写出

$$\boldsymbol{E}_{\mathrm{total}} \cong \boldsymbol{E}^{i} + \boldsymbol{E}^{\mathrm{unif}} + \boldsymbol{E}^{\mathrm{fm}} \tag{12-204a}$$

或

$$\begin{aligned}\boldsymbol{E}_{\mathrm{total}} &= \boldsymbol{E}^{i} + (\boldsymbol{E}_{\mathrm{PO}}) + (\boldsymbol{E}_{K}^{\mathrm{d}} - \boldsymbol{E}_{\mathrm{PO}}^{\mathrm{d}})\\ &= \boldsymbol{E}^{i} + (\boldsymbol{E}_{\mathrm{PO}}^{r} + \boldsymbol{E}_{\mathrm{PO}}^{\mathrm{d}}) + (\boldsymbol{E}_{K}^{\mathrm{d}} - \boldsymbol{E}_{\mathrm{PO}}^{\mathrm{d}})\end{aligned} \tag{12-204b}$$

根据GTD为

$$\boldsymbol{E}_{\mathrm{total}} = \boldsymbol{E}^{i} + \boldsymbol{E}_{\mathrm{GO}}^{r} + \boldsymbol{E}_{K}^{\mathrm{d}} \quad 在区域\,\mathrm{I}\,中 \tag{12-204c}$$

为了应用PTD，用到了式(12-204a)，而应用式(12-204c)则是GTD的应用。在前者中

应用了电流的场，而在后者中应用了射线光学场。更明确地说，对图 12-14 中的半平面问题应用式(12-204a)所给出的 PTD，$\boldsymbol{E}^{i}$ 由式(12-37)表示，$\boldsymbol{E}_{PO}^{r}$ 由式(12-167)表示，$\boldsymbol{E}_{PO}^{d}$ 由式(12-170)表示，而($\boldsymbol{E}_{K}^{d}-\boldsymbol{E}_{PO}^{r}$)由式(12-186)表示。图 12-51 对理解区域Ⅰ中的 PTD 计算是有帮助的。当接近图 12-51 中的反射边界时，必须应用式(12-171)，因为驻相点与端点变得耦合了。

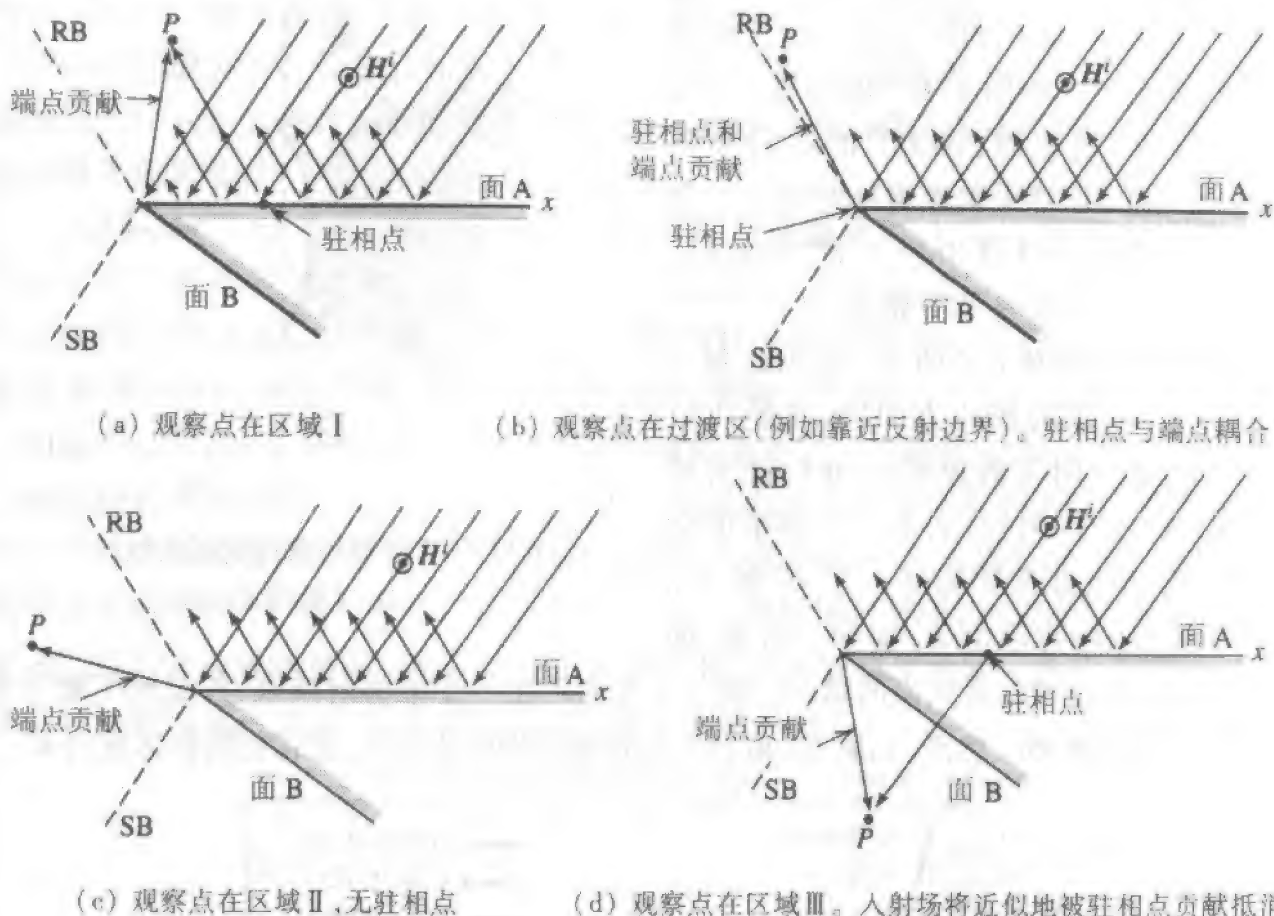


图 12-51 对于导电劈驻相法与几何光学法之间的关系

对于区域Ⅱ，如图 12-51 所示，除 $\boldsymbol{E}_{PO}^{r}$ 外所有式(12-204b)中的场量依然存在，$\boldsymbol{E}_{PO}^{r}$ 在两个过渡区外消失。这里用 PTD，$\boldsymbol{E}^{unif}$ 在跨越反射场阴影边界时是连续的。$\boldsymbol{E}^{nu}$ 也是连续的。这样，$\boldsymbol{E}_{total}$ 在跨越反射场阴影边界时是连续的(见习题 12.15.2)。

关于图 12-51，就像区域Ⅱ那样，所有 PTD 量在区域Ⅲ中依然存在。当然，越过入射场阴影边界时 $\boldsymbol{E}^{nu}$ 是连续的，$\boldsymbol{E}^{i}$ 和 $\boldsymbol{E}^{unif}$ 也都是连续的，因此 $\boldsymbol{E}_{total}$ 也是连续的。更深入阴影区，$\boldsymbol{E}^{i}$ 将(理论上)被 $\boldsymbol{E}_{PO}^{r}$ 抵消，留下 $\boldsymbol{E}_{K}^{d}$。这并不奇怪，因为从 12.2 节中知道 $\boldsymbol{E}_{K}^{d}$ 在深阴影区给出了校正场。为了用 PTD 计算区域Ⅲ中的场，注意根据图 12-51，$\boldsymbol{E}_{PO}^{r}$ 出现在阴影区，式(12-170)用于它在阴影边界外的计算，就像在区域Ⅰ中一样。

正如 GTD 一样，PTD 仅适用于图 12-15 中所示的绕射线锥方向的散射问题。对 PTD 这个限制可通过应用由 Mitzner[32] 发明的增量长度绕射系数(ILDC)来克服。ILDC 对 PTD 起的作用如同在 12.9 节中 GTD 的等效流的作用。

12.16　抛物柱面反射器天线－PTD

作为物理绕射理论(PTD)应用的第2个例子，再次考虑图12-20中所示的抛物柱面反射器天线。在$z>0$的半空间中(图12-52中的区域A)，对$0<\zeta<\pi/2$应用口径积分法。这给出了E^{unif}的贡献。当ζ从30°向90°变化时，该E^{unif}的贡献与图12-53中的UTD结果偏差将持续变大。这个差异可通过在计算中计入E^{nu}来消除，如图12-53中所示的PTD情况。

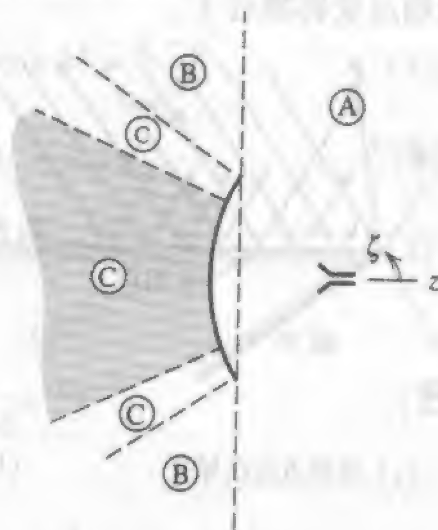


图12-52　抛物柱面反射器天线的分区(见图12-20)

要得到深阴影区(图12-52中区域C的阴影部分)中的场或方向图，不能用口径积分的场。用等效原理的分析证明可以来做到这点。例如，从上一节半平面例子的分析知道在深阴影区如果E^{i}被E^{r}_{PO}抵消了的话，场可以由E^{d}_{k}得到。可是，如果E^{r}_{PO}取自于口径的等效流的话，E^{r}_{PO}在$-z$方向产生一个准直射波束，其显然不能与来自馈源的场相抵消。然而，如果E^{r}_{PO}取自于抛物面表面电流的话，它将在阴影区抵消E^{i}。

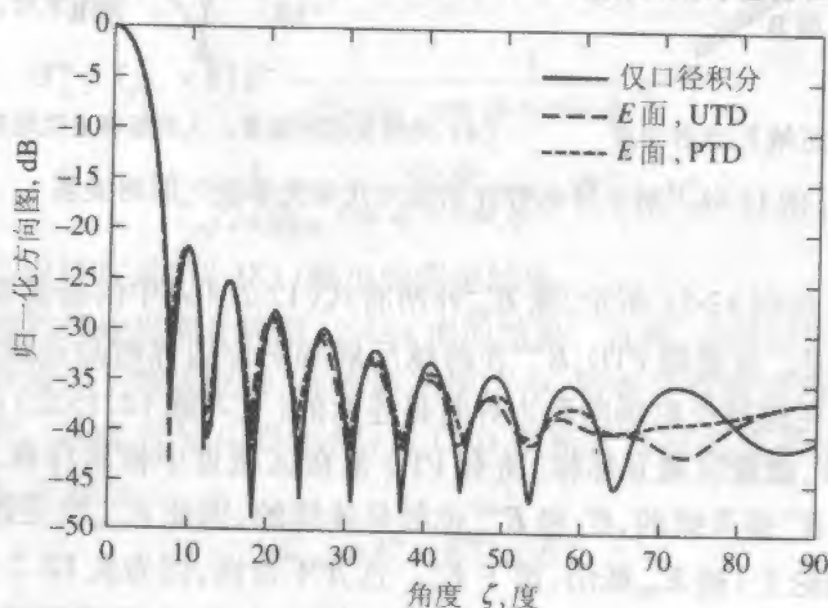


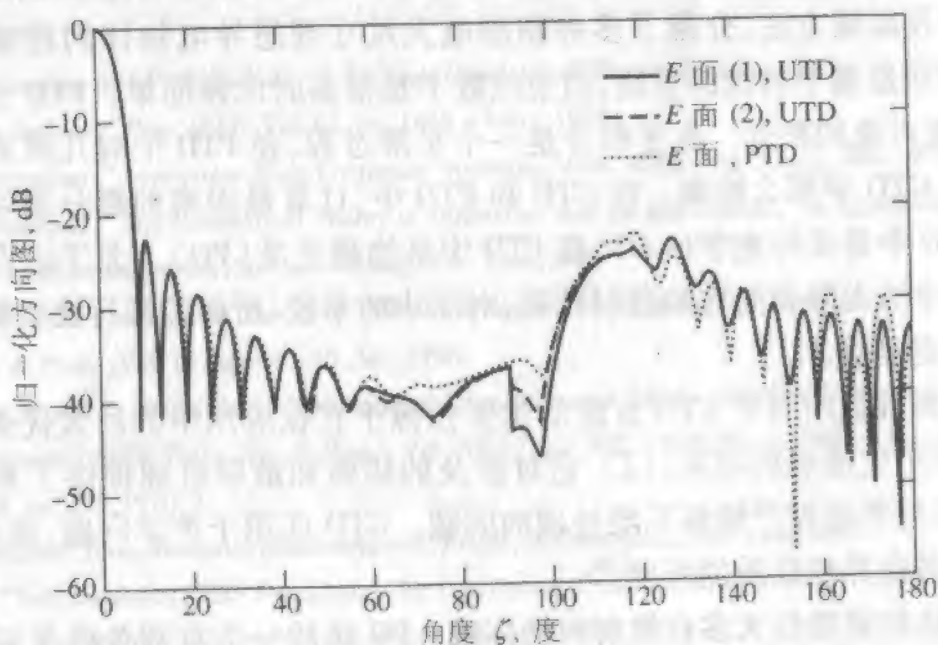
图12-53　对于图12-20的几何结构旁瓣区中E面方向图的物理光学口径积分与UTD和PTD结果的比较

为了得到区域C和B的非阴影部分的场，我们需要用到E^{unif}和E^{nu}，这意味着必须在抛物面自身积分。一般地说，在口径面积分要比在抛物面积分容易，但在这里口径

积分不是一个合适的选择。了解到 UTD 在入射场阴影边界能给出非奇异的正确场量，为了获得区域 B 和 C 的场，对在抛物面积分的需求可简单地通过应用 GTD 模型中的 UTD 绕射系数而不是 PTD 模型中的 Keller 系数来避免。换句话说，在此问题中对区域 C、B 和 A 较简单的模型是 UTD 绕射系数的 GTD 模型。

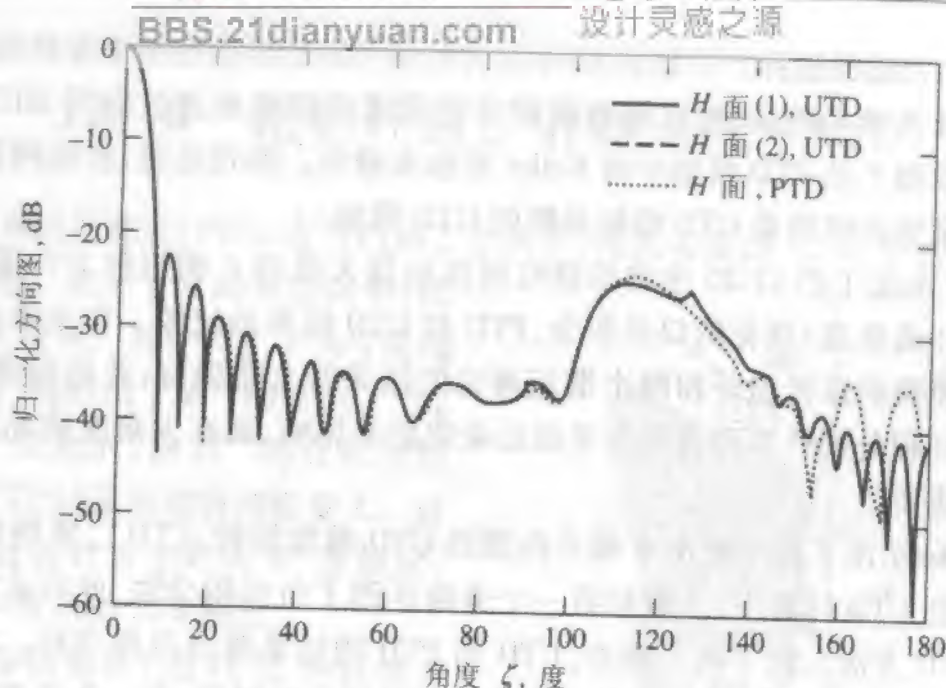
图 12-53 示出了图 12-20 中的抛物柱面反射器天线的 E 面辐射方向图。图 12-53 给出了对 TE(或垂直)极化的口径积分、PTD 和 UTD 结果的比较。在主波束和开始几个旁瓣区的经典的口径积分和两个渐近理论的结果符合得极好；此后偏差不断增加，这是因为口径积分的计算没有完全考虑边缘绕射的影响，而在大角度情况下边缘绕射影响越来越重要。

图 12-54a 示出了对于整个 E 面方向图的 UTD 单重绕射、UTD 二重绕射和 PTD 结果的比较。在 UTD 计算中，主瓣和第一个旁瓣区用了口径积分法，此后从第二个零点开始仅用 UTD 方法。除了两个例外，UTD 和 PTD 的结果符合得相当好。第一个例外是在 90°附近有一些不一致，原因是边缘绕射对此极化特别强，而一个边缘正好在另一个边缘的过渡区(见图 12-18c)。可是，需注意的是该处方向图的电平接近 －40dB。第二是在接近背瓣区有一些不一致。这个不一致不是由于绕射计算的不足，而是因为在 PTD 计算中从抛物面的电流积分得到的场 $\boldsymbol{E}^{\text{unif}}$ 不能严格对消馈源的场 $\boldsymbol{E}^{i}$。如果馈源的场分布递减较小(例如为 $\cos\theta_s$ 而不是 $\cos^2\theta_s$)，绕射场将更强，在较高的背瓣电平 $\boldsymbol{E}^{i}$ 对 $\boldsymbol{E}^{\text{unif}}$ 的不完全对消将不明显。对于此几何结构，H 面背瓣区的不一致比 E 面大，因为前者的绕射场比后者弱，导致更明显的不完全对消影响。



(a) 垂直极化

图 12-54　对于图 12-20 中几何结构的 PTD 与 UTD 单重绕射(1)二重绕射(2)结果的比较



(b) 平行极化

图 12-54 (续)

12.17 小 结

本章涉及高频方法,介绍了多种预测电大尺寸理想导电物体的近场和远场的方法。GTD 方法是基于射线的方法,当射线数不是很多时比较简单。PTD 方法是基于流的方法,需要对流的积分。由于积分是一个平滑过程,在 PTD 中对几何表面的描述不需要得像在 GTD 中那么精确。在 GTD 和 PTD 中,计算最困难的部分通常是最基本的部分:在 GTD 中是几何光学(GO),在 PTD 中是物理光学(PO)。关于这点的一个例子是 12.11 节中的无限长圆柱的散射计算,对于小的半径,所得的爬行波贡献要比几何光学法的结果更准确。

在天线和散射问题中 GTD 方法的重要性源于它在应用中的巨大优势,即(1)它使用简单,能产生准确的结果;(2)它对涉及的辐射和散射机理提供了某些物理洞察力;(3)它可用来处理严格解不能处理的问题。GTD 还用于声学问题,如声纳,以及涉及非均匀或各向异性媒质的问题[34]。

PTD 方法的重要性大多在散射问题体现。PO 法的一个有利条件是它提供的散射信息的方向不是必须在反射方向或在绕射线锥方向上。PTD 在开发 B-2 隐身轰炸机中扮演了重要角色。

本章的方法倾向于是第 10 章介绍的矩量法和第 11 章介绍的 FD-TD 技术这些中频方法的补充。而且,如在 12.12 节所看到的矩量法可在形式上与 GTD 相结合成混合技术,它将问题的类型扩展为矩量法可应用的类型。能这样做不仅是因为矩量法和

GTD 都是高度实用的技术，而且还因为它们在用于分析和设计问题中所固有的灵活性。涉及 FD－TD 的混合方法正在发展中。

参考文献

1. M. Born and E. Wolf, *Principles of Optics*, Pergamon, New York, 1959.
2. G. T. Ruck, Ed., *Radar Cross Section Handbook*, Plenum, New York and London, 1970.
3. J. J. Bowman, T. B. A. Senior, and P. L. E. Uslenghi, Eds., *Electromagnetic and Acoustic Scattering by Simple Shapes*, North-Holland, Amsterdam, 1969.
4. J. W. Crispin and K. M. Siegel, Eds., *Methods of Radar Cross-Section Analysis*, Academic Press, New York and London, 1968.
5. J. B. Keller, "Geometrical Theory of Diffraction," *J. Opt. Soc. Amer.*, Vol. 52, pp. 116 – 130, 1962.
6. L. M. Graves, Ed., "A Geometrical Theory of Diffraction," in *Calculus of Variations and Its Applications*, McGraw Hill, New York, pp. 27 – 52, 1958.
7. G. L. James, *Geometrical Theory of Diffraction*, Peter Peregrinus, England, 1976.
8. E. C. Jordan and K. G. Balmain, *Electromagnetic Waves and Radiating Systems*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1968.
9. A. Sommerfeld, *Optics*, Academic Press, New York, 1954.
10. P. M. Russo, R. C. Rudduck, and L. Peters, Jr., "A Method for Computing E-plane Patterns of Horn Antennas," *IEEE Trans. Ant. & Prop.*, Vol. AP-13, pp. 219 – 224, March 1965.
11. W. Pauli, "On Asymptotic Series for Functions in the Theory of Diffraction of Light," *Phys. Rev.*, Vol. 54, pp. 924 – 931, 1938.
12. R. G. Kouyoumjian and P. H. Pathak, "A Uniform Geometrical Theory of Diffraction for an Edge in a Perfectly Conducting Surface," *Proc. IEEE*, Vol. 62, pp. 1448 – 1461, 1974.
13. R. G. Kouyoumjian, "Asymptotic High Frequency Methods," *Proc. IEEE*, Vol. 53, pp. 864 – 876, 1965.
14. R. G. Kouyoumjian, "The Geometrical Theory of Diffraction and Its Application," in *Numerical and Asymptotic Techniques in Electromagnetics*, Springer-Verlag, New York, 1975.
15. A. R. Lopez, "The Geometrical Theory of Diffraction Applied to Antenna and Impedance Calculations," *IEEE Trans. Ant. & Prop.*, Vol. 14, pp. 40 – 45, Jan. 1966.
16. C. E. Ryan, Jr. and L. Peters, Jr., "Evaluation of Edge Diffracted Fields Including Equivalent Currents for the Caustic Regions," *IEEE Trans. Ant. & Prop.*, Vol. AP-17, pp. 292 – 299, March 1969. (See also correction in Vol. AP-18, pp. 275, 1970.)
17. R. F. Harrington, *Time-Harmonic Electromagnetic Fields*, McGraw-Hill, New York, 1961.
18. N. Wang, "Self-consistent GTD Formulation for Conducting Cylinders with Arbitrary Convex Cross Section," *IEEE Trans. Ant. & Prop.*, Vol. AP-24, pp. 463 – 468, July 1976.
19. P. H. Pathak and R. G. Kouyoumjian, "An Analysis of the Radiation from Apertures in Curved Surfaces by the Geometrical Theory of Diffraction," *Proc. IEEE*, Vol. 62, pp. 1438 – 1447, 1974.
20. G. A. Thiele and T. H. Newhouse, "A Hybrid Technique for Combining Moment Methods with the Geometrical Theory of Diffraction," *IEEE Trans. Ant. & Prop.*, Vol. AP-23, pp. 62 – 69, Jan. 1975.
21. M. Levy and J. B. Keller, "Diffraction by a Smooth Object," *Comm. Pure Appl. Math.*, Vol. 12, pp. 159 – 209, 1959.

22. G. L. James, *Geometrical Theory of Diffraction for Electromagnetic Waves*, 3rd ed., Peter Peregrinus, London, 1986.
23. D. R. Voltmer, "Diffraction of Doubly Curved Convex Surfaces," Ph. D. diss., Ohio State University, 1970.
24. L. W. Henderson and G. A. Thiele, "A Hybrid MM-GTD Technique for the Treatment of Wire Antennas Near a Curved Surface," *Radio Sci.*, Vol. 16, pp. 1125 - 1130, Nov. - Dec. 1981.
25. D. A. McNamara, C. W. I. Pistorius, and J. A. G. Malherbe, *Introduction to the Uniform Theory of Diffraction*, Artech House, Boston, MA, 1990.
26. G. A. Thiele and T. H. Newhouse, "A Hybrid Technique for Combining Moment Methods with the Geometrical Theory of Diffraction," *IEEE Trans. Ant. & Prop.*, Vol. AP-23, pp. 62 - 69, Jan. 1975.
27. G. A. Thiele, "Hybrid Methods in Antenna Analysis," *IEEE Proc.*, Vol. 80, No. 1, pp. 66 - 78, Jan. 1992.
28. P. Ia. Ufimtsev, "Approximate Computation of the Diffraction of Plane Electromagnetic Waves at Certain Metal Bodies. Part I. Diffraction Patterns at a Wedge and a Ribbon," *Zh. Tekhn. Fiz.* (USSR), Vol. 27, No. 8, pp. 1708 - 1718, 1957.
29. P. K. Murthy and G. A. Thiele, "Non-Uniform Currents on a Wedge Illuminated by a TE Plane Wave," *IEEE Trans. Ant. & Prop.*, Vol. AP-34, pp. 1038 - 1045, Aug. 1986.
30. K. M. Pasala, "Closed-form Expressions for Nonuniform Currents on a Wedge Illuminated by TM Plane Wave," *IEEE Trans. Ant. & Prop.*, Vol. 36, pp. 1753 - 1759, Dec. 1988.
31. K. M. Pasala, unpublished notes.
32. K. M. Mitzner, "Incremental Length Diffraction Coefficients," Tech. Rep. No. AFAL-TR-73-296, Northrop Corporation.
33. E. F. Knott, J. F. Shaeffer, and M. T. Tuley, *Radar Cross Section*, Artech House, Boston, MA, 1985.
34. L. B. Felsen and N. Marcuvitz, *Radiation and Scattering of Waves*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1973.
35. W. L. Stutzman, *Polarization in Electromagnetic Systems*, Artech House, Inc., Norwood, MA, 1993, pg. 189.

习 题

12.1.1 可以证明[12]几何光学反射波波阵面的主曲率半径由下式给出

$$\frac{1}{\rho_1}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\rho_1^i}+\frac{1}{\rho_2^i}\right)+\frac{1}{f_1}\text{和}\frac{1}{\rho_2}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\rho_1^i}+\frac{1}{\rho_2^i}\right)+\frac{1}{f_2}$$

式中 ρ_1^i 和 ρ_2^i 是入射波前阵面的主曲率半径，ρ_1 和 ρ_2 是反射波前阵面的主曲率半径。f_1 和 f_2 的一般表示在文献[12]给出。可是对于球面入射波，

$$\frac{1}{f_{1,2}}=\frac{1}{\cos\theta_i}\left(\frac{\sin^2\theta_2}{r_1^c}+\frac{\sin^2\theta_1}{r_2^c}\right)\pm\sqrt{\frac{1}{\cos^2\theta_i}\left(\frac{\sin^2\theta_2}{r_1^c}+\frac{\sin^2\theta_1}{r_2^c}\right)^2-\frac{4}{r_1^c r_2^c}}$$

式中 θ_1 和 θ_2 为入射线分别与表面的主曲率半径 r_1^c 和 r_2^c 相关的主方向（即切向单位矢量）之间的夹角。

(a) 证明对于 $\theta_1=\theta_0$ 和 $\theta_2=90°$，第一个表达式简化为式(12-20)，而第二个表达式简化为

$$\frac{1}{\rho_2}=\frac{1}{l_0}+\frac{2\cos\theta_0}{r_2^c}$$

(b) 不用式(12-20)或以下的 ρ_2 表达式，证明在平面波照射时的情况

$$\sqrt{\rho_1\rho_2}=\frac{1}{2}\sqrt{r_1^c r_2^c}$$

12.1.2　一个无限长椭圆抛物面由以下方程描述

$$\frac{x^2}{2r_1^c}+\frac{y^2}{2r_2^c}=-z$$

式中 r_1 和 r_2 是在特定点的主曲率半径。应用几何光学法证明对轴向入射的雷达截面是

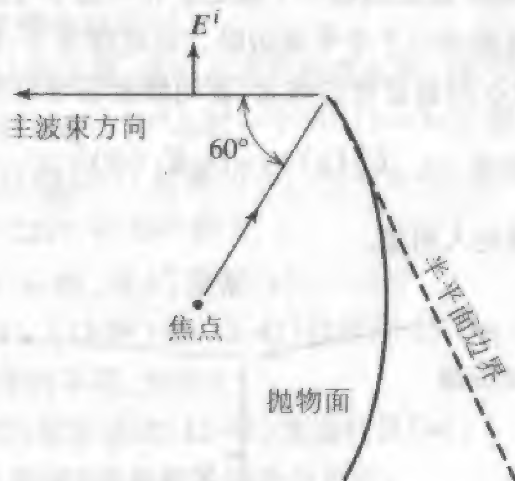
$$\sigma=\pi r_1^c r_2^c$$

实际上，该结果适用于任何可用二次多项式表示的面，式中 r_1^c 和 r_2^c 是反射点的主曲率半径[2,3]。上述结果是否适用于柱面或平面？为什么不适用？

12.1.3　平面波入射于一个三维的平滑凸导电物体。在物体特定点的两个主曲率半径为 $r_1^c=5\lambda$ 和 $r_2^c=10\lambda$。写出电场和磁场的后向散射场的表达式，如果入射平面波为

$$\boldsymbol{E}^i=\hat{\boldsymbol{y}}\mathrm{e}^{-j\beta x}\quad 和\quad \boldsymbol{H}^i=\hat{\boldsymbol{z}}\frac{\mathrm{e}^{-j\beta x}}{\eta}$$

12.2.1　如图一柱面波入射抛物柱反射面。为了得到从上边缘(只有该边缘)到空间任意点的绕射场，该边缘可分析为一个与抛物柱面最上部相切的半平面。围绕该上边缘将空间分成三个分开的区域，写出在这三个区域空间中来自顶部边缘的总电场一般表达式(用 ϕ' 的数值)。在这三个区域中哪个总几何光学场为零？



12.2.2　求解以下 Fresnel 积分

(a) $\int_0^\infty \mathrm{e}^{-j\tau^2}\mathrm{d}\tau$

(b) $\int_0^5 \mathrm{e}^{-j\tau^2}\mathrm{d}\tau$

(c) $\int_5^\infty \mathrm{e}^{-j\tau^2}\mathrm{d}\tau$

12.2.3　求解 $v_B(\rho,\phi^\pm)$，对 90°内角的劈应用式(12-42)和式(12-44)，当：

(a) $\phi'=45°$, $\rho=10\lambda$, $\phi=220°$

(b) $\phi'=45°$, $\rho=10\lambda$, $\phi=230°$

比较(a)和(b)的结果,并解释差别。在(a)和(b)部分的 v_c 是什么?

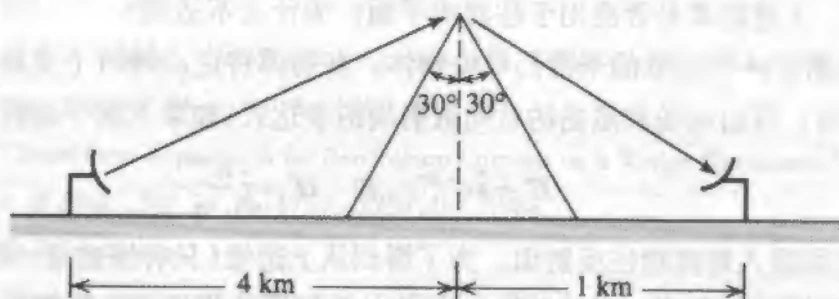
12.2.4 对90°内角劈在以下情况求解 $v_B(\rho,\phi^{\pm})$(两种极化),当:

(a) $\phi'=45°$, $\rho=10\lambda$, $\phi=90°$

(b) $\phi'=45°$, $\rho=10\lambda$, $\phi=138°$

(c) $\phi'=45°$, $\rho=10\lambda$, $\phi=180°$

12.2.5 一个垂直极化的蜂窝天线辐射功率为20W,频率为860MHz的电磁波。一个接收天线被一个0.3km高的山脊遮蔽,山脊垂直于两天线的连线,如图所示。如果接收天线在山脊方向的增益为4dB,而发射天线在山脊方向的增益为15dB,那么在接收天线的终端能得到多少功率?作为粗略的近似,假定山脊是理想导电的。



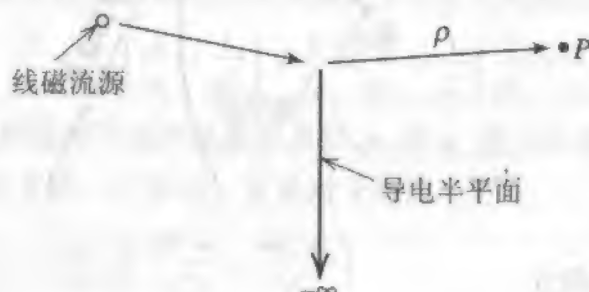
12.2.6 将式(12-34)和式(12-35)代入式(12-33),解释所获得的四项中每一项的物理意义。

12.2.7 画出一张草图说明 Keller 理论的第一个假定。在草图中考虑到直接线和绕射线。

12.3.1 如图所示,考虑线磁流源平行于半平面边缘。在此情况下,绕射场看来起源于位于边缘的线磁流源。用图12-3的通量管的概念,证明绕射场可写为

$$E_{\perp}^{d}(\rho) = -D_{\perp}E_{\perp}^{i}(Q)\frac{e^{-j\beta\rho}}{\sqrt{\rho}}$$

式中 $E_{\perp}^{i}(Q)$ 为在边缘的入射值。



12.3.2 当线磁流源替换成线电流源时,重复习题12.3.1,并证明

$$E_{\parallel}^{d}(\rho) = -D_{\parallel}E_{\parallel}^{i}(Q)\frac{e^{-j\beta\rho}}{\sqrt{\rho}}$$

12.3.3 考虑点源以垂直入射方式照射半平面边缘的情况。不像上面两道习题,在此情况下将在两个主平面上扩展。应用图12-3的通量管的概念,证明绕射可写成以下中的一个

$$E^d_{\parallel}(s) = -D_{\parallel}E^i_{\parallel}(Q)\sqrt{\frac{s'}{s'+s}}\frac{e^{-j\beta s}}{\sqrt{s}}$$

或

$$E^d_{\perp}(s) = -D_{\perp}E^i_{\perp}(Q)\sqrt{\frac{s'}{s'+s}}\frac{e^{-j\beta s}}{\sqrt{s}}$$

12.3.4 如果应用边缘基坐标系而不是射线基坐标系，证明在式(12-46)中的绕射系数矩阵[D]一般将有7个非零系数。

12.4.1 从式(12-52)推导(12-59)，并证明式(12-59)与(12-42)相同。

12.4.2 考虑平面波照射半平面并且观察点在劈边缘附近的情况。

(a) 证明 UTD 简化为式(12-44)中的 Sommerfeld – Pauli 的解，且因此 UTD 是严格的。

(b) 当源靠近劈的边缘而观察点离得很远时，UTD 是否严格解？为什么？

(c) 如果源和观察点都在劈边缘附近，UTD 解将不是严格的。为什么？（虽然解不是严格的，但它可能仍是有用的——见12.12节）。

12.4.3 证明式(12-55)的另一个选择是定义 N^+ 为最接近$[(\phi\pm\phi')+\pi]/2\pi n$ 的整数。对式(12-56)定义相类似的选择项。

12.4.4 考虑与劈有一段距离($\rho'\gg\lambda$)的线电流源或线磁流源照射劈。

(a) 在反射边界（或入射边界），证明绕射系数必须有一个不连续的幅度 $\sqrt{\rho'\rho/(\rho+\rho')}$。

(b) 证明在反射边界（或入射边界），UTD 绕射系数的不连续为 $\pm\sqrt{L}$。什么可确定此不连续的符号？以下近似是有用的：

$$F(X)\simeq\left[\sqrt{\pi X}-2Xe^{j(\pi/4)}-\frac{2}{3}X^2e^{-j(\pi/4)}\right]e^{j(\pi/4+X)}$$

该式在当 X 值小时适用。

(c) 从(a)和(b)的结果，证明总场在跨越反射（或入射）阴影边界时是连续的。

12.4.5 平面波以 $\gamma'_0=45°$，$\phi'=30°$入射一个90°($n=3/2$)的导电劈。

(a) 用式(12-52)和12-17计算当 $E^i_{\perp}=1\text{V/m}$ 时，距离 $s=2\lambda$ 和 $\phi=120°,132°,138°,180°,222°,228°$，和260°的 $E^d_{\perp}$。

(b) 当 $E^i_{\parallel}=1\text{V/m}$ 时，对 $E^d_{\parallel}$ 重复(a)。

12.4.6 (a) 用式(12-36)，(12-37)和(12-42)计算图12-14a中的总场。结果在反射和阴影边界将与图12-14a中的不同，为什么？

(b) 用式(12-52)而不是式(12-42)重新计算(a)。

(c) 对以上(a)和(b)结果的差别进行评论。

12.4.7 (a) 用三角恒等式，将式(12-42)写成与(12-52)相同但没有过渡函数 F 的形式。

(b) 评价过渡函数的功能。

12.5.1 用图12-18b中的 E 面模型和一个劈绕射的计算机程序验证图7-16中的曲线，该曲线是通过口径积分得到的。

12.5.2 解释为什么在图12-18c中的射线在除 $\zeta\approx 90°$外对辐射方向图贡献可忽略。

12.5.3 证明在图12-18c Q_1 点的二重绕射场可写成

$$E^d_{1,2}(P)=\frac{1}{2}\frac{e^{-j\beta\rho_E}}{\sqrt{\rho_E}}D_{\perp}(Q_2)D_{\perp}(Q_1)\frac{e^{-j\beta 2a}}{\sqrt{2a}}\frac{e^{-j\beta r}}{\sqrt{r}}e^{j\beta a\sin\zeta}$$

12.5.4 评论习题11.8.5。

12.5.5 计算图11-18中喇叭天线外部194°内角劈的绕射场，它是由连接喇叭壁和波导组成的。取$\rho=\lambda$。假定在连接部的入射电场为1V/m。将结果与在图11-21d观察到的相比较。

12.6.1 用一个劈绕射的计算机程序计算图12-20中天线在$0\leqslant\zeta\leqslant2\pi$时的总绕射场。将结果与图12-21比较。为什么有差别？

12.6.2 画出图12-20的抛物反射面背面的"爬行波"射线(见12.11节)草图。现在再画出从Q_1或Q_2发出，并在抛物面内面反射了几次的射线。这些射线称为回音壁射线。

12.6.3 证明在图12-20中从Q_1发出的二重绕射线可写成

$$E^{d}_{1,2}(P)=\frac{e^{-j\beta\rho_0}}{\sqrt{\rho_0}}f(\theta_0)D_{\parallel}(Q_2)D_{\parallel}(Q_1)\cdot\frac{e^{-j\beta2a}}{\sqrt{2a}}\frac{e^{-j\beta r}}{\sqrt{r}}e^{j\beta a\sin\zeta}$$

12.6.4 推导式(12-71)。

12.6.5 如果在图12-20中的线源是磁流源，计算远场方向图。结果将与图12-21相同，除了在$\zeta=90°$的不连续将大一些，并且背瓣将高8dB。为什么？

12.6.6 应用UTD计算带振子馈源的90°角反射面天线的H面方向图。振子馈源离反射器顶距离为0.5λ，反射面边长为1.0λ，而角反射器的口径跨度为1.414λ。

12.7.1 在式(12-86)中忽略的绕射场可写成[14]

$$E^{d}_{SD}(P)=\frac{1}{2j\beta}\frac{\partial E^{i}(Q)}{\partial n}\frac{\partial}{\partial\phi'}D_{\parallel}\Bigg|_{\phi'=0}\sqrt{\frac{\rho}{s(\rho+s)}}e^{-j\beta s}$$

当$\theta=90°$时将该斜率绕射场值与式(12-86)中的直射场比较。

12.7.2 (a) 在式(12-33)中应用式(12-36)和式(12-37)，证明当平面波掠入射于接地面时($\phi'=0$)，说明因子2是怎样在无限大接地面垂直极化场$E(\rho,\phi)$中出现的。

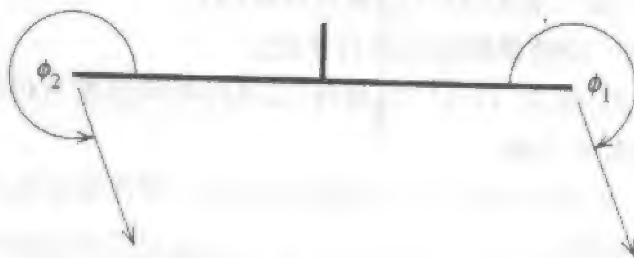
(b) 然后验证为了获得正确的绕射场值，在掠入射情况下绕射场一般必须如式(12-80)和式(12-82)中那样乘以1/2。为了这样做，用式(12-42)或式(12-52)中的渐近形式证明$D_{\parallel}\to0$和$D_{\perp}$中自然出现因子2。

12.8.1 一个短单极子(短截线天线)安装在边长为6λ的正方接地面中心，如图12-27a所示。

(a) 应用两点近似，证明在区域$200°<\phi_1<340°$内相对绕射场可表示为

$$E^{d}=\frac{e^{-j(\beta r+\pi/4)}}{\sqrt{2\pi\beta r}}\left[\frac{1}{\cos\dfrac{\phi_1}{2}}-\frac{e^{-j12\pi\cos\phi_2}}{\cos\dfrac{\phi_2}{2}}\right]$$

式中$\phi_2=2\pi-(\phi_1-\pi)$



(b) 当$\phi_1=270°$时，为什么绕射场必须为零？使用图和物理原因来解释为什么。

(c) 计算并画出$200°<\phi_1<340°$的绕射场图。将结果与图12-28比较。

12.9.1 推导式(12-97)和式(12-98)。

12.9.2　推导式(12-101)和式(12-102)。

12.9.3　一个短单极子(短截线天线)安装在直径为 6λ 的圆接地面中心,如图 12-27b 所示。

(a) 用等效概念,证明在区域 $90° \leqslant \theta \leqslant 180°$ 的相对绕射场可表示为

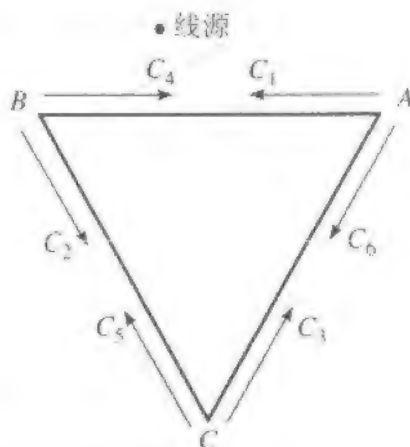
$$E^{d} = -\frac{e^{-j(\beta r+\pi/4)}}{\sqrt{2\pi\beta r}}\frac{1}{\cos(\phi/2)}2\pi j J_1(6\pi\sin\theta)$$

式中 J_1 是一阶 Bessel 函数。注意

$$\int_0^{2\pi}\cos(\xi-\xi')e^{jx\cos(\xi-\xi')}d\xi' = 2\pi j J_1(x)$$

(b) 计算绕射场并与习题 12.8.1 中的计算结果比较。

12.10.1　如图所示一线源照射三角形柱体。以式(12-109)相同的形式通过设置式(12-110)来对该问题应用自恰性方法。注意某些矩阵元将为零。用文献[18]的结果检查所得的解。



12.11.1　(a) 用表 12-1 的信息计算式(12-127)中的 σ_w。在同一张图上对 $0.1 \leqslant \beta a \leqslant 10$ 画出 σ_w 对 βa 曲线。

(b) 当几何光学贡献(仅)在平行极化情况乘以 $\left[1-j\frac{5}{16(\beta a)}+\frac{127}{512(\beta a)^2}\right]$ 和在垂直极化情况乘以 $\left[1+j\frac{11}{16(\beta a)}-\frac{353}{512(\beta a)^2}\right]$ 重复(a)[22]。在同一图上画出两个结果。与图 12-34 比较。

(c) 在一张图上从(a)和(b)画出平行极化结果,垂直极化结果画在另一张图上。评价所得的结果。

12.12.1　考虑单极子在 $\lambda/2$ 边长的正方形接地面中心。该单极子用脉冲基函数和 δ 权函数代表。接地面的四边应用劈绕射。四个角的绕射忽略。推导使你能计算式(12-131)中的 Z^g_{mn} 的必要公式。

12.12.2　推导式(12-137)

12.12.3　从图 12-42 中的问题,说明不包括二重(或高阶)绕射的所有可能的射线路径。

12.12.4　一个长度为 l 的振子天线位于离半径为 a 的无限长圆柱表面距离为 d 的位置。振子平行于圆柱轴线。如果只有振子天线用矩量法表示,说明你如何解决圆柱的存在。

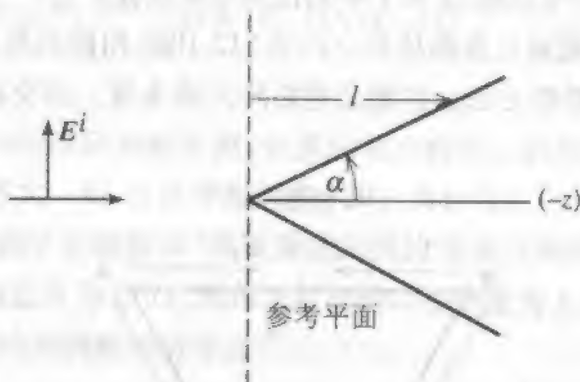
12.13.1　应用物理光学,说明平面矩形板的雷达截面在垂直入射时为 $\sigma = 4\pi(A^2/\lambda^2)$。式中 A 是板的面积。

12.13.2　通过注意$(\hat{z}\cdot\hat{n})\mathrm{d}s$是表面元 ds 在 xy 平面的投影，公式(12-155)可变换为不同的，但经常是有用的形式。这样，$(\hat{z}\cdot\hat{n})\mathrm{d}s = \mathrm{d}s_z = (\mathrm{d}s_z/\mathrm{d}l)$，其中 $\mathrm{d}s_z$ 是 ds 在 xy 平面的投影，则式(12-155)变为

$$\sigma = \frac{4\pi}{\lambda^2}\left(\int_0^L \mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\beta l}\frac{\mathrm{d}s_z}{\mathrm{d}l}\mathrm{d}l\right)$$

式中 l 是参考平面到表面的距离。用以上雷达截面的表达式推导球的 RCS 的物理光学表达式。

12.13.3　证明无限圆锥(如图所示)的 RCS 是 $\sigma=(\lambda^2\tan^4\alpha)/16\pi$



12.13.4　证明入射方向在 xz 平面，边缘平行于 x 和 y 轴的正方形平板的 RCS 为

$$\sigma=\frac{4\pi a^4}{\lambda^2}\left[\frac{\sin(\beta a\sin\theta)}{\beta a\sin\theta}\right]^2\cos^2\theta$$

式中 a 是正方形边长。将该结果的角度变化与第4章均匀照射的线源结果比较。

12.13.5　证明在 xy 平面的圆形平板或盘的 RCS 是

$$\sigma=\frac{\pi a^2}{\tan^2\theta}\left[J_1\left(\frac{4\pi a\sin\theta}{\lambda}\right)\right]^2$$

式中 a 是盘的半径，$J_1(x)$是一阶 Bessel 函数。再证明在 $\theta=0°$ 时，以上结果可简化为 $\sigma=(4\pi/\lambda^2)A^2$，式中 A 是盘的面积[4]。

12.14.1　在写出下式后

$$I_b = \int_b^\infty f(x)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta\gamma(x)}\mathrm{d}x = \frac{1}{\mathrm{j}\beta}\int_b^\infty \frac{f(x)}{\gamma'(x)}\mathrm{j}\beta\gamma'(x)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta\gamma(x)}\mathrm{d}x$$

用分部积分得到式(12-170)。

12.14.2　证明

$$I_{-a}\cong-\frac{1}{\mathrm{j}\beta}\frac{f(-a)}{\gamma'(-a)}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\beta\gamma(-a)}$$

12.14.3　根据式(12-165)和式(12-166)证明式(12-167)

12.14.4　用稳相概念解释式(12-29)和式(12-30)之间的讨论。

12.15.1　证明在式(12-187)中的$\begin{Bmatrix}f\\g\end{Bmatrix}$可表示为

$$\begin{Bmatrix}f\\g\end{Bmatrix}=\frac{-1}{2n}\left[\cot\left(\frac{\pi+\phi^-}{2n}\right)+\cot\left(\frac{\pi-\phi^-}{2n}\right)\right]\pm\frac{1}{2n}\left[\cot\left(\frac{\pi+\phi^+}{2n}\right)+\cot\left(\frac{\pi-\phi^+}{2n}\right)\right]$$

12.15.2　对于在图 12-14 中的半平面情况，用解析方法证明在反射和阴影边界，f 中的奇异性与 f_0 中的奇异性抵消，使式(12-185)中的 f 连续。

提示：确定在习题 12.5.1 中的余切项在反射边界是奇异的，并且该项在阴影边界也是奇异的。通过在几何光学反射边界令 $\phi^- = \pi \pm \delta$，用 f_0 中的奇异项抵消这些奇异项。

12.15.3　对图 12-14a 中的半平面情况，用数值计算证明式(12-185)中的 f 在跨越反射和阴影边界是连续的。在这些边界再分别计算 f 和 f_0。应用图 12-14 中的几何关系。

12.15.4　计算式(12-197)中的 I_0。

12.15.5　证明将式(12-181)代入式(12-182)可得到式(12-179)。

附录A 常用频率表(美国用)

A.1 无线电频段

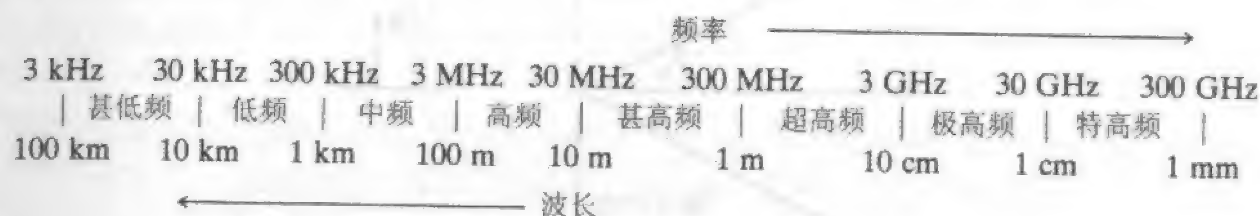


图 A-1

A.2 电视频道频率

表 A-2a 甚高频(VHF)

频道号	频率范围(MHz)	频道号	频率范围(MHz)
2	54 ~ 60	8	180 ~ 186
3	60 ~ 66	9	186 ~ 192
4	66 ~ 72	10	192 ~ 198
5	76 ~ 82	11	198 ~ 204
6	82 ~ 88	12	204 ~ 210
7	174 ~ 180	13	210 ~ 216

表 A-2b　超高频(UHF)

频道号	频率范围(MHz)	频道号	频率范围(MHz)	频道号	频率范围(MHz)
14	470 ~ 476	30	566 ~ 572	46	662 ~ 668
15	476 ~ 482	31	572 ~ 578	47	668 ~ 674
16	482 ~ 488	32	578 ~ 584	48	674 ~ 680
17	488 ~ 494	33	584 ~ 590	49	680 ~ 686
18	494 ~ 500	34	590 ~ 596	50	686 ~ 692
19	500 ~ 506	35	596 ~ 602	51	692 ~ 698
20	506 ~ 512	36	602 ~ 608	52	698 ~ 704
21	512 ~ 518	37	608 ~ 614	53	704 ~ 710
22	518 ~ 524	38	614 ~ 620	54	710 ~ 716
23	524 ~ 530	39	620 ~ 626	55	716 ~ 722
24	530 ~ 536	40	626 ~ 632	56	722 ~ 728
25	536 ~ 542	41	632 ~ 638	57	728 ~ 734
26	542 ~ 548	42	638 ~ 644	58	734 ~ 740
27	548 ~ 554	43	644 ~ 650	59	740 ~ 746
28	554 ~ 560	44	650 ~ 656	⋮	
29	560 ~ 566	45	656 ~ 662	69	800 ~ 806

注:图像频段的载频是低端频率加上 1.25MHz。声音载频是高端频率减去 0.25MHz。所有频道具有 6MHz 带宽。例如,第 2 频道图像载频是 55.25MHz,而声音载频是 59.75MHz。

A.3　移动电话频段

蜂窝电话　　824GHz ~ 894GHz

个人通信系统　　1850GHz ~ 1990GHz

A.4 雷达频段

表 A-4

第二次世界大战频道名称		IEEE 频道名称	
		高　频	3MHz ~ 30MHz
		甚高频	30MHz ~ 300MHz
		超高频	300MHz ~ 1000MHz
L	390MHz ~ 1550MHz	*L* 波段	1GHz ~ 2GHz
S	1550MHz ~ 3900MHz	*S* 波段	2GHz ~ 4GHz
C	3.9GHz ~ 6.2GHz	*C* 波段	4GHz ~ 8GHz
X	6.2GHz ~ 12.9GHz	*X* 波段	8GHz ~ 12GHz
Ku	12.9GHz ~ 18GHz	*Ku* 波段	12GHz ~ 18GHz
K	18GHz ~ 26.5GHz	*K* 波段	18GHz ~ 27GHz
Ka	26.5GHz ~ 40GHz	*Ka* 波段	27GHz ~ 40GHz
		V 波段	40GHz ~ 75GHz
		W 波段	75GHz ~ 110GHz
		毫米波段	110GHz ~ 300GHz

附录 B　材料与其他常数的数据

B.1　良导体的电导率

表　B-1

导体	电导率(S/m)
硅钢	2×10^{6}
黄铜	1.1×10^{7}
铝	3.5×10^{7}
金	4.1×10^{7}
铜	5.7×10^{7}
银	6.1×10^{7}

B.2　导线规格

表　B-2

导线尺寸 美国线规(AWG)	直径 毫米(in)	单股铜导线持续工作 电流容量(A)	单位长度的铜导线 电阻(Ω/100m)
8	3.264(0.1285)	73	0.1952
9	2.906(0.1144)	—	0.2462
10	2.588(0.1019)	55	0.3103
11	2.305(0.0907)	—	0.3914
12	2.053(0.0808)	41	0.4935
13	1.828(0.0720)	—	0.6224
14	1.628(0.0641)	32	0.7849
16	1.291(0.0508)	22	1.248

（续）

导线尺寸 美国线规(AWG)	直径 毫米(in)	单股铜导线持续工作 电流容量(A)	单位长度的铜导线 电阻(Ω/100m)
18	1.024(0.0403)	16	1.984
20	0.812(0.0320)	11	3.155
22	0.644(0.0253)	—	5.017
24	0.511(0.0201)	—	7.98
26	0.405(0.0159)	—	12.69
28	0.321(0.0129)	—	20.17
30	0.255(0.0100)	—	32.06

B.3 电介质常数:介电常数

$$\varepsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12}\,\mathrm{F/m} \approx 10^{-9}/36\pi\,\mathrm{F/m}$$

B.4 磁导率

$$\mu_0 = 1.26 \times 10^{-6}\,\mathrm{H/m} \approx 4\pi \times 10^{-7}\,\mathrm{H/m}$$

B.5 光速

$$c = 1/\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}\,\mathrm{m/s} = 2.997925 \times 10^{8}\,\mathrm{m/s}$$

B.6 自由空间的特性阻抗

$$\eta_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = 376.73\,\Omega \approx 120\pi\,\Omega$$

附录C 矢　　量

C.1 单位矢量的表达

$$\hat{\boldsymbol{x}} = \hat{\boldsymbol{r}} \sin\theta \cos\phi + \hat{\boldsymbol{\theta}} \cos\theta \cos\phi - \hat{\boldsymbol{\phi}} \sin\phi \quad \text{(C-1)}$$

$$\hat{\boldsymbol{y}} = \hat{\boldsymbol{r}} \sin\theta \sin\phi + \hat{\boldsymbol{\theta}} \cos\theta \sin\phi + \hat{\boldsymbol{\phi}} \cos\phi \quad \text{(C-2)}$$

$$\hat{\boldsymbol{z}} = \hat{\boldsymbol{r}} \cos\theta - \hat{\boldsymbol{\theta}} \sin\theta \quad \text{(C-3)}$$

$$\hat{\boldsymbol{r}} = \hat{\boldsymbol{x}} \sin\theta \cos\phi + \hat{\boldsymbol{y}} \sin\theta \sin\phi + \hat{\boldsymbol{z}} \cos\theta \quad \text{(C-4)}$$

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = \hat{\boldsymbol{x}} \cos\theta \cos\phi + \hat{\boldsymbol{y}} \cos\theta \sin\phi - \hat{\boldsymbol{z}} \sin\theta \quad \text{(C-5)}$$

$$\hat{\boldsymbol{\phi}} = -\hat{\boldsymbol{x}} \sin\phi + \hat{\boldsymbol{y}} \cos\phi \quad \text{(C-6)}$$

C.2 矢量恒等式

$$\boldsymbol{A} \times (\boldsymbol{B} \times \boldsymbol{C}) = (\boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{C})\boldsymbol{B} - (\boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{B})\boldsymbol{C} \quad \text{(C-7)}$$

$$(\boldsymbol{A} \times \boldsymbol{B}) \times \boldsymbol{C} = (\boldsymbol{C} \cdot \boldsymbol{A})\boldsymbol{B} - (\boldsymbol{C} \cdot \boldsymbol{B})\boldsymbol{A} \quad \text{(C-8)}$$

$$\nabla \cdot (\nabla \times \boldsymbol{G}) = 0 \quad \text{(C-9)}$$

$$\nabla \times \nabla g = 0 \quad \text{(C-10)}$$

$$\nabla \cdot \nabla g = \nabla^2 g \quad \text{(C-11)}$$

$$\nabla(f + g) = \nabla f + \nabla g \quad \text{(C-12)}$$

$$\nabla \cdot (\boldsymbol{F} + \boldsymbol{G}) = \nabla \cdot \boldsymbol{F} + \nabla \cdot \boldsymbol{G} \quad \text{(C-13)}$$

$$\nabla(fg) = g \nabla f + f \nabla g \quad \text{(C-14)}$$

$$\nabla \cdot (f\boldsymbol{G}) = \boldsymbol{G} \cdot (\nabla f) + f(\nabla \cdot \boldsymbol{G}) \quad \text{(C-15)}$$

$$\nabla \times (f\boldsymbol{G}) = (\nabla f) \times \boldsymbol{G} + f(\nabla \times \boldsymbol{G}) \quad \text{(C-16)}$$

$$\nabla \times (\nabla \times \boldsymbol{G}) = \nabla(\nabla \cdot \boldsymbol{G}) - \nabla^2 \boldsymbol{G} \quad \text{(C-17)}$$

$$\nabla^2 \boldsymbol{G} = \hat{\boldsymbol{x}} \nabla^2 G_x + \hat{\boldsymbol{y}} \nabla^2 G_y + \hat{\boldsymbol{z}} \nabla^2 G_z \quad \text{(C-18)}$$

$$\nabla \cdot (\boldsymbol{F} \times \boldsymbol{G}) = \boldsymbol{G} \cdot (\nabla \times \boldsymbol{F}) - \boldsymbol{F} \cdot (\nabla \times \boldsymbol{G}) \quad \text{(C-19)}$$

$$\boldsymbol{F} \cdot (\boldsymbol{G} \times \boldsymbol{H}) = \boldsymbol{G} \cdot (\boldsymbol{H} \times \boldsymbol{F}) = \boldsymbol{H} \cdot (\boldsymbol{F} \times \boldsymbol{G}) \quad \text{(C-20)}$$

$$\nabla \times (\boldsymbol{F} \times \boldsymbol{G}) = \boldsymbol{F}(\nabla \cdot \boldsymbol{G}) - \boldsymbol{G}(\nabla \cdot \boldsymbol{F}) + (\boldsymbol{G} \cdot \nabla)\boldsymbol{F} - (\boldsymbol{F} \cdot \nabla)\boldsymbol{G} \quad \text{(C-21)}$$

$$\nabla(\boldsymbol{F} \cdot \boldsymbol{G}) = (\boldsymbol{F} \cdot \nabla)\boldsymbol{G} + (\boldsymbol{G} \cdot \nabla)\boldsymbol{F} + \boldsymbol{F} \times (\nabla \times \boldsymbol{G}) + \boldsymbol{G} \times (\nabla \times \boldsymbol{F}) \quad \text{(C-22)}$$

$$\iiint_v \nabla \cdot \boldsymbol{G}\,\mathrm{d}v = \oiint_s \boldsymbol{G} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{s} \quad \text{散度定理} \tag{C-23}$$

$$\iint_s (\nabla \times \boldsymbol{G}) \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{s} = \oint_l \boldsymbol{G} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} \quad \text{斯托克斯定理} \tag{C-24}$$

C.3 矢量微分算子

直角坐标系

$$\nabla g = \hat{\boldsymbol{x}}\frac{\partial g}{\partial x} + \hat{\boldsymbol{y}}\frac{\partial g}{\partial y} + \hat{\boldsymbol{z}}\frac{\partial g}{\partial z} \tag{C-25}$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{G} = \frac{\partial G_x}{\partial x} + \frac{\partial G_y}{\partial y} + \frac{\partial G_z}{\partial z} \tag{C-26}$$

$$\nabla \times \boldsymbol{G} = \hat{\boldsymbol{x}}\left(\frac{\partial G_z}{\partial y} - \frac{\partial G_y}{\partial z}\right) + \hat{\boldsymbol{y}}\left(\frac{\partial G_x}{\partial z} - \frac{\partial G_z}{\partial x}\right) + \hat{\boldsymbol{z}}\left(\frac{\partial G_y}{\partial x} - \frac{\partial G_x}{\partial y}\right) \tag{C-27}$$

$$\nabla^2 g = \frac{\partial^2 g}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 g}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 g}{\partial z^2} \tag{C-28}$$

圆柱坐标系

$$\nabla g = \hat{\boldsymbol{r}}\frac{\partial g}{\partial r} + \hat{\boldsymbol{\phi}}\frac{1}{r}\frac{\partial g}{\partial \phi} + \hat{\boldsymbol{z}}\frac{\partial g}{\partial z} \tag{C-29}$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{G} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rG_r) + \frac{1}{r}\frac{\partial G_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial G_z}{\partial z} \tag{C-30}$$

$$\begin{aligned}\nabla \times \boldsymbol{G} = {} & \hat{\boldsymbol{r}}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial G_z}{\partial \phi} - \frac{\partial G_\phi}{\partial z}\right) + \hat{\boldsymbol{\phi}}\left(\frac{\partial G_r}{\partial z} - \frac{\partial G_z}{\partial r}\right) \\ & + \hat{\boldsymbol{z}}\frac{1}{r}\left[\frac{\partial}{\partial r}(rG_\phi) - \frac{\partial G_r}{\partial \phi}\right]\end{aligned} \tag{C-31}$$

$$\nabla^2 g = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial g}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 g}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 g}{\partial z^2} \tag{C-32}$$

球坐标系

$$\nabla g = \hat{\boldsymbol{r}}\frac{\partial g}{\partial r} + \hat{\boldsymbol{\theta}}\frac{1}{r}\frac{\partial g}{\partial \theta} + \hat{\boldsymbol{\phi}}\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial g}{\partial \phi} \tag{C-33}$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{G} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(r^2 G_r) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial \theta}(G_\theta \sin\theta) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial G_\phi}{\partial \phi} \tag{C-34}$$

$$\begin{aligned}\nabla \times \boldsymbol{G} = {} & \hat{\boldsymbol{r}}\frac{1}{r\sin\theta}\left[\frac{\partial}{\partial \theta}(G_\phi \sin\phi) - \frac{\partial G_\theta}{\partial \phi}\right] \\ & + \hat{\boldsymbol{\theta}}\frac{1}{r}\left[\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial G_r}{\partial \phi} - \frac{\partial}{\partial r}(rG_\phi)\right] \\ & + \hat{\boldsymbol{\phi}}\frac{1}{r}\left[\frac{\partial}{\partial r}(rG_\theta) - \frac{\partial G_r}{\partial \theta}\right]\end{aligned} \tag{C-35}$$

$$\nabla^2 g = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial g}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2 \sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial g}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2 g}{\partial\phi^2} \tag{C-36}$$

附录 D 三角关系

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta \tag{D-1}$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta \tag{D-2}$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} \pm \alpha\right) = \cos\alpha \tag{D-3}$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} \pm \alpha\right) = \mp\sin\alpha \tag{D-4}$$

$$\sin\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}[\sin(\alpha+\beta) + \sin(\alpha-\beta)] \tag{D-5}$$

$$\cos\alpha\sin\beta = \frac{1}{2}[\sin(\alpha+\beta) - \sin(\alpha-\beta)] \tag{D-6}$$

$$\cos\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}[\cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta)] \tag{D-7}$$

$$\sin\alpha\sin\beta = -\frac{1}{2}[\cos(\alpha+\beta) - \cos(\alpha-\beta)] \tag{D-8}$$

$$\sin\alpha = 2\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2} \tag{D-9}$$

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha \tag{D-10}$$

$$\cos\alpha = 2\cos^2\frac{\alpha}{2} - 1 = 1 - 2\sin^2\frac{\alpha}{2} \tag{D-11}$$

$$\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1 = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha \tag{D-12}$$

$$\cos 3\alpha = 4\cos^3\alpha - 3\cos\alpha \tag{D-13}$$

$$\cos 4\alpha = 8\cos^4\alpha - 8\cos^2\alpha + 1 \tag{D-14}$$

$$\cos m\alpha = 2^{m-1}\cos^m\alpha - \frac{m}{1!}2^{m-3}\cos^{m-2}\alpha + \frac{m(m-3)}{2!}2^{m-5}\cos^{m-4}\alpha + \cdots \tag{D-15}$$

$$1 = \sin^2\alpha + \cos^2\alpha \tag{D-16}$$

$$\sec^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha} = 1 + \tan^2\alpha \tag{D-17}$$

$$\sin\alpha = \alpha - \frac{\alpha^3}{3!} + \frac{\alpha^5}{5!} - \frac{\alpha^7}{7!} + \cdots \tag{D-18}$$

$$\cos\alpha = 1 - \frac{\alpha^2}{2!} + \frac{\alpha^4}{4!} - \frac{\alpha^6}{6!} + \cdots \tag{D-19}$$

$$e^{\pm j\alpha} = \cos\alpha \pm j\sin\alpha \tag{D-20}$$

$$\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \tag{D-21}$$

附录 E 双曲关系

$$\sinh \alpha = \frac{e^{\alpha} - e^{-\alpha}}{2} = \alpha + \frac{\alpha^3}{3!} + \frac{\alpha^5}{5!} + \frac{\alpha^7}{7!} + \cdots \tag{E-1}$$

$$\cosh \alpha = \frac{e^{\alpha} + e^{-\alpha}}{2} = 1 + \frac{\alpha^2}{2!} + \frac{\alpha^4}{4!} + \frac{\alpha^6}{6!} + \cdots \tag{E-2}$$

$$\tanh \alpha = \frac{\sinh \alpha}{\cosh \alpha} = \frac{1}{\coth \alpha} \tag{E-3}$$

$$\sinh(\alpha \pm j\beta) = \sinh \alpha \cos \beta \pm j \cosh \alpha \sin \beta \tag{E-4}$$

$$\cosh(\alpha \pm j\beta) = \cosh \alpha \cos \beta \pm j \sinh \alpha \sin \beta \tag{E-5}$$

$$\sinh(j\alpha) = j \sin \alpha = \frac{e^{j\alpha} - e^{-j\alpha}}{2} \tag{E-6}$$

$$\cosh(j\alpha) = \cos \alpha = \frac{e^{j\alpha} + e^{-j\alpha}}{2} \tag{E-7}$$

附录 F 数学关系

F.1 狄拉克 δ 函数

除宗量为零处外，狄拉克 δ 函数（或脉冲函数）为零。

$$\delta(x-x_0)=0 \qquad x\neq x_0 \tag{F-1}$$

当宗量为零时，函数是奇异的，但具有特殊的方式：面积为 1，即

$$\int_{-\infty}^{\infty}\delta(x-x_0)\,\mathrm{d}x=1 \tag{F-2}$$

狄拉克 δ 函数的另一个有用的性质如下：

$$\int_{-\infty}^{\infty}g(x)\delta(x-x_0)\,\mathrm{d}x=g(x_0) \tag{F-3}$$

F.2 二项式定理

$$(a+b)^n=a^n+na^{n-1}b+\frac{n(n-1)}{2!}a^{n-2}b^2+\frac{n(n-1)(n-2)}{3!}a^{n-3}b^3+\cdots \tag{F-4}$$

$$(1\pm x)^n\approx 1\pm nx \qquad x\ll 1 \tag{F-5}$$

F.3 贝塞尔函数

$$J_0(x)=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\mathrm{e}^{jx\cos\alpha}\,\mathrm{d}\alpha \tag{F-6}$$

$$J_n(x)=\frac{j^{-n}}{2\pi}\int_0^{2\pi}\mathrm{e}^{jx\cos\alpha}\cos(n\alpha)\,\mathrm{d}\alpha=\sum_{m=0}^{\infty}\frac{(-1)^m x^{2m+n}}{m!(m+n)!2^{2m+n}} \tag{F-7}$$

$$J_n(x)=\frac{2(n-1)}{x}J_{n-1}(x)-J_{n-2}(x) \tag{F-8}$$

$$\int x^{n+1}J_n(x)\,\mathrm{d}x=x^{n+1}J_{n+1}(x) \tag{F-9}$$

$$\int_0^1 (1-x^2)^n x J_0(bx)\,\mathrm{d}x = \frac{2^n n!}{b^{n+1}} J_{n+1}(b) \tag{F-10}$$

F.4 某些有用的积分

$$\int \sin(a+bx)\mathrm{e}^{cx}\mathrm{d}x = \frac{\mathrm{e}^{cx}}{b^2+c^2}[c\sin(a+bx) - b\cos(a+bx)] \tag{F-11}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin^2 x}{x^2}\mathrm{d}x = \pi \tag{F-12}$$

$$\mathrm{Si}(x) = \int_0^x \frac{\sin\tau}{\tau}\mathrm{d}\tau \quad \text{正弦积分} \tag{F-13}$$

$$\mathrm{Ci}(x) = -\int_x^{\infty} \frac{\cos\tau}{\tau}\mathrm{d}\tau \quad \text{余弦积分} \tag{F-14}$$

$$\mathrm{Cin}(x) = \int_0^x \frac{1-\cos\tau}{\tau}\mathrm{d}\tau \tag{F-15}$$

$$\mathrm{Cin}(x) = 0.5772 + \ln(x) - \mathrm{Ci}(x) \tag{F-16}$$

菲涅耳积分：

$$C(x) = \int_0^x \cos\left(\frac{\pi}{2}\tau^2\right)\mathrm{d}\tau;\quad C(-x) = -C(x) \tag{F-17a}$$

$$S(x) = \int_0^x \sin\left(\frac{\pi}{2}\tau^2\right)\mathrm{d}\tau;\quad S(-x) = -S(x) \tag{F-17b}$$

附录 G 计算软件包

本书中的大多数习题可以容易地使用商业数学软件包编程。其中有许多软件在使用,因此,为它们提供文件没什么用处。取而代之的是,我们给若干重要的天线论题提供了计算模块。而且大多数可以让学生在改变参数后,立即观察其效果。访问这些软件包的方式可在以下网址获得:

www.wiley.com/college/stutzman

G.1 通用天线软件包:天线方向图可视化(APV)

此软件包是由密西西比大学 A. Z. Elsherbeni 和 C. D. Taylor 开发的。它是用户友好的软件包,在用户控制下,可给出方向图的二维或三维视图。包含如下一些天线:

振子;天线阵;环;角反射器。

软件包的天线阵部分,对观察阵列结构对天线方向图的影响特别有用。天线阵的变量很容易改变,并可立即显示方向图。

G.2 阵列作图软件包:PCARRPAT

本软件包为任意的天线阵提供在全部 3 个主平面内的极坐标方向图作图。该天线阵的阵元可以在三维空间的任何位置,具有任意一种激励。必须按如下格式建立输入文件:

```
N      NETYPE      NPOINT
THETA0      PHI0        (仅当 NPOINT = 1时用)
X      Y      Z      A      ALPHA  (每一个阵元一行)
X      Y      Z      A      ALPHA
•
•
•
```

其中

N = 阵元总数

NETYPE = 0　对各向同性元

　　1　对平行于 z 轴的共线半波振子

　　2　对平行于 x 轴的共线半波振子

3 对平行于 z 轴的共线短振子

4 对平行于 x 轴的平行短振子

NPOINT = 1 如果打算在程序中调节阵元相位使主瓣扫描到(θ_0、ϕ_0)方向

0 如果无上述打算

X,Y,Z = 阵元中心位置

A = 电流激励幅度

ALPHA = 电流激励相位

G.3 通用导线天线程序:WIRE

WIRE 程序允许用户定义有限长度直导线的任意宗量,有或没有分立负载,具有任意连接。可以求解天线和散射问题。可以为许多天线建模,包括天线阵。采用矩量法求解,所以考虑了全部的互耦。如下的输出形式是现成的:导线上的电流分布;输入阻抗;辐射方向图与增益;电流分布及方向图的作图。

G.4 抛物面反射器天线程序:"PRAC"

PRAC 是分析反射器天线的用户友好的程序。主反射器的几何结构以及所需的照射,由用户定义。程序给出所需的馈源方向图、增益、辐射方向图,包括交叉极化方向图。

G.5 绕射程序

对内角为$(2-n)\pi$ 的劈,子程序 DW 计算出 12.4 节中给出的绕射系数 $D_\perp$ 和 $D_\parallel$。该子程序还能计算带有垂直和平行情形的斜率绕射系数。12.7 节讨论过后一种斜率绕射系数。

使用该子程序只需知道第1行的调用参数,即是

DS = 绕射系数 $D_\parallel(L,\phi,\phi')$

DH = 绕射系数 $D_\perp(L,\phi,\phi')$

DPS = 平行情形的斜率绕射系数

DPH = 垂直情形的斜率绕射系数

R = 距离参数 L

PH = 角 ϕ

PHP = 角 ϕ'

BO = 角 γ_0

FN = 内劈角$(2-n)\pi$ 的 n

作为使用子程序 DW 的例子，考虑 12.5 节中喇叭天线的 E 面分析。在编写分析喇叭天线的“主程序”时，我们将调用例如 DW(X,DPER,X,X,RL,PHI,0.0,90.0,2.0)，其中 X 是程序中未使用的变量。我们必须给子程序提供 RL 和 PHI，它将给出 DPER。

子程序的用户可以通过计算图 12-14 中的绕射场来验证语句清单。

附录 H　参考文献

H.1　定　义

1. *IEEE Standard Definitions of Terms for Antennas*, IEEE Standard 145-1993, IEEE:445 Hoes Lane, Piscataway, NJ, 1993.

H.2　基础书

1. S. Silver, Editor, *Microwave Antenna Theory and Design*, MIT Radiation Laboratory Series Vol. 12, McGraw-Hill Book Co. :NY, 1949. Available from PPL Dept. IEEE Service Center, Piscataway, NJ 08855-1331.
2. W. L. Stutzman and G. A. Thiele, *Antenna Theory and Design*, John Wiley & Sons:NY, 1981. Second Edition, 1997.
3. C. A. Balanis, *Antenna Theory*, John Wiley & Sons:NY, 1982. Second Edition, 1997.
4. J. D. Kraus, *Antennas*, Second Edition, McGraw-Hill Book Co. :NY, 1988.
5. R. S. Elliott, *Antenna Theory and Design*, Prentice-Hall:Englewood Cliffs, NJ, 1981.
6. Thomas A. Milligan, *Modern Antenna Design*, McGraw-Hill Book Co. :NY, 1985.
7. R. E. Collin and F. J. Zucker, Editors, *Antenna Theory* Parts 1 and 2, McGraw-Hill Book Co. :NY, 1969.
8. E. Wolff, *Antenna Analysis*, John Wiley & Sons:New York, 1966, Artech House Inc. :625 Canton St. , Norwood, MA 02062, 1988.
9. S. A. Schelkunoff, *Advanced Antenna Theory*, John Wiley & Sons:NY, 1952.
10. S. A. Schelkunoff and H. T. Friis, *Antenna Theory and Practice*, John Wiley & Sons:NY, 1952.
11. R. Chatterjee, *Antenna Theory and Practice*, John Wiley & Sons:NY, 1988.
12. Kai Fong Lee, *Principles of Antenna Theory*, John Wiley & Sons:NY, 1984.
13. Lamont V. Blake, *Antennas*, First Edition, 1966; Artech House Inc. :625 Canton St. , Norwood, MA 02062, 1987.
14. T. S. M. Maclean, *Principles of Antennas—Wire and Aperture*, Cambridge Press:Cambridge, 1986.
15. W. L. Weeks, *Antenna Engineering*, McGraw-Hill Book Co. :NY, 1968.
16. E. Jordan and K. Balmain, *Electromagnetic Waves and Radiating Systems*, Prentice-Hall:Englewood Cliffs, NJ, 1950. Second edition, 1968.
17. R. E. Collin, *Antennas and Radiowave Propagation*, McGraw-Hill Book Co. :NY, 1985.
18. John Griffiths, *Radio Wave Propagation and Antennas: An Introduction*, Prentice-Hall International: Englewood Cliffs, NJ, 1987.
19. George Monser, *Antenna Design: A Practical Guide*, McGraw-Hill Book Co. :NY, 1996.
20. J. A, Kuecken, *Antennas and Transmission Lines*, Howard Sams:Indianapolis, 1969.
21. B. Rulf and G. A. Robertshaw, *Understanding Antennas for Radar, Communications, and Avionics*, Van Nostrand

Reinhold Co. ;NY,1987.

22. B. D. Steinberg, *Principles of Aperture & Array System Design*, John Wiley & Sons: NY, 1976.

23. F. R. Connor, *Antennas*, Edward Arnold: London, 1989.

24. Martin S. Smith, *Introduction to Antennas*, MacMillan Education Ltd: London, 1988.

25. E. A. Laport, *Radio Antenna Engineering*, McGraw-Hill Book Co. ; NY, 1952.

26. D. W. Fry and F. K. Goward, *Aerials for Centimeter Wave-Lengths*, Cambridge University Press: Cambridge, 1950.

27. R. W. P. King and C. W. Harrison, *Antennas and Waves: A modern approach*, MIT Press: Cambridge, MA, 1969.

28. R. W. P. King, H. R. Mimno, and A. H. Wing, *Transmission Lines, Antennas and Waveguides*, McGraw-Hill: NY, 1945.

H.3 手册与通用参考书

1. R. C. Johnson, *Antenna Engineering Handbook*, Third Edition, McGraw-Hill Book Company: NY, 1993.

2. Y. T. Lo and S. W. Lee, Editors, *Antenna Handbook*, Van Nostrand Reinhold: NY, 1988.

3. A. W. Rudge, K. Milne, A. D. Olver, P. Knight, editors, *The Handbook of Antenna Design*, Vols. I and II, Peregrinus: London, 1982.

4. Richard C. Johnson, *Designer Notes for Microwave Antennas*, Artech House: Norwood, MA 1991.

5. R. A. Burberry, *VHF and UHF Antennas*, IEE Electromagnetic Waves Series No. 35, Peter Peregrinus Ltd. ; London, 1992.

6. R. C. Hansen, Editor, *Microwave Scanning Antennas*, Vol: I – *Apertures* Vol. II – *Arrays* and Vol. III – *Frequency Scanning Arrays*, Academic Press: NY 1964. Reprinted in one volume by Penninsula Publishing, P. O. Box 867, Los Altos, CA, 94022.

7. P. J. B. Clarricoats, editor, *Advanced Antenna Technology*, Microwave Exhibitions and Publications, Ltd., UK, 1981.

8. Kai Chang, editor, *Handbook of Microwave and Optical Components, Vol. 1: Microwave Passive and Antenna Components*, John Wiley & Sons, 1989.

H.4 测量书

1. *IEEE Standard Test Procedures for Antennas*, IEEE Standard 149-1979, IEEE: 445 Hoes Lane, Piscataway, NJ 08854, 1979.

2. Gary E. Evans, *Antenna Measurement Techniques*, Artech House: Norwood, MA, 1990.

3. Dan Slater, *Near-Field Antenna Measurements*, Artech House: Norwood, MA, 1991.

4. J. E. Hansen, editor, *Spherical Near-Field Antenna Measurements*, IEE Electromagnetic Wave Series, PPL Dept., IEEE Service Center Piscataway, NJ 08855-1331, 1988.

H.5 天线专业书

H.5.1 线天线

1. J. Rockway, J. Logan, D. Tam, and S. Li, *The MININEC SYSTEM: Microcomputer Analysis of Wire Antennas*, Ar-

tech House; Norwood, MA, 1988.

2. S. T. Li, J. W. Rockway, J. C. Logan, and D. W. S. Tam, *Microcomputer Tools for Communications Engineering*, Artech House; Norwood, MA, 1983.
3. B. K. Kolundzija, J. S. Ognjanovic, T. K. Sarkar, and R. F. Harrington, *WIPL: Electromagnetic Modeling of Composite Wire and Plate Structures, Software and User's Manual*, Artech House; Norwood, MA, 1995.
4. B. D. Popovic, *CAD of Wire Antennas and Related Radiating Structures*, J. Wiley Research Studies Press Ltd.; NY, 1991.
5. R. W. P. King, *The Theory of Linear Antennas*, Harvard University Press; Cambridge, MA, 1956.
6. R. W. P. King, *Tables of Antenna Characteristics*, IFI/Plenum; NY, 1971.
7. R. W. P. King and G. S. Smith, *Antennas in Matter*, MIT Press; Cambridge, 1981.
8. M. L. Burrows, *ELF Communications Antennas*, Peregrinus, London, 1978.
9. S. Uda and Y. Mushiake, *Yagi-Uda Antenna*, Saski Printing and Publishing Co., Sendai, Japan, 1954.
10. A. E. Harper, *Rhombic Antenna Design*, Van Nostrand; NY, 1941.
11. R. M. Bevensee, *Handbook of Conical Antennas and Scatterers*, Gordon and Breach Science; NY, 1973.
12. M. M. Weiner, S. P. Cruze, C. C. Li, and W. J. Wilson, *Monopole, Elements on Circular Ground Planes*, Artech House; Norwood, MA, 1987.
13. F. M. Landstorfer and R. R. Sacher, *Optimization of Wire Antennas*, John Wiley & Sons; NY, 1985.
14. J. R. Wait, *Electromagnetic Radiation from Cylindrical Structures*, IEE Electromagnetic Wave Series, PPL Dept., IEEE Service Center, Piscataway, NJ 08855-1331, 1988.
15. W. I. Orr, *Simple, Low-Cost Wire Antennas for Radio Amateurs*, Radio Publications; Wilton, CT, 1972.

H.5.2 天线阵

1. N. Amitay, V. Galindo, and C. P. Wu, *Theory and Analysis of Phased Array Antennas*, John Wiley & Sons; NY, 1972.
2. M. T. Ma, *Theory and Application of Antenna Arrays*, John Wiley & Sons; NY, 1974.
3. A. Kumar, *Antenna Design with Fiber Optics*, Artech House; Norwood, MA, 1996.
4. E. Brookner, *Practical Phased Array Systems*, Artech House; Norwood, MA, 1991.
5. R. C. Hansen, editor, *Significant Phased Array Papers*, Artech House; Norwood, MA, 1964.
6. A. A. Oliner and G. H. Knittel, Editors, *Phased Array Antennas*, Artech House; Norwood, MA, 1972.
7. M. Mikavica and A. Nesic, *CAD for Linear and Planar Antenna Arrays of Various Radiating Elements*, Disks and Users Manual, Artech House; Norwood, MA, 1991.
8. J. P. Scherer, *LAARAN: Linear Antenna Array Analysis Software and User's Manual*, Artech House; Norwood, MA, 1989.
9. B. D. Steinberg, *Microwave Imaging with Large Antenna Arrays*, John Wiley & Sons; NY, 1983.
10. S. Haykin, Editor, *Array Signal Processing*, Prentice-Hall; Englewood Cliffs, NJ, 1985.
11. R. W. P. King, R. B. Mack, and S. S. Sandler, *Arrays of Cylindrical Dipoles*, Cambridge; London, 1968.
12. M. T. Ma and D. C. Hyovalti, *A Table of Radiation Characteristics of Uniformly Spaced Optimum Endfire Arrays with Equal Sidelobes*, National Bureau of Standards, 1965.
13. R. C. Hansen, *Phased Array Antennas*, John Wiley & Sons; NY, 1997.

H.5.3 宽带天线

1. V. Rumsey, *Frequency Independent Antennas*, Academic Press; NY, 1966.

2. Y. Mushiake, *Self-Complementary Antennas*, Springer-Verlag, Berlin, 1996.
3. Carl E. Smith, *Log Periodic Antenna Design Handbook*, Smith Electronics, Inc. : Cleveland, OH, 1966.
4. H. Nakano, *Helical and Spiral Antennas—A Numerical Approach*, John Wiley and Sons: NY, 1987.
5. R. G. Corzine and J. A. Mosko, *Four-Arm Spiral Antennas*, Artech House: Norwood, MA, 1989.

H.5.4 行波天线

1. C. H. Walter, *Traveling Wave Antennas*, McGraw Hill, NY, 1965; Peninsula Pub, 1990.

H.5.5 微带天线与印刷天线

1. J. R. James and P. S. Hall, editors, *Handbook of Microstrip Antennas*, Vols. I and II, Peter Peregrinis: Londo 1989.
2. I. J. Bahl and P. Bhartia, *Microstrip Antennas*, Artech House, Inc. : Norwood, MA, 1980.
3. J. R. James, P. S. Hall, and C. Wood, *Microstrip Antenna Theory and Design*, IEE Electromagnetic Waves Seri 12, IEE/PPL, IEEE Service Center, 445 Hoes Lane, Piscataway, NJ 08854, 1981.
4. K. C. Gupta and A. Benella, editors, *Microstrip Antenna Design*, Artech House: Norwood, MA, 1988.
5. D. M. Pozar and D. H. Schaubert, editors, *Microstrip Antennas: The Analysis and Design of Microstrip Antennas a Arrays*, IEEE Press, 1995.
6. N. Herscovici, *CAD of Aperture—Fed Microstrip Transmission Lines and Antennas*, Artech House: Norwood, M 1996.
7. R. A. Sainati, *CAD of Microstrip Antennas for Wireless Applications*, Artech House: Norwood, MA, 1996.
8. J. -F. Zurcher and F. Gardiol, *Broadband Patch Antennas*, Artech House: Norwood, MA, 1995.
9. P. Bhartia, K. V. S. Rao, and R. S. Tomar, *Millimeter-Wave Microstrip and Printed Circuit Antennas*, Arte House: Norwood, MA, 1988.
10. T. C. Edwards, *Foundations of Microstrip Antennas*, John Wiley & Sons: NY, 1981.
11. G. Dubost, *Flat Radiating Dipoles and Applications to Arrays*, Research Studies Press, John Wiley: Chicheste 1981.
12. A. K, Bhattacharyya, *Electromagnetic Fields in Multilayered Structures: Theory and Applications*, Artech Hous Norwood, 1994.

H.5.6 反射器与透镜天线

1. B. S. Wescott, *Shaped Antenna Reflector Design*, John Wiley & Sons: NY, 1983.
2. A. W. Love, Editor, *Reflector Antennas*, IEEE Press: NY, 1978.
3. W. V. T. Rusch and P. D. Potter, *Analysis of Reflector Antennas*, Academic Press: NY, 1970.
4. R. Mittra, et al. , eds. , *Satellite Communications Antenna Technology*, Elsevier, 1983.
5. P. J. Wood, *Reflector Antenna Analysis and Design*, IEE/PPL, IEEE Service Center, 445 Hoes Lane, Piscatawa NJ 08854, 1986.
6. C. J. Sletten, editor, *Reflector and Lens Antennas*, Artech House Inc. : Norwood, MA, 1988.
   Reflector and Lens Antennas: Analysis and Design Using PCs, Software and Users Manual, Version 2. (1991.
7. Craig R. Scott, *Modern Methods of Reflector Antenna Analysis and Design*, Artech House: Norwood, MA, 1989.
8. Roy Levy, *Structural Engineering of Microwave Antennas for Electrical, Mechanical, and Structural Engineer* IEEE Press, 1996.

9. J. Brown, *Microwave Lenses*, John Wiley: London, 1953.

H.5.7 喇叭/馈源

1. P. J. B. Clarricoats and A. D. Olver, *Corrugated Horns for Microwave Antennas*, IEEE Service Center, PPL Dept. : 445 Hoes Lane, Piscataway NJ 08854, 1984.
2. A. O. Olver, P. J. B. Clarricoats, A. A. Kisk, and L. Shafai, *Microwave Horns and Feeds*, IEEE Press, 1994.
3. J. Uher, J. Bornemann, and U. Rosenberg, *Waveguide Components for Antenna Feed Systems: Theory and CAD*, Artech House: Norwood, MA, 1993.
4. A. W. Love, Editor, *Electromagnetic Horn Antennas*, IEEE Press: NY, 1976.

H.5.8 矩量法

1. R. F. Harrington, *Field Compulation by Moment Methods*, Macmillan: NY, 1968.
2. M. N. O. Sadiku, *Numerical Techniques in Electromagnetics*, CRC Press: Boca Raton, FL, 1992.
3. Richard C. Booton, Jr., *Computational Methods for Electromagnetics and Microwaves*, John Wiley: NY, 1992.
4. B. D. Popovic, M. B. Dragovic, and A. R. Djordjevic, *Analysis and Synthesis of Wire Antennas*, J. Wiley Research Studies Press, 1982.
5. J. Moore and R. Pizer, editors, *Moment Methods in Electromagnetics*, Research Studies Press, John Wiley: Letchworth, England, 1984.
6. C. Hafner, *The Generalized Multipole Technique for Computational Electromagnetics*, Artech House: Norwood, MA, 1990.
7. C. Hafner, *2 - DMMP: Two - Dimensional Multiple Multipole Software and User's Manual*, Artech House: Norwood, MA, 1990.
8. A. R. Djordjevic, M. B. Bazdar, G. M. Vitosevic, T. K. Sarkar, and R. F. Harrington, *Analysis of Wire Antennas and Scatterers: Software and User's Manual*, Artech House: Norwood, MA, 1990.
9. E. K. Miller, L. Medgyesi-Mitschang, and E. H. Newman, Editors, *Computational Electromagnetics: Frequency-Domain Method of Moments*, IEEE Press: IEEE Service Center, Piscataway, NJ, 1991.
10. Johnson J. H. Wang, *Generalized Moment Methods in Electromagnetics*, John Wiley & Sons: NY, 1991.
11. Robert C. Hansen, *Moment Methods in Antennas and Scattering*, Artech House: Norwood, MA, 1990.
12. R. Mittra, Editor, *Computer Techniques for Electromagnetics*, Pergamon Press: Oxford, 1973.

H.5.9 FD - TD

1. K. S. Kunz and R. J. Luebbers, *Finite Difference Time Domain Method for Electromagnetics*, CRC Press: Boca Raton, FL, 1993.
2. A. Taflove, *Computational Electromagnetics: The Finite-Difference Time-Domain Method*, Artech House: Norwood, 1995.

H.5.10 高频方法

1. D. A. McNamara, J. A. G. Malherbe, and C. W. Pistorius, *Introduction to the Uniform Geometrical Theory of Diffraction*, Artech House: Norwood, MA, 1989.
2. G. L. James, *Geometrical Theory of Diffraction for Electromagnetic Waves*, revised edition, PPL Dept. IEEE Service Center, Piscataway, NJ 08855-1331, 1986.
3. L. B. Felsen and N. Marcuvitz, *Radiation and Scattering of Waves*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1973.

4. B. S. Cornbleet, *Microwave and Optical Ray Geometry*, John Wiley & Sons, NY, 1984.
5. E. V. Jull, *Aperture Antennas and Diffraction Theory*, IEE/PPL, IEEE Service Center, 445 Hoes Lane, Piscataway, NJ 08854, 1981.
6. R. C. Hansen, Editor, *Geometric Theory of Diffraction*, IEEE Press, 1981.
7. B. S. Cornbleet, *Microwave Optics: The Optics of Microwave Antenna Design*, Academic Press: London, 1976.
8. R. H. Clarke and J. Brown, *Diffraction Theory and Antennas*, John Wiley & Sons: NY, 1980.

H.5.11 智能天线

1. J. E. Hudson, *Adaptive Array Principles*, Peter Peregrinus: Stevenage UK, 1981.
2. R. T. Compton, Jr., *Adaptive Antennas: Concepts and Performance*, Prentice-Hall: Englewood Cliffs, NJ, 1988.
3. R. A. Monzingo and T. W. Miller, *Introduction to Adaptive Arrays*, John Wiley & Sons: New York, 1980.
4. A. Farina, *Antenna-Based Signal Processing Techniques for Radar Systems*, Artech House: Norwood, MA, 1991.
5. E. Nicolau and D. Zaharia, *Adaptive Arrays*, Elsevier, 1989.

H.5.12 移动通信、个人通信与卫星通信天线

1. K. Fujimoto and J. R. James, editors, *Mobile Antenna Systems Handbook*, Artech House: Norwood, MA, 1989.
2. K. Siwiak, *Radiowave Propagation and Antennas for Personal Communications*, Artech House, Norwood, 1995.
3. Preston E. Law, *Shipboard Antennas*, Artech House, Norwood, MA, 1983.
4. T. Kitsuregawa, *Satellite Communication Antennas: Electrical and Mechanical Design*, Artech House: Norwood, MA, 1989.

H.5.13 极化专题

1. W. L. Stutzman, *Polarization in Electromagnetic Systems*, Artech House: Norwood, MA, 1993.
2. H. Mott, *Polarization in Antennas and Radar*, John Wiley & Sons: NY, 1986.

H.5.14 天线罩

1. D. J. Kazakoff, *Analysis of Radome Enclosed Antennas*, Artech House: Norwood, MA, 1997.
2. J. D. Walton, Jr., editor, *Radome Engineering Handbook*, Marcel Dekker: NY, 1981.
3. H. L. Hirsch and D. C. Grove, *Practical Simulation of Radar Antennas and Radomes*, Artech House: Norwood, MA, 1988.

H.5.15 供一般天线应用的软件

1. L. Diaz and T. Milligan, *Antenna Engineering Using Physical Optics: Practical CAD Techniques and Software*, Artech House: Norwood, MA, 1996.
2. D. M. Pozar, *PCAAD – Personal Computer Aided Antenna Design*, Antenna Design Associates: 55 Teawaddle Hill Road, Leverett, MA 01002, 1992.
3. D. Pozar, *Antenna Design Using Personal Computers*, Artech House, Norwood, MA, 1985.
4. J. A. Kuecken, *Exploring Antennas and Transmission Lines by Personal Computer*, Van Nostrand Reinhold, 1986.

H.5.16 小天线

1. K. Hirasawa and M. Haneishi, *Analysis, Design, and Measurement of Small and Low-Profile Antennas*, Artech House: Norwood, MA, 1992.

2. K. Fujimoto, A. Henderson, K. Hirasawa, and J. James, *Small Antennas*, John Wiley & Sons: NY, 1987.

H.5.17 其他专题

1. A. Kumar and H. D. Hristov, *Microwave Cavity Antennas*, Artech House: Norwood, MA, 1989.
2. Rajeswari Chatterjee, *Dielectric and Dielectric-Loaded Antennas*, John Wiley & Sons: NY, 1985.
3. D. G. Kiely, *Dielectric Aerials*, Methuen, 1952.
4. J. Bach Anderson, *Metallic and Dielectric Antennas*, Polyteknisk Forlag: Denmark, 1971.
5. T. Macnamara, *Handbook of Antennas for EMC*, Artech House: Boston, 1995.
6. D. R. Rhodes, *Synthesis of Planar Antenna Sources*, Clarendon Press: Oxford, 1974.
7. F. Sporleder and H-G Unger, *Waveguide Tapers, Transitions, and Couplers*, IEE Electromagnetic Waves Series 6, PPL Dept. IEEE Service Center, Piscataway, NJ 08855-1331, 1979.
8. G. A. Savitskii, *Calculations for Antenna Installations*, Amerind Pub. Co.: New Delhi, 1982.
9. G. W. Wiskin, R. Manton, and J. Causebrook, *Masts, Antennas, and Service Planning*, Focal Press: Oxford, England, 1992.
10. Kai Chang, *Microwave Ring Circuits and Antennas*, John Wiley & Sons: NY, 1996.

索　　引

（索引中的页码为英文原书页码，与本书中页边标注的页码一致。）

G

H

Q

R

S